

TURMA ITA

CADERNO 1

TABELA DE HORÁRIOS

horários	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB	DOM
intervalo							
intervalo							
intervalo							
intervalo							

Nome			
Endereço			
Cidade		Estado	
Curso		Turma	
Telefone		Celular	
E-mail			



Piratas ITA/IME



ISBN: 978-85-7901-115-3

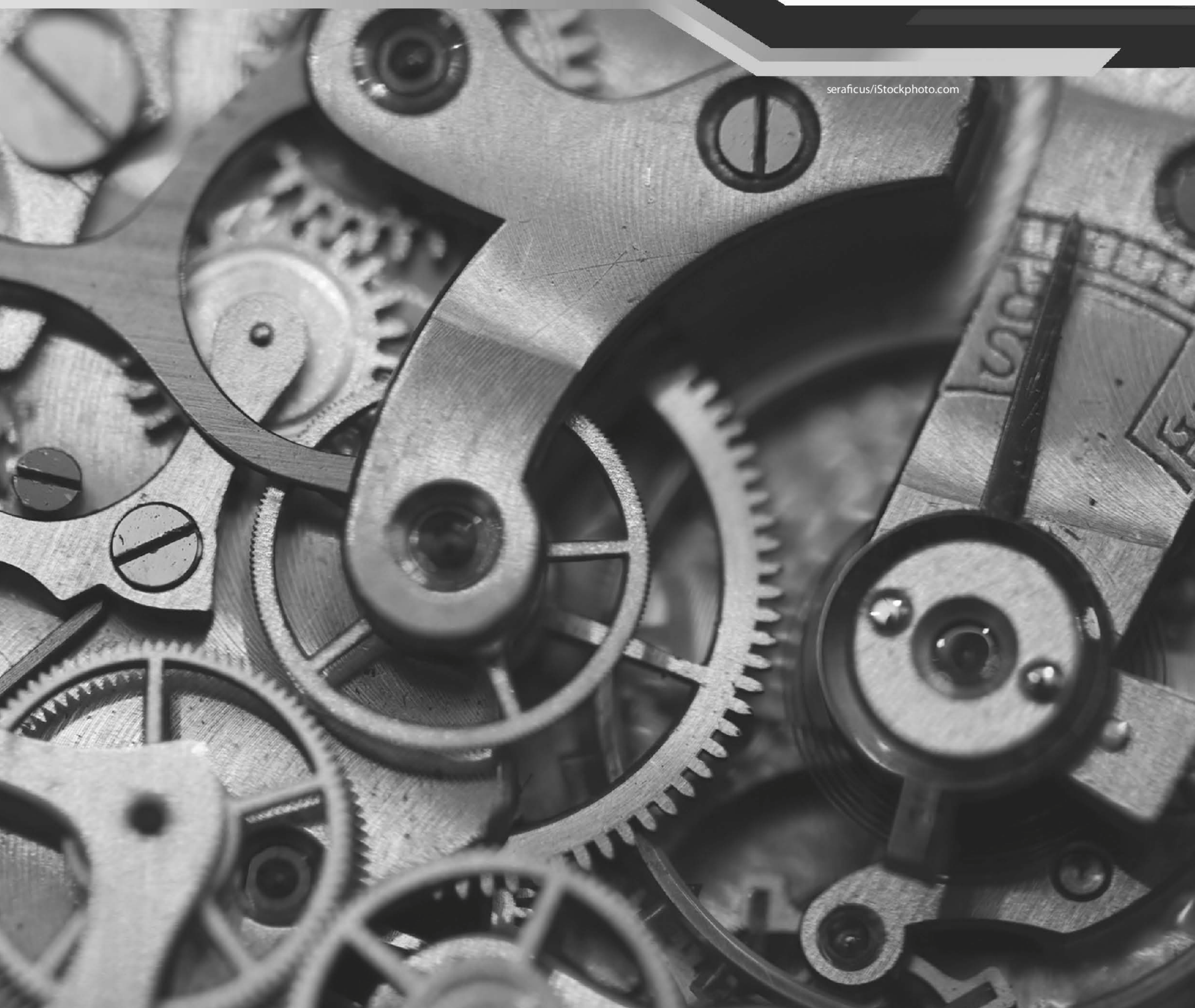
São José dos Campos-SP
Telefone: (12) 3924-1616
editora@sistemapoliedro.com.br
www.sistemapoliedro.com.br

SUMÁRIO

FÍSICA	5
Frente 1: Série 1 – Trabalho, potência e energia	6
Frente 2: Série 1 – Cinemática: movimentos retilíneos	17
Frente 3: Série 1 – Leis de Newton e Vínculos geométricos	26
Frente 3: Série 2 – Atrito e Dinâmica no movimento circular	39
Frente 4: Complemento teórico 1 – A lei de Gauss	53
Frente 4: Série 1 – Eletrostática	59
Frente 5: Complemento teórico 1 – Demonstração da equação dos fabricantes de lente	89
Frente 5: Série 1 – Óptica	90
Módulos: ITA / IME – Módulo 1 - Física	96
MATEMÁTICA	137
Frente 2: Série 1 – Equações trigonométricas	138
Frente 3: Série 1 – Sequências	139
Frente 4: Complemento teórico 1 – Divisão de um segmento na razão dada	144
Frente 4: Complemento teórico 2 – Congruência de triângulos	146
Módulos: ITA / IME – Módulo 1 - Matemática	151
QUÍMICA	175
Frente 1: Complemento teórico 1 – Nomenclatura dos compostos orgânicos	176
Frente 1: Série 1 – Nomenclatura dos compostos orgânicos	191
Frente 1: Série 2 – Classificação dos compostos orgânicos	194
Frente 2: Série 1 – Estrutura atômica	195
Frente 2: Série 2 – Ligações químicas	199
Frente 3: Complemento teórico 1 – Gases	202
Frente 3: Série 1 – Gases	203
Frente 3: Complemento teórico 2 – Leis das reações	206
Frente 3: Série 2 – Cálculo estequiométrico	208
Frente 4: Complemento teórico 1 – Métodos de obtenção da constante de Avogadro	210
Frente 4: Série 1 – Cálculo de fórmulas	212
Frente 4: Série 2 – Cristalografia e constante de Avogadro	213
Módulos: ITA / IME – Módulo 1 - Química	215

PORTUGUÊS	245
Módulos: ITA / IME – Módulo 1 - Português	246
INGLÊS	275
Prova 1: Fuvest – 2009	276
Prova 2: ITA – 2001	277
Prova 3: Fuvest – 2005	282
Prova 4: ITA – 2002	284
Prova 5: ITA – 2003	289
Prova 6: UFPR – 2017	292
Prova 7: UFU – 2017	294
Prova 8: PUC-SP 2017	296
ROTEIRO DE ESTUDOS: História / Geografia / Biologia	299

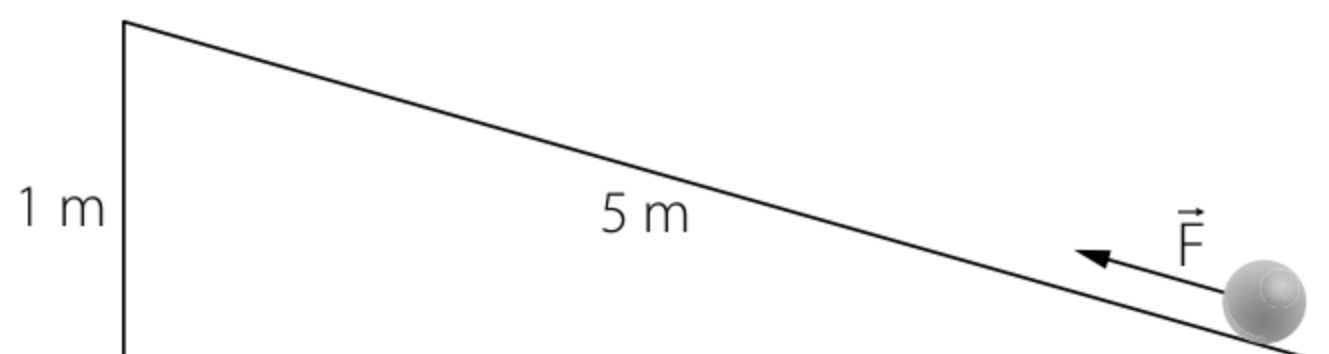
FÍSICA



Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

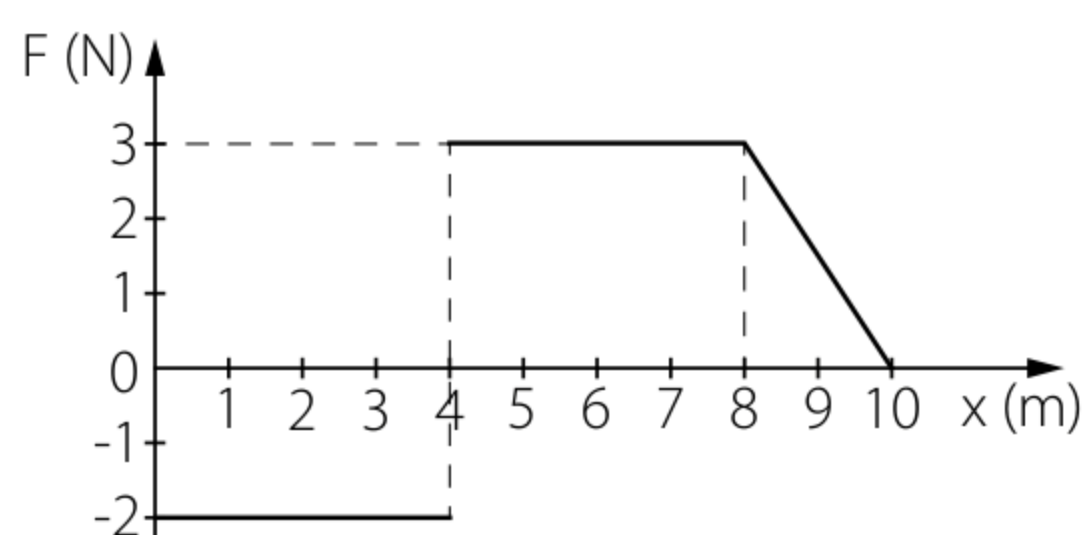
Trabalho

1 Um plano inclinado tem as dimensões indicadas na figura seguinte. Emprega-se uma força F de intensidade igual a 110 N para puxar um corpo de massa igual a 50 kg ao longo de todo o seu comprimento, com velocidade constante.

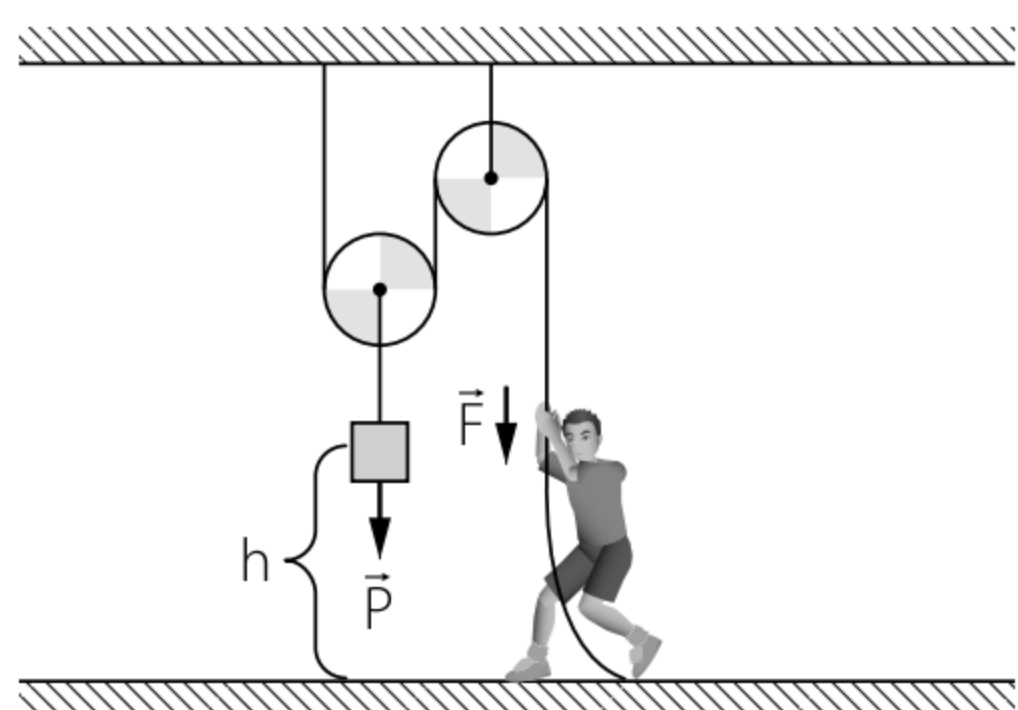


Qual o valor absoluto do trabalho, em joules, realizado pela força de atrito ao longo de todo o trajeto do corpo?

2 Considere o gráfico da força, em newtons, atuando sobre uma partícula em função de seu deslocamento, em metros. Determine o trabalho realizado pela força no intervalo $x = 0$ a $x = 10 \text{ m}$.



3 Uma pessoa aplica a força $\vec{F}$, puxando a corda e elevando o peso P a uma altura h , em relação ao solo, com movimento uniforme. Determine a intensidade da força $\vec{F}$ e do trabalho W executado.



4 Uma corda é usada para baixar verticalmente um bloco de massa m até uma distância d com uma aceleração constante e igual a $g/5$. Calcule o trabalho realizado pela tensão da corda sobre o bloco.

5 Um helicóptero é usado para erguer do oceano um astronauta de massa igual a 70 kg até uma altura de 16 m, numa direção vertical, por meio de um cabo. A aceleração do astronauta vale $g/8$. Calcule o trabalho:

- realizado pelo helicóptero sobre o astronauta.
- realizado pela força gravitacional sobre o astronauta.

6 Um objeto de massa igual a 20 kg, inicialmente em repouso, está sujeito unicamente a duas forças constantes, que formam entre si um ângulo de 90° . Uma das forças é igual a 6,0 N e a outra, igual a 8,0 N. Essas forças atuam durante 4,0 s. Determine:

- a velocidade final do objeto.
- o trabalho total realizado pela resultante das forças.
- o trabalho total realizado pela força de 6,0 N.

Potência e rendimento

7 Um chuveiro elétrico, ligado em média uma hora por dia, gasta R\$ 180,00 de energia elétrica por mês. Se a tarifa cobrada é de R\$ 2,00 por quilowatt-hora, determine a potência deste aparelho elétrico.

8 A bateria de um relógio de pulso (de quartzo) custa cerca de R\$ 5,40. Ela dura aproximadamente um ano e a potência que ela fornece para o relógio é da ordem de cinco microwatts ($5 \cdot 10^{-6} \text{ W}$). Qual é, aproximadamente, o custo da energia que o relógio consome, expresso em reais por kWh? Considere 1 ano = 360 dias.

- Calcule o trabalho realizado por um homem que arrasta um saco de farinha de 60 kg a uma distância de 10 m sobre o solo com uma força de 195 N, erguendo-o depois até a carroceria de um caminhão de 75 cm de altura.
- Qual é a potência desenvolvida se o processo todo foi realizado em 2 min?

10 Uma bomba eleva $1,8 \cdot 10^4 \text{ L}$ de água por hora a uma altura de 20 m. Determine a potência da bomba, em watts.

11 Num rio cuja vazão é de $5,0 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{s}$, há uma cachoeira de 10 m de altura. Um cálculo simples permite determinar um limite superior da potência de uma central hidrelétrica que poderia ser construída neste rio. Lembrando que $1 \text{ hp} = 0,75 \text{ kW}$, estime o valor dessa potência, em hp.

12 Uma cachoeira despeja um volume de $1,2 \cdot 10^4 \text{ m}^3$ de água em cada intervalo de tempo $t = 2 \text{ s}$. A altura da cachoeira é igual a 100 m.

- a) Obtenha uma expressão para o cálculo da potência teórica disponível.
- b) Supondo que quatro quintos desta potência possam ser transformados em eletricidade por meio de um sistema gerador hidrelétrico, calcule a potência elétrica gerada. A densidade da água vale 1 g/cm^3 .

13 Afirma-se que as grandes árvores podem evaporar até cerca de 900 kg de massa de água por dia.

- a) Supondo que a altura média em que a água evapora é de 8,0 m, qual é a energia mínima necessária para elevar a água até essa altura, durante um dia?
- b) Qual a potência média necessária para o processo descrito, sabendo que ele ocorre durante 10 horas por dia?

14 Um homem de massa igual a 60 kg sobe ao longo de uma escada com velocidade de 1 m/s . Supõe-se que a escada tenha uma inclinação de 30° com a horizontal e que a transformação da energia interna do homem em energia de movimento seja da ordem de 25%. Nestas condições, determine a potência (em watts) consumida pelo homem para que ocorra o acréscimo de energia potencial.

15 Calcule a potência desenvolvida por uma máquina de amolar, cuja roda possui raio igual a 25 cm e gira a 3,0 rps, quando a ferramenta a ser amolada é mantida em posição por uma força de modo que sua componente perpendicular à roda seja igual a 200 N. O coeficiente de atrito entre a ferramenta e a roda vale 0,40. Despreze o peso da ferramenta.

16 A força necessária para rebocar um barco com velocidade constante é proporcional à velocidade escalar. Se 10 hp (7 500 W) são consumidos para rebocar um certo barco à velocidade escalar de 6 km/h, que potência será necessária para rebocá-lo a uma velocidade escalar de 12 km/h?

17 Um automóvel de peso $P = 10\,000 \text{ N}$ sobe uma rampa de inclinação 5% com velocidade constante $v = 20 \text{ m/s}$. Determine a potência útil desenvolvida pelo motor, sabendo que a resultante das forças devido aos atritos é equivalente a 10% do peso do carro.

18 Um corpo de massa m é acelerado uniformemente, partindo do repouso até a velocidade v_f , no tempo t_f .

- a) Determine o trabalho realizado sobre o corpo, do repouso até um instante t qualquer.
- b) Obtenha a potência instantânea fornecida ao corpo, em função do tempo.
- c) Qual a potência fornecida no instante $t = 3 \text{ s}$ a um corpo de 1 350 kg que é acelerado de 0 até 100 km/h em 10 s?

19 Funcionando com potência constante, uma locomotiva pode arrastar um trem por uma rampa, para cima, cujo ângulo de inclinação é $\alpha_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$, com uma velocidade $v_1 = 50 \text{ km/h}$. Para um ângulo de inclinação $\alpha_2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$, nas mesmas condições, o trem desenvolve a velocidade $v_2 = 60 \text{ km/h}$. Determine o coeficiente de atrito do trem com a rampa, suposto igual em ambos os casos.

- A 0,01
- B 0,05
- C 0,10
- D 0,15
- E 0,50

20 Uma força atua sobre uma partícula de 5 kg de tal forma que a posição da partícula varia em função do tempo de acordo com a expressão: $x = 2t^3 - t^2$, onde x é expresso em metros e t em segundos. Calcule:

- a) o trabalho realizado pela força nos 2 s iniciais.
- b) a potência instantânea para $t = 1 \text{ s}$.

21 Um automóvel que pesa 10 000 N, movendo-se numa trajetória horizontal, atinge uma velocidade máxima de 30 m/s quando o motor desenvolve sua potência máxima de 50 hp. Supondo a resistência do ar constante, calcule a velocidade máxima do automóvel quando ele:

- a) sobe uma rampa cuja inclinação é de 5%.
- b) desce uma rampa cuja inclinação é de 5%.
- c) Discuta este exercício no caso da resistência do ar não ser constante, mas proporcional ao quadrado da velocidade. Considere $1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$.

22 Uma escada rolante liga um andar de uma loja com outro situado 7,5 m acima. O comprimento da escada é de 12 m e ela se move a 0,60 m/s.

- a) Qual deve ser a potência mínima do motor para transportar até 100 pessoas por minuto, sendo a massa média de 80 kg?
- b) Um homem de 80 kg sobe a escada em 10 s. Que trabalho o motor realiza sobre ele?
- c) Se o homem, chegando ao meio, põe-se a descer a escada, de tal forma a permanecer sempre no meio dela, isto requer que o motor realize trabalho? Em caso afirmativo, com que potência?

Energia

23 Numa mola atua uma força elástica do tipo $F = kx$, onde $k = 160 \text{ N/m}$ e x é a deformação que ela provoca. O comprimento da mola passa então de 2,5 cm para 2,0 cm. Determine o aumento de energia potencial, em joules, acumulada na mola, por efeito desta deformação.

Dado: o comprimento natural da mola é 4,5 cm.

24 Um canhão lança um obus com velocidade inicial de 1 000 m/s. Qual o rendimento do canhão visto como máquina térmica, sabendo-se que a massa do obus é 750 kg, a carga de pólvora é 300 kg e 1 g de pólvora queimando desprende 1 500 cal?

Dado: 1 cal = 4,2 J.

25 Um corpo percorre uma curva com energia cinética constante de 5,0 J. Parte da curva é um arco de circunferência de raio 0,5 m e de 5,0 m de comprimento. Qual a resultante sobre o corpo enquanto ele percorre esta parte da curva?

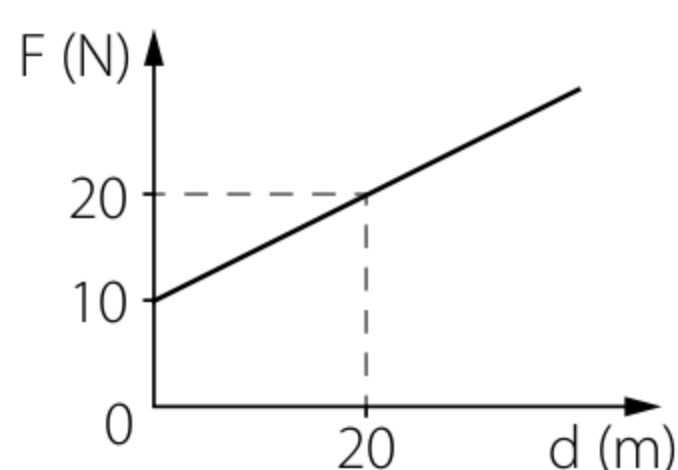
Teorema da energia cinética

26 $\vec{F}$ é a resultante sobre uma partícula de massa $m = 10$ kg. Sabe-se que para $t_1 = 1$ s e $t_2 = 3$ s, a velocidade da partícula é, respectivamente, $v_1 = 0$ e $v_2 = 3$ m/s. No intervalo de tempo $(t_2 - t_1)$, determine o trabalho da força $\vec{F}$.

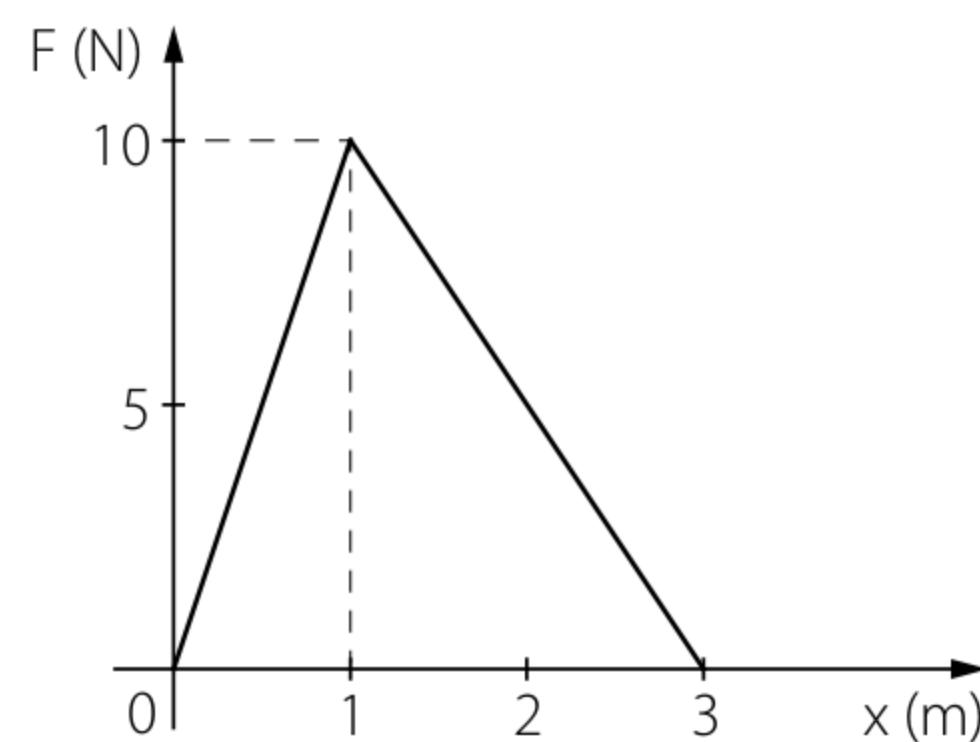
27 Um corpo de massa $m = 10$ kg é arremessado horizontalmente sobre o tampo horizontal de uma mesa. Ele iniciou seu movimento com velocidade $v_0 = 10$ m/s e abandona a mesa com velocidade $v = 5$ m/s. Determine o trabalho da força de atrito que age no corpo.

28 Partindo das considerações sobre trabalho e energia cinética, mostre que a distância mínima necessária para deter um carro de massa m e que se move com velocidade v é dada por $v^2/(2\mu_c g)$, onde μ_c é o coeficiente de atrito cinético entre os pneus e a estrada.

29 A resultante das forças que atuam em uma partícula de 0,10 kg de massa, inicialmente em repouso, é representada, em função do deslocamento, pelo gráfico abaixo. Se para $t = 0$ a velocidade da partícula fosse igual a 0, determine, ao fim de 20 m, a sua velocidade.



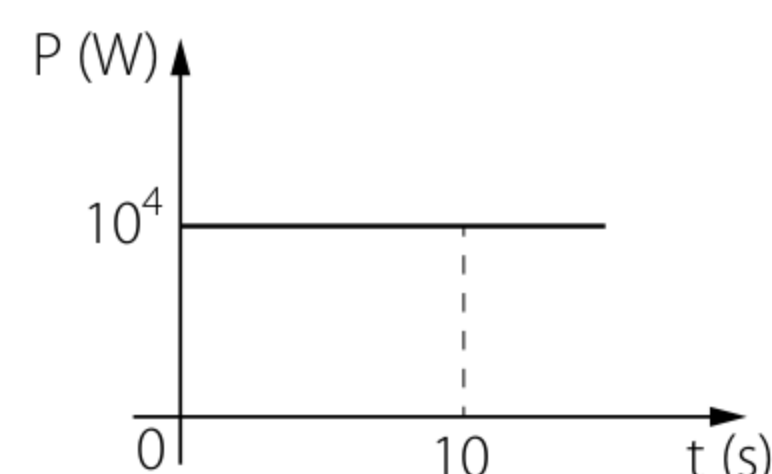
30 Um móvel de massa $m = 2$ kg desloca-se ao longo de um eixo Ox, situado num plano horizontal perfeitamente liso. Sabe-se que, quando o móvel passa pela origem, a sua velocidade é $v_0 = \sqrt{10}$ m/s. O móvel está sujeito a uma força paralela ao eixo Ox, cuja intensidade varia conforme o gráfico abaixo.



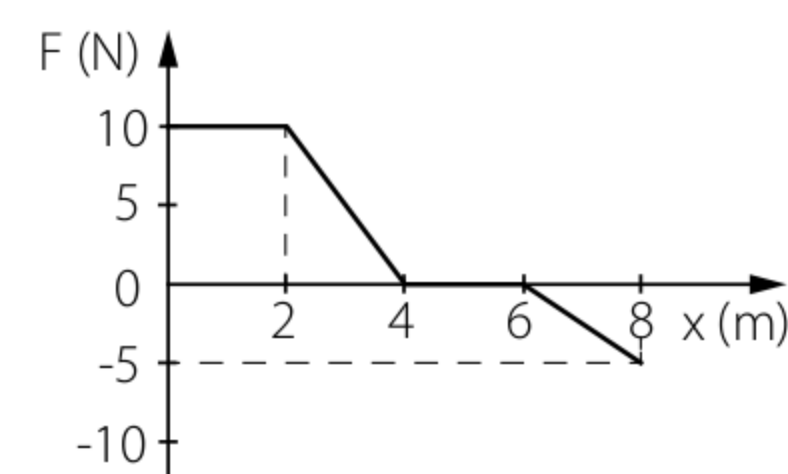
Determine:

- o trabalho realizado pela força quando o corpo se desloca de $x = 0$ até $x = 3$ m.
- a velocidade do móvel no fim deste percurso.

31 A potência útil, desenvolvida por um automóvel de massa igual a 10^3 kg, varia com o tempo conforme o diagrama a seguir. Se a velocidade do automóvel é $v_0 = 20$ m/s para $t = 0$, qual será sua velocidade v para $t = 10,0$ s?



32 Um bloco de 4,0 kg move-se em linha reta sobre uma superfície horizontal sem atrito, sob a influência de uma força que varia em função da posição de acordo com o gráfico indicado na figura.



- Calcule o trabalho realizado pela força quando o bloco parte da origem e atinge a posição $x = 8,0$ m.
- Se a velocidade da partícula ao passar pela origem era de 1,0 m/s, calcule o módulo da velocidade da partícula quando ela passar pelo ponto $x = 6,0$ m.

33 Um corpo de 0,50 kg, colocado sobre uma mesa horizontal, é ligado a um fio que passa através de um orifício da mesa, no centro do círculo, ao longo do qual o corpo se move com velocidade constante.

- Se o raio do círculo vale 4,0 m e se a velocidade vale 8,0 m/s, qual é a tração do fio?
- Reduzindo-se o raio do fio para 3,0 m, a tração fica multiplicada por 4. Calcule o trabalho realizado pelo fio durante a redução do raio.

34 Um atleta possui a metade da energia cinética de um garoto que possui metade da massa do atleta. O atleta aumenta sua velocidade de 2,0 m/s, passando a ter o dobro da energia cinética do garoto. Calcule:

- a velocidade inicial do garoto e do atleta.
- a variação da energia cinética do atleta e o trabalho realizado por seus músculos.

35 Um projétil de 50 g possui velocidade inicial de 500 m/s. O projétil perfura um bloco de madeira e penetra 12,5 cm antes de parar. Calcule a força média exercida pelo projétil sobre o bloco de madeira.

36 Um projétil penetra em uma tábua de 5 cm de espessura com velocidade de 800 m/s e sai, depois de atravessá-la, com velocidade de 400 m/s. Determine a maior espessura da tábua da mesma qualidade que o projétil poderia atravessar.

37 Um corpo é arrastado sobre uma superfície horizontal por uma força constante, de intensidade igual a 10 N, que faz com a horizontal um ângulo de 60° . Se, durante a ação da força, o corpo se deslocou de 4 m e sua energia cinética variou de 12 J, qual será a intensidade da força média de atrito que a superfície exerceu sobre o corpo?

38 Um bloco de gelo de massa igual a 30 kg desliza sobre um plano inclinado de comprimento igual a 2,5 m e de altura igual a 1,5 m. Uma força empurra o bloco de gelo para cima, paralelamente ao plano inclinado, de tal modo que ele desce com velocidade constante. O coeficiente de atrito entre o gelo e o plano vale 0,1. Determine:

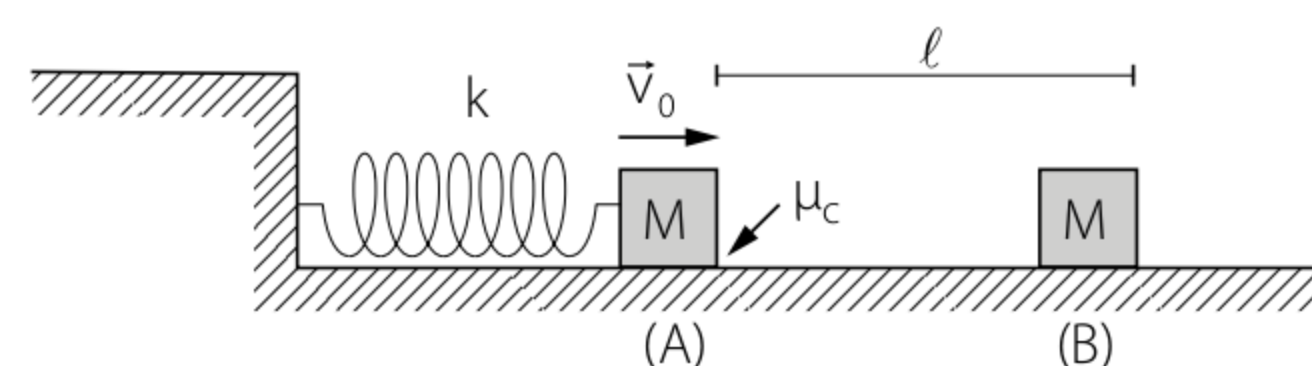
- o módulo da força exercida pelo homem.
- o trabalho realizado pelo homem sobre o bloco.
- o trabalho realizado pela força da gravidade sobre o bloco.
- o trabalho realizado pelo atrito sobre o bloco.
- o trabalho realizado pela força resultante sobre o bloco.
- a variação da energia cinética.

39 Um automóvel de massa m e velocidade inicial v_0 é acelerado utilizando a potência máxima P_M do motor durante um intervalo de tempo T . Calcule a velocidade do automóvel ao fim desse intervalo.

40 Uma locomotiva possui uma potência máxima de $1,5 \cdot 10^6$ W. Ela acelera um trem da velocidade de 0,5 m/s até atingir 2 m/s, com potência máxima, num tempo de 30 s.

- Desprezando a força de atrito, calcule a massa do trem.
- Ache a velocidade do trem, em função do tempo, durante o intervalo dado.

41 Considere a figura. O bloco de massa M possui velocidade inicial v_0 dirigida da esquerda para a direita e a sua posição inicial A é tal que a mola não exerce nenhuma força sobre ele, isto é, a mola não está comprimida nem esticada. O bloco, preso à mola, percorre uma distância ℓ para a direita, antes de parar na posição B. A constante da mola é k e o coeficiente de atrito cinético entre a mesa e o bloco vale μ_c .



Determine para o deslocamento ℓ da massa M :

- o trabalho realizado pela força de atrito.
- o trabalho realizado pela força elástica da mola.
- o trabalho realizado pelo peso do bloco.
- o trabalho realizado pela reação normal da mesa sobre o bloco.
- o trabalho total realizado sobre o bloco.
- a distância ℓ em função das grandezas pertinentes usando o teorema que relaciona o trabalho com a energia cinética.

42 Uma partícula de massa $m = 1$ kg, lançada sobre um trilho retilíneo com velocidade de 3 m/s, está sujeita a uma força $F(x) = -a - bx$, onde $a = 4$ N, $b = 1$ N/m e x é o deslocamento, em metros, a partir da posição inicial.

- Em que pontos do trilho a velocidade da partícula se anula?
- Qual é a velocidade da partícula entre esses pontos?
- A que tipo de lei de forças corresponde $F(x)$?

Conservação de energia

43 Mostre que, para uma dada velocidade escalar inicial v_0 , a velocidade escalar v de um projétil será a mesma em todos os pontos de mesma altura, qualquer que seja o ângulo de lançamento.

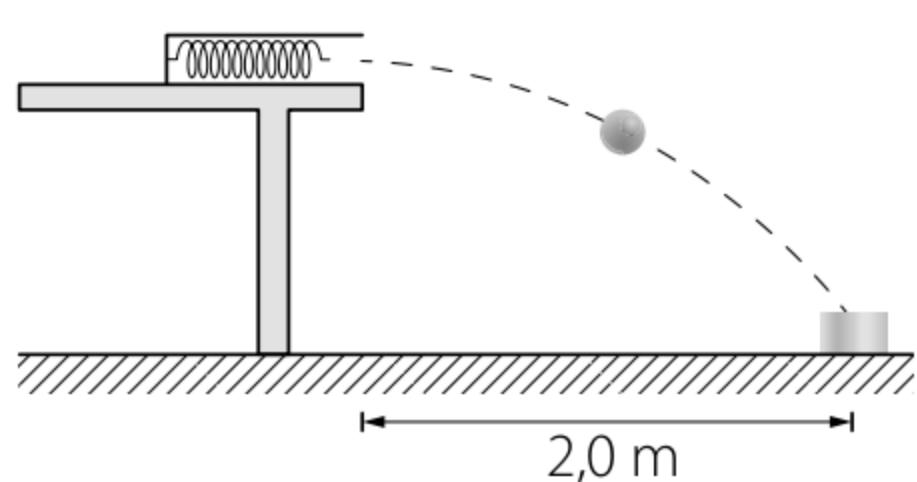
44 Uma pequena bola de aço com 1 kg de massa está ligada à extremidade de um fio de 1 m de comprimento, girando num círculo vertical cujo centro é a outra extremidade do fio, com uma velocidade angular constante de 120 rad/s.

- Calcule sua energia cinética.
- Se, em lugar da velocidade angular, for a energia total que permanecer constante, qual será a variação da energia cinética e da velocidade angular entre o topo e a parte mais baixa do círculo? Suponha que o valor dado para a velocidade angular seja aquele para o topo do círculo.

45 Um pêndulo é afastado da vertical de um ângulo de 60° e solto em repouso. Para que ângulo vertical sua velocidade será a metade da velocidade máxima atingida pelo pêndulo?

46 Uma mola, sobre uma mesa horizontal lisa, tem comprimento natural de 20 cm. Para comprimir a mola de 1 cm, é necessária uma força de 30 N. Determine a velocidade v que a mola pode comunicar a uma esfera de massa 0,3 kg, quando comprimida de 10 cm.

47 Duas crianças estão brincando com um jogo no qual elas tentam atirar bolas de gude dentro de uma pequena caixa no chão. Elas usam um brinquedo que lança as bolas de gude pela descompressão de uma mola e que é colocada horizontalmente sobre uma mesa sem atrito. A primeira criança comprime a mola 9 mm e a bola cai 20 cm antes do alvo, que está a 2,0 m horizontalmente da borda da mesa. A que distância deve a segunda criança comprimir a mola de modo que a bola atinja o interior do alvo?

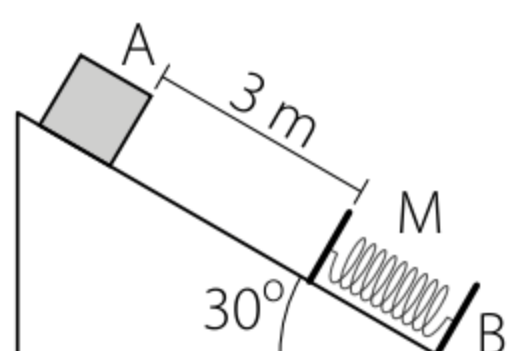


48 Para uma certa mola, $k = 2500 \text{ N/m}$. Um bloco de 5,0 kg cai sobre esta mola de uma altura $h = 48 \text{ cm}$. Desprezando o atrito, ache a deformação máxima produzida pela mola.

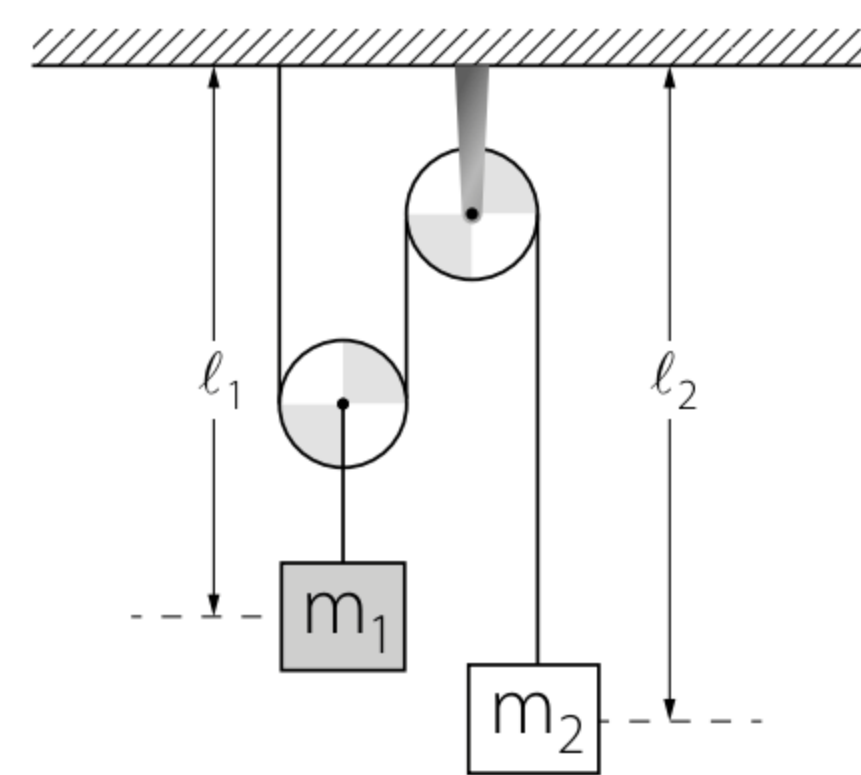
49 Uma balança de mola é calibrada de tal forma que o prato desce de 1 cm quando uma massa de 0,2 kg está em equilíbrio sobre ele. Uma bola de 0,5 kg de massa fresca de pão, guardada numa prateleira 1 m acima do prato da balança, escorrega da prateleira e cai sobre ele. Não levando em conta as massas do prato e da mola, de quanto desce o prato da balança?

50 Um objeto está preso a uma mola vertical e é vagarosamente baixado até a posição de equilíbrio, o que distende a mola de um comprimento d . Se o mesmo objeto for preso à mesma mola vertical, mas solto bruscamente, qual o comprimento máximo de distensão que a mola atinge?

51 O corpo A na figura tem uma massa de 0,5 kg. Partindo do repouso, ele desliza 3 m sobre um plano sem atrito, que forma um ângulo de 30° com a horizontal, até atingir a mola M, cuja extremidade B está fixa ao outro extremo do plano. A constante da mola é $k = 50 \text{ N/m}$. Calcule a deformação máxima da mola.

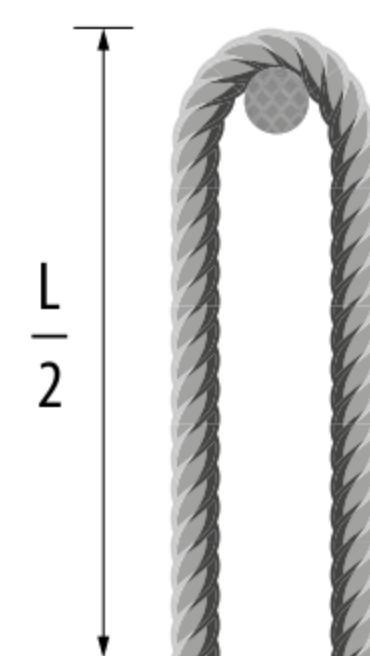


52 No sistema da figura, onde as polias e os fios têm massas desprezíveis, $m_1 = 1 \text{ kg}$ e $m_2 = 2 \text{ kg}$.

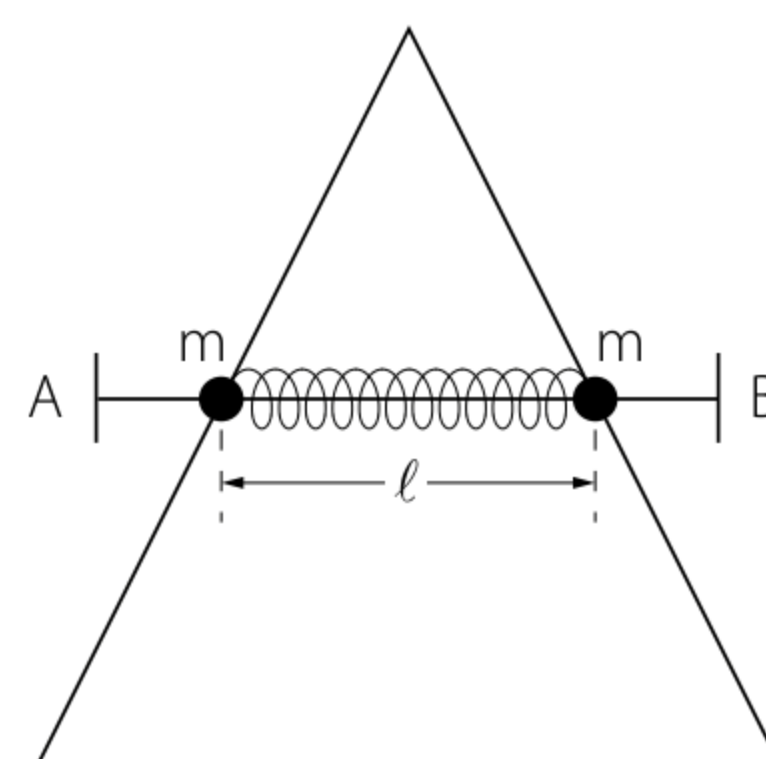


- O sistema é solto com velocidade nula quando as distâncias ao teto são l_1 e l_2 . Usando conservação de energia, calcule as velocidades de m_1 e m_2 depois que m_2 desceu uma distância x_2 .
- Calcule, a partir daí, as acelerações a_1 e a_2 das duas massas.
- Verifique os resultados utilizando as leis de Newton.

53 Uma corda uniforme de massa M e comprimento L acha-se pendurada em um prego, conforme a figura. Devido a uma pequena perturbação, a corda começa a deslizar. Desprezando-se os atritos, determine a velocidade da corda no instante em que a massa abandona o prego.



54 Uma estrutura rígida triangular é construída com três hastes iguais e seu plano é vertical, com a base na horizontal. Nos dois outros lados estão enfiadas duas bolinhas idênticas de massa m , atravessadas por um arame rígido e leve AB, de modo que podem deslizar sobre as hastes com atrito desprezível, mantendo sempre o arame na horizontal. As duas bolinhas também estão ligadas por uma mola leve de constante elástica k e comprimento relaxado ℓ_0 .

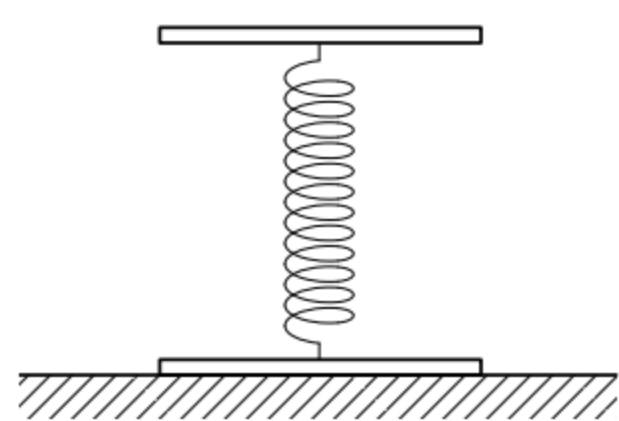


- a) Mostre que uma expressão para a energia potencial do sistema em função do comprimento ℓ da mola é:

$$U(\ell) = \frac{1}{2} k (\ell - \ell_0)^2 - mg \sqrt{3} \ell$$

- b) Para que valor de ℓ o sistema está em equilíbrio?
c) Se soltarmos o sistema na situação em que a mola está relaxada, qual é o menor e qual é o maior valor de ℓ no movimento subsequente?
d) Que tipo de movimento o sistema realiza no caso (c)?

55 Um sistema formado por duas lâminas delgadas de mesma massa m , presas por uma mola de constante elástica k e massa desprezível, encontra-se sobre a mesa horizontal.



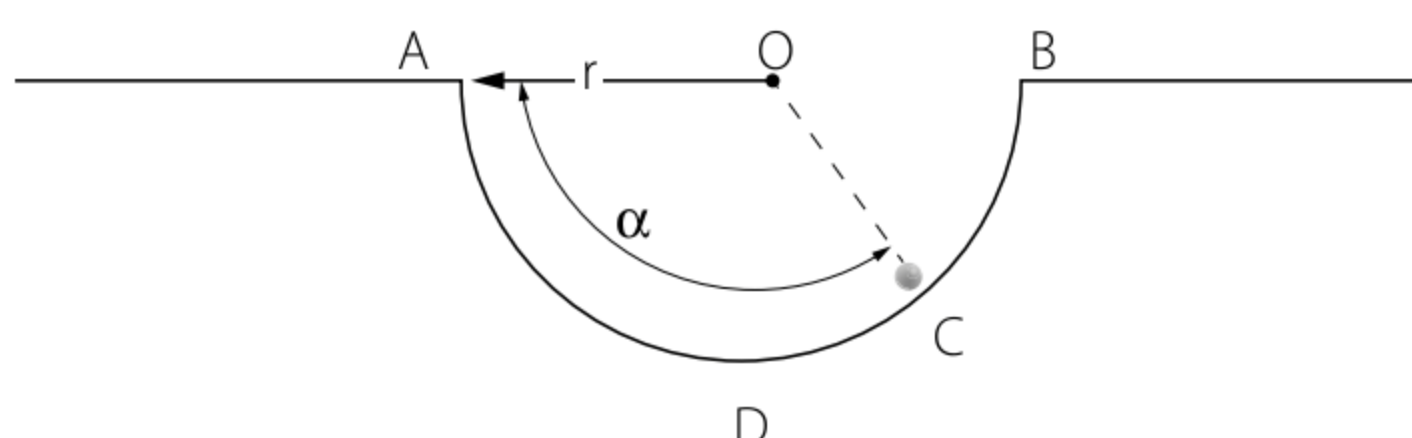
- a) De que distância d a mola está comprimida na posição de equilíbrio?
b) Comprime-se a lâmina superior, abaixando-a de uma distância adicional x a partir da posição de equilíbrio. De que distância ela subirá acima da posição de equilíbrio, supondo que a lâmina inferior permaneça em contato com a mesa?
c) Qual é o valor mínimo de x no item (b) para que a lâmina inferior salte da mesa?

Conservação de energia e a dinâmica do movimento circular

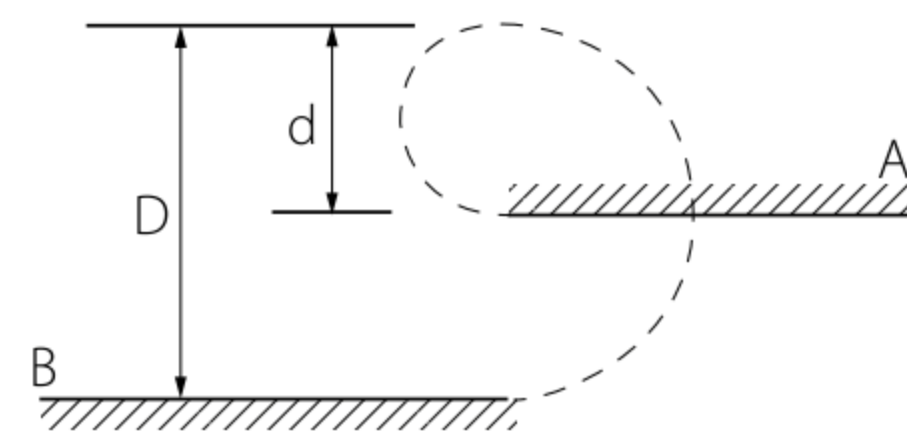
56 Uma haste leve e rígida, de comprimento ℓ , tem uma massa m ligada à sua extremidade, formando um pêndulo simples. Ela é invertida e, a seguir, largada.

- a) Determine, para o ponto mais baixo, a velocidade v e a tração T na suspensão.
b) O mesmo pêndulo é, a seguir, colocado em posição horizontal e abandonado. A que ângulo da vertical a tração na suspensão será igual, em módulo, ao peso da massa?

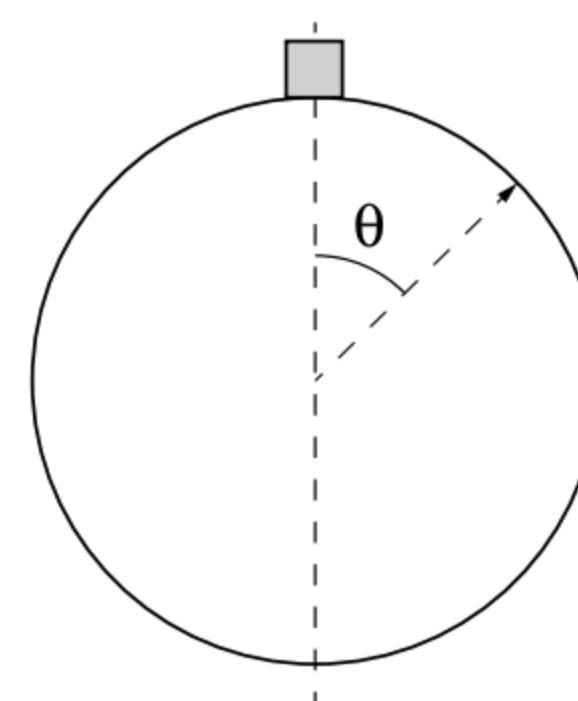
57 Uma pequena bola de massa m , inicialmente em A, desliza sobre uma superfície circular ADB sem atrito, conforme a figura. Demonstre que, quando a bola está no ponto C, a velocidade angular e a força exercida pela superfície são $\omega = \sqrt{(2g \cdot \sin \alpha)/r}$ e $F = 3mg \cdot \sin \alpha$.



58 O trilho mostrado na figura é composto de dois semi-círculos de diâmetros D e d . Desprezando atritos e sendo g a aceleração da gravidade, determine a mínima velocidade que uma massa pontual, saindo de A, deve ter para que possa percorrer o trilho inteiramente, atingindo B.



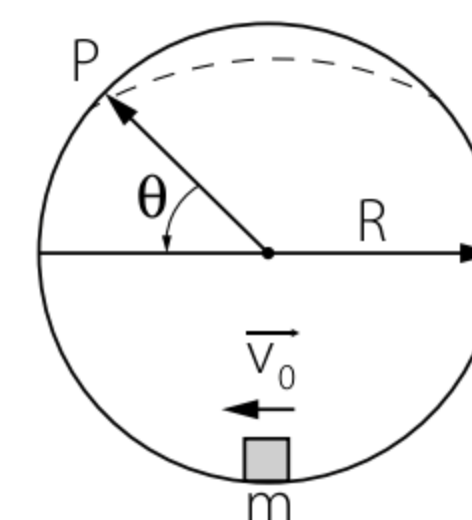
59 Uma massa puntiforme m parte do repouso e desliza sobre a superfície de uma esfera sem atrito, de raio r , como na figura. Meça os ângulos a partir da vertical e a energia potencial a partir do topo.



Determine:

- a) a variação da energia potencial da massa com o ângulo.
b) a energia cinética como função do ângulo.
c) as acelerações radial e tangencial em função do ângulo.
d) o ângulo em que a massa abandona a esfera.

60 A partícula m , na figura, move-se em um círculo vertical de raio R dentro de um trilho. Não há atrito. Quando m está na posição mais baixa, sua velocidade é v_0 .



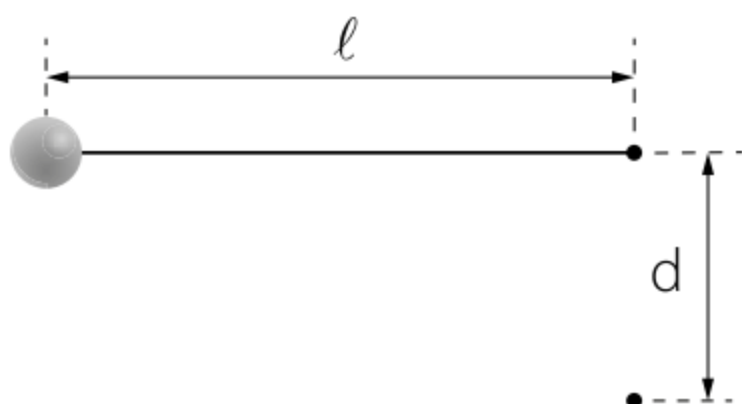
- a) Qual é o valor mínimo $v_{\min}$ de v_0 para o qual m percorrerá todo o trilho sem perder contato com ele?
b) Suponha v_0 igual a $\sqrt{0,6} \cdot v_{\min}$. A partícula subirá pelo trilho até o ponto P, no qual ela perderá contato com o trilho e percorrerá uma trajetória representada aproximadamente pela linha interrompida. Ache a posição angular θ do ponto P.

61 Ao redor de um eixo horizontal O pode girar livremente uma alavanca de massa desprezível, cujos braços são 2ℓ e ℓ . Nos extremos da alavanca têm-se duas massas $4m$ e $9m$. Determine a velocidade da massa $9m$ no ponto inferior, se inicialmente a alavanca se encontra em repouso na posição horizontal.

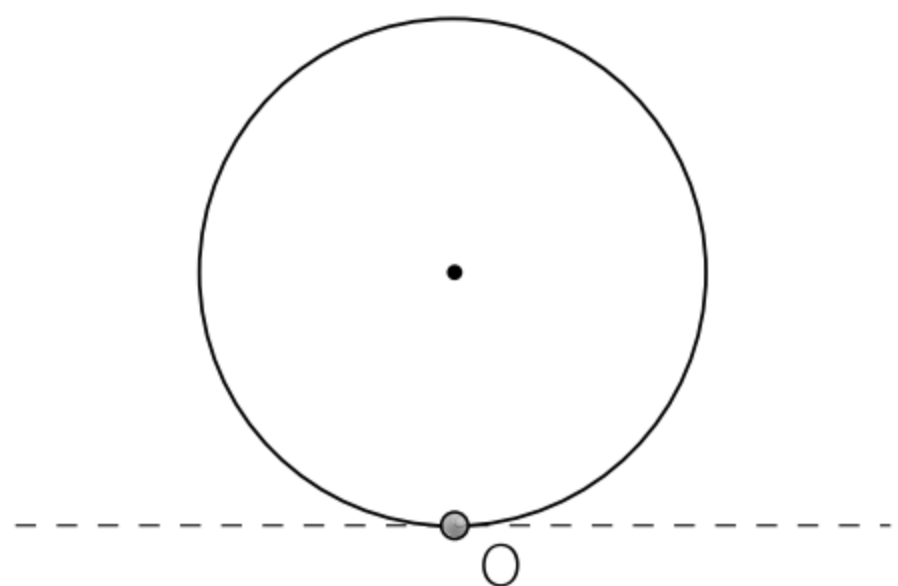


- A $\sqrt{\frac{2g\ell}{13}}$ C $\frac{\sqrt{2g\ell}}{5}$ E $\frac{2\sqrt{g\ell}}{5}$
 B $\sqrt{\frac{2g\ell}{5}}$ D $\sqrt{\frac{10g\ell}{13}}$

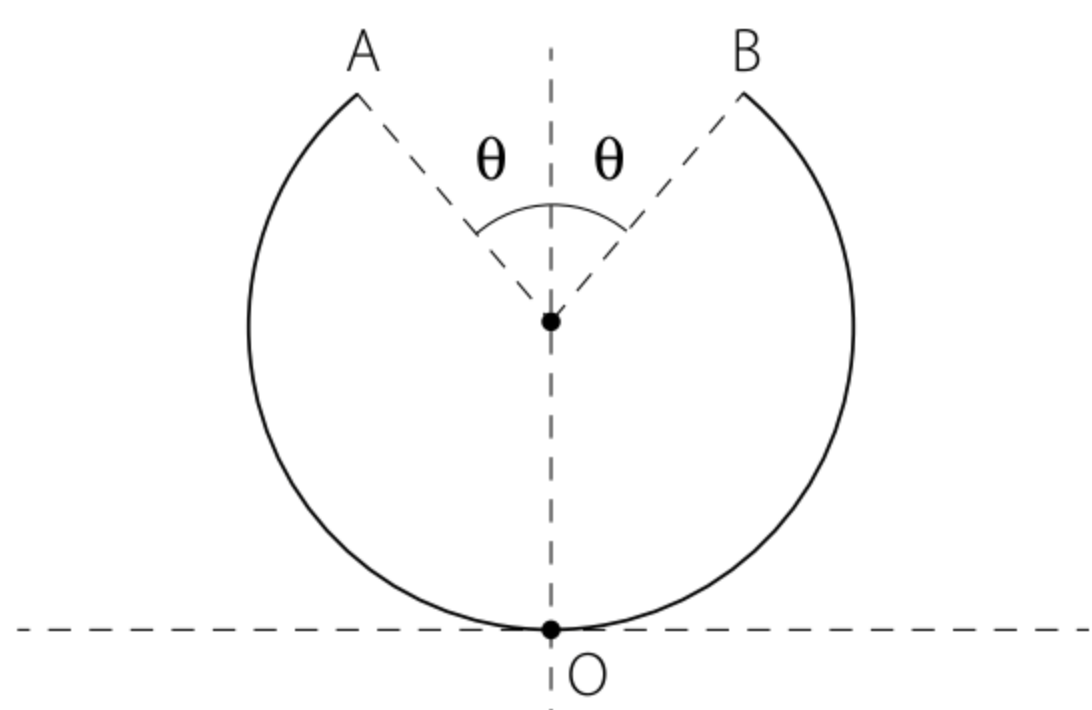
62 Um fio de comprimento ℓ é solto a partir do repouso, como mostra a figura. Há um prego situado a uma distância d abaixo do ponto onde o fio é preso. Determine o menor valor de d para o qual o fio, após chegar ao ponto mais baixo da trajetória, consegue dar uma volta completa em torno do prego.



63 Um arame é dobrado em forma de arco com raio R . No arame foi colocada uma conta, que pode movimentar-se ao longo do arame sem fricção. No momento inicial a conta encontra-se no ponto O.

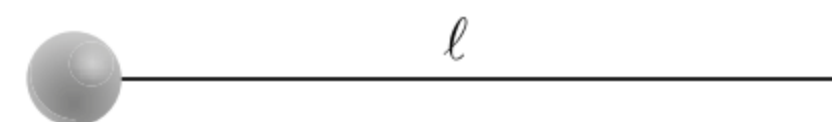


- a) Que velocidade inicial v_0 é necessário transmitir à conta, a fim de que a mesma atinja o ponto mais alto do arco sofrendo a ação de uma normal para fora de módulo igual à metade do peso?
 b) Lançando a conta do ponto O com velocidade igual a $\sqrt{5Rg}$, que ângulo central θ devemos cortar no aro, de modo que a conta, a partir de A, percorra uma trajetória no ar e volte a cair em B?



- A 60° C 30° E $\arccos(1/3)$
 B 45° D $\arccos(2/3)$

64 Suponha que o fio da figura seja muito elástico, digamos de borracha, e que, no momento em que a bola de massa m é largada, tenha comprimento igual a ℓ , sem distensão.



- a) Explique por que você esperaria que a bola atingisse um ponto a uma distância superior a ℓ abaixo do ponto de suspensão.
 b) Mostre, empregando considerações dinâmicas e de energia, que, se $\Delta\ell$ é pequeno comparado a ℓ , o fio esticará por um valor $\Delta\ell = 3mg/k$ quando a bola passar pelo ponto mais baixo da trajetória, onde k é a constante elástica do fio. Note que, quanto maior for k , menor será $\Delta\ell$ e melhor será a aproximação $\Delta\ell \ll \ell$.
 c) Mostre que, sob tais circunstâncias, a velocidade da bola no ponto mais baixo é $v = \sqrt{2g(\ell - 3mg/2k)}$, inferior à que teria um fio sem elasticidade ($k = \infty$).

Variação de energia mecânica e forças não conservativas

65 Uma bola de pingue-pongue (massa $2,5$ g), caindo de uma grande altura, percorre os últimos 10 m de sua queda com velocidade uniforme de 10 m/s. Neste último trecho, determine a quantidade de energia transformada em energia térmica, expressa em joules.

66 Uma bola de $0,5$ kg, que é lançada verticalmente para cima com uma velocidade inicial de 20 m/s, atinge uma altitude de 15 m. Calcule a perda de energia devido à resistência do ar.

67 Um corpo de $10,0$ kg cai, a partir do repouso, de uma altura de 100 m e chega ao solo com uma velocidade de 40 m/s. São praticamente constantes a aceleração da gravidade ($g = 10$ m/s²) e a força de resistência que o ar exerce no corpo. Estime o trabalho, em joules, executado pela força de resistência do ar.

68 Um trenó com 20 kg de massa desliza de uma colina partindo de uma altitude de 20 m. O trenó parte do repouso e tem uma velocidade de 16 m/s quando atinge o fim da encosta. Calcule a perda de energia devida ao atrito.

69 Um menino solta uma bola de gude de um apartamento a uma altura h do solo. A bola, logo após chocar-se contra o solo, retorna com uma velocidade 20% inferior à que tinha imediatamente antes do choque. Determine a altura máxima atingida pela bola.

70 Um projétil possui massa igual a 10 kg. O projétil é lançado verticalmente de baixo para cima com velocidade de 400 m/s. A resistência do ar produz a dissipação de uma quantidade de energia igual a $6 \cdot 10^3$ J.

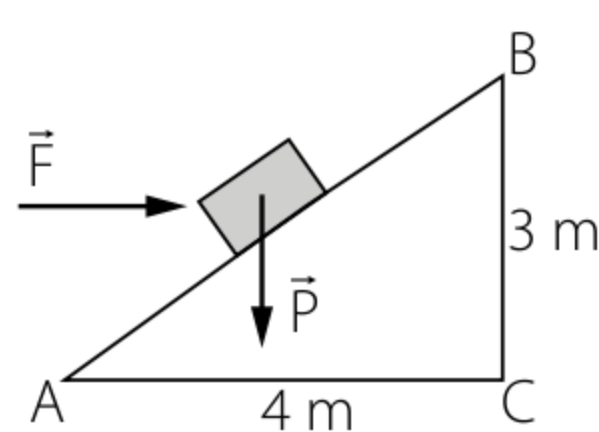
- Calcule a altura máxima que seria atingida pelo projétil desprezando a resistência do ar.
- Ache a altura que seria atingida pelo projétil supondo a dissipação mencionada.
- Supondo que, na descida do projétil, o ar produza a mesma dissipação de energia, qual seria a velocidade do projétil ao retornar ao solo?

71 Uma partícula desce, deslizando sobre um plano inclinado de 60° com a horizontal. Sabendo que o coeficiente de atrito entre a partícula e o plano vale $1/3$, determine a razão entre a energia dissipada no deslizamento e a energia mecânica total que possuía ao iniciar o movimento, tomando a energia potencial nula na base do plano.

72 Um corpo de massa m parte do repouso, descendo um plano inclinado de comprimento ℓ e que forma um ângulo θ com a horizontal.

- Sendo μ o coeficiente de atrito, determine a velocidade do corpo na base do plano.
- Que distância d ele percorre em uma superfície horizontal semelhante, depois de atingir a base do declive?

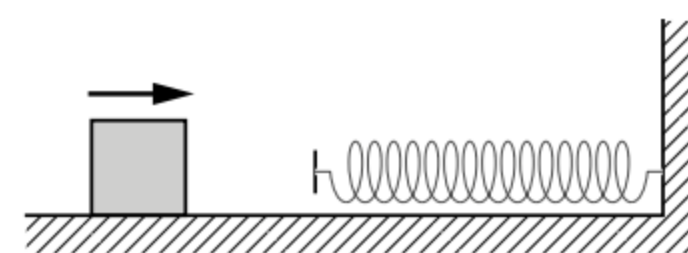
73 Na figura, o bloco tem peso de 20 N e a força $\vec{F}$ aplicada é horizontal e vale 25 N. O plano inclinado é suposto liso. Se o bloco é deslocado, a partir do repouso, de A para B, determine a energia cinética adquirida pelo corpo.



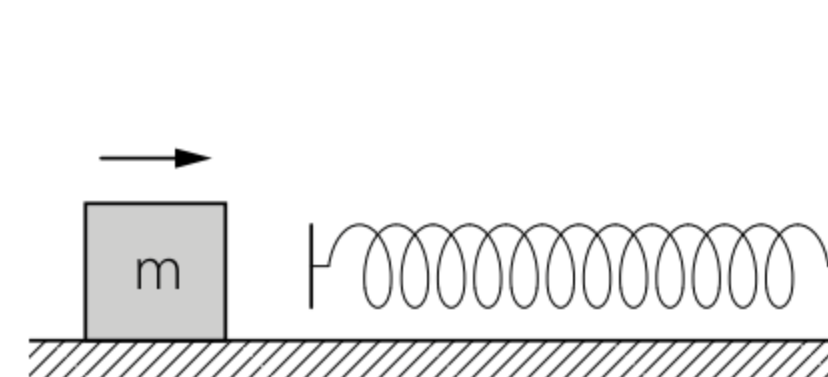
74 Um corpo de massa igual a 8 kg está apoiado num plano horizontal e em contato com a extremidade de uma mola horizontal de constante elástica igual a 10^3 N/m. A outra extremidade da mola está ligada a uma parede vertical. Quando o corpo é empurrado contra a parede, a mola é comprimida de 15 cm. Se depois de comprimido é abandonado, projeta-se horizontalmente pela ação da mola. A força de atrito entre o corpo e o plano é constante e igual a 15 N. Calcule:

- a velocidade do corpo no instante em que a mola retorna ao seu comprimento original.
- a distância percorrida pelo corpo até ficar em repouso novamente, supondo que a ação da mola cesse quando esta passa pelo seu comprimento natural.

75 Um bloco de 1,0 kg colide com uma mola horizontal sem massa, cuja constante elástica vale 2,0 N/m. O bloco comprime a mola 4,0 m a partir da posição de repouso. Supondo que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície horizontal seja 0,25, qual era a velocidade do bloco no momento da colisão?

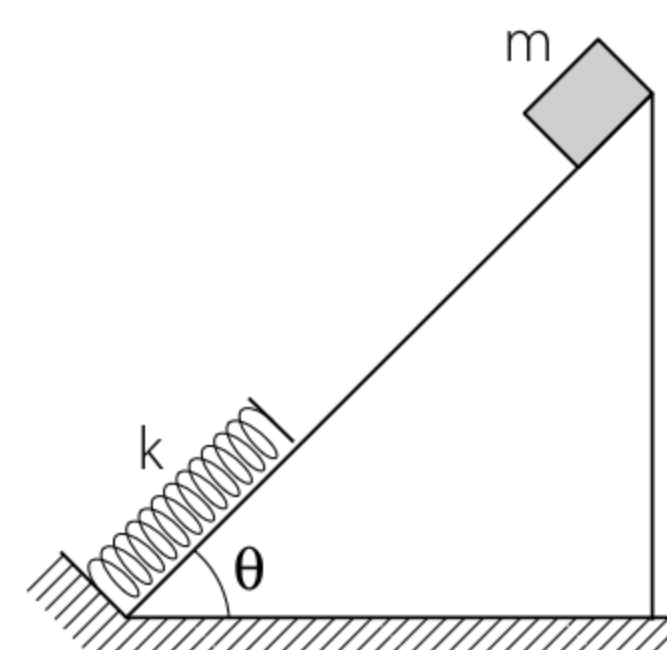


76 Um bloco de massa $m = 5$ kg, deslizando sobre uma mesa horizontal, com coeficientes de atrito cinético e estático 0,5 e 0,6, respectivamente, colide com uma mola de massa desprezível, de constante de mola $k = 220$ N/m, inicialmente na posição relaxada. O bloco atinge a mola com velocidade de 1,2 m/s.



- Qual a deformação máxima da mola?
- O que acontece depois que a mola atinge sua deformação máxima?
- Que fração da energia inicial é dissipada pelo atrito nesse processo?

77 Um bloco de massa $m = 10$ kg é solto em repouso do alto de um plano inclinado de θ em relação ao plano horizontal, onde $\sin \theta = 0,8$, com coeficiente de atrito cinético $\mu_c = 0,5$. O bloco desce o plano, colide com uma mola de constante $k = 800$ N/m, de massa desprezível, que se encontrava relaxada, comprime a mola até parar, percorrendo uma distância total de 2 m.

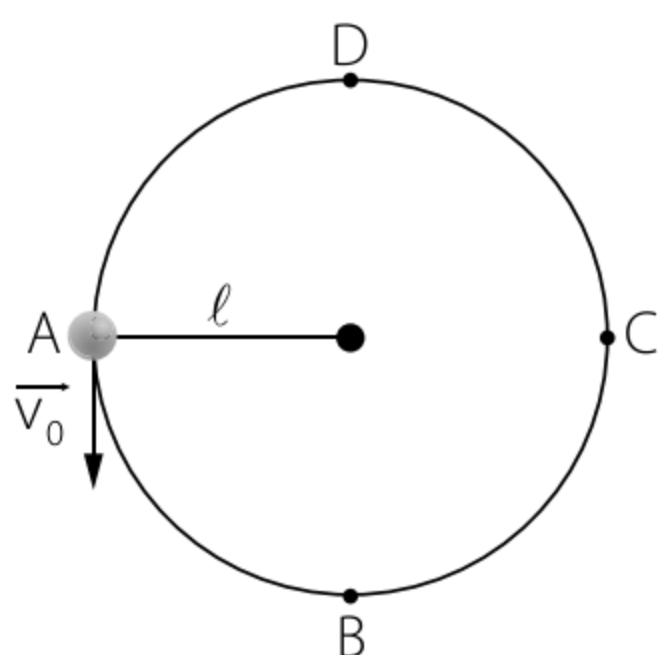


- Qual é a compressão sofrida pela mola?
- Qual é a energia dissipada pelo atrito durante o trajeto do bloco desde o alto do plano até a compressão máxima da mola? Que fração representa a variação total de energia potencial gravitacional durante o trajeto?
- Se o coeficiente de atrito estático com o plano é $\mu_c = 0,8$, o que acontece com o bloco logo após parar?

78 Um trem de massa m , partindo do repouso, percorre 300 m ao descer uma rampa de 1% de inclinação. Com o ímpeto assim adquirido, ele sobe uma encosta de 2% de inclinação e percorre 60 m até parar. Calcule a força de resistência ao movimento do trem, supondo-a constante.

Supondo que θ e ϕ são, respectivamente, os ângulos de inclinação dos dois planos, tem-se que $\text{tg } \theta = 0,01$ e $\text{tg } \phi = 0,02$.

79 Uma haste rígida, bem leve, cujo comprimento é ℓ , tem presa, em uma extremidade, uma bola de massa m . A outra extremidade é articulada em torno de um eixo, sem atrito, de tal modo que a bola percorre um círculo vertical. A bola parte de uma posição horizontal A, com velocidade inicial v_0 , para baixo. A bola chega ao ponto D e, em seguida, para.

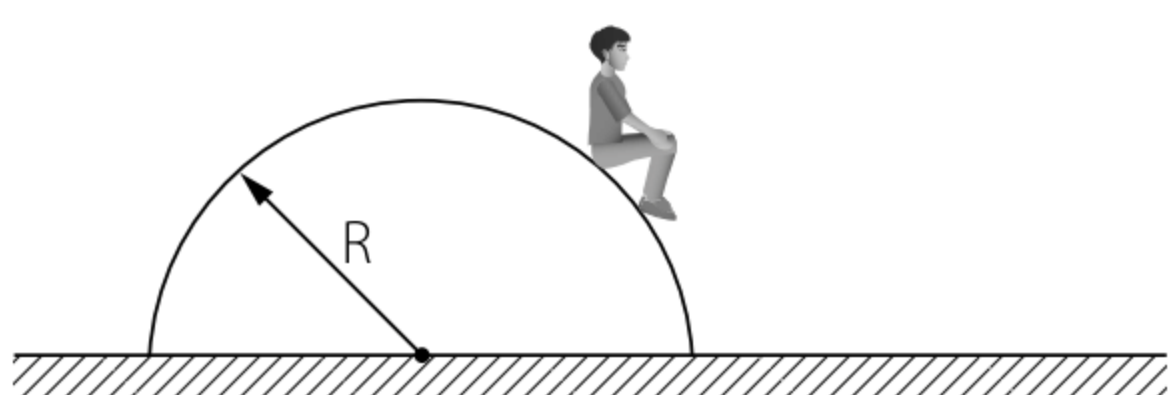


- Deduz uma expressão para v_0 em função de ℓ , m e g .
- Qual a tensão na haste quando a bola passa por B?
- Um pouco de areia é colocada sobre o eixo de articulação, após o que a bola chega até C e para, depois de ter partido de A com a mesma velocidade v_0 . Qual o trabalho realizado pelo atrito durante o movimento?
- Qual o trabalho total realizado pelo atrito antes de a bola parar em B, após oscilar repetidas vezes?

80 Uma corrente de massa m e comprimento ℓ está sobre uma mesa, ficando um quinto do seu comprimento pendurado pela borda. Calcule o trabalho necessário para puxar para cima da mesa a parte pendente:

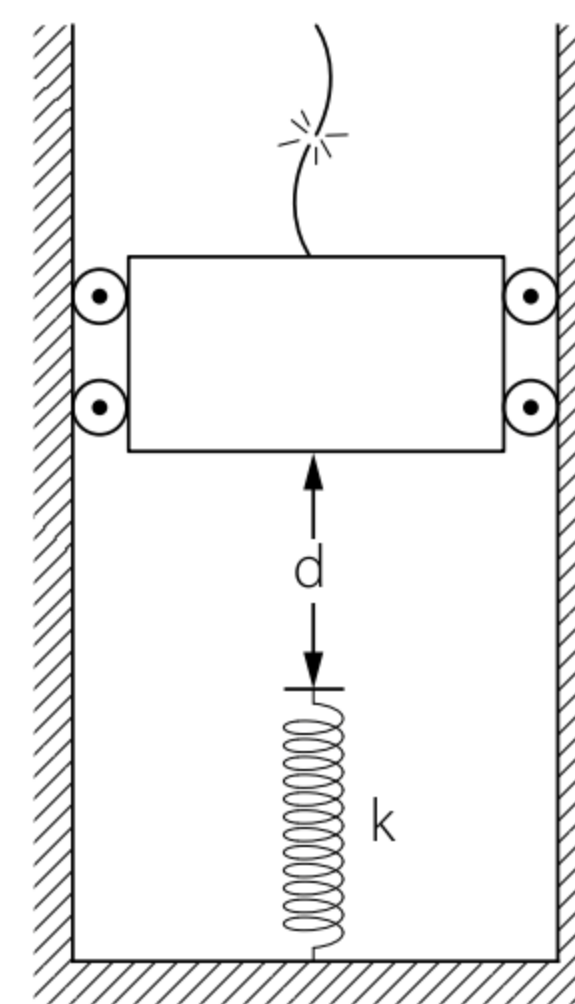
- quando a mesa é lisa e a corrente está inicialmente em repouso devido a uma força.
- quando a corrente está inicialmente em repouso devido ao atrito com a mesa e na iminência do movimento.

81 Considere a seção reta indicada na figura. Suponha que esta seção semicircular seja obtida pela interseção de um plano ortogonal a um iglu. Um menino estava sentado inicialmente no topo desta superfície semicilíndrica. O raio do cilindro é igual a R .



- Desprezando o atrito, calcule a altura em que o menino deixa a superfície ao escorregar sem velocidade inicial pela superfície lateral do iglu.
- Suponha agora que exista atrito entre o menino e a superfície. Calcule a altura em que ele abandona a superfície, sabendo que a energia dissipada pelo atrito é igual a um quinto da variação de energia cinética desde o topo até onde ele abandona a superfície.
- Calcule a que distância da parede do iglu o menino cai no caso do item (a).

82 O cabo de um elevador de $3,0 \cdot 10^3$ kg se rompe quando ele está parado no primeiro andar, de modo que o piso do elevador se encontra a uma distância $d = 3,6$ m acima do nível superior da mola indicada na figura. A constante desta mola amortecedora vale $k = 1,0 \cdot 10^6$ N/m. Um dispositivo de segurança aperta os trilhos que servem de guia ao elevador, de modo que surge uma força de atrito constante de $1,0 \cdot 10^4$ N que se opõe ao movimento do elevador e só atua com o elevador em movimento.



Determine:

- a distância máxima em que a mola é comprimida.
- a velocidade do elevador quando a mola retorna ao seu ponto de equilíbrio.
- a distância percorrida pelo elevador quando ele sobe após a ação da mola.
- usando o princípio da conservação da energia, a distância total aproximada que o elevador percorre até parar.

GABARITO

- 50 J
- 7 J
- $F = \frac{P}{2}$ e $W = Ph$
- $-\frac{4mgd}{5}$
- 12,6 kJ
 - 11,2 kJ

6. a) 2 m/s
b) 40 J
c) 14,4 J
7. 3 kW
8. R\$ 125 000,00 por kWh
9. a) 2.400 J
b) 20 W
10. 1 000 W
11. $\frac{2}{3} \cdot 10^6$ hp
12. a) $P = \frac{\rho V g h}{\Delta t}$

b) $4,8 \cdot 10^9$ W
13. a) 72 kJ
b) 2 W
14. 1 200 W
15. 120π W
16. 40 hp
17. 30 kW
18. a) $\frac{m \cdot v_f^2 \cdot t^2}{2t_f^2}$

b) $\frac{m \cdot v_f^2 \cdot t}{2t_f^2}$

c) 31,25 kW
19. A
20. a) 1 000 J
b) 200 W
21. a) $\frac{150}{7}$ m/s

b) 50 m/s
c) subindo: 26,03 m/s; descendo: 33,98 m/s
22. a) 10 000 W
b) 3 000 J
c) sim, 300 W
23. 0,018 J
24. 19,8%
25. 20 N
26. 45 J
27. -375 J
28. Demonstração
29. $20\sqrt{15}$ m/s
30. a) 15 J
b) 5 m/s
31. $10\sqrt{6}$ m/s
32. a) 25 J
b) 4 m/s
33. a) 8 N
b) 32 J
34. a) $v_G = 4$ m/s; $v_A = 2$ m/s
b) $\Delta E_C = W = 6m_A$
35. 50 kN

36. $\frac{20}{3}$ cm
37. 2 N
38. a) 156 N
b) -390 J
c) 450 J
d) -60 J
e) 0
f) 0
39. $v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2P_M T}{m}}$
40. a) $24 \cdot 10^6$ kg
b) $v = \sqrt{\frac{t+2}{8}}$
41. a) $-\mu_c Mg\ell$
b) $-\frac{k\ell^2}{2}$
c) 0
d) 0
e) $-\mu_c Mg\ell - \frac{k\ell^2}{2}$
f) $\frac{-\mu_c Mg + \sqrt{\mu_c^2 M^2 g^2 + kMv_0^2}}{k}$
42. a) $x = 1$ e $x = -9$
b) $v = \sqrt{9 - 8x - x^2}$
c) Forças conservativas
43. Demonstração
44. a) 7 200 J
b) $\Delta E_C = 20$ J; $\Delta \omega \cong 0,17$ rad/s
45. $\arccos(5/8)$
46. 10 m/s
47. 10 mm
48. 16 cm
49. 0,25 m
50. 2d
51. 0,6 m
52. a) $v_1 = \sqrt{\frac{gx_2}{3}}$; $v_2 = 2\sqrt{\frac{gx_2}{3}}$

b) $a_1 = \frac{g}{3}$; $a_2 = \frac{2g}{3}$

c) Demonstração
53. $\sqrt{\frac{gL}{2}}$
54. a) Demonstração
b) $\ell = \ell_0 + \frac{mg\sqrt{3}}{k}$
c) ℓ_0 e $\ell_0 + \frac{2mg\sqrt{3}}{k}$
d) MHS

55. a) $d = \frac{mg}{k}$
b) x
c) $2d$
56. a) $v = 2\sqrt{g\ell}$ e $T = 5\text{ mg}$
b) $\arccos(1/3)$
57. Demonstração
58. $v_{\text{máx}} = \sqrt{g\left(\frac{D}{2} + 2d\right)}$
59. a) $-mgr(1 - \cos\theta)$
b) $mgr(1 - \cos\theta)$
c) $a_r = 2g(1 - \cos\theta)$; $a_t = g \cdot \sin\theta$
d) $\arccos(2/3)$
60. a) $\sqrt{5gR}$
b) $\arcsen\left(\frac{1}{3}\right)$
61. C
62. $\frac{3\ell}{5}$
63. a) $3\sqrt{\frac{Rg}{2}}$
b) A
64. a) Como no ponto mais baixo a bola tem velocidade, então ela tem aceleração centrípeta. Para isso, é necessário haver uma força elástica sobre a bola para o centro, o que implica que o fio esteja esticado.
b) Demonstração
c) Demonstração
65. 0,25 J
66. 25 J
67. 2000 J
68. 1440 J
69. 0,64 h
70. a) 8 km
b) 7,94 km
c) $20\sqrt{394}\text{ m/s}$
71. $\frac{\sqrt{3}}{9}$
72. a) $\sqrt{2g\ell(\sin\theta - \mu \cdot \cos\theta)}$
b) $\frac{\ell(\sin\theta - \mu \cdot \cos\theta)}{\mu}$
73. 40 J
74. a) 1,5 m/s
b) 0,6 m
75. $2\sqrt{13}\text{ m/s}$
76. a) 0,1 m
b) O bloco permanece parado.
c) $\frac{25}{36}$
77. a) 0,5 m
b) 60 J; 37,5%
c) Volta a subir, pois, neste ponto, a força elástica ainda supera a soma da força de atrito e da componente do peso paralela ao plano.
78. $\frac{mg}{200}$
79. a) $v_0 = \sqrt{2g\ell}$
b) $5mg$
c) $-mg\ell$
d) $-2mg\ell$
80. a) $\frac{mg\ell}{50}$
b) $\frac{13mg\ell}{200}$
81. a) $\frac{2R}{3}$
b) $\frac{5R}{8}$
c) $\frac{(4\sqrt{23} + 5\sqrt{5} - 27)R}{27}$
82. a) 0,4 m
b) $\frac{8\sqrt{6}}{3}\text{ m/s}$
c) 1,6 m
d) 10,845 m

Movimento retilíneo uniforme

1 Dois trens, de 60 m e 90 m, caminham em vias paralelas, com movimento uniforme. Sabe-se que a passagem de um pelo outro dura 30 s e 6 s, respectivamente, quando caminham no mesmo sentido e em sentidos contrários. Determine a distância que separa o ponto onde se inicia do ponto onde termina a passagem de um pelo outro, nos dois casos (mesmo sentido e sentido contrário).

2 Quando dois automóveis se movem uniformemente em sentidos contrários sobre a mesma estrada retilínea, eles conseguem se aproximar de 9 m a cada décimo de segundo. Quando eles se deslocam no mesmo sentido com as mesmas velocidades originais, conseguem, a cada segundo, se aproximar de 10 m. Calcule as velocidades originais destes automóveis.

3 Três móveis percorrem com movimentos uniformes a mesma reta com velocidades respectivamente iguais a 4 m/s, 1 m/s e 6 m/s. Num dado instante os três encontram-se respectivamente a 2 m, 6 m e 18 m, além de um mesmo ponto do qual todos se afastam. Calcule a que distância da origem encontra-se o primeiro móvel no instante em que atinge uma posição equidistante dos outros dois.

4 Uma avenida reta é provida de linha dupla de bondes que se movimentam em ambos os sentidos com velocidades iguais e de valor absoluto v_1 (constante). Por um observador parado, passam bondes de 10 min em 10 min num dos sentidos e no outro também. Em seguida, o observador põe-se a caminhar pela avenida com velocidade também constante (v_2) em trajetória paralela aos trilhos. Determine o tempo decorrido entre os instantes em que por ele passam bondes consecutivos que caminham:

- a) no seu sentido.
- b) no sentido contrário.

5 Numa linha dupla que une duas estações, A e B, movimentam-se bondes em ambos os sentidos, com velocidades escalares constantes e iguais em valor absoluto, de forma que, de 15 em 15 minutos, em cada estação, cruzam-se dois bondes. Um observador passa por uma das estações e assiste ao cruzamento; segue com movimento uniforme uma trajetória paralela aos trilhos e chega à outra estação no instante em que 2 outros bondes se cruzam. Incluídos os 4 vistos nas estações, pelo observador passaram 22 bondes em todo o percurso AB, sendo 7 movimentando-se no mesmo sentido e 15 no sentido

contrário ao movimento do observador. Que tempo gasta cada bonde entre A e B?

6 Um barco a motor, que ia subindo um rio, encontrou uma balsa que se movia no sentido da corrente. Decorrida uma hora do encontro, o motor do barco parou. O conserto do motor durou 30 minutos e durante esse tempo o barco moveu-se livremente no sentido da corrente.

Depois do conserto, o barco começou a mover-se na direção da corrente, com a mesma velocidade relativa à água, e alcançou a balsa a uma distância $S = 7,5$ km, em relação ao primeiro encontro. Determinar a velocidade da corrente, considerando-a constante.

7 De Moscou a Pushkino, com um intervalo $t = 10$ min, saíram dois trens elétricos com velocidade $v = 30$ km/h. Com que velocidade u movia-se um trem em direção a Moscou, uma vez que encontrou os trens elétricos a um intervalo $t = 4$ min, um depois do outro?

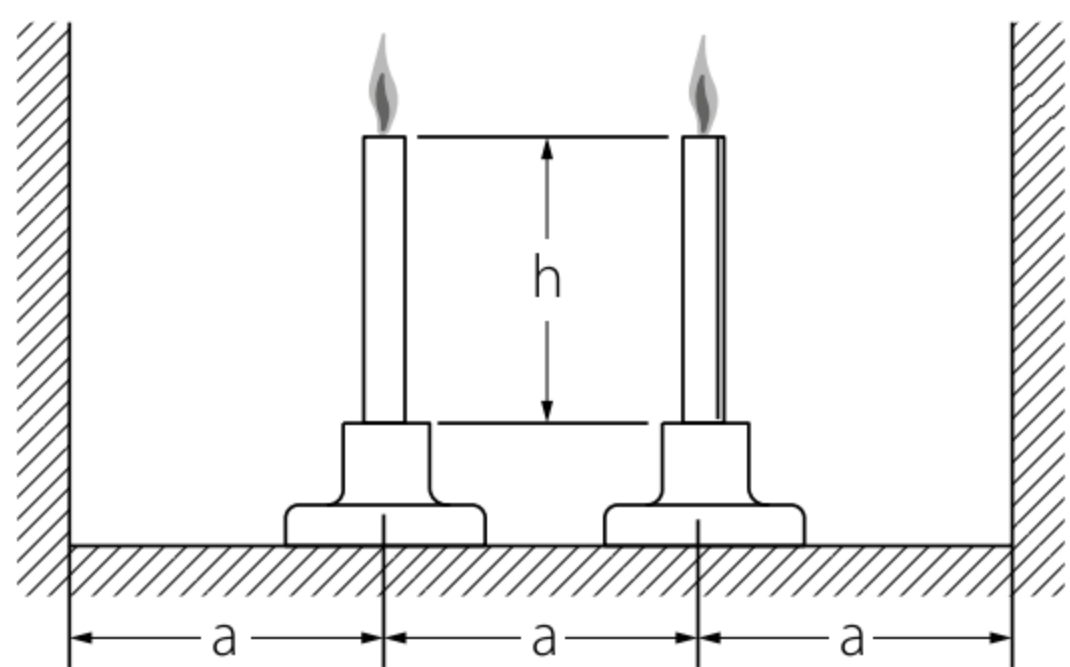
8 Um engenheiro trabalha numa fábrica que fica nos arredores da cidade. Diariamente, ao chegar à última estação ferroviária, um carro da fábrica transporta-o para o local de trabalho. Certa vez, o engenheiro chegou à estação uma hora antes do habitual e sem esperar o carro foi a pé até o local de trabalho. No caminho encontrou-se com o carro e chegou à fábrica 10 min antes do habitual. Quanto tempo caminhou o engenheiro antes de encontrar-se com o carro? Resolver o problema graficamente.

9 Três turistas, que possuem uma bicicleta, devem chegar ao centro turístico no menor espaço de tempo (o tempo conta-se até que o último turista chegue ao centro). A bicicleta pode transportar apenas duas pessoas e por isso o terceiro turista deve ir a pé. Um ciclista leva o segundo turista até um determinado ponto do caminho, de onde este continua a andar a pé e o ciclista regressa para transportar o terceiro. Encontrar a velocidade média dos turistas, sendo a velocidade do que vai a pé v_1 e a do ciclista v_2 .

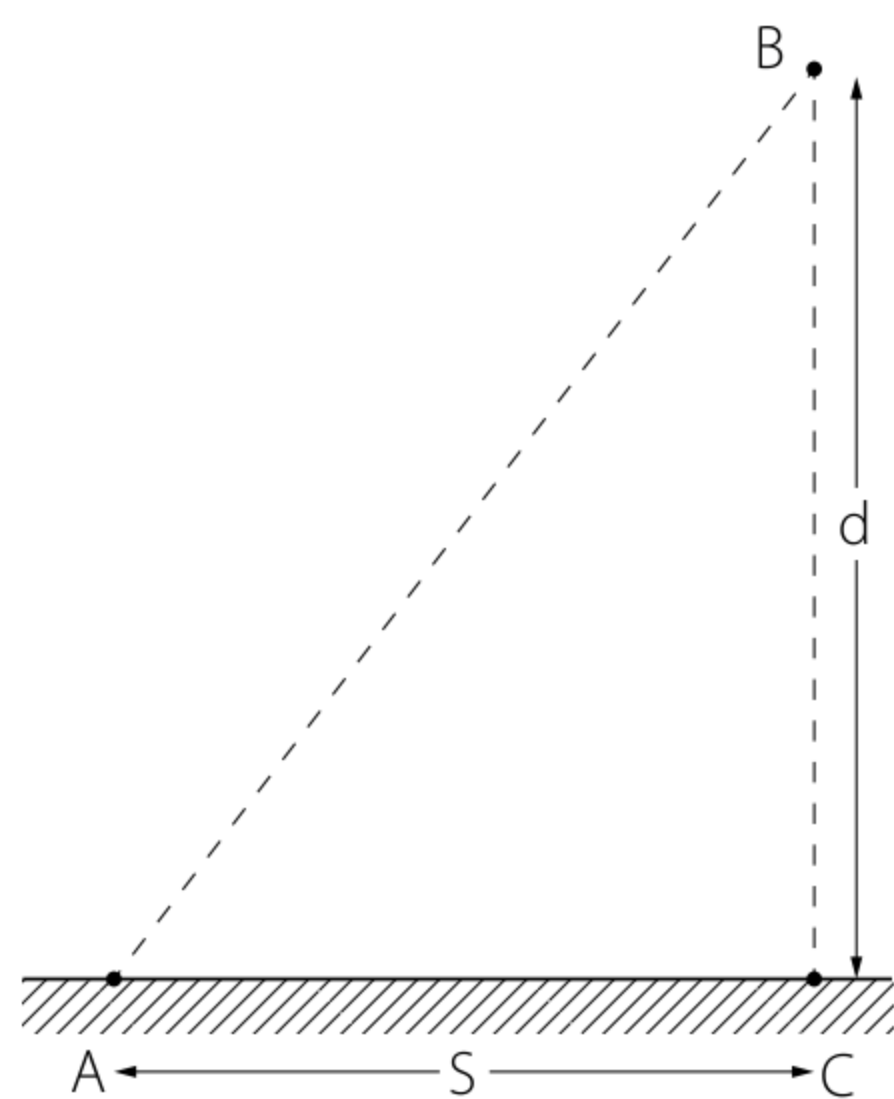
10 O correio entre dois pontos de embarque M e K é feito por duas lanchas. Em um tempo estabelecido, as lanchas saem de seus pontos de embarque, se encontram, trocam a correspondência e voltam. Se as duas lanchas saem de seus pontos de embarque simultaneamente, a lancha que sai do ponto M gasta no caminho em ambas as direções 3 horas, e a que sai do ponto K gasta 1,5 h. A velocidade de ambas as lanchas relativa à água é igual. Determine, graficamente, com que atraso deve sair a lancha do ponto M, em relação à que sai do ponto K, para que ambas as lanchas percorram o trajeto num mesmo tempo.

11 Utilizando as condições do problema anterior, determine: a velocidade dos barcos relativa à água, a velocidade da corrente e o ponto de encontro dos barcos no caso em que eles saíam de seus pontos de embarque simultaneamente. A distância entre os pontos de embarque é de 30 km.

12 Em um momento inicial duas velas eram iguais e tinham altura h , encontrando-se a uma distância a . A distância entre cada uma das velas e a parede mais próxima é também igual a a (figura). Com que velocidade movem-se as sombras das velas nas paredes, se uma vela queima durante o tempo t_1 e a outra durante t_2 ?



13 Um homem encontra-se na margem de um lago no ponto A. Ele deve chegar no período mais curto ao ponto B, que se encontra no lago (figura abaixo). A distância do ponto B à margem é $BC = d$ e a distância $AC = S$. A velocidade de movimento do homem na água é v_1 , e na margem v_2 ($v_2 > v_1$). De que modo deve mover-se o homem: nadar do ponto A pela reta AB ou correr na margem certa distância e depois nadar em direção ao ponto B?



Movimento retilíneo uniformemente variado

14 Um móvel parte do repouso com aceleração constante. Depois de certo tempo, nota-se que ele percorre 10 cm em 1 s e, no segundo seguinte, 20 cm. Calcule a distância percorrida pelo móvel antes deste intervalo de tempo.

15 Uma bola parte do repouso e rola em um plano inclinado, demorando 4 s para percorrer uma distância de 100 cm.

- Qual foi sua aceleração em cm/s^2 ?
- Quantos centímetros ela cairia verticalmente nesse mesmo tempo?

16 Um corpo parte do repouso e toma movimento retilíneo uniformemente acelerado. Sabe-se que percorre 100 m e 120 m em segundos sucessivos. Determine a aceleração do movimento e quanto tempo após o instante de partida estas distâncias foram percorridas.

17 O maquinista de um trem de passageiros viajando a 30 m/s avista um trem de carga a 200 m à frente, na mesma linha. O trem de carga está viajando no mesmo sentido com uma velocidade de 10 m/s. O maquinista do trem de passageiros imediatamente aplica os freios, causando uma desaceleração constante de 1 m/s^2 , enquanto o trem de carga continua com a mesma velocidade constante.

- Haverá colisão?
- Se existir, onde se dará?

18 Um trenó parte do repouso do pico de uma colina e desce com aceleração constante. O trenó está a 42 m do pico, 2 s depois de passar por um ponto A situado a 27,6 m do pico. Quatro segundos depois de passar por A está a 59,4 m do pico e 6 s depois de passar por A está a 79,8 m do pico.

- Qual a velocidade média do trenó durante cada intervalo de 2 s, depois de passar pelo ponto A?
- Qual sua aceleração?
- Qual sua velocidade quando passou pelo ponto A?
- Qual o tempo gasto para ir do pico ao ponto A?
- Qual a distância percorrida durante o primeiro segundo, após passar o ponto A?

19 Um motorista deseja ultrapassar um caminhão que viaja a 20 m/s. A aceleração máxima do carro a esta velocidade é de $0,5 \text{ m/s}^2$. Inicialmente, os dois veículos estão separados por uma distância de 31 m, e o automóvel volta à pista normal depois de estar 25 m à frente do caminhão. O comprimento do automóvel é de 5 m e o do caminhão 20 m. Determine:

- o tempo necessário para que o automóvel ultrapasse o caminhão.
- a distância que o carro percorre durante este tempo.
- a velocidade final do automóvel, supondo a sua aceleração constante.

20 Dois carros, A e B, movem-se no mesmo sentido com velocidades v_A e v_B , respectivamente. Quando o carro A está a distância d atrás de B, o motorista do carro A pisa no freio, o que causa uma desaceleração constante a . Demonstre que, para não haver colisão entre A e B, é necessário que $|v_A - v_B| < \sqrt{2ad}$.

- 21** Um trem parte do repouso e se desloca com aceleração constante. Num dado instante sua velocidade era de 10 m/s e 39 m adiante sua velocidade passa para 16 m/s. Calcule:
- a aceleração.
 - o tempo necessário para percorrer a distância de 39 m mencionada.
 - o tempo necessário para atingir a velocidade de 10 m/s.
 - a distância percorrida desde o repouso até atingir a velocidade de 10 m/s.

- 22** Uma flecha é atirada em linha reta, para cima, com velocidade inicial de 80 m/s. Se, ao atingir o solo, ela encrava 0,20 m, calcule:
- a aceleração (suposta constante) necessária para parar a flecha.
 - o tempo necessário para que ela pare. Despreze a resistência do ar durante o trajeto da flecha.

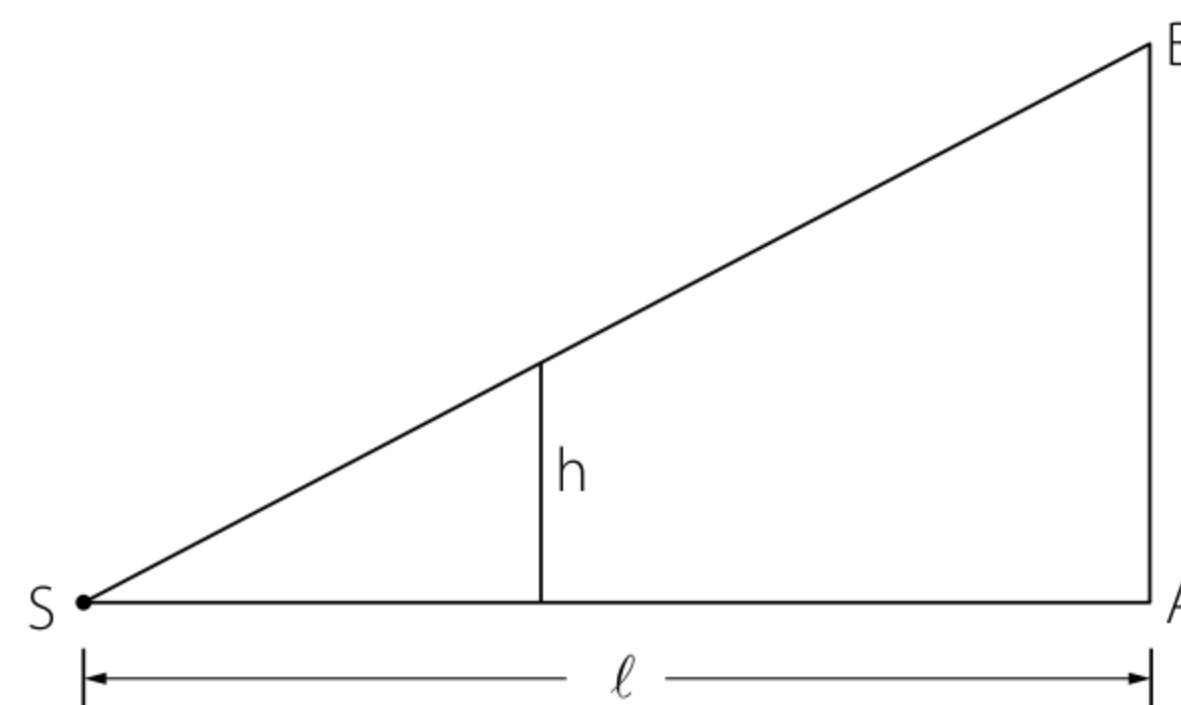
- 23** Uma bola rolando em um plano inclinado move-se com aceleração constante. Uma bola é solta do topo de um plano inclinado, de 18 m de comprimento, e atinge a base em 3 s. No mesmo instante em que a bola é solta, uma segunda bola é lançada de sua base, para cima, ao longo do plano, com certa velocidade inicial. A segunda bola vai até certo ponto do plano inclinado e volta para a base, chegando simultaneamente com a primeira.
- Encontre a aceleração das bolas no plano inclinado.
 - Qual deve ser a velocidade inicial da segunda bola?
 - Qual a distância que a segunda bola atinge antes de retornar?

- 24** Um carro percorre a linha Ox, a partir da origem, com movimento uniformemente acelerado. Nos instantes t_1 e t_2 , suas posições são x_1 e x_2 , respectivamente. Mostrar que a aceleração do carro é $a = 2(x_2 \cdot t_1 - x_1 \cdot t_2) / t_1 \cdot t_2 \cdot (t_2 - t_1)$.

- 25** Um manual de instrução para motorista estabelece que um automóvel com bons freios e viajando a 108 km/h pode parar a 81 m de distância do ponto onde o automóvel se encontrava no momento da aplicação dos freios. A distância correspondente a uma velocidade de 81 km/h é de 49,5 m. No cálculo destes espaços se leva em conta também o tempo de reação do motorista. Durante esse intervalo de tempo a aceleração é nula e o carro continua com velocidade constante. Suponha que tanto o tempo de reação quanto a desaceleração sejam iguais nos dois casos. Calcule:
- o tempo médio de reação do motorista.
 - a desaceleração.

- 26** Um homem, que se encontra na margem inclinada de um lago, puxa por uma corda um barco que se encontra na água. A velocidade com a qual o homem puxa a corda é constante e igual a v . Que velocidade terá o barco no momento em que o ângulo entre a corda e a superfície da água for igual a α ?

- 27** Uma fonte de luz pontual S encontra-se a uma distância ℓ de uma tela vertical AB. Da fonte à tela, pela reta AS, move-se progressivamente, com uma velocidade constante v , um objeto opaco de altura h . Determine a velocidade instantânea de deslocamento do extremo superior da sombra do objeto na tela.



- 28** Os pontos A e B distam entre si 4000 m. Em certo instante, passa por A, em direção a B, uma partícula com velocidade de 32 m/s e aceleração retardadora de $0,2 \text{ m/s}^2$. No mesmo instante passa por B, em direção a A, uma partícula com velocidade constante. Sabe-se que, durante o movimento, as partículas ultrapassam 2 vezes uma à outra viajando no mesmo sentido. Dentro de que limites se encontra a velocidade da segunda partícula?

- 29** Em uma laje elástica caem livremente esferas de aço. A primeira cai de uma altura $h_1 = 44 \text{ cm}$, a segunda, transcorridos t s depois da primeira, de uma altura $h_2 = 11 \text{ cm}$. Passado algum tempo, as velocidades das esferas possuem a mesma grandeza e direção. Determine o tempo t e o intervalo de tempo durante o qual a velocidade de ambas as esferas é igual. As esferas não se chocam entre si.

- 30** Três pontos A, B e C no momento inicial estão situados, na mesma reta horizontal, a iguais distâncias um do outro. O ponto A começa a mover-se verticalmente para cima com velocidade constante v , e o ponto C, sem velocidade inicial, verticalmente para baixo com aceleração constante a . Como deve-se mover o ponto B na direção vertical, para que os três pontos se encontrem o tempo todo numa mesma reta? Os pontos começam a se mover simultaneamente.

31 Dois automóveis saíram um ao encontro do outro, das cidades A e B, com iguais velocidades em grandeza e com as mesmas acelerações, iguais a a . A aceleração do automóvel que saiu de A estava o tempo todo dirigida a A e a do automóvel que saiu de B dirigida a B. Com que atraso saiu um destes automóveis, se um terceiro automóvel, que se movia o tempo todo com velocidade constante v_1 , presenciou ambos os encontros dos dois primeiros automóveis?

Movimento retilíneo uniformemente variado - Queda livre

32 Um objeto cai verticalmente. Passa por uma referência A com a velocidade de $1,0 \text{ m/s}$ e, em seguida, por outra referência B com velocidade de $9,0 \text{ m/s}$. Determine o valor da distância entre A e B. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

33 Uma pedra é abandonada, a partir do repouso, da janela do 12º andar de um edifício. No 10º andar, uma pessoa a vê passar decorrido um segundo após o instante de lançamento. Qual é aproximadamente a altura de cada andar? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

34 Lança-se verticalmente, de baixo para cima, um corpo com velocidade v_0 . Sabendo-se que a altura máxima atingida por ele é H , determine o intervalo de tempo decorrido e a velocidade do corpo no ponto médio da altura máxima.

35 Um foguete para pesquisas meteorológicas é lançado verticalmente para cima. O combustível, que lhe imprime uma aceleração de $1,5 g$ ($g = \text{aceleração da gravidade}$) durante o período de queima, esgota-se após $0,5 \text{ min}$.

- Qual seria a altitude máxima atingida pelo foguete, se pudessemos desprezar a resistência do ar?
- Com que velocidade, e depois de quanto tempo, ele voltaria a atingir o solo?

36 Deixa-se cair uma bola de pingue-pongue de uma altura de $1,80 \text{ m}$. Depois do impacto com o solo, a bola se reflete e sobe uma altura $h = 1,25 \text{ m}$. A bola permanece em contato com o chão durante um intervalo de tempo $\Delta t = 0,01 \text{ s}$. Calcule a aceleração média da bola durante o impacto com o solo.

37 Uma pedra cai de uma certa altura h e os últimos 200 m são percorridos em $4,0 \text{ s}$. Desprezando a resistência do ar e fazendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine o valor de h .

38 Deixa-se cair uma pedra do alto de um edifício. Neste instante outra pedra é lançada do mesmo ponto, verticalmente de cima para baixo, com velocidade inicial v_0 . Quando a primeira pedra atinge o solo, após cair durante um intervalo de tempo t , determine a altura da outra pedra.

39 Uma pedra é lançada verticalmente do ponto A, para cima, com velocidade inicial $v_0 = 20 \text{ m/s}$. No instante em que atinge o ponto mais alto de sua trajetória, lança-se uma segunda pedra do ponto A, verticalmente para cima, com a mesma velocidade inicial $v_0 = 20 \text{ m/s}$. A que distância do ponto A as duas pedras encontram-se? Considere a aceleração da gravidade aproximadamente igual a 10 m/s^2 .

40 Uma pedra cai de um balão que sobe com velocidade constante de 10 m/s . Se a pedra demora 10 s para atingir o solo, determine a altura em que estava o balão no instante em que iniciou a queda.

41 Um balão sobe verticalmente com movimento uniforme e, 4 s depois de abandonar o solo, seu piloto abandona uma pedra que atinge o solo 8 s após a partida do balão. Pede-se:

- a velocidade ascensional do balão.
- a altura em que foi abandonada a pedra.
- a altura em que se encontra o balão quando a pedra chega ao solo.

42 Uma bola é solta do terraço de um edifício e gasta $0,4 \text{ s}$ para passar uma janela de $2,8 \text{ m}$ de altura. Qual a distância da parte mais alta da janela ao terraço?

43 Uma bola é lançada verticalmente, para cima, de um ponto próximo à borda do terraço de um arranha-céu. Na descida, ela passa, rente ao edifício, por um ponto 50 m abaixo do ponto de partida, 5 s depois de ter sido lançada.

- Qual a velocidade inicial da bola?
- Que altura atingiu acima do ponto de lançamento?
- Quais o módulo e sentido da velocidade no ponto mais alto?
- Quais o módulo e sentido de sua aceleração no ponto mais alto?
- Qual o módulo de sua velocidade ao passar por um ponto 20 m abaixo do ponto de lançamento?

44 Um estudante, desejando testar por si mesmo a lei da gravidade, atira-se do alto de um arranha-céu de 500 m de altura, levando um cronômetro em sua mão (velocidade inicial zero). 5 s depois, Super-Homem aparece em cena e lança-se do mesmo local para salvá-lo.

- Qual deve ser a velocidade inicial do Super-Homem, a fim de agarrar o estudante justamente antes de tocar no solo?
- Qual deveria ser a altura do arranha-céu para que mesmo o Super-Homem não pudesse salvá-lo? (Considerar a aceleração do Super-Homem igual à de qualquer corpo caindo livremente.)

45 Uma bola cai do topo de um edifício. No mesmo instante outra bola é lançada verticalmente, para cima, a partir do solo, com a velocidade de 9,0 m/s. As bolas colidem 1,8 s depois. Qual a altura do edifício?

46 Dois corpos são lançados verticalmente, para cima, com a mesma velocidade inicial de 100 m/s, mas em instantes que diferem de 4 s. Após quanto tempo, desde o lançamento do primeiro, os dois corpos vão se encontrar?

47 Um balão sobe com velocidade de 20 m/s e está a 100 m acima do solo quando dele se deixa cair um saco de areia. Determine:

- a) a distância total percorrida pelo saco de areia.
- b) o intervalo de tempo em que o saco de areia permanece no ar, ao percorrer a trajetória mencionada no item anterior.

48 Uma pedra é largada de uma ponte a 80 m acima do nível da água. Uma outra é lançada verticalmente para baixo 2,0 s após a primeira pedra ter sido largada. Ambos atingem a água ao mesmo tempo. Qual foi a velocidade inicial da segunda pedra?

49 Um paraquedista, após saltar de um avião, cai 80 m, sem atrito. Quando o paraquedas se abre, o paraquedista recebe um retardamento de 2,0 m/s² e atinge o solo com a velocidade de 4 m/s.

- a) Quanto tempo durou a queda livre?
- b) Qual a velocidade do paraquedista ao final da queda livre?
- c) Qual o tempo total em que o paraquedista permaneceu no ar?
- d) De que altura o paraquedista saltou?

50 Um corpo é largado de uma altura h sem velocidade inicial e percorre a terça parte do seu trajeto no último segundo de sua queda. Determine:

- a) as duas raízes da equação necessária para obter a velocidade final e mostre que uma delas é fisicamente inaceitável.
- b) a altura h .

51 A aceleração da gravidade na superfície de Júpiter é aproximadamente igual a 26 m/s². Uma pedra é lançada verticalmente de baixo para cima na superfície de Júpiter. Sabendo que a pedra atinge uma altura máxima de 52 m, ache o módulo da velocidade inicial da pedra.

52 Dois corpos são largados com um intervalo de tempo de 1,5 s, de uma mesma altura. Quanto tempo depois de o primeiro começar a cair estarão os dois corpos separados por 15 m?

53 Gotas de água caem de um chuveiro sobre o piso, situado 3,2 m abaixo. As gotas caem em intervalos regulares e quando a primeira gota atinge o chão a quinta gota está começando a cair. Determine a posição de cada gota no instante em que a primeira atinge o chão.

54 Um malabarista consegue manter cinco bolas em movimento, arremessando para cima uma de cada vez, em sequência, até uma altura de 3,2 m.

- a) Determine o intervalo de tempo entre os arremessos sucessivos.
- b) Dar as posições das outras bolas no instante em que uma delas chega a sua mão. Despreze o tempo gasto para transferir as bolas de uma mão para a outra.

55 Um método possível para medir a aceleração da gravidade g consiste em lançar uma bolinha para cima num tubo onde se fez vácuo e medir com precisão os instantes t_1 e t_2 de sua passagem (na subida e na descida, respectivamente) por uma altura z conhecida, a partir do instante do lançamento.

Mostre que $g = \frac{2z}{t_1 \cdot t_2}$.

56 Uma bola de chumbo é largada de um trampolim a 7,2 m acima de uma piscina. Ela atinge a superfície da água com certa velocidade, penetra no seio da água com esta mesma velocidade, que permanece constante até a bola atingir o fundo da piscina. A bola atinge o fundo da piscina 2 s após ser largada.

- a) Com que velocidade a bola atinge o fundo da piscina?
- b) Qual o intervalo de tempo desde o momento em que a bola é largada até o momento em que ela atinge a superfície da água?
- c) Qual a profundidade da piscina?
- d) Qual é a velocidade média da bola?
- e) Suponha que a piscina seja esvaziada. A bola é lançada com velocidade inicial de modo que atinja o fundo da piscina novamente em 2 s. Qual é a velocidade inicial da bola?

57 Um elevador aberto está subindo com uma velocidade constante $v = 10$ m/s. Um menino no elevador, quando este está a uma altura $h = 20$ m acima do solo, joga direto para cima uma bola. A velocidade inicial da bola em relação ao elevador é $v_0 = 20$ m/s.

- a) Obtenha uma expressão literal para a altura máxima H_m atingida pela bola.
- b) Calcule a altura H_m pelos dados anteriores.
- c) Quanto tempo passa para que a bola retorne ao elevador?

58 Um elevador sobe com uma aceleração para acima de 2 m/s^2 . No instante em que sua velocidade é de 4 m/s , um parafuso solto cai do teto do elevador, que está a $2,94 \text{ m}$ acima do piso. Calcule:

- a) o tempo que o parafuso gasta para atingir o piso.
- b) o seu deslocamento em relação ao poço do elevador.

59 Um menino vê uma bola subir e descer verticalmente através de uma janela de $1,5 \text{ m}$ de altura. A bola gasta um tempo de $0,2 \text{ s}$ para atravessar a janela na subida. Determine:

- a) o tempo que a bola gasta para atravessar a janela na descida;
- b) a altura que ela atinge acima da janela.

Equações de espaço, velocidade e aceleração – cálculo

60 A posição de uma partícula depende do tempo de acordo com $x = t^2 - 5t + 1$. Calcule:

- a) o deslocamento e a velocidade média no intervalo $t = 3 \text{ s}$ até $t = 4 \text{ s}$.
- b) a fórmula geral do deslocamento no intervalo de t até $t + \Delta t$.
- c) a velocidade instantânea em qualquer instante t .

61 O movimento de uma partícula numa linha reta é descrito pela função:

$$x = (6 \text{ m}) + (4 \text{ m/s}^2) t^2 - (1 \text{ m/s}^4) t^4$$

Suponha que t seja positivo.

- a) Determine a posição, a velocidade e a aceleração no tempo $t = 2 \text{ s}$.
- b) Durante que intervalo de tempo a velocidade é positiva?
- c) Durante que intervalo de tempo x é positivo?
- d) Qual a maior velocidade positiva atingida pela partícula?

62 A aceleração de uma partícula é dada por:

$$a = (2 \text{ m/s}^3) t$$

Se sua velocidade em $t = 1 \text{ s}$ é 5 m/s :

- a) Qual a sua velocidade no instante $t = 2 \text{ s}$?
- b) Se a posição da partícula em $t = 1 \text{ s}$ é 6 m , qual a sua posição em $t = 2 \text{ s}$?

63 A posição de uma partícula é dada por $x = A \cdot \sin(\omega t)$, onde A e ω são constantes. Determine:

- a) a velocidade do corpo como função do tempo;
- b) a aceleração como função do tempo;
- c) a velocidade como função de x . Em que ponto a velocidade é maior? Em que ponto é menor?
- d) a aceleração como função de x . Em que ponto ela é maior? Em que ponto é menor?
- e) a distância máxima da partícula, a partir da origem ($x = 0$);
- f) o módulo da velocidade máxima;
- g) o módulo da aceleração máxima.

64 Dois carros, A e B, andam em linha reta. A distância de A ao ponto de partida em função do tempo é dada por $x_A = (4 \text{ m/s}) t + (1 \text{ m/s}^2) t^2$ e a distância de B ao ponto de partida é dada por $x_B = (2 \text{ m/s}^2) t^2 + (2 \text{ m/s}^3) t^3$. Determine:

- a) qual dos carros estará na frente logo após a partida;
- b) em que instantes eles estarão no mesmo ponto;
- c) em que instantes a velocidade de B relativa a A se anula;
- d) em que instantes a distância entre A e B permanece constante.

65 As coordenadas de uma partícula que se move no plano xy são dadas em função do tempo por

$$x = (6 \text{ m/s}) t, y = 24 - (2 \text{ m/s}^2) t^2$$

Determine:

- a) a distância da partícula à origem em $t = 2 \text{ s}$;
- b) o módulo da velocidade da partícula em $t = 2 \text{ s}$;
- c) o módulo da aceleração da partícula em $t = 2 \text{ s}$;
- d) o instante em que a velocidade da partícula é perpendicular à sua aceleração;
- e) o instante em que a velocidade da partícula é perpendicular ao seu vetor posição;
- f) a distância mínima da partícula à origem e os instantes em que esse mínimo ocorre;
- g) a equação da trajetória da partícula.

66 Um ponto move-se no plano xy de tal modo que:

$$v_x = 4t^3 + 4t, v_y = 4t.$$

Se para $t = 0$, $x = 1$ e $y = 2$, obtenha a equação cartesiana da trajetória.

67 Um ponto move-se com velocidade constante de 3 m/s . A direção da velocidade faz um ângulo de $(\pi/2)t \text{ rad}$ com o sentido positivo do eixo Ox . Se $x = y = 0$ quando $t = 0$, obtenha a equação da trajetória da partícula.

68 Se as coordenadas de um corpo são $x = at$, $y = b \cdot \sin(at)$, demonstre que o valor da aceleração é proporcional à distância do corpo ao eixo Ox .

69 A posição de uma partícula que se desloca ao longo do eixo Ox é dada por:

$$x = b_1 \cdot t^3 - b_2 \cdot t^4$$

Se x for dado em metros e t em segundos, mostre que b_1 deve ser dado em m/s^3 e que b_2 deve ser dado em m/s^4 . Resolva os itens abaixo, com $b_1 = 2$ e $b_2 = 1$.

- a) Obtenha uma expressão para a velocidade da partícula.
- b) Obtenha uma expressão para a aceleração da partícula.
- c) Em que instante a partícula alcança o ponto no qual o valor de x é máximo?
- d) Qual a distância total percorrida pela partícula nos 3 s iniciais?
- e) Qual a velocidade da partícula para $t = 1 \text{ s}$?

- f) Qual a aceleração da partícula para $t = 2$ s?
- g) Qual a velocidade média para o intervalo de tempo entre $t = 2$ e $t = 4$ s?

70 Um meteorito entra verticalmente na atmosfera terrestre e passa a "cair" em direção ao centro da Terra com uma aceleração variável dada por:

$$a = k \cdot g \cdot t^{1/2}$$

onde g é a aceleração da gravidade na superfície terrestre, t é o tempo em segundos e $k = 1 \cdot s^{-1/2}$. Considere a velocidade inicial do meteorito igual a 40 m/s. Determine:

- a) a aceleração do meteorito para $t = 100$ s;
- b) a velocidade do meteorito para $t = 100$ s.

71 O vetor velocidade de uma partícula é dado por: $\vec{v} = 8\vec{i} - 2t \cdot \vec{j}$, onde t é o tempo e todas as unidades são do Sistema Internacional. Determine a expressão do vetor posição da partícula, sabendo que para $t = 0$ ela se encontra no ponto $x = 0, y = 0$.

72 Uma partícula se movimenta de modo que sua posição em função do tempo é dada por:

$$\vec{r} = \vec{i} + 2t^2 \cdot \vec{j} - t \cdot \vec{k}$$

- a) Escreva expressões para sua velocidade e aceleração em função do tempo.
- b) Qual a trajetória da partícula?

73 Os componentes do vetor posição de uma partícula são dados por:

$$x = R \cdot \sin(\omega t) + \omega R t$$

$$y = R \cdot \cos(\omega t) + R$$

onde ω e R são constantes. A extremidade do vetor posição acima descreve uma curva chamada cicloide. A cicloide é a trajetória descrita por um ponto situado na borda de uma roda que rola sem deslizar ao longo do eixo Ox . Determine o módulo das componentes da velocidade e da aceleração da partícula quando ela se encontra:

- a) no valor máximo de y ;
- b) no valor mínimo de y .

74 Uma partícula move-se no plano xy . As suas coordenadas são dadas em função do tempo por $x = R \cdot \cos(\omega t)$, $y = R \cdot \sin(\omega t)$, onde R e ω são constantes.

- a) Mostre que a distância da partícula à origem é constante e igual a R , isto é, que a sua trajetória é um círculo de raio R .
- b) Mostre que em cada ponto a velocidade da partícula é perpendicular ao seu vetor posição. (Sugestão: Mostrar que o produto escalar $\vec{r} \cdot \vec{v}$ é sempre igual a zero.)

75 A posição duma partícula em função do tempo é

$$\vec{R} = 4 \cdot \sin(2\pi t) \cdot \vec{i} + 4 \cdot \cos(2\pi t) \cdot \vec{j}$$

onde R está em metros e t em segundos.

- a) Mostre que a trajetória desta partícula é um círculo com 4 m de raio e centro na origem.
- b) Calcule o vetor velocidade e mostre que $v_x/v_y = -y/x$.
- c) Calcule o vetor aceleração e mostre que a sua direção é radial e o seu módulo v^2/R .

76 A aceleração de um corpo com movimento retilíneo é dada por $a = 4 - t^2$, onde a é em m/s^2 e t em segundos. Obtenha as expressões para a velocidade e para o deslocamento como funções do tempo, sabendo-se que, quando $t = 3$ s, $v = 2$ m/s e $x = 9$ m.

77 Um carro percorre uma rua plana de tal modo que suas coordenadas retangulares, como função do tempo, são dadas por $x = 2t^3 - 3t^2$ e $y = t^2 - 2t + 1$. Admitindo t como dado em segundos e x em metros, calcule:

- a) a posição do carro quando $t = 1$ s.
- b) as componentes retangulares da velocidade num instante qualquer.
- c) as componentes retangulares da velocidade para $t = 1$ s.
- d) a velocidade escalar num instante qualquer.
- e) a velocidade para $t = 0$ s.
- f) as componentes retangulares da aceleração num instante qualquer.
- g) as componentes retangulares da aceleração para $t = 1$ s.
- h) a aceleração num instante qualquer.
- i) a aceleração para $t = 0$.
- j) o instante em que a aceleração é paralela ao eixo y .

78 Uma gota-d'água cai verticalmente através do ar, de tal forma que sua altura h , medida em metros, a partir do solo, varia com o tempo (em s) de acordo com a equação:

$$h = 0,90 - 0,30t - 9,3 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-3,2t}$$

Podemos afirmar que sua velocidade em $cm \cdot s^{-1}$ obedece à lei:

- A** $v = -9,8 \cdot 10^2 t$
- B** $v = -30 + 28,83 \cdot e^{-3,2t}$
- C** $v = -30 + 30 \cdot e^{-3,2t}$
- D** $v = 30 \cdot e^{-3,2t}$
- E** $v = 30 - 9,3 \cdot e^{-3,2t}$

GABARITO

- (mesmo sentido: 390 m e sentido contrário: 30 m) ou (mesmo sentido: 360 m e sentido contrário: 0)
- 50 m/s e 40 m/s
- 82 m
- a) $10 \cdot v_1 / (v_1 - v_2)$
b) $10 \cdot v_1 / (v_1 + v_2)$

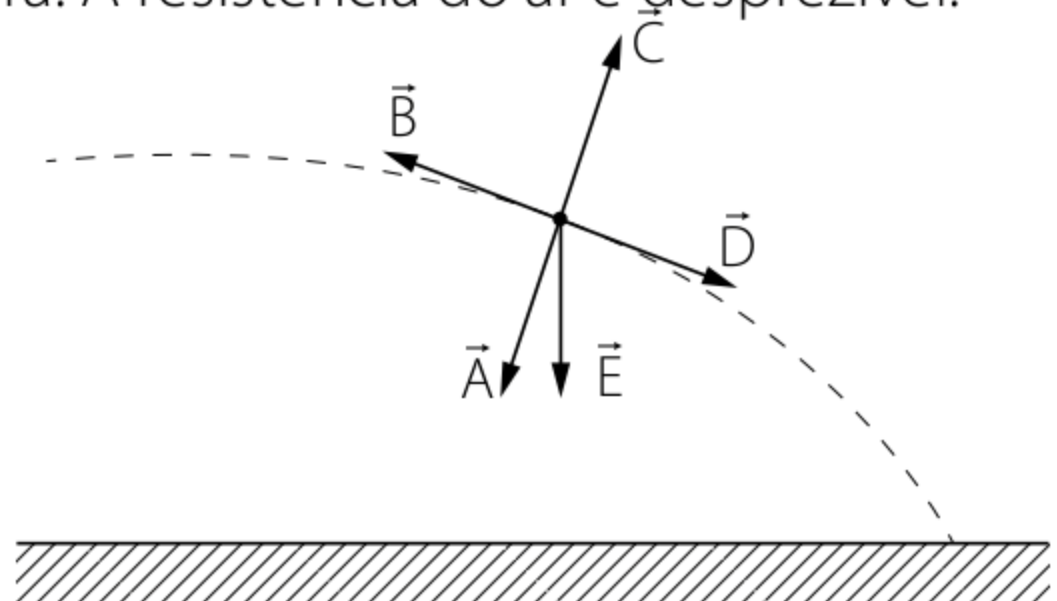
5. 60 min
6. 3 km/h
7. 45 km/h
8. 55 min
9. $\frac{3v_1 + v_2}{3v_2 + v_1} \cdot v_2$
10. 45 min
11. $v_{BR} = 15 \text{ km/h}$; $v_{RT} = 5 \text{ km/h}$; 20 km de M
12. $v_1 = \frac{h}{t_1 t_2} \cdot (2t_2 - t_1)$; $v_2 = \frac{h}{t_1 t_2} \cdot (2t_1 - t_2)$
13. correr $s - dv_1 / \sqrt{v_2^2 - v_1^2}$
14. 1,25 cm
15. a) 12,5 cm/s²
b) 8000 cm
16. $a = 20 \text{ m/s}^2$; $t_1 = 4,5 \text{ s}$; $t_2 = 5,5 \text{ s}$
17. a) Sim.
b) Quando o trem de passageiros tiver andado 400 m após começar a frear.
18. a) 7,2 m/s 8,7 m/s 10,2 m/s
b) 0,75 m/s²
c) 6,45 m/s
d) 8,6 s
e) 6,825 m
19. a) 18 s
b) 441 m
c) 29 m/s
20. Demonstração.
21. a) 2 m/s²
b) 3 s
c) 5 s
d) 25 m
22. a) 16000 m/s²
b) 0,005 s
23. a) 4 m/s²
b) 6 m/s
c) 4,5 m
24. Demonstração.
25. a) 0,7 s
b) 7,5 m/s²
26. $v_1 = v/\cos\alpha$
27. $\frac{h \cdot \ell}{v_1 t^2}$
28. $8 \text{ m/s} < v < 9 \text{ m/s}$
29. $\tau = 0,3 \text{ s}$; $\Delta t = 0,3 \text{ s}$
30. $\frac{vt}{2} - \frac{at^2}{4}$
31. $\frac{2v_1}{a}$
32. 4 m
33. 2,5 m
34. $t = (v_0/2g) \cdot (2 - \sqrt{2})$; $v = v_0 \cdot \sqrt{2}/2$
35. a) 16,875 km
b) $v \cong 581 \text{ m/s}$ e $t \cong 133 \text{ s}$
36. 1 100 m/s²
37. 245 m
38. $v_0 \cdot t$
39. 15 m
40. 400 m
41. a) 10 m/s
b) 40 m
c) 80 m
42. 1,25 m
43. a) 15 m/s
b) 11,25 m
c) 0
d) 10 m/s², para baixo
e) 25 m/s
44. a) 75 m/s
b) 125 m
45. 16,2 m
46. 12 s
47. a) 140 m
b) $(2 + 2\sqrt{6}) \text{ s}$
48. 30 m/s
49. a) 4 s
b) 40 m/s
c) 22 s
d) 159,2 m
50. a) 54,5 m/s e 5,5 m/s
b) $5(3 + \sqrt{6})^2 \text{ m}$
51. 52 m/s
52. 1,75 s
53. 1ª) 3,2 m
2ª) 3,0 m
3ª) 2,4 m
4ª) 1,4 m
5ª) 0 m (acima do solo)
54. a) 0,32 s
b) 2 bolas em 2,048 m e 2 bolas em 3,072 m
55. Demonstração.
56. a) 12 m/s
b) 1,2 s
c) 9,6 m
d) 8,4 m/s
e) 1,6 m/s para cima
57. a) $H_m = h + (v + v_0)^2/2g$
b) 65 m
c) 4 s
58. a) 0,7 s
b) 0,35 m
59. a) 0,2 s
b) 2,1125 m

60. a) 2 m e 2 m/s
b) $\Delta x = 2t\Delta t - 5 \cdot \Delta t + (\Delta t)^2$
c) $v = 2t - 5$
61. a) $x = 6\text{m}$; $v = -16\text{ m/s}$; $a = -40\text{ m/s}^2$
b) $0 < t < \sqrt{2}\text{ s}$
c) $0 < t < \sqrt{2 + \sqrt{10}}\text{ s}$
d) $\frac{16\sqrt{6}}{9}\text{ m/s}$
62. a) 8 m/s
b) 37/3 m
63. a) $\omega \cdot A \cdot \cos(\omega t)$
b) $-\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega t)$
c) $v = \pm \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2}$; maior em $x = 0$ e menor em $x = \pm A$
d) $a = -\omega^2 x$; maior em $x = \pm A$ e menor em $x = 0$
e) A
f) ωA
g) $\omega^2 A$
64. a) A
b) 0 e $\frac{-1 + \sqrt{33}}{2}\text{ s}$
c) 2/3 s
d) 2/3 s
65. a) 20 m
b) 10 m/s
c) 4 m/s²
d) 0 s
e) $\sqrt{7,5}\text{ s}$
f) $\sqrt{351}\text{ m}$
g) $y = 24 - x^2/18$
66. $y^2 = 4x$
67. $\left(y - \frac{6}{\pi}\right)^2 + x^2 = \left(\frac{6}{\pi}\right)^2$ - Circunferência
68. Demonstração.
69. a) $v = 6 \cdot t^2 - 4 \cdot t^3$
b) $a = 12 \cdot t - 12 \cdot t^2$
c) 1,5 s
d) $\frac{243}{8}\text{ m}$
e) 2 m/s
f) -24 m/s^2
g) -64 m/s
70. a) 100 m/s²
b) 20 120/3 m/s
71. $\vec{r} = 8t \cdot \vec{i} - t^2 \cdot \vec{j}$
72. a) $\vec{v} = 4t \cdot \vec{j} - \vec{k}$; $\vec{a} = 4\vec{j}$
b) $x = 1$ e $y = 2z^2$
73. a) $v_x = 2\omega R$, $v_y = 0$; $a_x = 0$, $a_y = -\omega^2 R$
b) $v_x = v_y = 0$; $a_x = 0$; $a_y = \omega^2 R$
74. a e b Demonstração.
75. a) Demonstração.
b) $\vec{v} = 8\pi \cdot \cos(2\pi t) \cdot \vec{i} - 8\pi \cdot \sin(2\pi t) \cdot \vec{j}$
c) $\vec{a} = -6\pi^2 \cdot \sin(2\pi t) \cdot \vec{i} - 16\pi^2 \cdot \cos(2\pi t) \cdot \vec{j}$
76. $v(t) = 4 \cdot t - \frac{t^3}{3} - 1$; $x(t) = 2t^2 - \frac{t^4}{12} - t + \frac{3}{4}$
77. a) $x = -1$, $y = 0$
b) $v_x = 6t^2 - 6t$, $v_y = 2t - 2$
c) $v_x = v_y = 0$
d) $v = \sqrt{36t^4 - 72t^3 + 40t^2 - 8t + 4}$
e) 2 m/s
f) $a_x = 12t - 6$, $a_y = 2$
g) $a_x = 6$, $a_y = 2$
h) $a = \sqrt{144t^2 - 144t + 40}$
i) $\sqrt{40}\text{ m/s}^2$
j) 0,5 s
78. C

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Conceitos Básicos

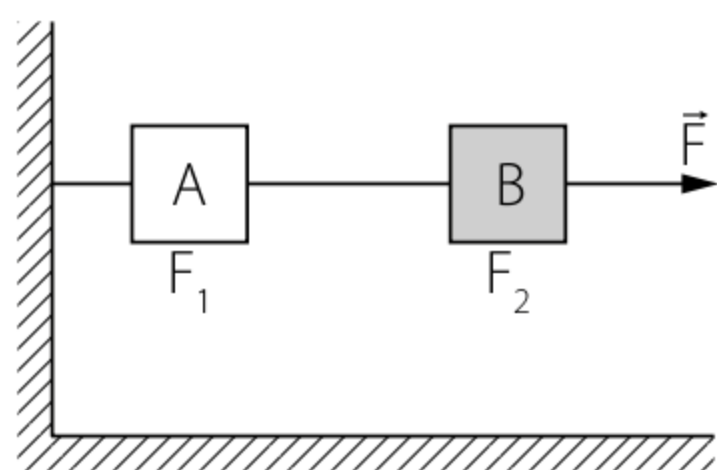
1 Um projétil descreve uma trajetória parabólica como indica a figura. A resistência do ar é desprezível.



A resultante das forças que agem sobre o projétil na posição indicada pode ser representada pelo vetor:

- | | | | | | |
|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|
| A | $\vec{A}$ | C | $\vec{C}$ | E | $\vec{E}$ |
| B | $\vec{B}$ | D | $\vec{D}$ | | |

2 Dois dinamômetros, A e B, estão ligados como mostra a figura a seguir. Sejam F_1 e F_2 as leituras nos dinamômetros A e B, respectivamente, quando se aplica uma força F na extremidade livre do dinamômetro B.



Valem as seguintes relações:

- | | |
|----------|------------------------|
| A | $F = F_1 + F_2 = 2F_1$ |
| B | $F = F_1 + F_2 = 3F_2$ |
| C | $F = F_2 = 2F_1$ |
| D | $F = F_1 = F_2$ |
| E | $F = F_1 = 2F_2$ |

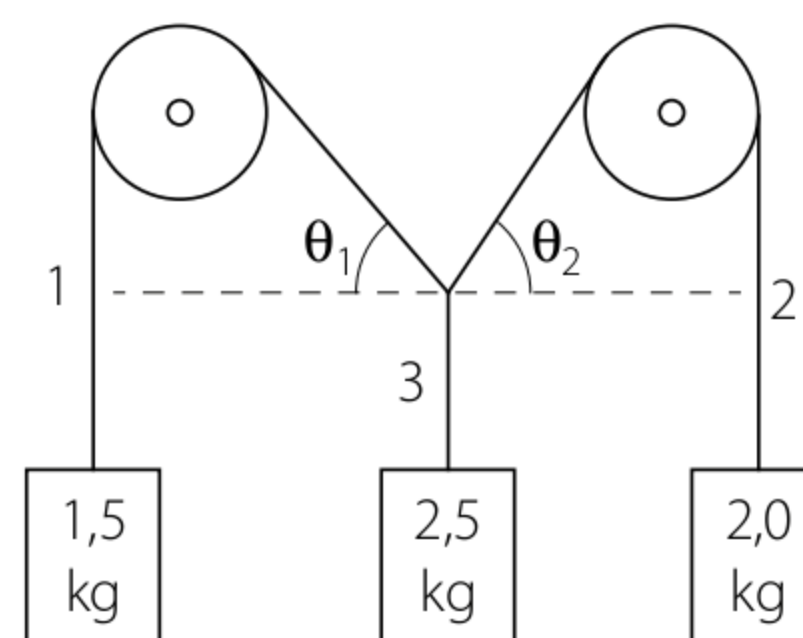
3 A velocidade de uma partícula, em um determinado instante t , é nula em relação a um referencial inercial. Pode-se afirmar que no instante t :

- | | |
|----------|---|
| A | a resultante das forças que agem sobre a partícula é necessariamente nula. |
| B | a partícula se encontra em repouso, em relação a qualquer referencial inercial. |
| C | a resultante das forças que agem sobre a partícula pode não ser nula. |
| D | a resultante das forças que agem sobre a partícula não pode ser nula. |
| E | nenhuma das anteriores é verdadeira. |

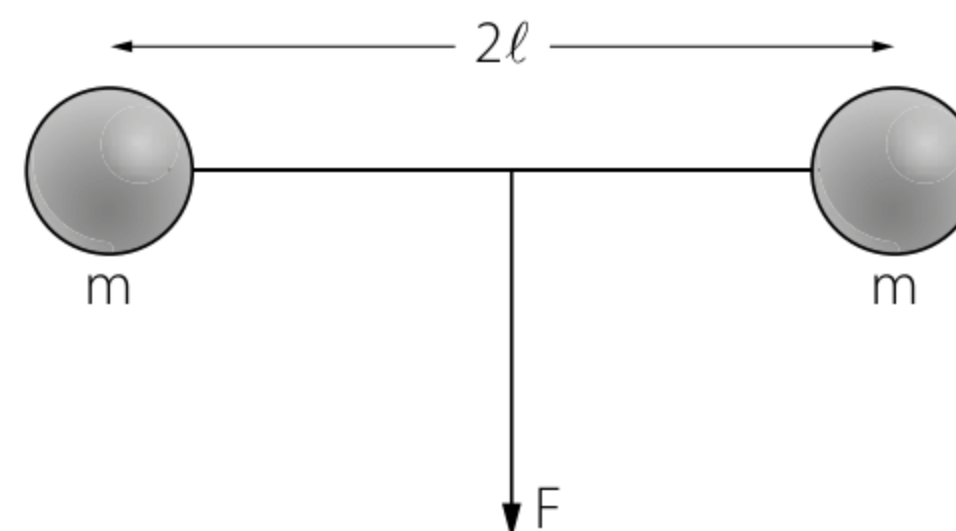
Estática

4 Uma acrobata de 60 kg se equilibra no centro de uma corda bamba de 20 m de comprimento. O centro desceu de 30 cm em relação às extremidades, presas em suportes fixos. Qual é a tensão em cada metade da corda?

5 O sistema representado na figura está em equilíbrio. Determine as tensões nos fios 1, 2 e 3 e o valor dos ângulos θ_1 e θ_2 .

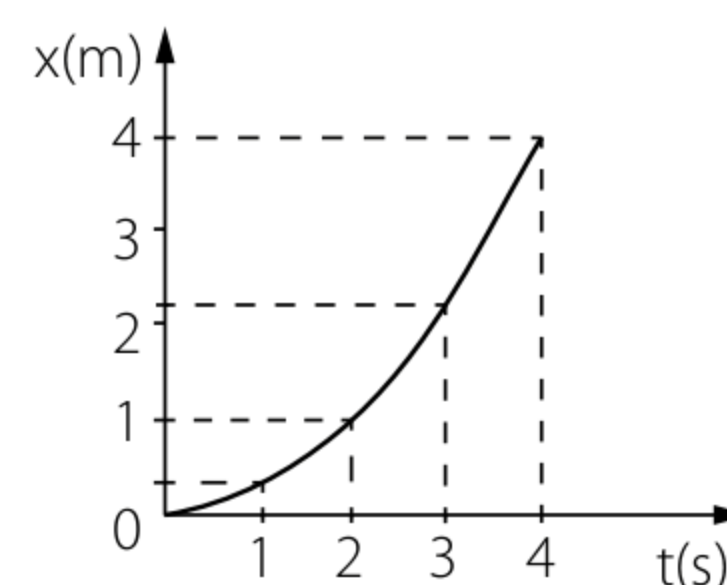


6 Duas partículas de massa m estão ligadas por um fio leve de comprimento 2ℓ , sobre um plano horizontal, conforme indicado na figura. Aplica-se uma força contínua F no ponto médio da corda ($x = 0$), perpendicularmente à posição inicial da corda, também no plano horizontal. Determine a aceleração de m em uma direção perpendicular à força aplicada, em função da distância x de uma das partículas à linha de ação da força aplicada.



Cinemática

7 O gráfico a seguir corresponde ao movimento de um pequeno disco, de massa igual a 10 g, sendo arrastado por uma força constante F sobre uma mesa horizontal sem atrito.



Qual o valor da força, em newtons?

- | | | | | | |
|----------|-------------------|----------|-------------------|----------|-------------------|
| A | $5 \cdot 10^{-4}$ | C | $5 \cdot 10^{-3}$ | E | $3 \cdot 10^{-2}$ |
| B | $2 \cdot 10^{-3}$ | D | $8 \cdot 10^{-3}$ | | |

Movimento vertical

8 Um balão desce com uma aceleração constante a menor que a da gravidade, g . O peso do balão com cesta e carga é P . Que peso W de lastro deve ser solto para que o balão comece a ser acelerado para cima com aceleração constante a ? Despreze a resistência do ar.

9 **ITA 2009** Dentro de um elevador em queda livre num campo gravitacional g , uma bola é jogada para baixo com velocidade v de uma altura h . Assinale o tempo previsto para a bola atingir o piso do elevador.

- A $t = v / g$
- B $t = h / v$
- C $t = \sqrt{2h / g}$
- D $t = (\sqrt{v^2 + 2gh} - v) / g$
- E $t = (\sqrt{v^2 - 2gh} - v) / g$

10 **ITA 2011** Um corpo de massa M , inicialmente em repouso, é erguido por uma corda de massa desprezível até uma altura H , onde fica novamente em repouso. Considere que a maior tração que a corda pode suportar tenha módulo igual a nMg , em que $n > 1$. Qual deve ser o menor tempo possível para ser feito o erguimento desse corpo?

- A $\sqrt{\frac{2H}{(n-1)g}}$
- B $\sqrt{\frac{2nH}{(n-1)g}}$
- C $\sqrt{\frac{nH}{2(n-1)^2g}}$
- D $\sqrt{\frac{4nH}{(n-2)g}}$
- E $\sqrt{\frac{4nH}{(n-1)g}}$

Polia simples - movimento vertical

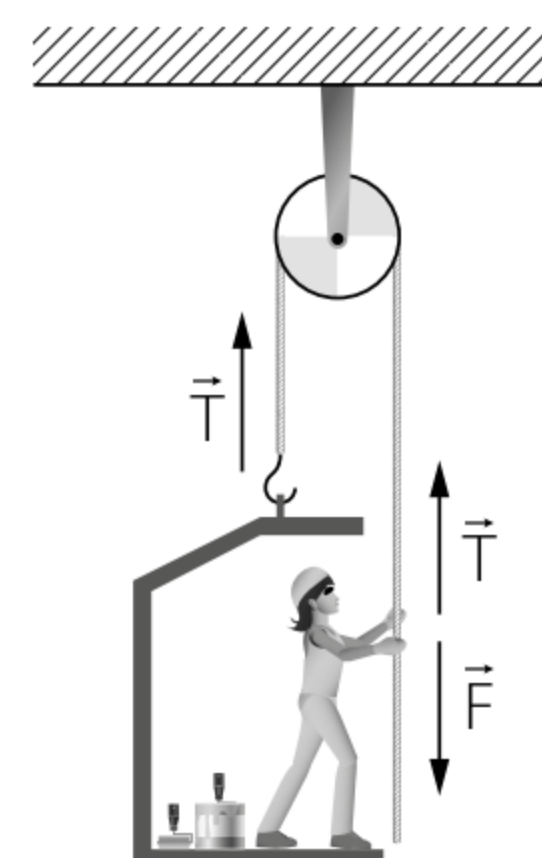
11 Numa máquina de Atwood, a aceleração da gravidade g determina-se pela medição do tempo t que o corpo de massa maior m_1 leva para cair à distância L , a partir do repouso. Determine uma expressão para g em termos de m_1 , m_2 , L e t .

12 Dois corpos de massas iguais, respectivamente, a 4 kg e 2 kg estão pendurados a 1 m acima do solo, nos extremos de uma corda de 3 m de comprimento, passando por uma roldana sem atrito. Ambos os corpos partem do repouso. Determine a altura máxima atingida pelo corpo de 2 kg em relação ao solo.

13 Uma polia está presa a uma viga a 12 m do solo. Um operário de 90 kg suspende, por uma corda que passa pela polia, um caixote vazio e amarra a extremidade livre da corda em um suporte ao nível do chão. Depois, o mesmo operário enche o caixote com tijolos até que a massa total chegue a 180 kg. Então, o operário retorna ao solo e desamarra a corda, mas fica seguro a ela.

- a) Determine a sua velocidade ao atingir a viga, admitindo que ele suba verticalmente os 12 m.
- b) Qual a razão entre esta velocidade e a velocidade com que atinge o solo, depois de largar a corda, no instante da colisão com a viga?

14 Uma pintora de paredes, de 60 kg, está sobre uma plataforma de alumínio de 15 kg. Uma corda está amarrada à plataforma e passa por uma polia, com que a pintora pode subir junto com a plataforma.



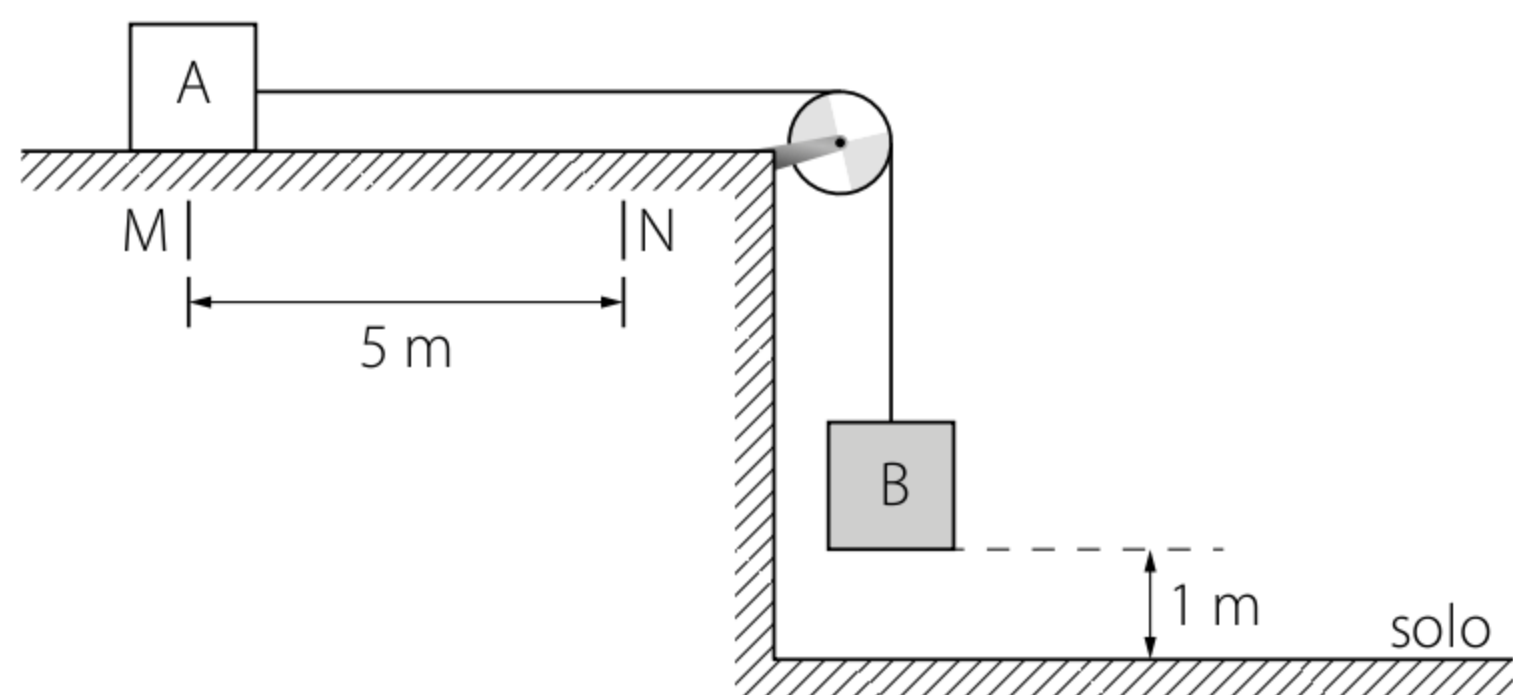
- a) Para dar a partida, a pintora imprime a si mesma e à plataforma uma aceleração de $0,8 \text{ m/s}^2$. Com que força deve puxar a corda?
- b) Quando a sua velocidade atinge 1 m/s , a pintora continua a puxar de modo a subir com velocidade constante. Qual a força que deve então exercer sobre a corda? (Ignorar a massa da corda)

15 Um homem tenta sair por uma janela que está a 15 m do solo. Para isto, dispõe de uma corda resistente, com 20 m, mas que só suporta 360 N; e o seu peso é 600 N. O homem sofrerá danos se atingir o solo com velocidade escalar maior que 10 m/s .

- a) Mostre que ele não pode escorregar, com segurança, ao longo da corda.
- b) Determine uma estratégia para utilizar a corda de modo que ele chegue ao solo sem danos maiores.
- c) Qual a mínima velocidade com que ele pode chegar ao solo?

Polia simples – movimento vertical e horizontal

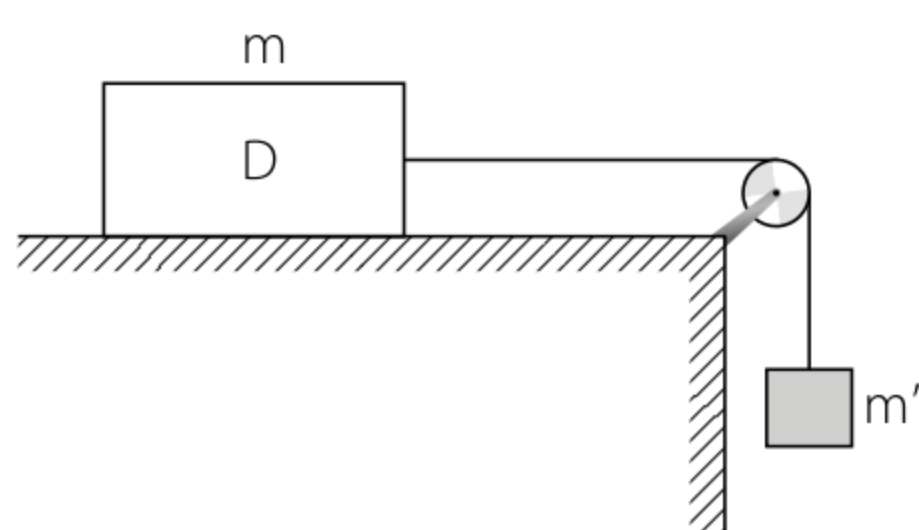
16 O esquema representa dois corpos A e B de massas, respectivamente, iguais a 8,0 kg e 2,0 kg, ligados por um fio inextensível e de massa desprezível. No instante $t = 0$, os corpos estão em repouso na posição indicada no esquema. Nesse instante, abandona-se o sistema, que assume movimento devido à tração exercida por B. Despreze as forças de atrito e suponha que a aceleração da gravidade tem intensidade 10 m/s^2 .



O tempo que A leva para ir de M até N é:

- A 1,0 s
- B $\sqrt{2} \text{ s}$
- C 2,0 s
- D $\sqrt{5} \text{ s}$
- E 3,0 s

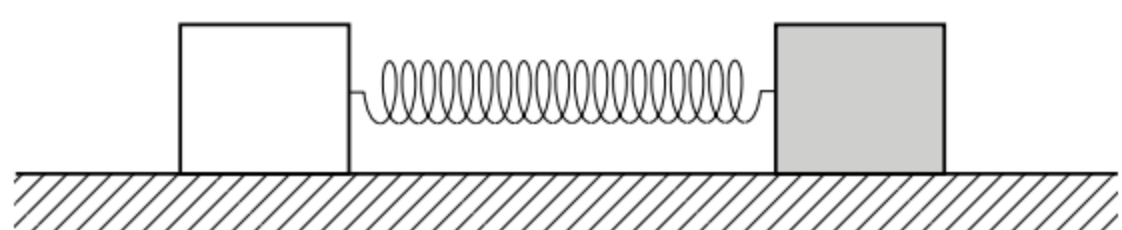
17 Na figura:



- a) calcule a magnitude a da aceleração do disco D e mostre que, se m' é desprezível em confronto com m , a é diretamente proporcional a m' .
- b) calcule a tensão T no fio (força aplicada a D) e mostre que, nas mesmas condições, ela se aproxima da força peso de m' .

Molas

18 Dois blocos, de massas m_1 e m_2 , interligados por uma mola fina, estão colocados sobre uma mesa plana, horizontal, sem atrito.



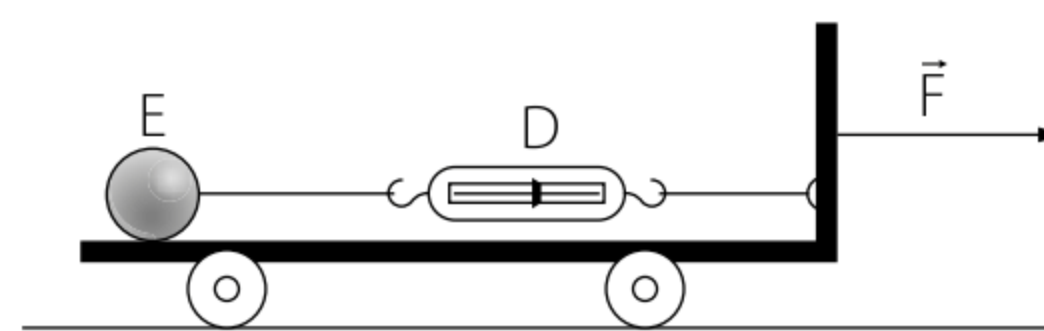
A razão entre os valores de suas acelerações a_1 e a_2 , após terem sido afastados e soltos, é:

- | | | |
|--|--|--|
| A $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$ | C $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1 - m_1}{m_2}$ | E $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$ |
| B $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1 - m_2}{m_1}$ | D $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_1}{m_2}$ | |

19 Dois blocos, de massas m_1 e m_2 , são interligados por uma mola de peso desprezível. Os corpos estão apoiados sobre uma mesa plana sem atrito. Após terem sido afastados e soltos, o bloco 1 adquire uma aceleração instantânea igual a a_1 . No mesmo instante, a aceleração do bloco 2 vale $a_2 = 3a_1$.

- a) Obtenha a razão m_1/m_2 .
- b) Se $m_1 = 2 \text{ kg}$ e $a_2 = 12 \text{ m/s}^2$, qual seria a força exercida pela mola sobre os blocos?

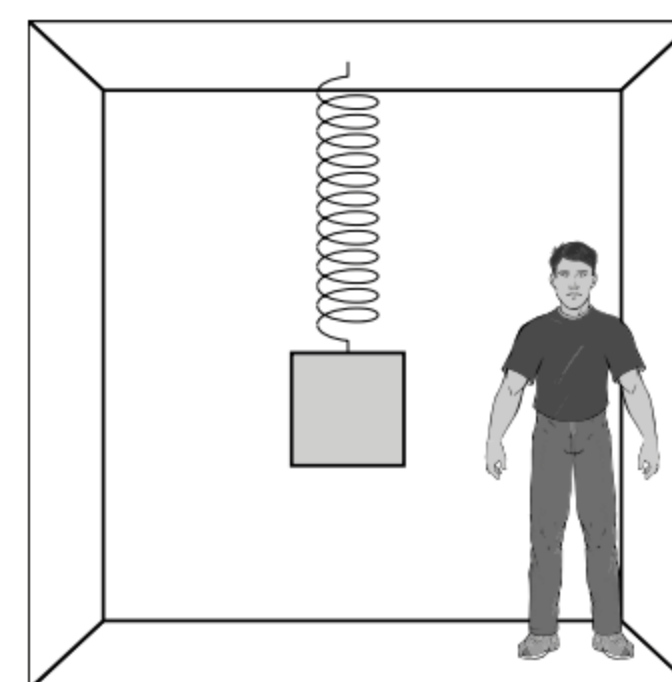
20 O sistema representado no desenho, de massa total 100 kg, é puxado para a direita por uma força $\vec{F}$ que o acelera uniformemente sobre trilhos sem atrito. O dinamômetro D, ligado à esfera E, de massa 10 kg, que pode deslizar sem atrito sobre a prancha horizontal, acusa uma força de 5 N durante a aceleração.



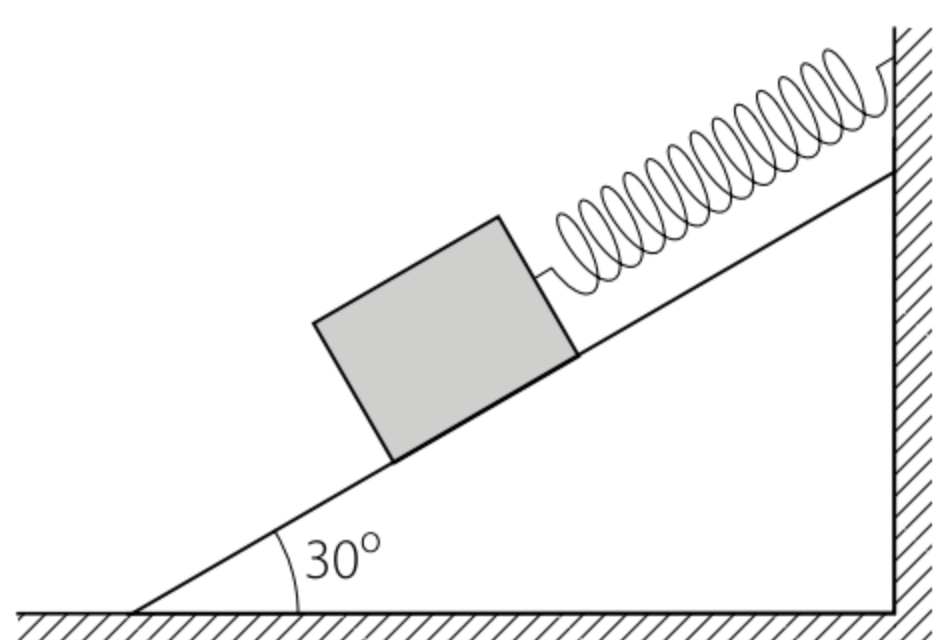
A aceleração que $\vec{F}$ comunica ao sistema:

- A não pode ser determinada.
- B vale $0,05 \text{ m/s}^2$.
- C vale $0,5 \text{ m/s}^2$.
- D vale $\frac{5}{110} \text{ m/s}^2$.
- E vale $\frac{5}{90} \text{ m/s}^2$.

21 Uma mola de comprimento natural $L_0 = 1,3 \text{ m}$ e constante elástica $k = 260 \text{ N/m}$ está pendurada no teto de um elevador. Na extremidade inferior da mola, está preso um bloco de massa $m = 4,0 \text{ kg}$. A aceleração local da gravidade tem módulo $g = 10 \text{ m/s}^2$ e o elevador está subindo em movimento acelerado, com aceleração $a = 3,0 \text{ m/s}^2$. Calcule o comprimento da mola, sabendo que o bloco está em repouso para um observador situado dentro do elevador.

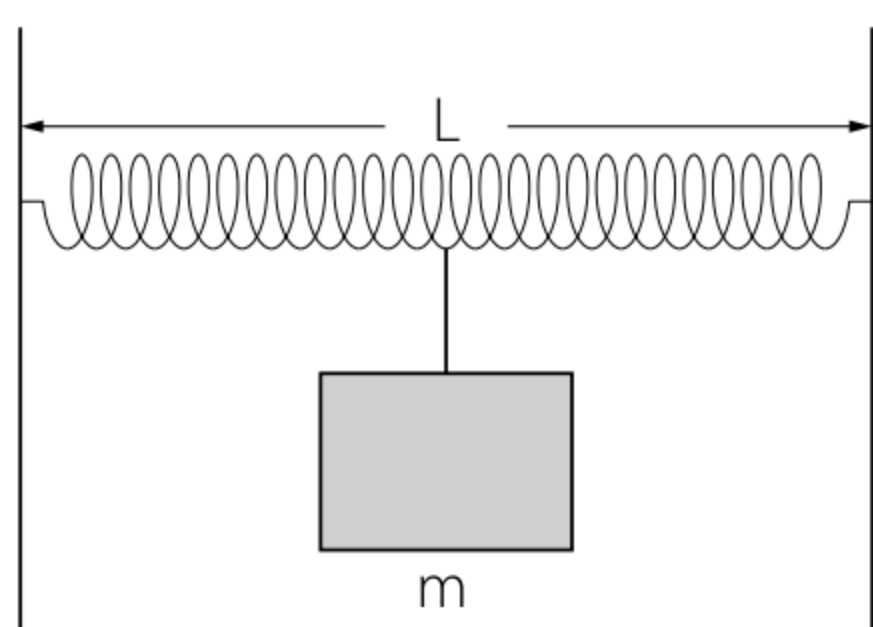


22 Um bloco de 2 kg está em repouso sobre um plano inclinado com ângulo de elevação 30° , suportado por uma mola. O alongamento da mola é de 3 cm.

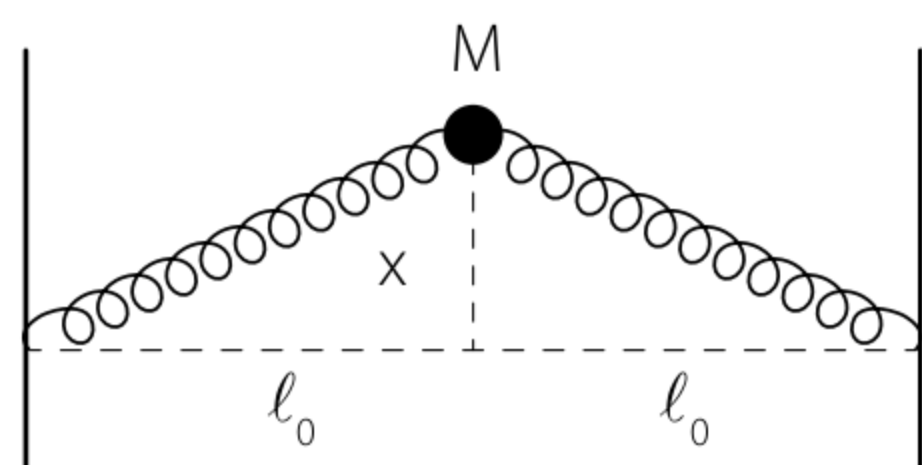


- Determine a constante de força da mola.
- Admitindo que o bloco seja puxado 4,5 cm para baixo da posição de equilíbrio do sistema e depois solto, qual será a sua aceleração inicial?

23 Um corpo de massa m está suspenso no meio de uma mola cujo comprimento natural é L e cuja constante é k , conforme está na figura. Mostre que o ângulo θ entre a mola e a horizontal, no equilíbrio, é dado por: $\tan \theta - \sin \theta = mg/2kL$.

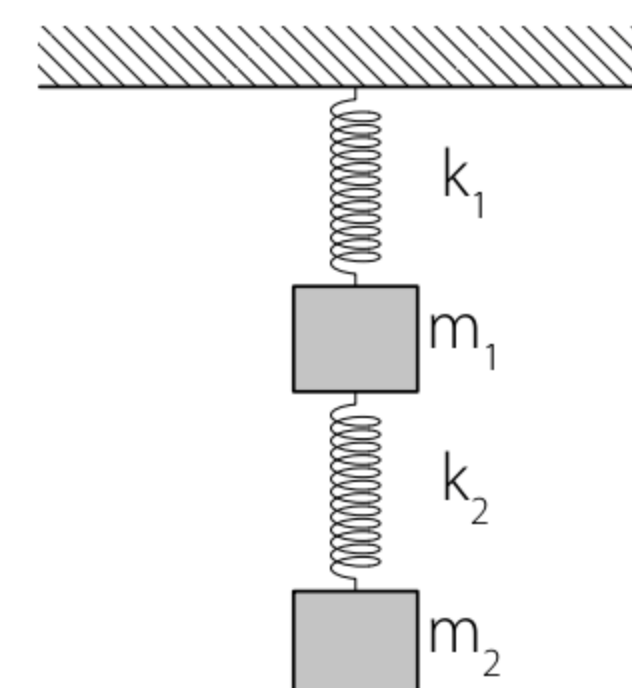


24 **ITA 2011** Sobre uma mesa sem atrito, uma bola de massa M é presa por duas molas alinhadas, de constante de mola k e comprimento natural ℓ_0 , fixadas nas extremidades da mesa. Então, a bola é deslocada a uma distância x na direção perpendicular à linha inicial das molas, como mostra a figura, sendo solta a seguir. Obtenha a aceleração da bola, usando a aproximação $(1 + a)^\alpha = 1 + \alpha a$.



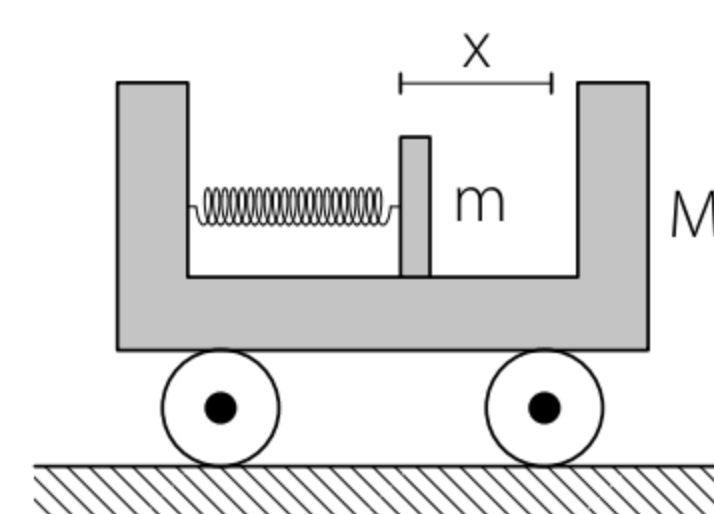
- $a = -kx / M$
- $a = -kx^2 / 2M\ell_0$
- $a = -kx^2 / M\ell_0$
- $a = -kx^3 / 2M\ell_0^2$
- $a = -kx^3 / M\ell_0^2$

25 **ITA 2012** Um elevador sobe verticalmente com aceleração constante e igual a a . No seu teto está preso um conjunto de dois sistemas massa-mola acoplados em série, conforme a figura. O primeiro tem massa m_1 e constante de mola k_1 e o segundo, massa m_2 e constante de mola k_2 . Ambas as molas têm o mesmo comprimento natural (sem deformação) ℓ . Na condição de equilíbrio estático relativo ao elevador, a deformação da mola de constante k_1 é y , e a da outra, x . Pode-se então afirmar que $(y - x)$ é



- $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g - a) / k_1k_2$.
- $[(k_2 + k_1)m_2 + k_2m_1](g - a) / k_1k_2$.
- $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g + a) / k_1k_2$.
- $[(k_2 + k_1)m_2 + k_2m_1](g + a) / k_1k_2 - 2\ell$.
- $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g + a) / k_1k_2 + 2\ell$.

26 **ITA 2012** No interior de um carrinho de massa M mantido em repouso, uma mola de constante elástica k encontra-se comprimida de uma distância x , tendo uma extremidade presa e a outra conectada a um bloco de massa m , conforme a figura. Sendo o sistema então abandonado e considerando que não há atrito, pode-se afirmar que o valor inicial da aceleração do bloco relativa ao carrinho é

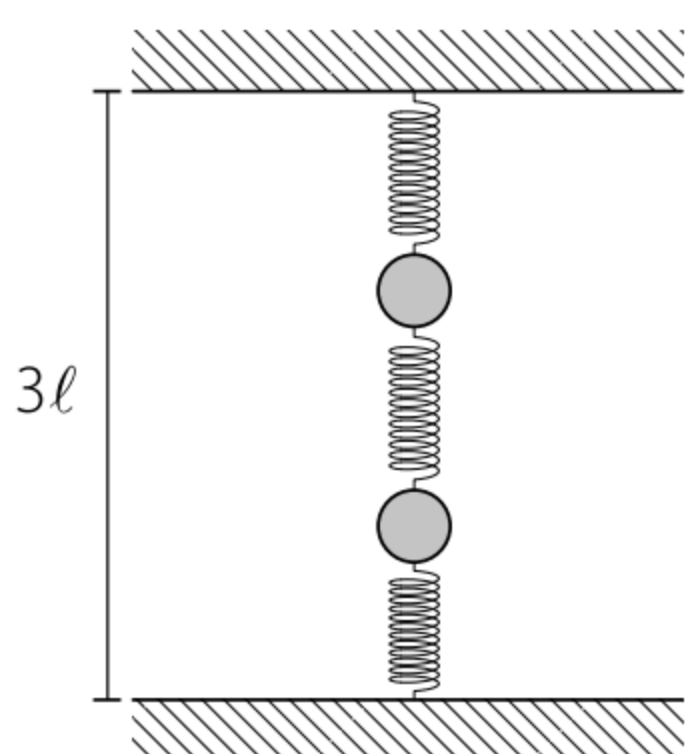


- kx / m
- kx / M
- $kx / (m + M)$.
- $kx / (m - M) mM$.
- $kx / (M - m) mM$.

27 ITA 2017 Um sistema é constituído por uma sequência vertical de N molas ideais interligadas, de mesmo comprimento natural ℓ e constante elástica k , cada qual acoplada a uma partícula de massa m . Sendo o sistema suspenso a partir da mola 1 e estando em equilíbrio estático, pode-se afirmar que o comprimento da

- A mola 1 é igual a $\ell + (N - 1)mg/k$.
- B mola 2 é igual a $\ell + N mg/k$.
- C mola 3 é igual a $\ell + (N - 2)mg/k$.
- D mola $N - 1$ é igual a $\ell + mg/k$.
- E mola N é igual a ℓ .

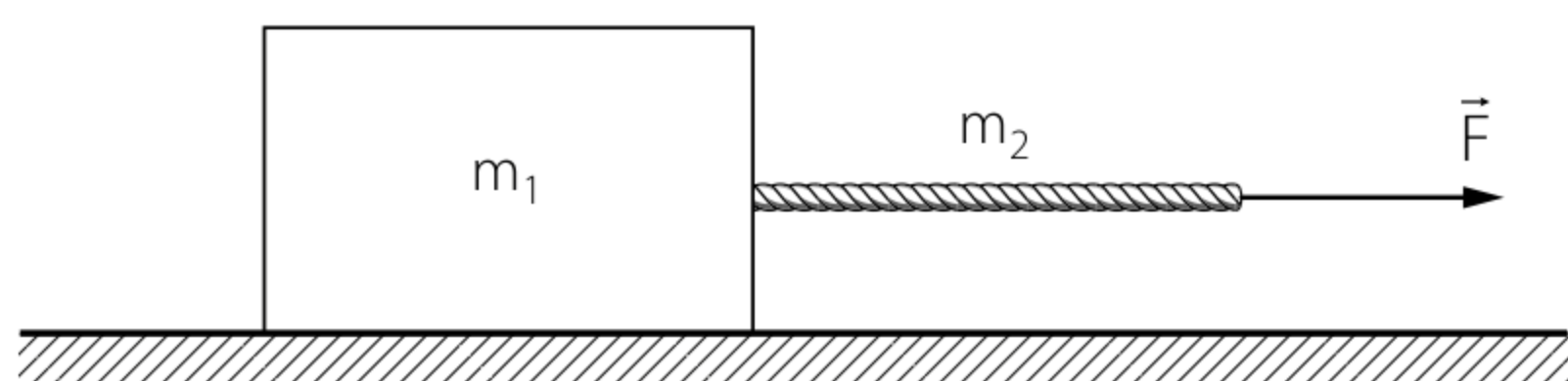
28 ITA 2018 Três molas idênticas, de massas desprezíveis e comprimentos naturais ℓ , são dispostas verticalmente entre o solo e o teto a 3ℓ de altura. Conforme a figura, entre tais molas são fixadas duas massas pontuais iguais. Na situação inicial de equilíbrio, retira-se a mola inferior (ligada ao solo) resultando no deslocamento da massa superior de uma distância d_1 para baixo, e da inferior, de uma distância d_2 também para baixo, alcançando-se a nova posição de equilíbrio. Assinale a razão d_2/d_1 .



- | | | |
|-------|-------|-------|
| A 2 | C 5/3 | E 5/4 |
| B 3/2 | D 4/3 | |

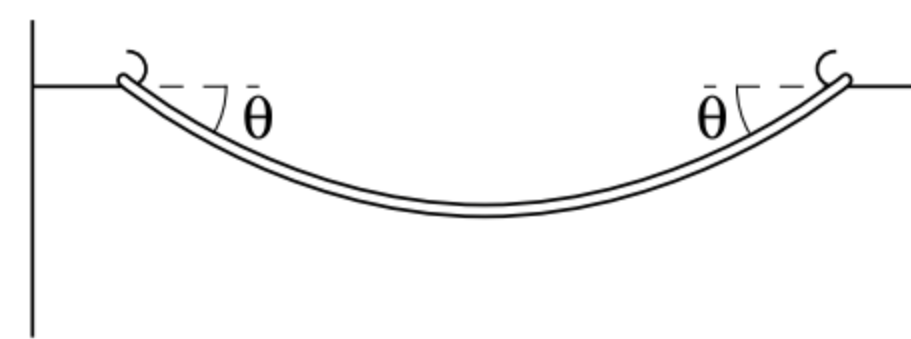
Fio com massa

29 Um corpo de massa m_1 está sendo puxado por uma força F que atua sobre a extremidade de uma corda cuja massa m_2 é muito pequena, conforme está na figura. O corpo desliza ao longo de uma superfície horizontal lisa.



- a) Determine a aceleração da corda e do corpo.
- b) Determine a tensão na corda no ponto onde está ligada ao corpo.
- c) O diagrama da figura, com a corda horizontal, não está bastante correto nesta situação. Faça o diagrama correto e mostre como esta correção influencia a resolução do problema.

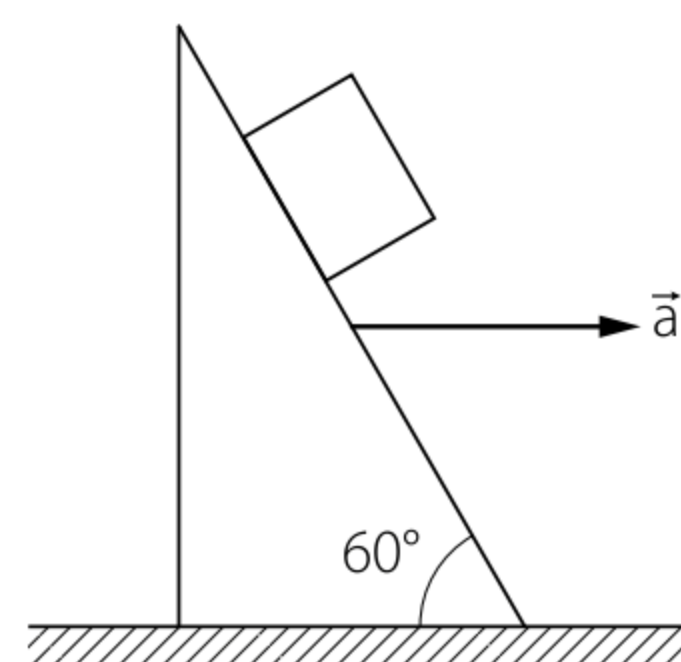
30 Pendura-se um cabo flexível de peso W entre dois ganchos, à mesma altura, conforme a figura. Em cada extremidade, o cabo faz um ângulo θ com a horizontal.



- a) Qual a intensidade e a direção da força F exercida pelo cabo sobre o gancho da esquerda?
- b) Qual é a tensão T no cabo em seu ponto mais baixo?

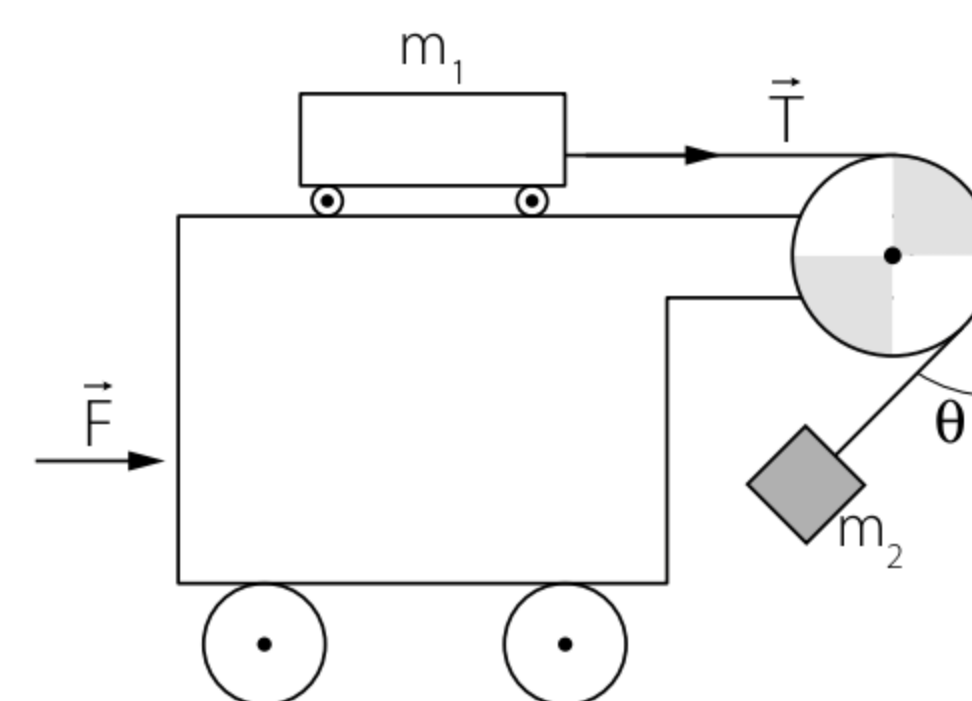
Corpo suspenso ou movimento de plano inclinado

31 Um corpo de 2 kg está apoiado num plano inclinado liso, com ângulo de 60° , e que tem uma aceleração a para a direita que mantém o corpo estacionário em relação ao plano.



- a) Determine $\tilde{a}$.
- b) O que acontecerá se o plano tiver uma aceleração maior que esta?

32 Considere a figura. Despreze o atrito entre o bloco de massa m_1 e o carrinho de massa M . Despreze também os demais atritos. Aplica-se uma força horizontal de módulo F e verifica-se que não existe movimento relativo entre o bloco de massa m_1 e o carrinho.

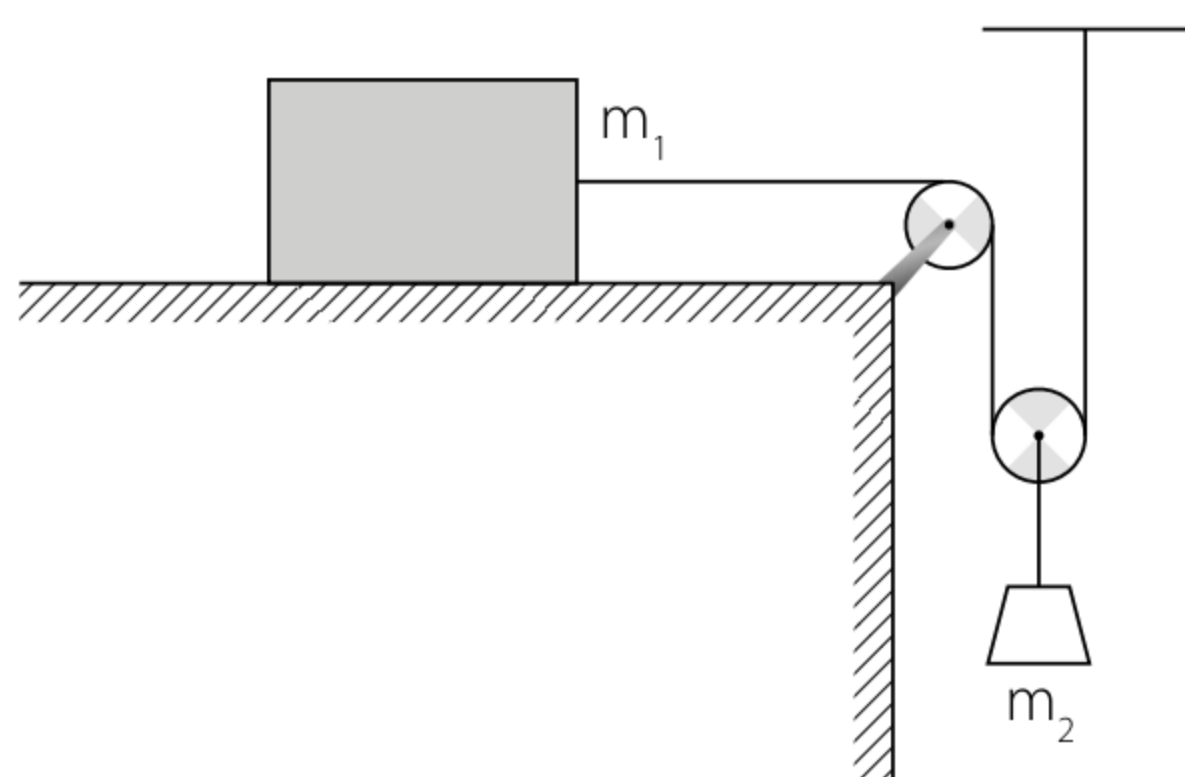


Nestas circunstâncias, determine:

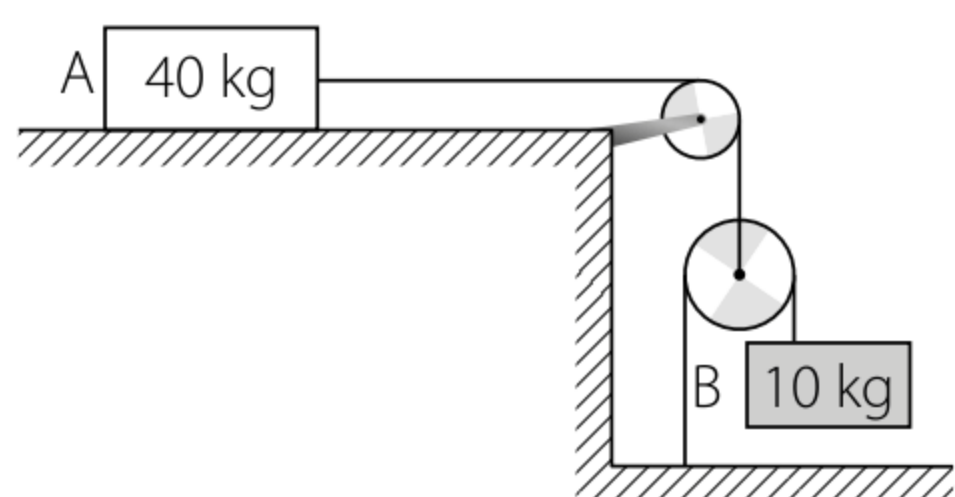
- a) a relação entre m_1 , m_2 e θ .
- b) a expressão da aceleração do sistema.
- c) a expressão da tensão T .
- d) a expressão da força F .
- e) o valor da força F , considerando os seguintes dados: $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 4$ kg e $M = 21$ kg.

Vínculos com polias

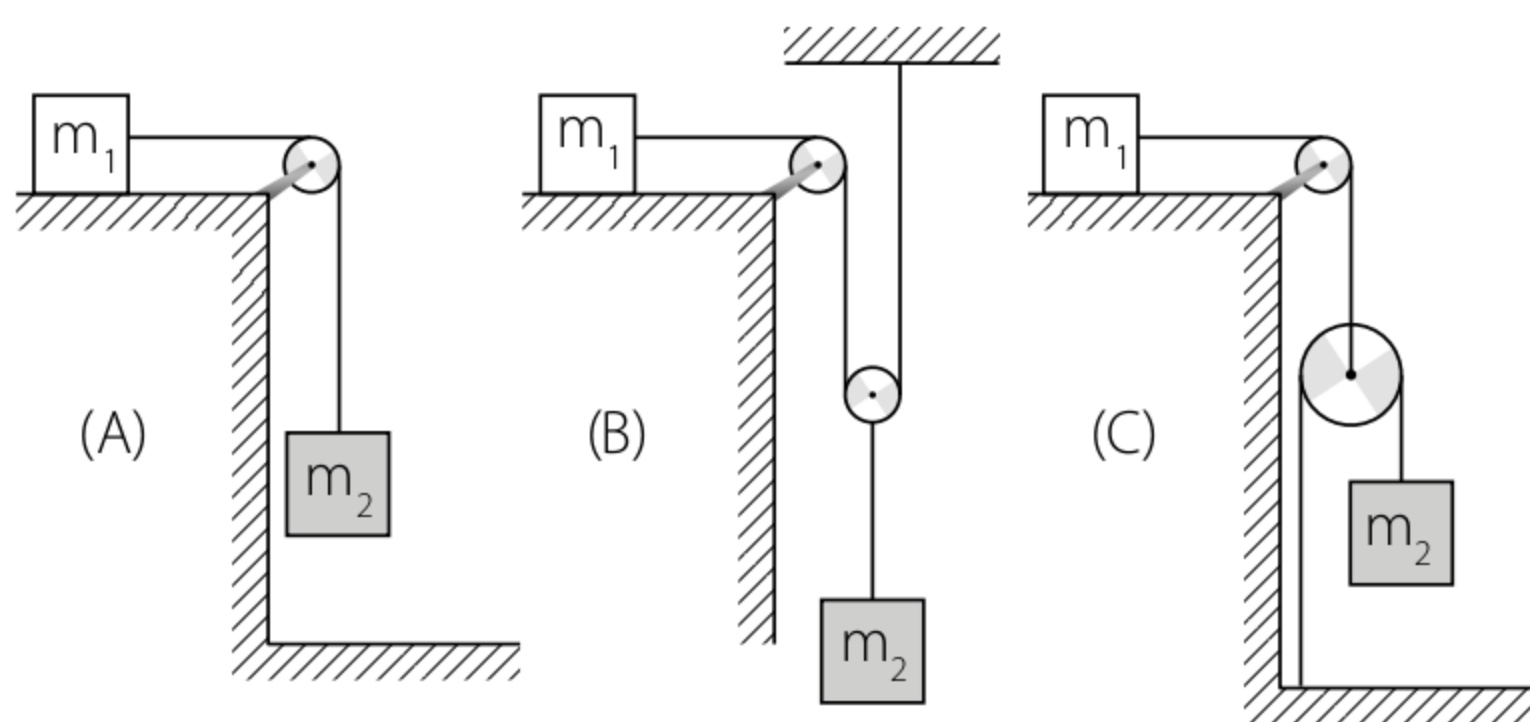
33 Em função de m_1 , m_2 e g , determine as acelerações de ambos os corpos representados na figura. Desprezar todo o atrito e as massas das roldanas.



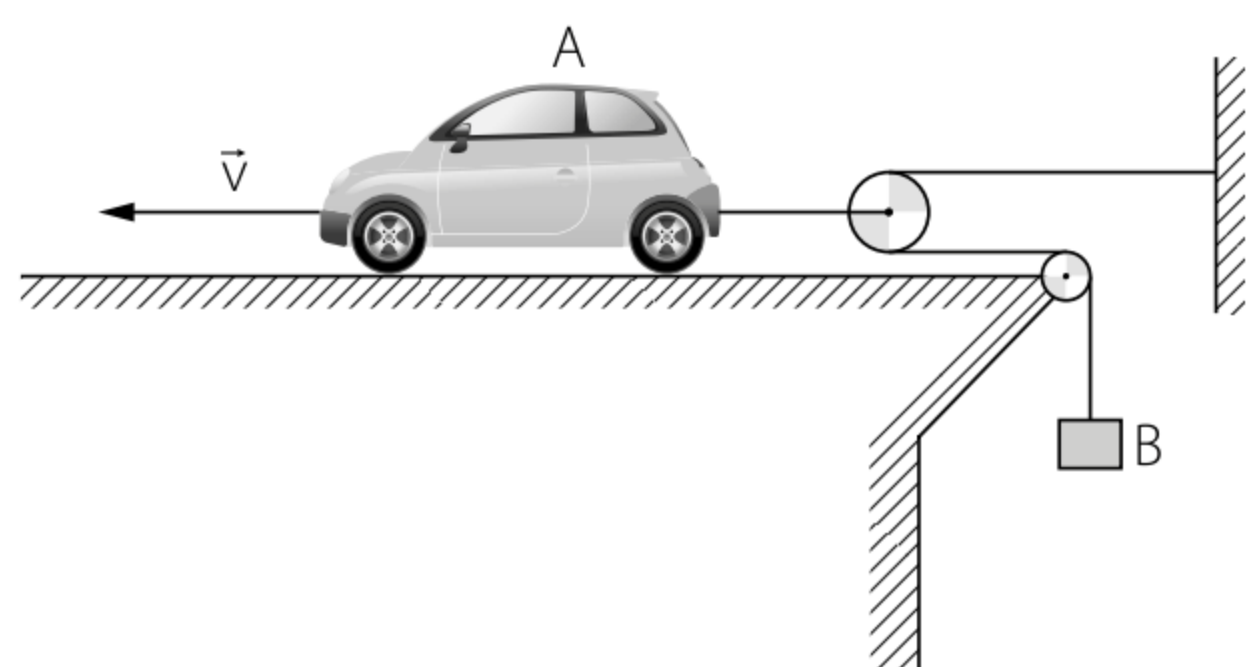
34 No esquema a seguir, as polias e os fios são considerados ideais. Os corpos são abandonados do repouso e os atritos são desprezíveis. Determine as acelerações dos corpos A e B.



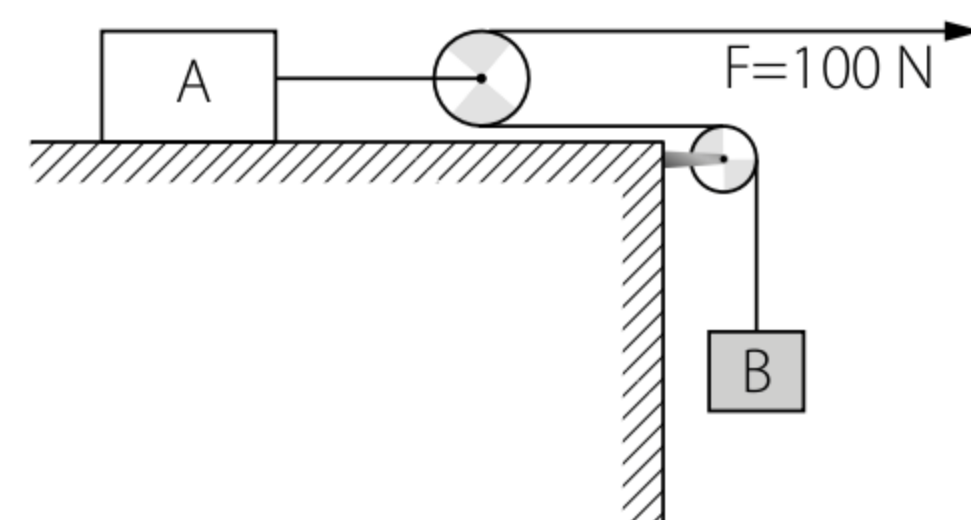
35 Calcule a aceleração dos corpos m_1 e m_2 e a tensão no fio ligado à massa m_1 . Despreze os atritos e as massas das polias. Qual dispositivo pode dar a m_1 uma aceleração maior que a de queda livre? Resolva, de início, algebricamente e, em seguida, aplique ao caso $m_1 = 4 \text{ kg}$ e $m_2 = 6 \text{ kg}$.



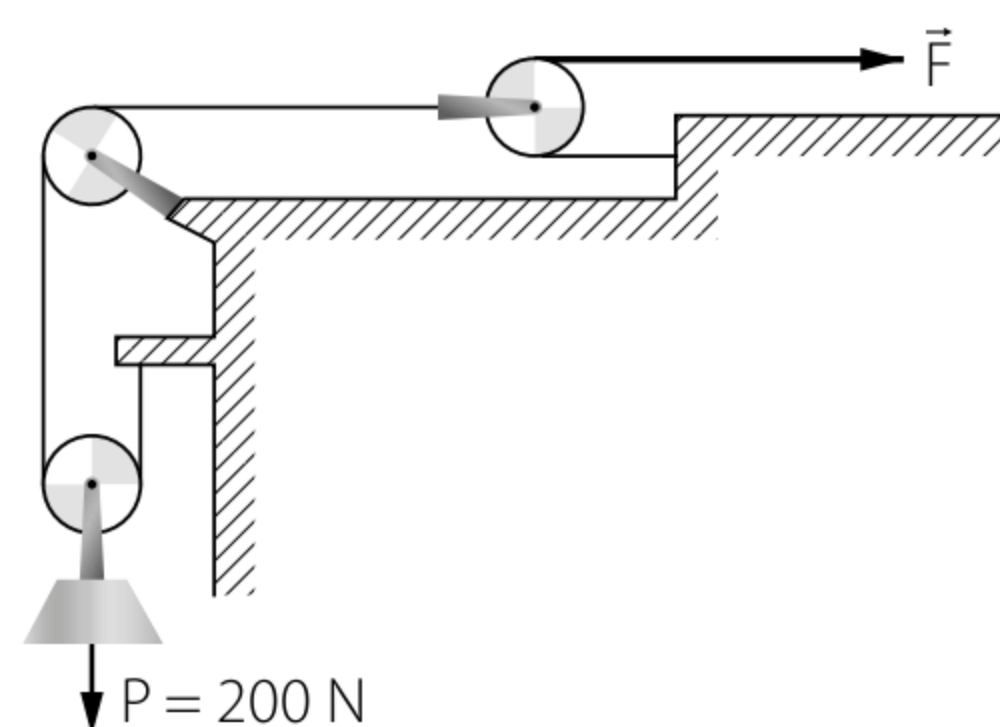
36 O carrinho A movimenta-se no sentido indicado com velocidade constante igual a v . O fio é inextensível. Nestas condições, determine a velocidade do corpo B.



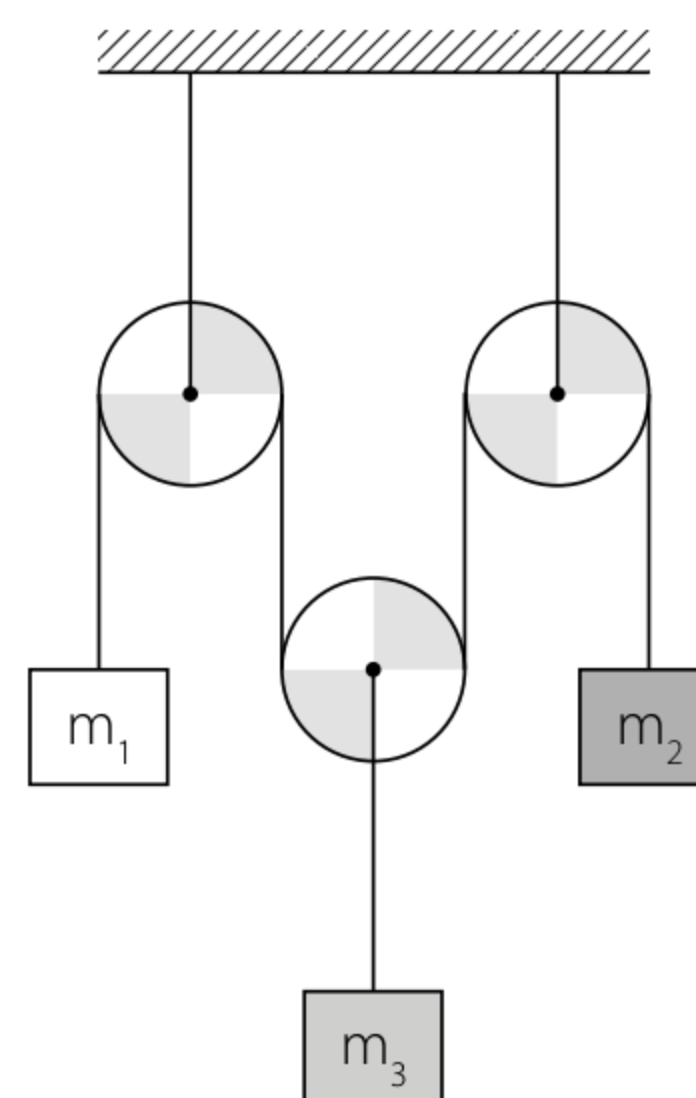
37 Os corpos A e B do esquema apresentado a seguir têm massas iguais, respectivamente, a 50 kg e 8 kg. A aceleração local da gravidade vale $g = 10 \text{ m/s}^2$, os fios são iguais e as polias têm inércia desprezível. O atrito entre os fios e as polias, bem como entre o corpo A e o plano horizontal de apoio, é admitido também desprezível. Determinar as acelerações dos corpos A e B.



38 Considere a figura a seguir. Admitindo-se que os fios sejam inextensíveis e desprezando suas massas, bem como as das roldanas, determine a intensidade da força $\vec{F}$ para manter o sistema em equilíbrio.

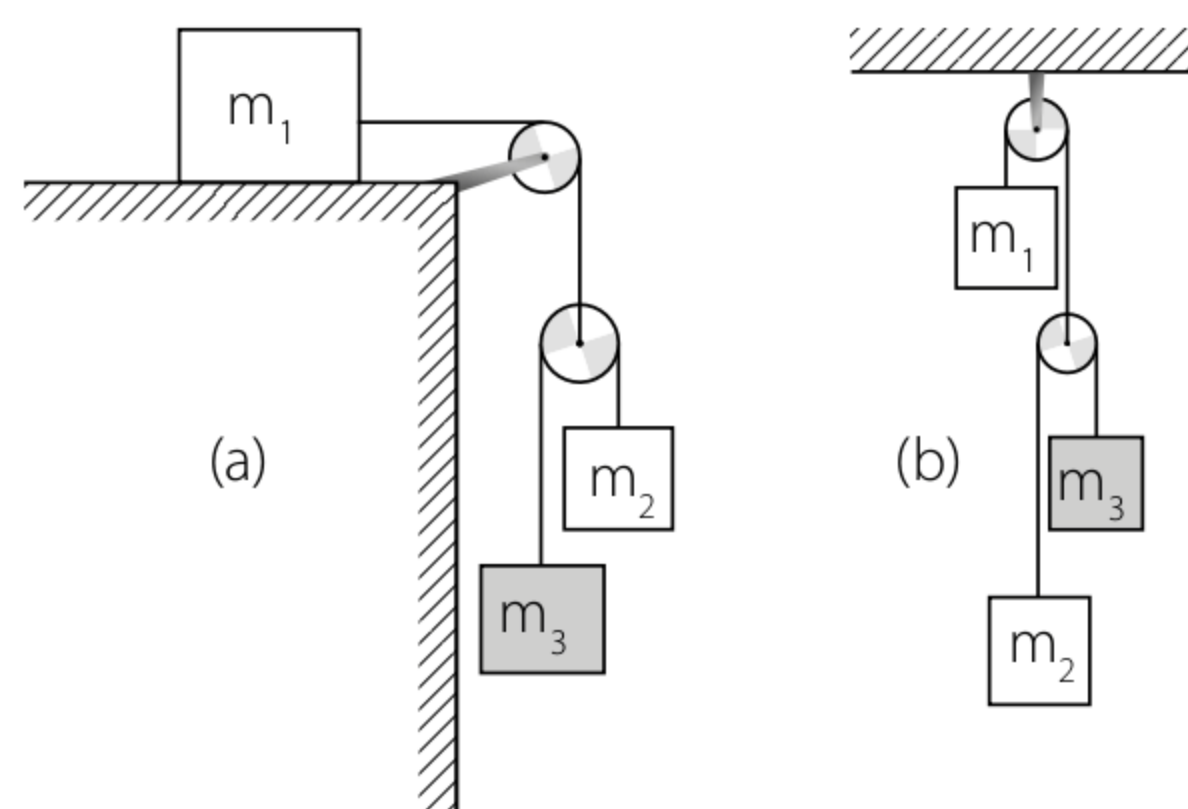


39 No sistema da figura, $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$ e $m_3 = 2 \text{ kg}$, e as massas das polias e das cordas são desprezíveis. Calcule as acelerações a_1 , a_2 e a_3 das massas m_1 , m_2 e m_3 e a tensão T da corda.

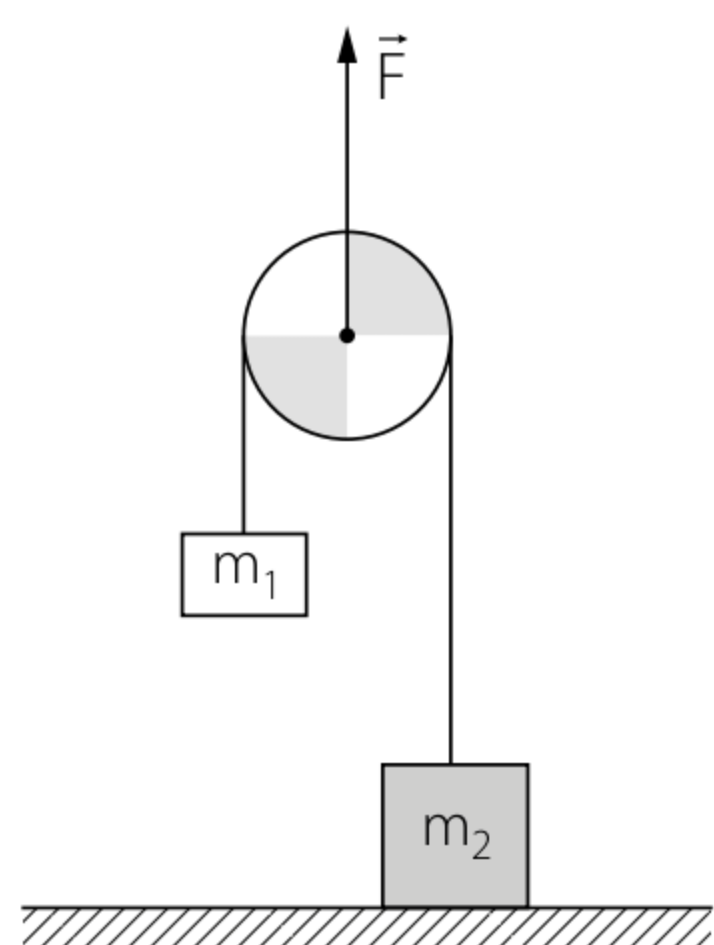


40 Mostre que as acelerações dos corpos da figura, com $P = g / (m_1 m_2 + m_1 m_3 + 4 m_2 m_3)$, são:

- a) $a_1 = 4 m_2 m_3 P$;
 $a_2 = (m_1 m_3 - m_1 m_2 - 4 m_2 m_3) P$;
 $a_3 = (m_1 m_3 - m_1 m_2 + 4 m_2 m_3) P$.
b) $a_1 = (4 m_2 m_3 - m_1 m_2 - m_1 m_3) P$;
 $a_2 = (3 m_1 m_3 - m_1 m_2 - 4 m_2 m_3) P$;
 $a_3 = (m_1 m_3 - 3 m_1 m_2 + 4 m_2 m_3) P$.



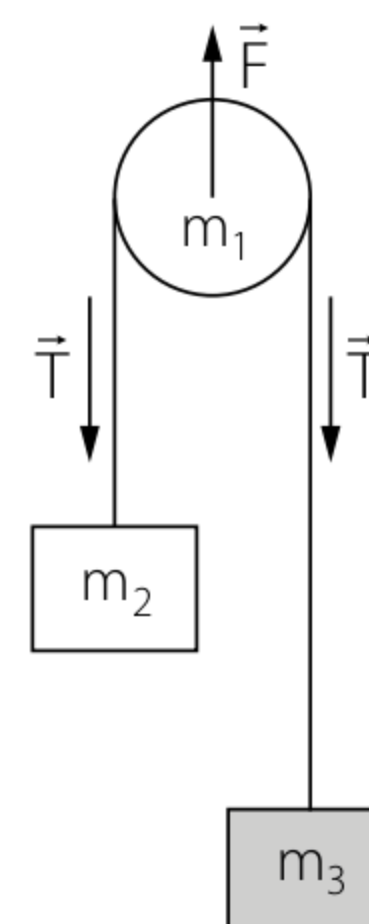
41 O eixo da roldana indicada na figura é impulsionado por uma força F de baixo para cima. Despreze o atrito do mancal e as massas do fio e da roldana. O corpo m_1 possui massa igual a 2 kg e o outro corpo, amarrado na outra extremidade da roldana, possui massa $m_2 = 4$ kg. O corpo de massa m_2 está inicialmente apoiado na horizontal. Faça um diagrama das forças sobre a roldana e sobre cada um dos blocos.



Com base nesse diagrama e nas leis de Newton, determine:

- a) o maior valor que a força F pode ter de modo que m_2 permaneça em repouso sobre a superfície.
b) a tensão no fio supondo $F = 100$ N.
c) a aceleração de m_1 no caso (b).

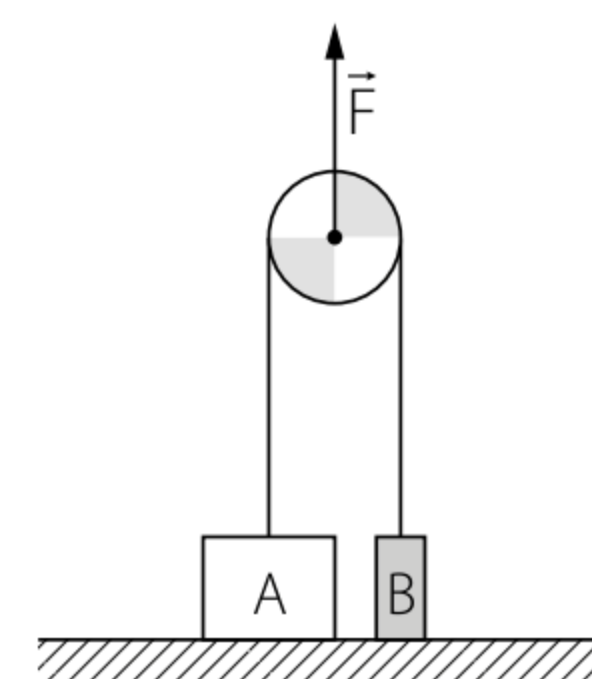
42 Uma força constante F atua sobre um suporte liso de massa m_1 . Dois corpos, de massas m_2 e m_3 , estão suspensos por um fio leve que passa pelo suporte, conforme está na figura.



Admitindo que F seja maior que $2T$, determine:

- a) a aceleração de cada um dos corpos e a tensão no fio, se $m_1 = m_2 = m_3$.
b) a aceleração de cada corpo, se $m_1 = m_2$ e $m_3 = 2m_1$.

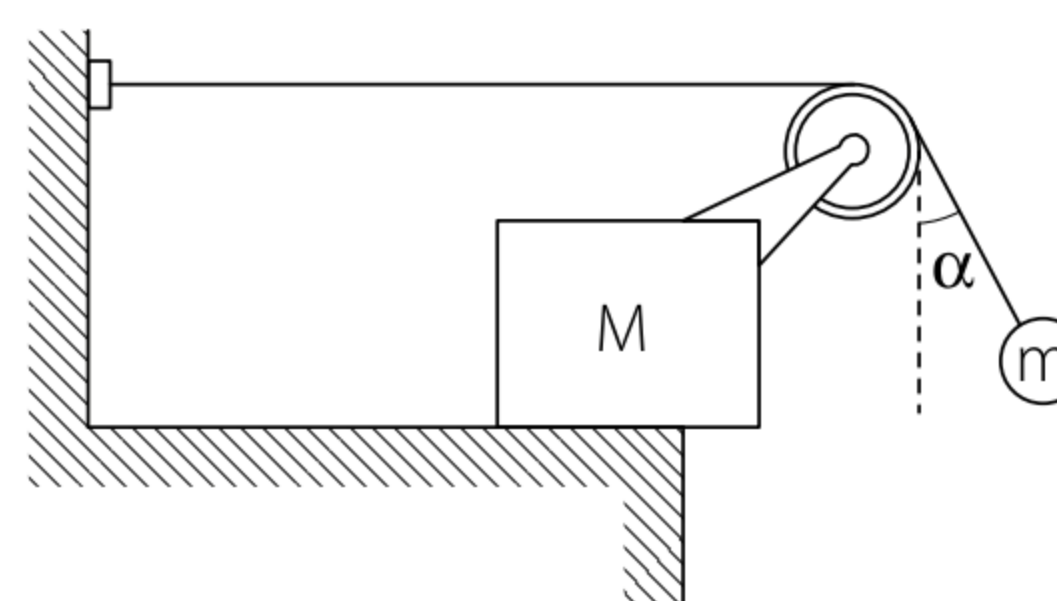
43 Na figura, as massas de A e B são 3 kg e 1 kg, respectivamente.



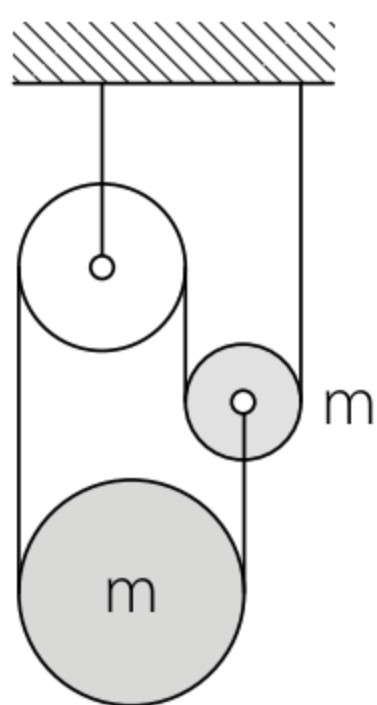
Se uma força $F = 5t^2$ N, para cima, é aplicada na polia ideal:

- a) calcule as acelerações de A e B como funções do tempo.
b) O que acontece após B alcançar a polia?

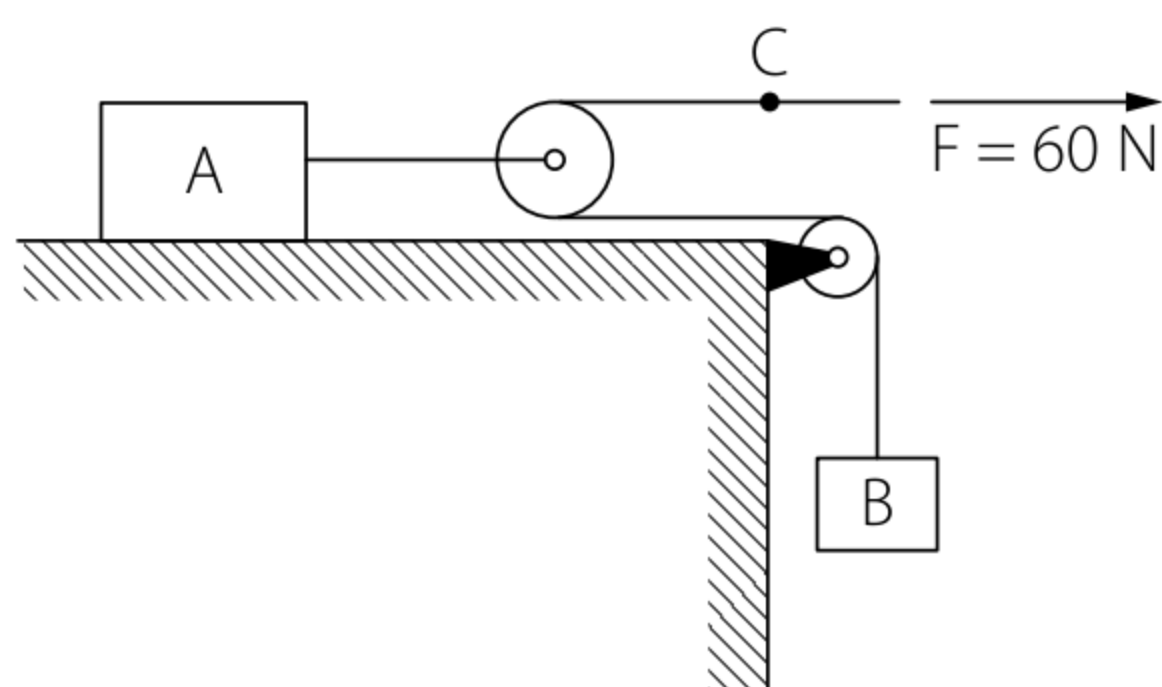
44 Na figura, após o pêndulo ser abandonado do repouso, sua inclinação α com a vertical permanece constante. Determine a massa M do bloco e a sua aceleração, em função da massa da bola m , da gravidade local g e do ângulo α . Todos os atritos são desprezíveis; fios e polias são ideais



45 Na máquina de Atwood da figura, as duas polias inferiores (destacadas em cinza) têm massa m cada uma. O fio ideal escorrega ao redor das polias sem nenhum atrito (despreze inércia rotacional das polias). Se a gravidade local vale g , determine as acelerações da polia móvel inferior (1) e da pequena polia móvel superior (2), destacadas em cinza.



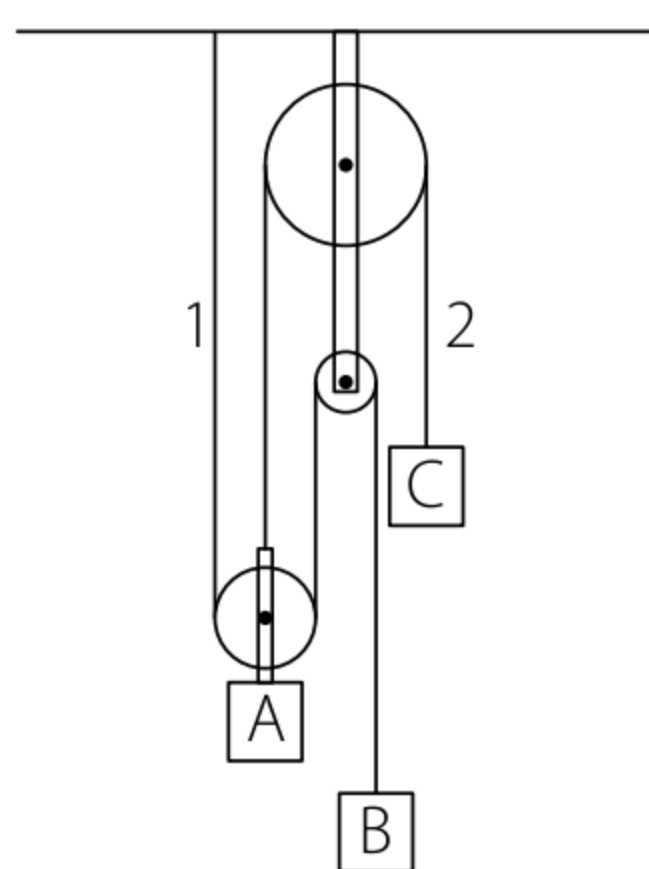
46 Os corpos A e B do esquema apresentado a seguir têm massas respectivamente iguais a 40 kg e 5 kg. A aceleração local da gravidade vale $g = 10 \text{ m/s}^2$, os fios são ideais e as polias têm inércia desprezível. O atrito entre os fios e as polias, bem como entre o corpo A e o plano horizontal de apoio, é admitido também desprezível. Determine a aceleração do ponto C da corda em relação ao referencial inercial.



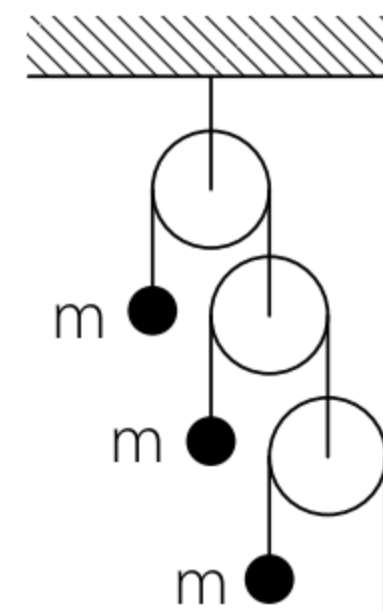
- A** $2,5 \text{ m/s}^2$
B 4 m/s^2
C 5 m/s^2

- D** 7 m/s^2
E 8 m/s^2

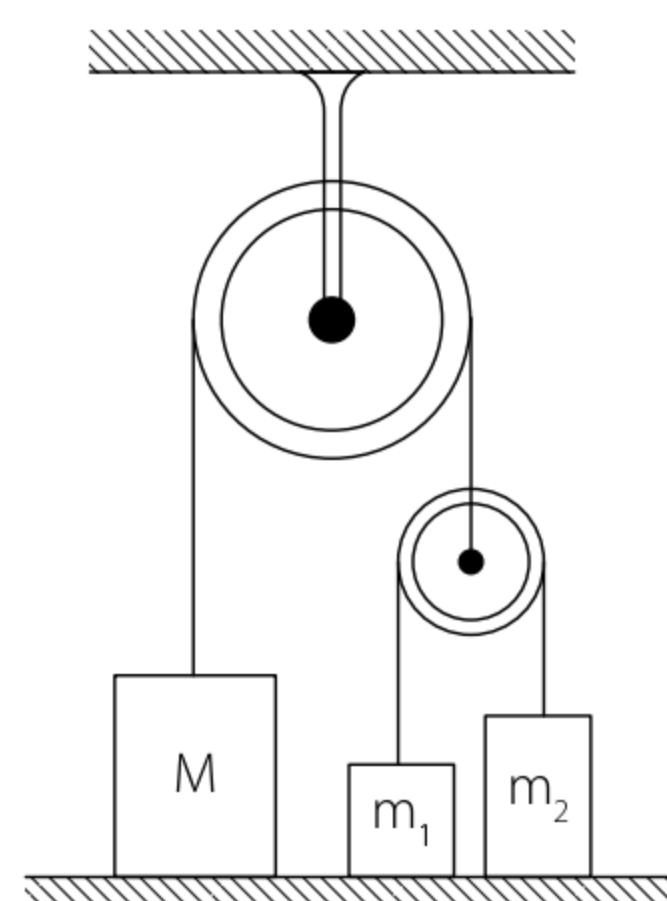
47 Para o sistema de blocos e polias abaixo, determine as trações nos fios em função da aceleração da gravidade g e as massas m_A , m_B e m_C dos blocos e se o bloco A está acelerado para cima, para baixo ou em repouso. Dado $m_A = m_B = m_C = m$.



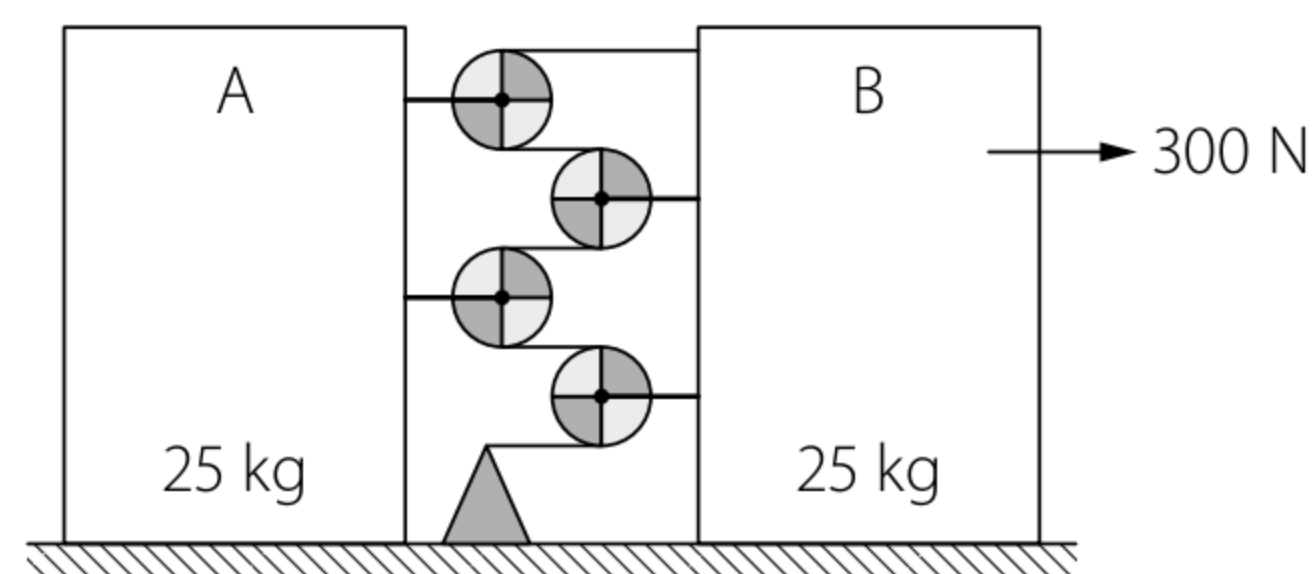
48 Considere uma máquina de Atwood infinita, conforme mostra a figura. Uma corda passa por cada polia, que em uma das extremidades está conectada a uma massa e na outra extremidade a uma polia. Todas as massas são iguais a m e todas as polias e cordas são ideais. As massas estão inicialmente paradas até que o sistema é liberado simultaneamente. Qual é a aceleração da primeira massa de cima, mais à esquerda na figura?



49 Sejam M , m_1 e m_2 as massas dos blocos homogêneos dispostos conforme a figura a seguir, inicialmente apoiados sobre uma placa horizontal. Determine o módulo e o sentido da aceleração do bloco de massa m_1 , em função de m_1 , m_2 e g , em relação à roldana fixa, após a retirada da placa, sabendo que $M = m_1 + m_2$ e $m_1 < m_2$. Considere que não há atrito no sistema e despreze o peso das polias e das cordas que unem os blocos.



50 Na situação abaixo, a dissipação de energia é desprezível, podendo o sistema ser considerado livre de atritos. As polias e os fios têm massas e inércias de rotação desprezíveis. A aceleração da gravidade no local vale 10 m/s^2 .

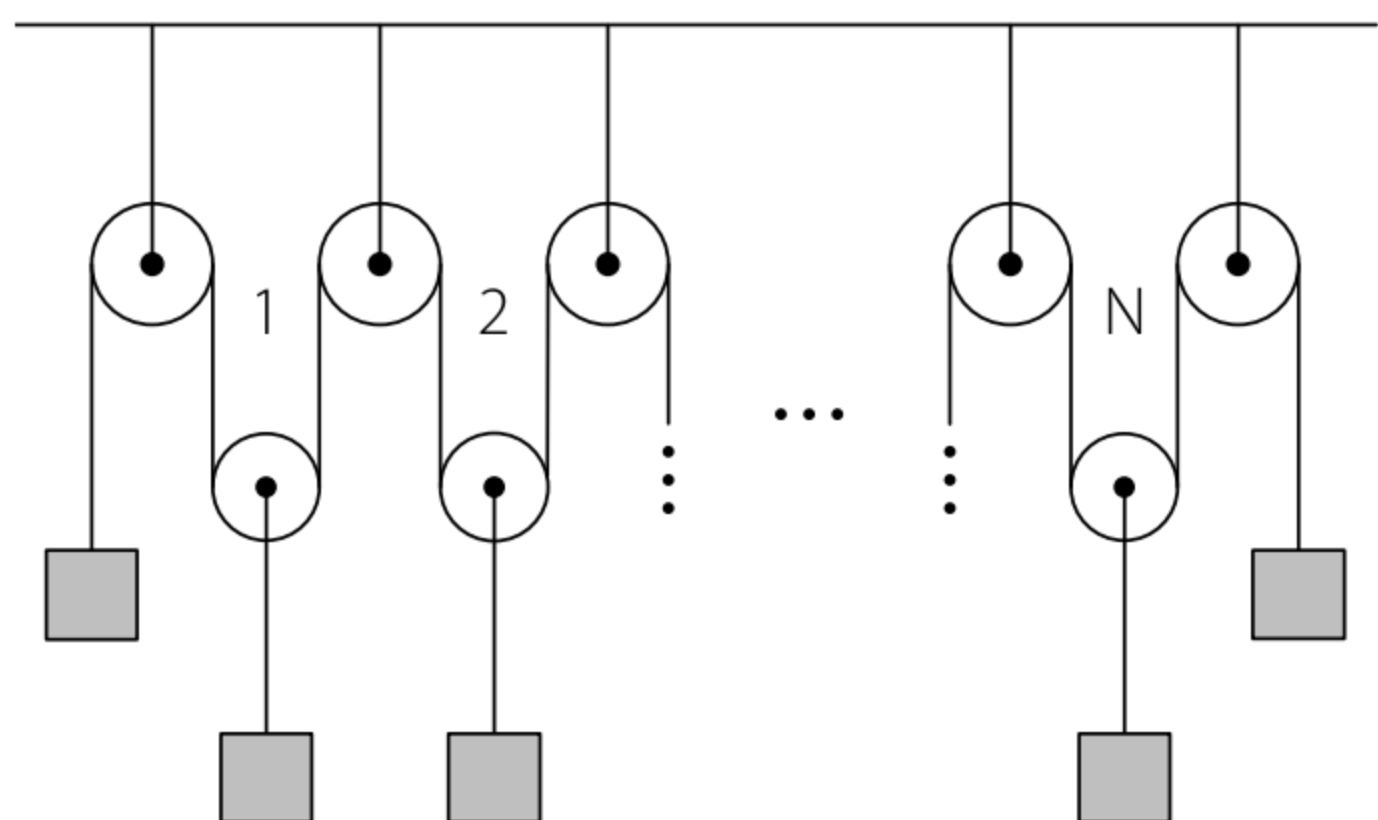


O sistema está sob a ação de uma força externa para a direita, de módulo igual a 300 N. Podemos dizer, então, que a aceleração do bloco A e a aceleração do bloco B valem, respectivamente, em m/s^2 :

- A** 3,90 e 3,12
B 5,00 e 4,00
C 3,03 e 2,42

- D** 5,85 e 4,68
E não é possível calcular

51 A figura a seguir mostra um sistema composto por polias fixas e N polias móveis, todas ideais, com blocos idênticos de massa m conectados por fios ideais. Quais as acelerações, respectivamente, dos blocos fixos nas polias móveis e dos blocos que ficam nas duas extremidades em função de N e da aceleração da gravidade g ?



- A** $\frac{g}{2N+1}; \frac{Ng}{2N+1}$
B $\frac{Ng}{2N+1}; \frac{g}{2N+1}$
C $\frac{2g}{2N+1}; \frac{g}{2N+1}$
D $\frac{g}{2N+1}; \frac{2g}{2N+1}$
E $\frac{Ng}{2N+1}; \frac{(N-2)g}{2N+1}$

Corpos deslizando

52 Um bloco de massa m pode deslizar sem atrito sobre um plano inclinado que forma um ângulo θ com o piso de um elevador.

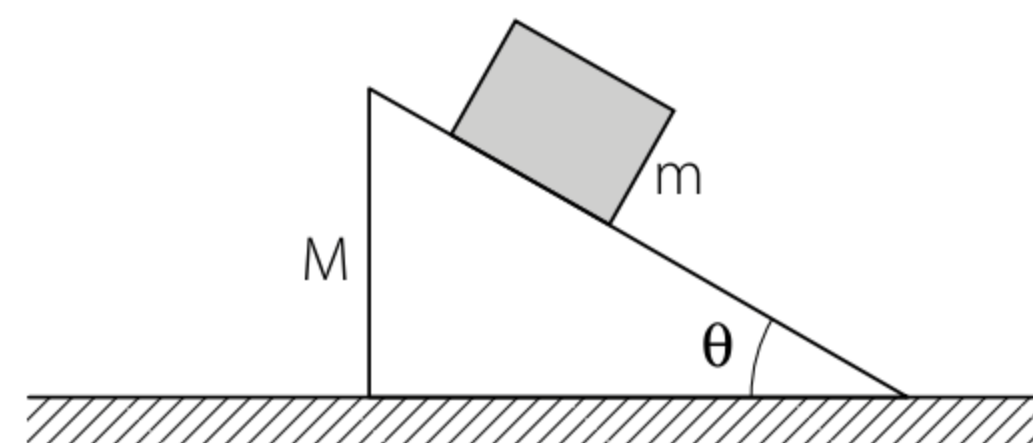
Determine o módulo da aceleração do bloco em relação ao plano inclinado nos seguintes casos:

- o elevador desce com velocidade constante v .
- o elevador sobe com velocidade constante v .
- o elevador desce com aceleração a .
- o elevador desce com uma desaceleração a .
- o elevador sobe com uma aceleração a .
- o cabo do elevador se rompe.
- Suponha que o corpo de massa m permaneça apoiado sobre uma balança de mola de massa desprezível, que também está apoiada sobre o plano inclinado; calcule o peso do corpo m indicado pela balança nas condições do item (e).

Determine o módulo da aceleração do bloco em relação ao referencial inercial nos seguintes casos:

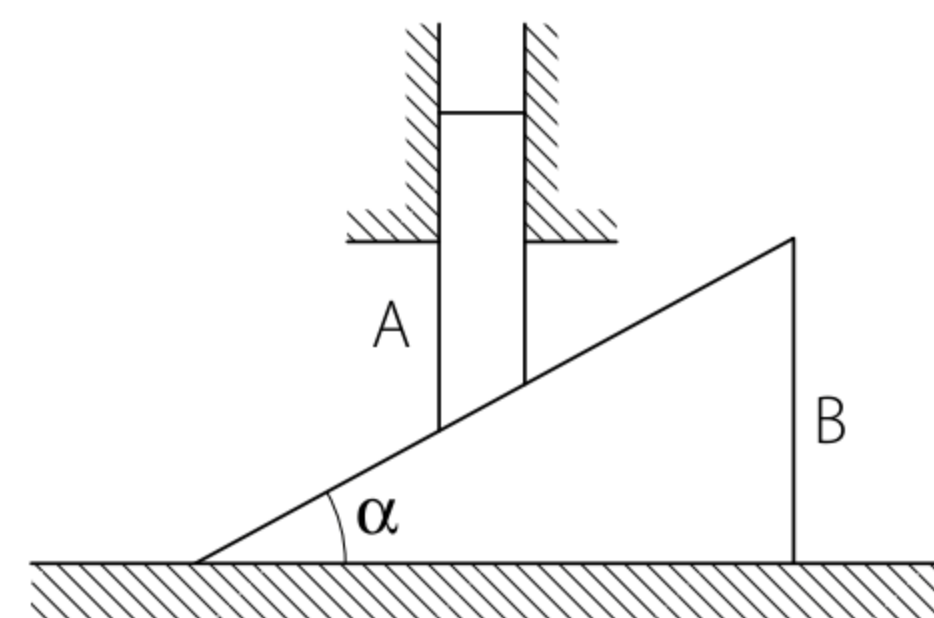
- item (a).
- item (c).
- item (e).

53 A figura indica uma cunha em forma de triângulo, de massa M e ângulo θ . A cunha repousa sobre uma mesa horizontal e sobre a cunha existe um bloco de massa m . Não há atrito em nenhuma superfície.

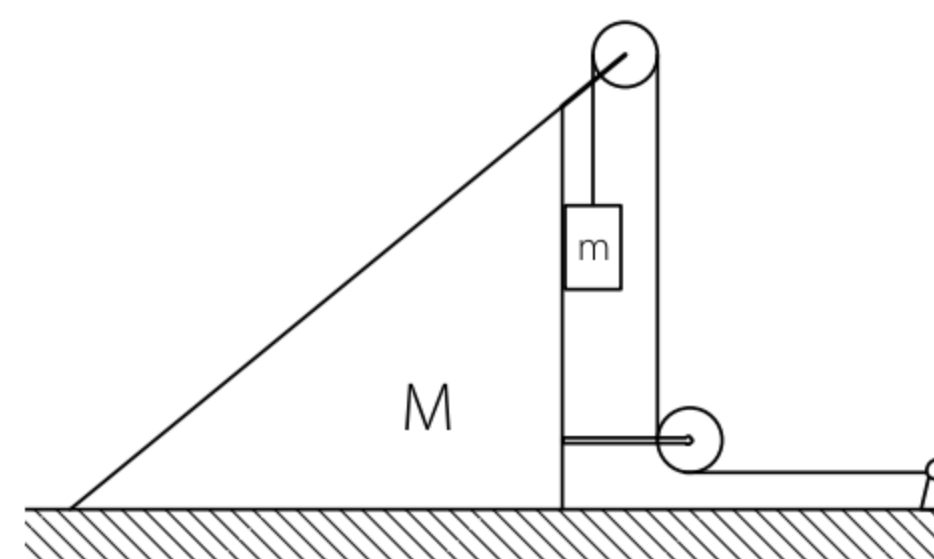


- Ache a aceleração horizontal da cunha em relação à mesa para que o bloco de massa m fique estacionário em relação à cunha.
- Determine a força horizontal F que deve ser aplicada sobre a cunha para que se obtenha o resultado do item (a).
- Suponha agora que nenhuma força seja aplicada à cunha. Descreva o movimento resultante.
- Dada uma força F qualquer, calcule a aceleração de M e m .

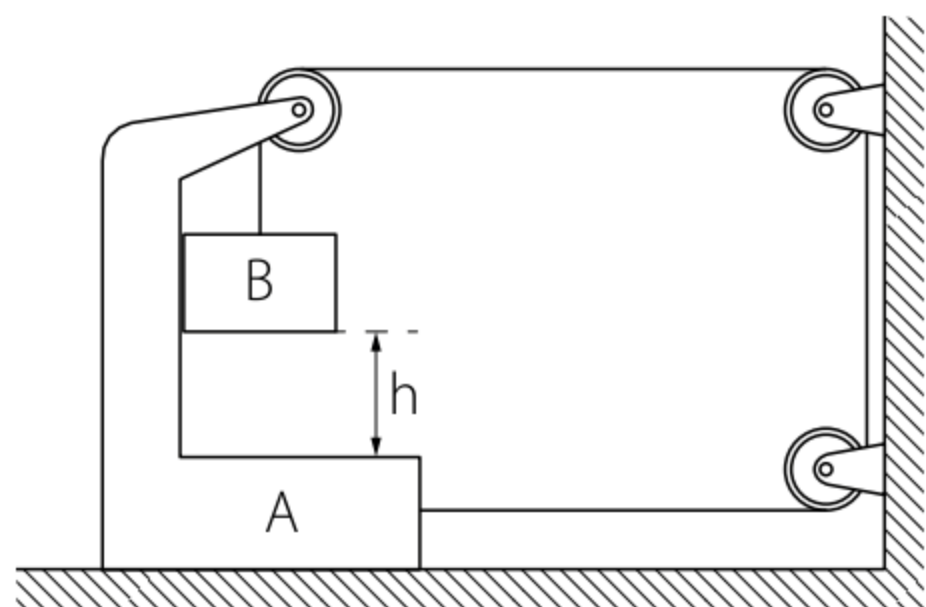
54 Determine a aceleração da barra A e da cunha B na figura abaixo, sabendo que a razão entre as massas m_B e m_A vale η , a gravidade local vale g e todos os atritos são desprezíveis.



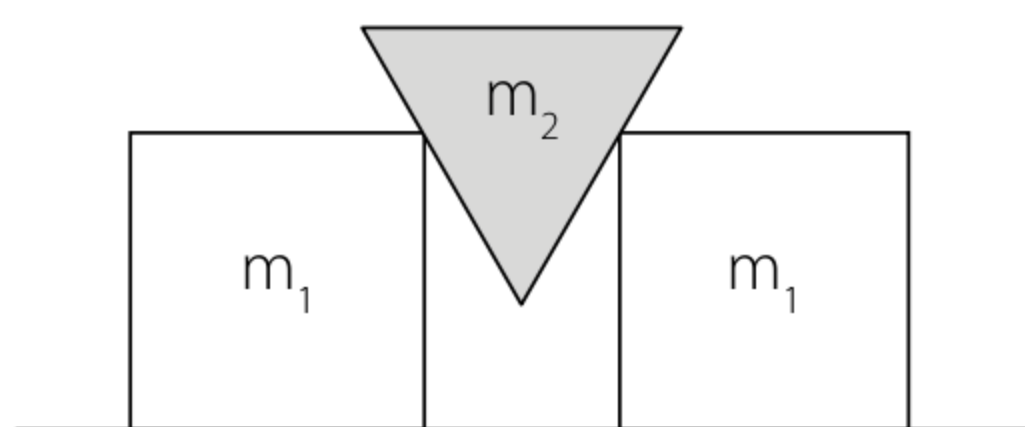
55 Na figura, todas as polias e fios são ideais, bem como todos os atritos são desprezíveis. Abandonando-se o sistema de repouso, pede-se determinar a aceleração da cunha de massa M em relação à terra. A massa do bloco vale m e a gravidade local vale g .



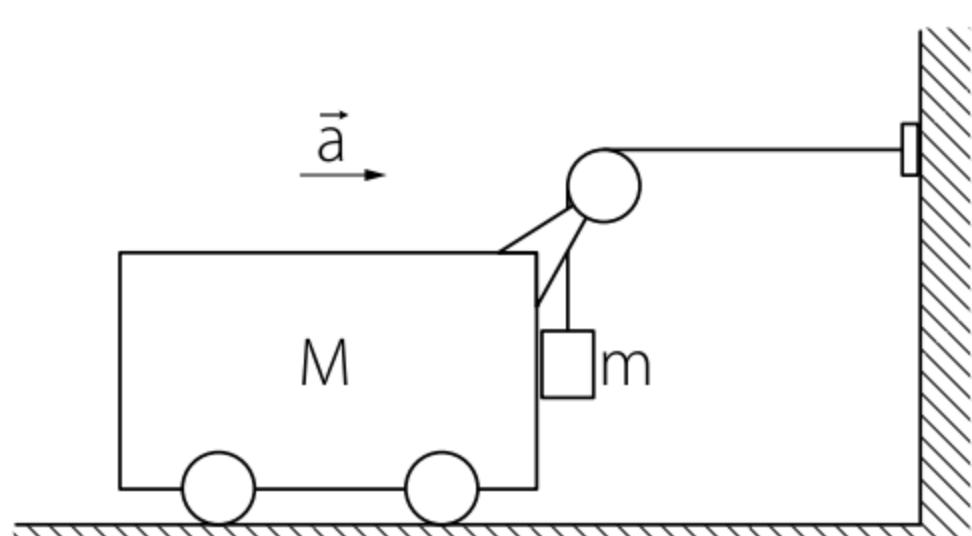
56 No sistema representado na figura, não há atritos, o fio é inextensível e tem peso desprezível. No local, a intensidade da aceleração da gravidade vale g . Ignorando a influência do ar, calcule o intervalo de tempo que o corpo B (de massa m) leva para atingir a base do corpo A (de massa M), quando é abandonado de uma altura h em relação a A.



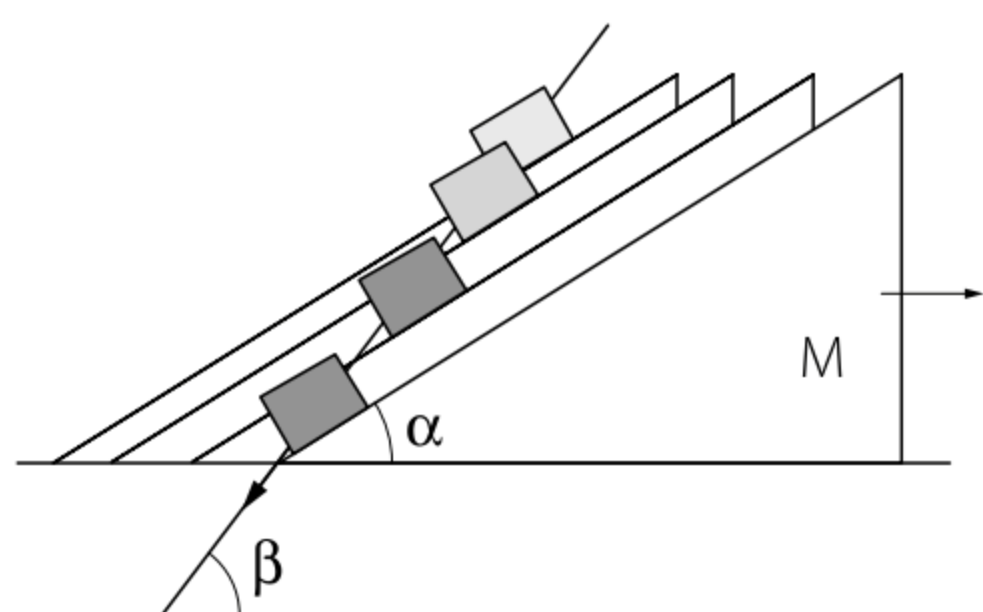
57 Sejam dois cubos idênticos de mesma massa $m_1 = 3 \text{ kg}$ e uma cunha de massa $m_2 = 2 \text{ kg}$ e seção triangular equilátera simetricamente posicionada entre eles. Desprezando-se todos os atritos, qual é a aceleração vertical adquirida pela cunha, quando o sistema for abandonado a partir do repouso? Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.



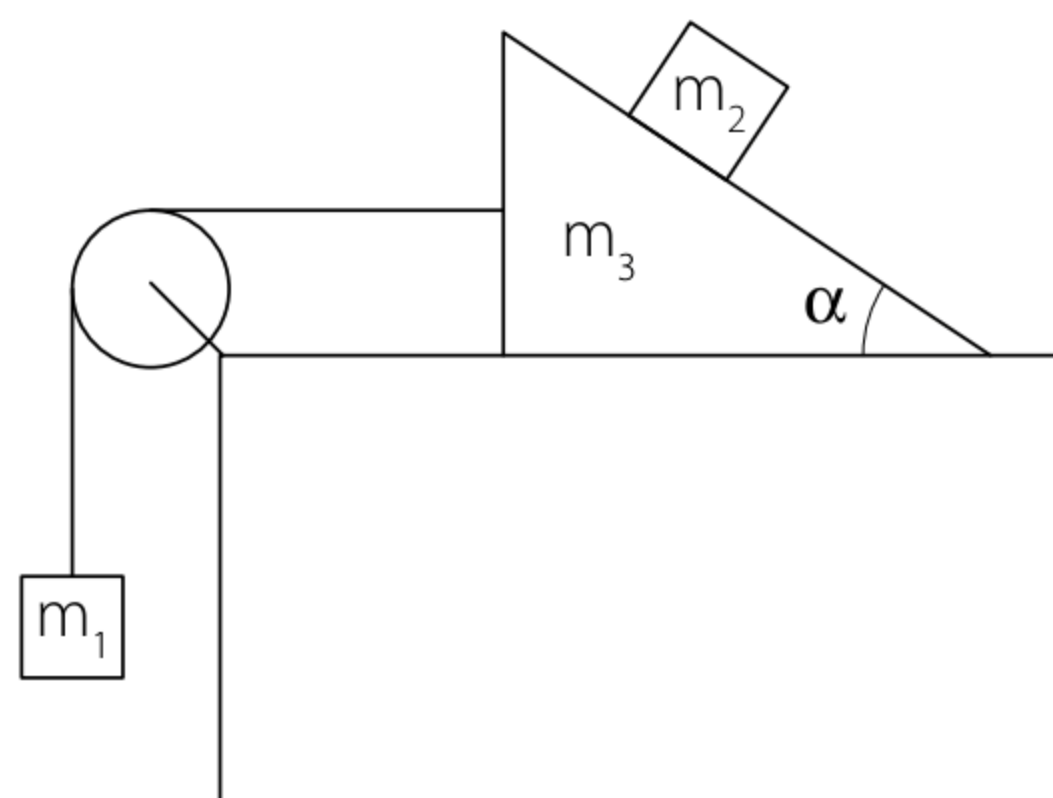
58 A figura mostra um bloco de massa m pendurado verticalmente por um fio ideal e encostado em um carrinho de massa M , que pode deslizar sem atrito num solo horizontal. Qual é a aceleração a adquirida pelo carrinho, quando o sistema é abandonado a partir do repouso?



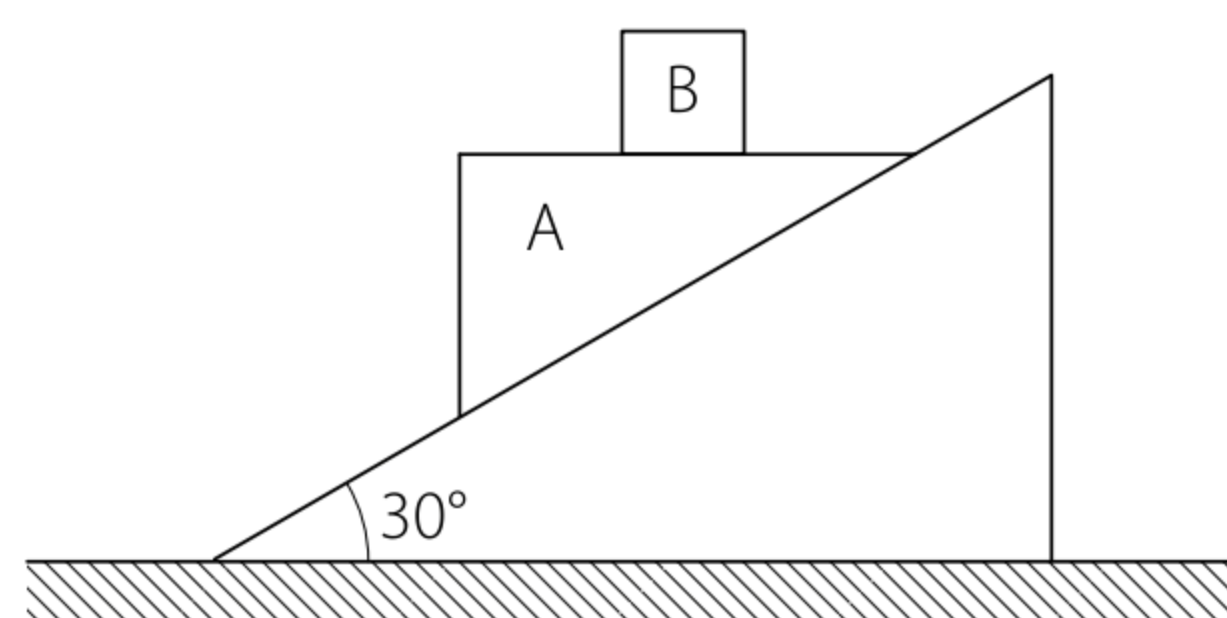
59 A figura mostra uma cunha de massa M e inclinação α inicialmente parada sobre o solo horizontal liso. Sabendo que, quando um bloco é abandonado sobre a superfície inclinada lisa da rampa, passa a descrever uma trajetória retilínea de inclinação β com a horizontal, qual a massa do referido bloco?



60 Na figura, não existe atrito entre quaisquer das superfícies. As massas da roldana e da corda podem ser desprezadas. Sabendo que $m_1 = m_2 = m_3 = m$, determine a aceleração de m_1 . Dados: $\text{tg } \alpha = 1$; $g = 10 \text{ m/s}^2$



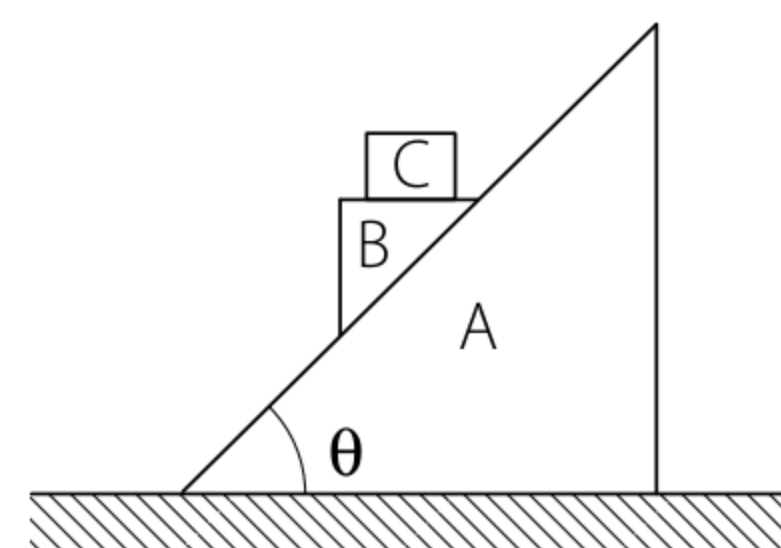
61 Um bloco B, de massa $m_B = 6 \text{ kg}$, repousa na superfície horizontal do bloco A, de massa $m_A = 15 \text{ kg}$, que, por sua vez, está sobre um plano inclinado fixo no chão.



Desprezando o atrito de todas as superfícies e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine, para o instante imediatamente após o sistema ser liberado do repouso:

- o módulo da aceleração de A em relação à Terra.
- o módulo da aceleração de B em relação ao bloco A.

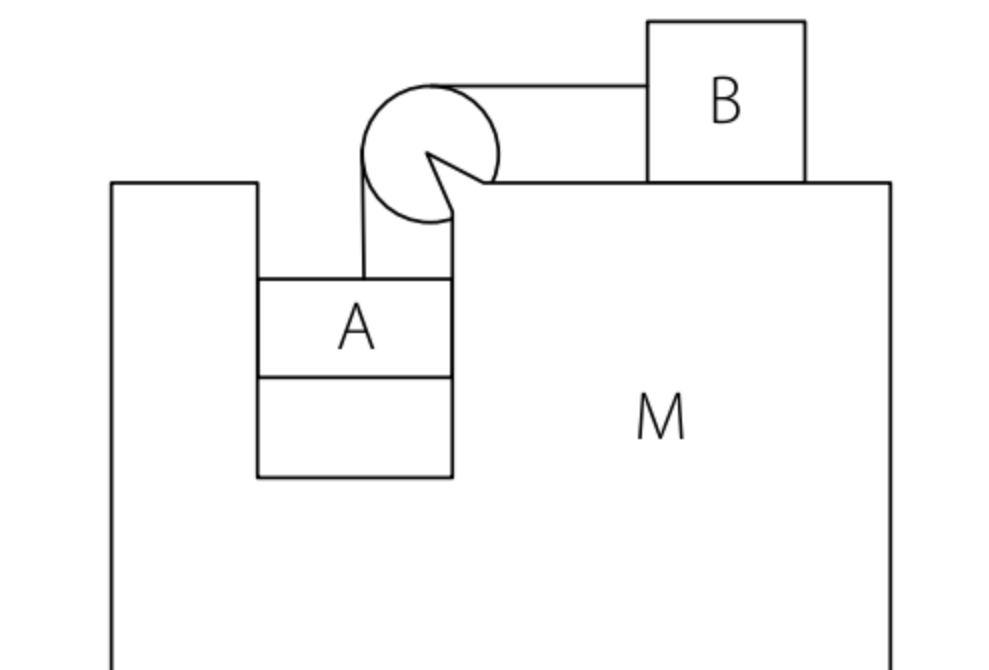
62 A cunha A da figura a seguir é fixada ao chão e as massas do bloco B e do bloco C valem, respectivamente, M e m . Ignorando eventuais forças dissipativas, pode-se afirmar que a aceleração relativa entre os blocos C e B vale



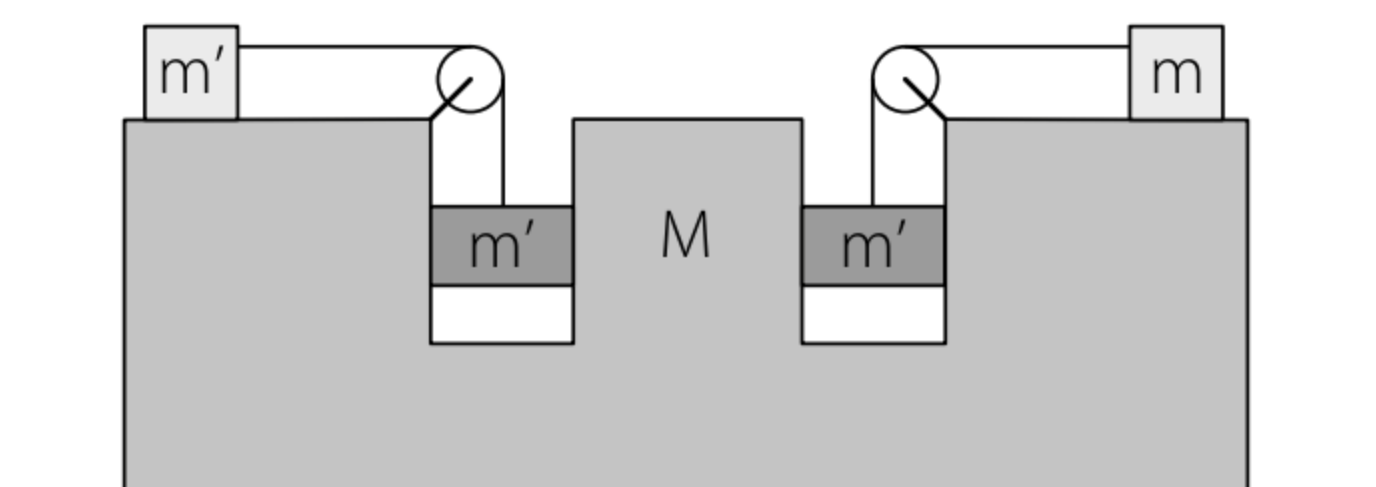
A $\frac{(M+m) \cdot g \cdot \text{sen} 2\theta}{(M-2m \cdot \text{sen}^2 \theta)}$
B $\frac{(M+m) \cdot g \cdot \text{sen} 2\theta}{2(M-m \cdot \text{sen}^2 \theta)}$
C $\frac{(M+m) \cdot g \cdot \text{sen} 2\theta}{4(M+m \cdot \text{sen}^2 \theta)}$

D $\frac{(M+m) \cdot g \cdot \text{sen} 2\theta}{2(M+m \cdot \text{sen}^2 \theta)}$
E $\frac{(M+m) \cdot g \cdot \text{sen} 2\theta}{(M-m \cdot \text{sen}^2 \theta)}$

63 Um bloco de massa M repousa em uma superfície horizontal lisa. Dois blocos A e B, de massas m_A e m_B respectivamente, estão conectados por um fio ideal passando por uma polia ideal fixa em M . O bloco B está em repouso sobre a superfície lisa de M e A pode se mover sem atrito ao longo de uma cavidade vertical em M na qual o bloco A se encaixa perfeitamente. Quando o sistema for liberado, qual a aceleração de M ?

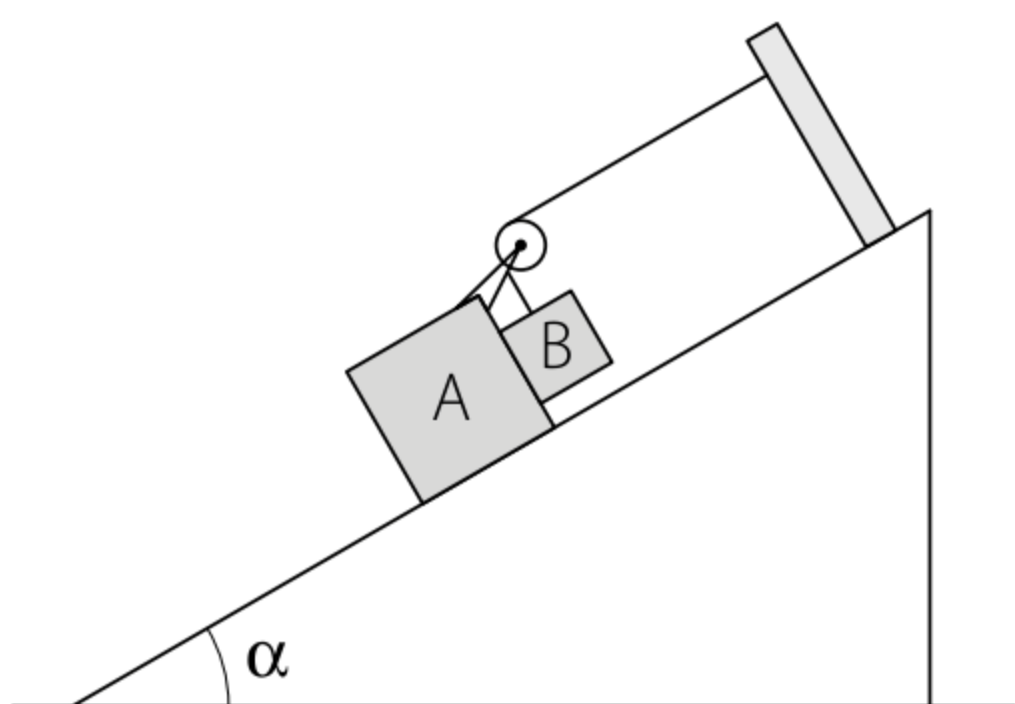


64 No sistema a seguir, $m > m'$ e todos os atritos podem ser desprezados. Qual o módulo da aceleração do bloco M , dado que a aceleração da gravidade vale g

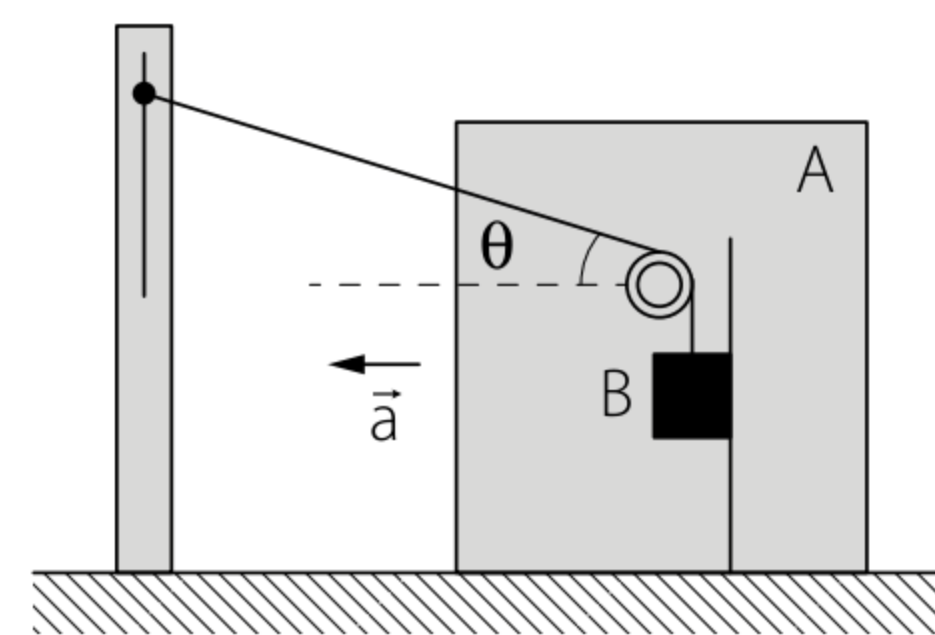


- A $\frac{2(m - m')g}{M + 3(m + m')}$
- B $\frac{(m - m')g}{2M + 3(m + m')}$
- C $\frac{(m + m')g}{3M + 2(m - m')}$
- D $\frac{(m + m')g}{3M + 2(m - m')}$
- E 0

65 Um bloco A de massa m_A repousa em uma superfície inclinada fixa lisa. Um outro bloco B de massa m_B é conectado ao bloco A através de um fio ideal, paralelo ao plano inclinado, conforme a figura a seguir. Desprezando todas as forças de atrito, determine a aceleração do bloco A e a tração no fio em função de m_A , m_B , g e α .



66 ITA 2012 A figura mostra um sistema formado por dois blocos, A e B, cada um com massa m . O bloco A pode deslocar-se sobre a superfície plana e horizontal onde se encontra. O bloco B está conectado a um fio inextensível fixado à parede, e que passa por uma polia ideal com eixo preso ao bloco A. Um suporte vertical sem atrito mantém o bloco B descendo sempre paralelo a ele, conforme mostra a figura. Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície, g a aceleração da gravidade, e $\theta = 30^\circ$ mantido constante, determine a tração no fio após o sistema ser abandonado do repouso.



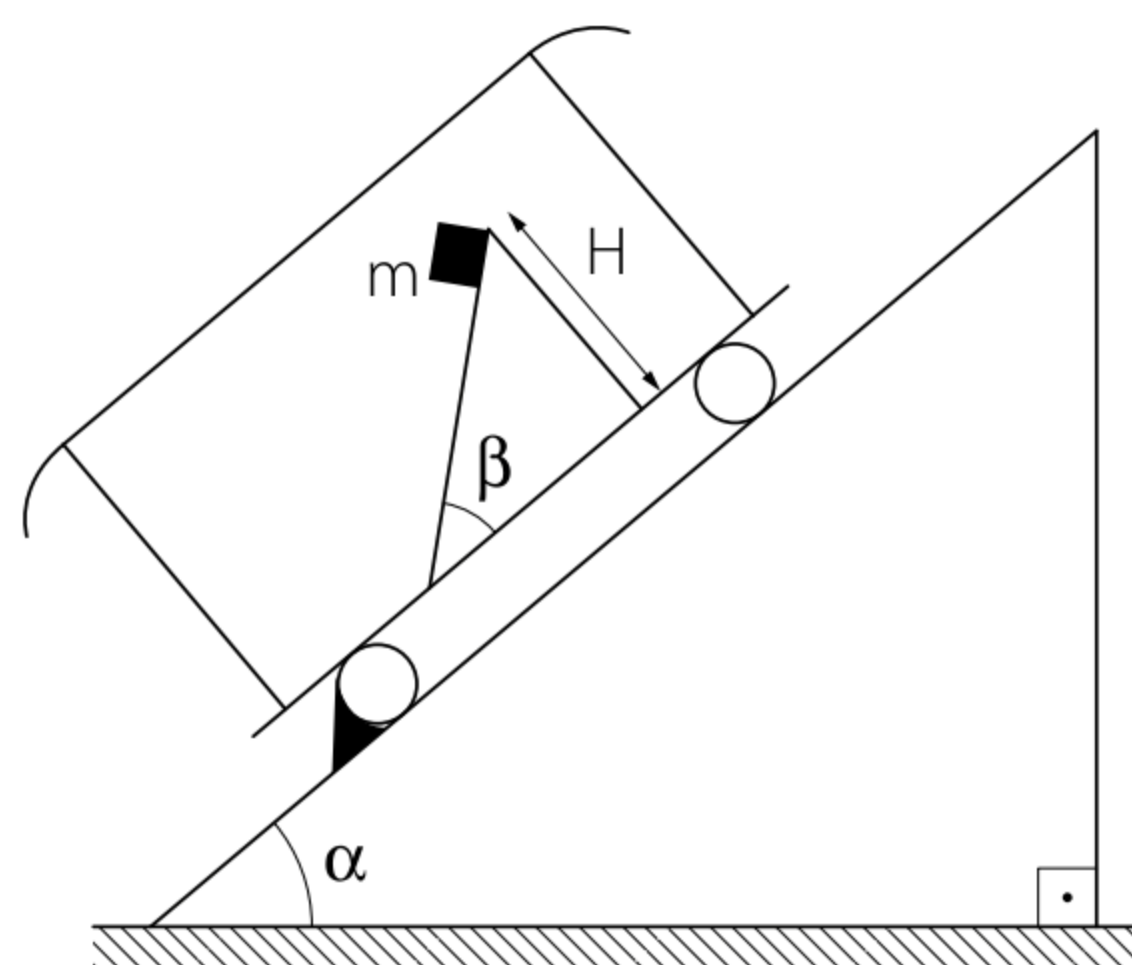
67 ITA 2013 Uma rampa maciça de 120 kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por $\tan\theta = 3/4$. Um corpo de 80 kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15 m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rampa em relação ao piso é de aproximadamente

- A 1 m/s.
- B 3 m/s.
- C 5 m/s.
- D 2 m/s.
- E 4 m/s.

Vínculos com referencial não-inercial

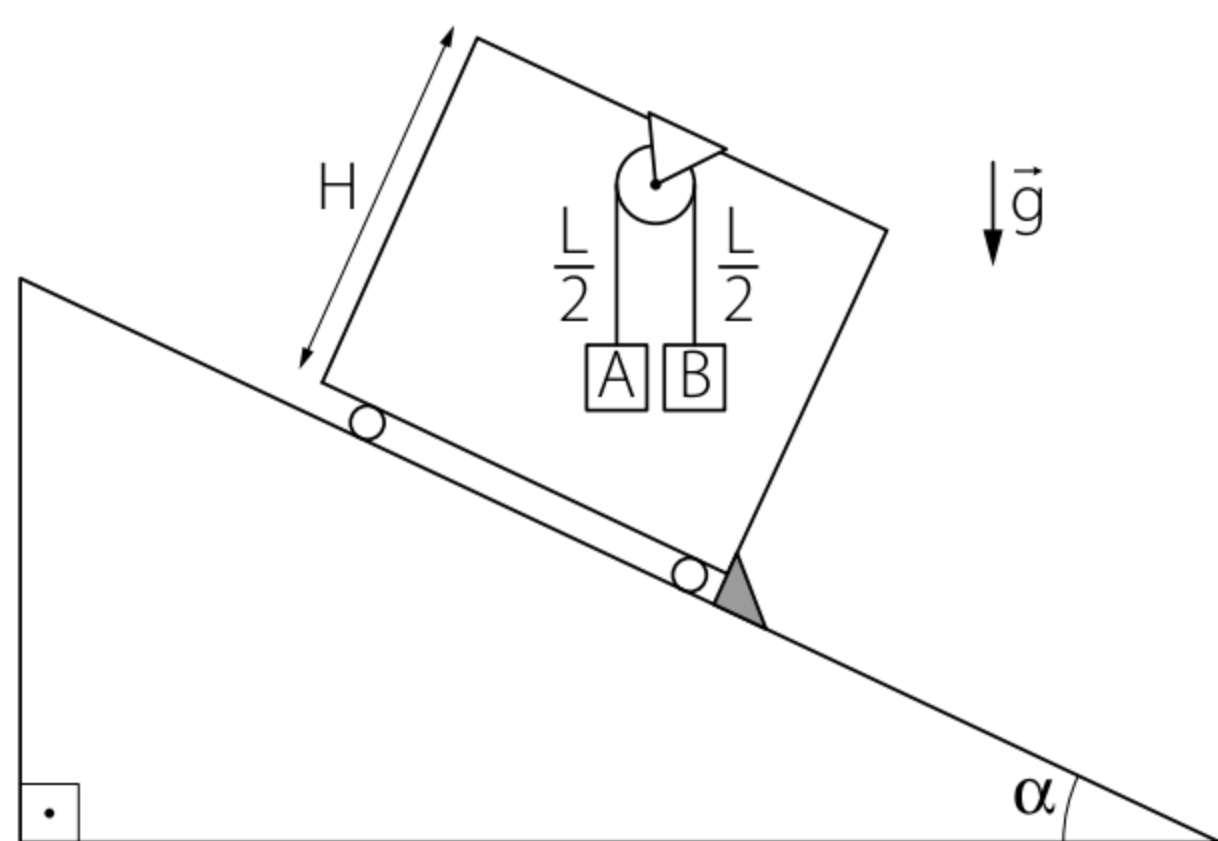
Resolva as questões de **68** a **71**, utilizando o referencial não-inercial.

68 Observe a figura a seguir. Os ângulos α e β são conhecidos, assim como a gravidade local g e a massa m do bloquinho. Todos os atritos são desprezíveis. Quando a trava das rodas é retirada, o vagão passa a mover-se aceleradamente ladeira abaixo.



No seu interior, o bloquinho parte do repouso, do topo da rampa de altura H , descendo ladeira abaixo. Considerando que a massa do vagão seja muito maior do que a massa do bloquinho, determine o tempo gasto por este para atingir o piso do vagão em função de α , β , g e H .

69 Na situação ilustrada na figura a seguir, uma Máquina de Atwood com dois blocos de massas m_A e m_B , com $m_B > m_A$, e uma corda de comprimento L , se encontram acoplados a um vagão de altura H , com $\frac{L}{2} < H < L$. Inicialmente o sistema está parado devido a uma trava nas rodas. A massa do vagão é muito maior que a massa dos blocos. Todos os atritos são desprezíveis e a corda e a polia são ideais. Quando a trava das rodas é retirada, o vagão adquire aceleração para baixo ao longo de uma ladeira muito longa, que forma um ângulo α com a horizontal.

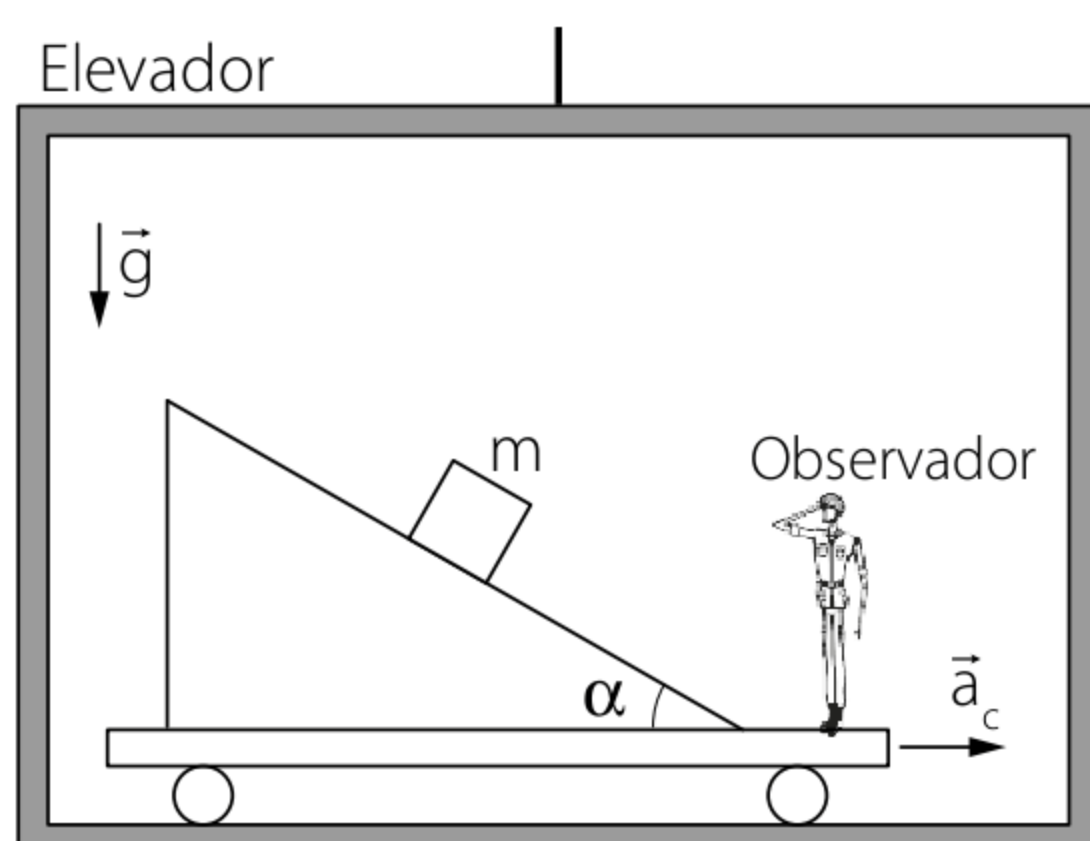


Após a retirada das travas, determine:

- a tração na corda que une as massas.
- o tempo necessário para o bloco B atingir o piso do vagão.

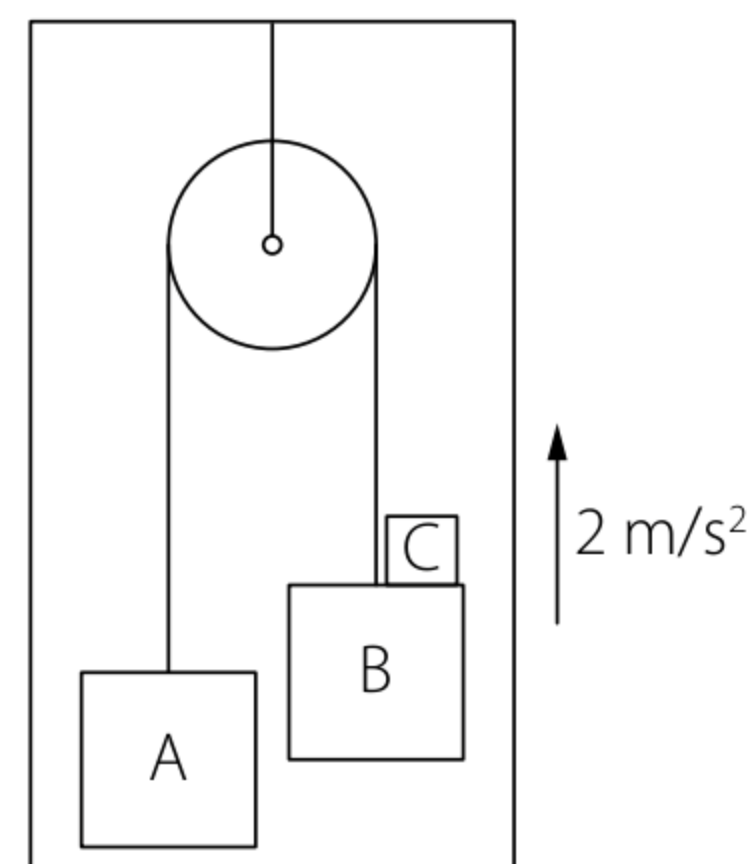
70 Um elevador desce com velocidade constante $v = 6 \text{ m/s}$. Dentro do elevador existe um carrinho com aceleração horizontal $a_c = 12 \text{ m/s}^2$ em relação ao elevador. Um bloco de massa $m = 5 \text{ kg}$ foi abandonado sobre uma rampa lisa, que se encontra fixa ao piso desse carrinho. Ao mesmo tempo em que o bloco foi abandonado, o elevador começa a frear e para após 3 s. Durante essa frenagem, com relação a um observador sobre o carrinho, o bloco sobe ou desce o plano inclinado e com que aceleração?

Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\sin \alpha = 0,6$



- $2,4 \text{ m/s}^2$ e o bloco desce o plano inclinado
- $2,4 \text{ m/s}^2$ e o bloco sobe o plano inclinado
- $4,8 \text{ m/s}^2$ e o bloco desce o plano inclinado
- $4,8 \text{ m/s}^2$ e o bloco sobe o plano inclinado
- o bloco fica parado com relação ao observador sobre o carrinho

71 Na figura, há um arranjo montado dentro de um elevador que sobe com aceleração de 2 m/s^2 em relação ao referencial inercial. Os 3 corpos (A, B e C) têm massas iguais a 1 kg . Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a força de contato entre os corpos B e C.



- $\frac{40}{3} \text{ N}$
- 16 N
- $\frac{20}{3} \text{ N}$
- $\frac{10}{3} \text{ N}$
- 8 N

GABARITO

- E
- D
- C
- 10000 N
- $T_1 = 15 \text{ N}; T_2 = 20 \text{ N}; T_3 = 25 \text{ N}; \theta_1 = \arcsen(0,6); \theta_2 = \arcsen(0,8)$
- $\frac{F}{2m} \cdot \frac{x}{(\ell^2 - x^2)^{3/2}}$
- C
- $2Pa/(g + a)$
- B
- B
- $g = \frac{2L(m_1 + m_2)}{t^2(m_1 - m_2)}$
- $7/3 \text{ m}$
- a) $v = 8,94 \text{ m/s}$
b) $0,58$
- a) 405 N
b) 375 N
- a) Demonstração.
b) Dobrar entre 5 m e 10 m de corda de modo que os primeiros metros ele possa descer com velocidade constante, depois escorregar com aceleração e depois cair em queda livre.
c) $\sqrt{80} \text{ m/s}$
- E

17. a) $a = \frac{m' \cdot g}{m + m'}$; $m' \ll m \Rightarrow a \approx \frac{m' \cdot g}{m}$
 b) $T = \frac{mm' \cdot g}{m + m'}$; $m' \ll m \Rightarrow T \approx m' \cdot g$
18. E
19. a) 3
 b) 8 N
20. C
21. 1,5 m
22. a) $\frac{1000}{3}$ N/m
 b) 7,5 m/s²
23. Demonstração.
24. E
25. C
26. E
27. C
28. A
29. a) $F/(m_1 + m_2)$
 b) $m_1 a$
 c) A corda não fica horizontal.
30. a) $W/(2 \sin \theta)$
 b) $W/(2 \tan \theta)$
31. a) $a = 10\sqrt{3}$ m/s²
 b) O bloco escorregaria plano acima.
32. a) $m_2 = m_1 \sin \theta$
 b) $a = g \tan \theta$
 c) $T = \frac{m_2 g}{\cos \theta}$
 d) $F = (M + m_1 + m_2) g \tan \theta$
 e) 400 N
33. $a_1 = 2m_2 \cdot g/(4m_1 + m_2)$; $a_2 = m_2 \cdot g/(4m_1 + m_2)$
34. $a_A = 2,5$ m/s²; $a_B = 5,0$ m/s²
35. a) $T = \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot g}{(m_1 + m_2)}$; $a = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2}$; $T = 24$ N; $a = 6$ m/s²
 b) $T = \frac{2m_1 \cdot m_2 \cdot g}{m_2 + 4m_1}$; $a_1 = \frac{2m_2 \cdot g}{m_2 + 4m_1}$; $a_2 = \frac{m_2 \cdot g}{m_2 + 4m_1}$
 $T = \frac{240}{11}$ N; $a_1 = \frac{60}{11}$ m/s²; $a_2 = \frac{30}{11}$ m/s²
 c) $T = \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot g}{4m_2 + m_1}$; $a_1 = \frac{2m_2 \cdot g}{4m_2 + m_1}$; $a_2 = \frac{4m_2 \cdot g}{4m_2 + m_1}$
 $T = \frac{120}{7}$ N; $a_1 = \frac{30}{7}$ m/s²; $a_2 = \frac{60}{7}$ m/s²
36. 2v
37. $a_A = 4$ m/s²; $a_B = 2,5$ m/s²
38. 50 N
39. $a_1 = 2$ m/s² para cima; $a_2 = 6$ m/s² para baixo; $a_3 = 2$ m/s² para cima; $T = 12$ N
40. Demonstração.
41. a) 80 N
 b) 50 N
 c) 15 m/s², para cima

42. a) $a = \frac{F}{3m} - g$ (para cima); $T = \frac{F}{3}$
 b) $a_1 = \frac{3F}{11m_1} - g$ (para cima); $a_2 = \frac{4F}{11m_1} - g$ (para cima); $a_3 = \frac{2F}{11m_1} - g$ (para cima).
43. a) $0 \leq t \leq 2s$: $a_A = a_B = 0$
 $2 < t \leq 2\sqrt{3}s$: $a_A = 0$; $a_B = 2,5t^2 - 10$
 $t > 2\sqrt{3}s$: $a_A = \frac{2,5}{3}t^2 - 10$; $a_B = 2,5t^2 - 10$
 b) Ao alcançar a polia: $a_A = a_B = 1,25t^2 - 10$
44. $a = g \tan \alpha$ $M = \frac{m(1 - \sin \alpha)^2}{\sin \alpha}$
45. $a_1 = \frac{g}{5}$; $a_2 = \frac{2g}{5}$
46. B
47. $T_1 = \frac{mg}{3}$; $T_2 = \frac{2mg}{3}$ e $a_A = \frac{g}{3}$ para cima
48. $a = \frac{g}{2}$ para cima
49. $a_1 = \frac{3m_2^2 - 2m_1m_2 - m_1^2}{m_2^2 + 6m_1m_2 + m_1^2} g$
50. D
51. A
52. a) $g \sin \theta$
 b) $g \sin \theta$
 c) $(g - a) \sin \theta$
 d) $(g + a) \sin \theta$
 e) $(g + a) \sin \theta$
 f) zero
 g) $m(g + a) \cos \theta$
 h) $g \sin \theta$
 i) $\sqrt{g^2 \sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta}$
 j) $\sqrt{g^2 \sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta}$
53. a) $g \tan \theta$, para a direita.
 b) $(M + m) g \tan \theta$, para a direita.
 c) Cunha: $a_C = \frac{m g \sin \theta \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta}$ para a esquerda.
 Bloco: $a_{B,x} = \frac{M g \sin \theta \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta}$ para a direita;
 $a_{B,y} = \frac{(M + m) g \sin^2 \theta}{M + m \sin^2 \theta}$ para baixo.
 d) Cunha: $a_C = \frac{m g \sin \theta \cos \theta - F}{M + m \sin^2 \theta}$ para a esquerda.
 Bloco: $a_{B,x} = \frac{M g \sin \theta \cos \theta + F \sin^2 \theta}{M + m \sin^2 \theta}$ para a direita;
 $a_{B,y} = \frac{(M + m) g \sin^2 \theta - F \sin \theta \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta}$ para baixo.
54. $a_B = \frac{g}{\tan \alpha + \eta \cdot \cot \alpha}$; $a_A = \frac{g}{1 + \eta \cdot \cot^2 \alpha}$
55. $a = \frac{m \cdot g}{(M + 2m)}$
56. $t = \sqrt{\frac{h \cdot (m + 5m)}{2 \cdot m \cdot g}}$
57. $a = 5$ m/s²
58. $a = \frac{mg}{M + 2m}$

$$59. m = M \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \right)$$

60. 6 m/s^2 para baixo.

$$61. a) \frac{210}{33} \text{ m/s}^2$$

$$b) \frac{105\sqrt{3}}{33} \text{ m/s}^2$$

62. D

$$63. a = \frac{m_A m_B g}{M(m_A + m_B) + m_A^2 + 2m_A m_B}$$

64. B

$$65. T = \frac{m_B g(m_A + m_B)(\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)}{2m_B + m_A}$$

$$66. T = \frac{2mg(\sqrt{3} + \mu)}{(3\sqrt{3} - \mu)}$$

67. C

$$68. t = \sqrt{\frac{2H}{g \cdot \operatorname{sen}^2 \beta \cdot \cos \alpha}}$$

$$69. t = \sqrt{\frac{(2H - L) \cdot (m_B + m_A)}{(m_B - m_A) \cdot g \cdot \cos \alpha}}$$

70. B

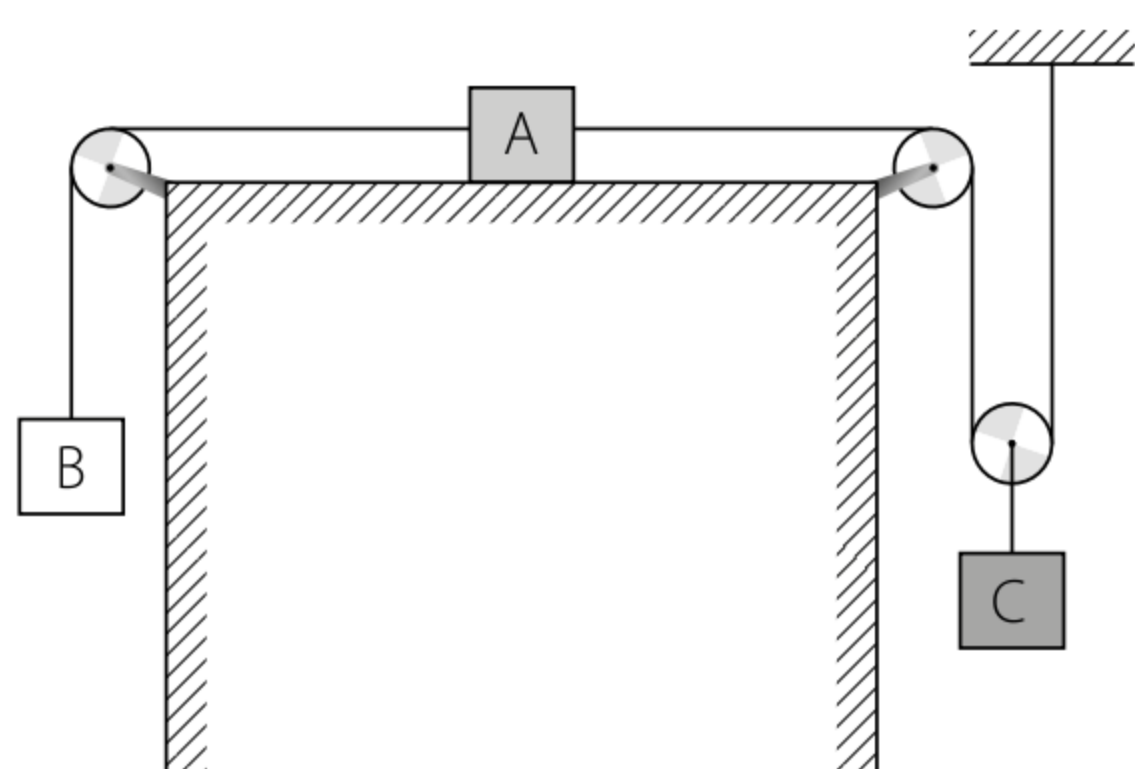
71. E

SÉRIE 2 ATRITO E DINÂMICA NO MOVIMENTO CIRCULAR

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Atrito estático

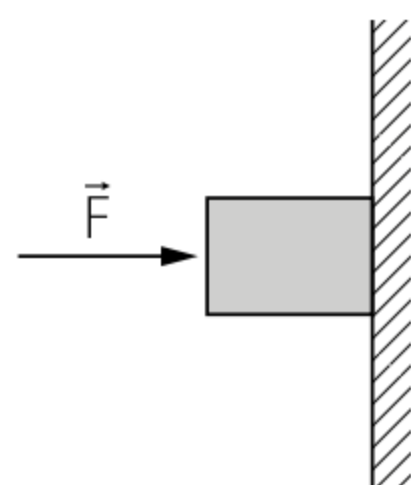
1 No sistema representado na figura, as polias e os fios são ideais, o peso de A é 20 N e o peso de B é 10 N. O coeficiente de atrito entre A e a superfície horizontal é igual a 0,2.



Para que o sistema fique em equilíbrio, o peso de C deve ficar no intervalo:

- | | | |
|--------------------|-----------------------|----------------------|
| A 3 N a 5 N | C 8,5 N a 11 N | E 30 N a 45 N |
| B 6 N a 8 N | D 12 N a 28 N | |

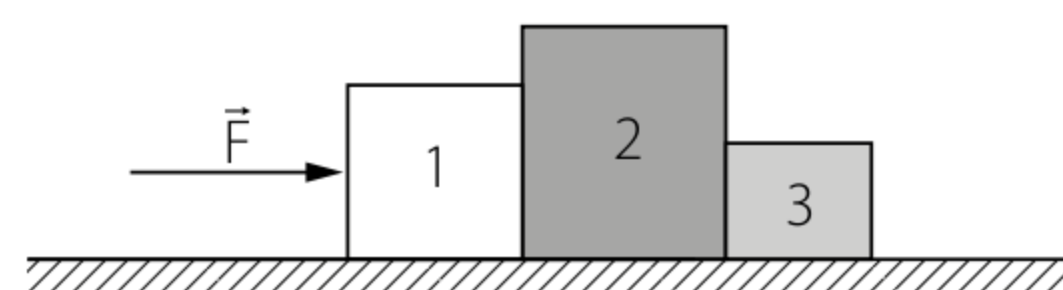
2 Um bloco de massa 8,0 kg é mantido em repouso, encostado em uma parede vertical, aplicando-se a ele uma força horizontal $\vec{F}$, como mostra a figura. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- Supondo que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a parede seja igual a 0,40, determine os valores possíveis para a intensidade de $\vec{F}$.
- Supondo que a intensidade de $\vec{F}$ é 400 N, determine os valores possíveis para o coeficiente de atrito entre o bloco e a parede.

Atrito dinâmico

3 A figura a seguir representa três blocos de massas $M_1 = 1,00 \text{ kg}$, $M_2 = 2,50 \text{ kg}$ e $M_3 = 0,50 \text{ kg}$, respectivamente. Entre os blocos e o piso que os apoia, existe atrito, cujos coeficientes cinético e estático são, respectivamente, 0,10 e 0,15, e a aceleração da gravidade vale $10,0 \text{ m/s}^2$.



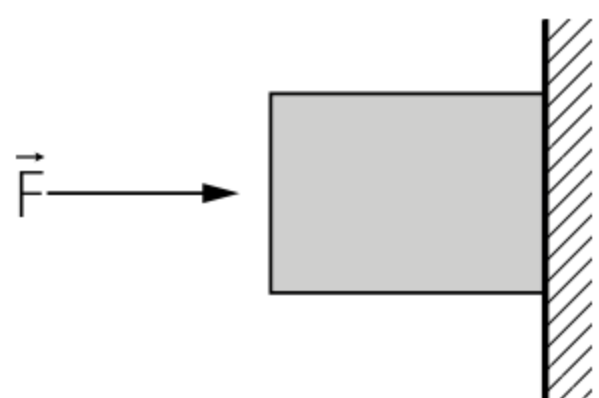
Se ao bloco M_1 for aplicada uma força F horizontal de 10,00 N, pode-se afirmar que a força que o bloco 2 aplica sobre o bloco 3 vale:

- | |
|----------------------------------|
| A 0,25 N |
| B 10,00 N |
| C 2,86 N |
| D 1,25 N |
| E nenhuma das anteriores. |

4 Um fardo de 50 kg deve ser deslocado sobre um piso horizontal. O coeficiente de atrito entre o fardo e o piso é 0,6. Uma forma de efetuar o deslocamento é a de empurrar o fardo, sob um ângulo θ com a horizontal. Outra forma é a de puxar o fardo, com um ângulo θ em relação à horizontal.

- Explique a razão de um dos métodos ser melhor que o outro.
- Calcule a força necessária para deslocar o fardo em cada um dos métodos com $\theta = 30^\circ$. Compare os resultados obtidos com os que apareceriam sendo $\theta = 0^\circ$.

5 Uma força horizontal $F = 70 \text{ N}$ empurra um bloco que pesa 30 N contra uma parede vertical, conforme indicado na figura. O coeficiente de atrito estático entre a parede e o bloco vale $0,50$ e o coeficiente de atrito cinético vale $0,30$. Suponha que, inicialmente, o bloco esteja em repouso.



- Com a força F aplicada, o corpo começará a se mover?
- Qual é, no caso do item (a), a força exercida pela parede sobre o bloco?
- Qual seria o valor de F mínimo necessário para não começar o movimento?
- Uma vez iniciado o movimento, determine o valor de F necessário para que o corpo escorregue contra a parede com velocidade constante.
- Obtenha o valor de F para que o bloco escorregue contra a parede com uma aceleração igual a 6 m/s^2 .

6 Um carro de corrida de Fórmula 1 parte do repouso, atinge a velocidade de 216 km/h , freia e para no tempo total de 30 segundos. O coeficiente de atrito entre as rodas e a estrada, que é explorado ao limite durante a frenagem, vale $0,5$. Sabendo que as acelerações, no período de velocidade crescente e no período de frenagem, são constantes, determine:

- a aceleração durante o período em que a velocidade está aumentando.
- a distância total percorrida ao longo dos 30 segundos.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

7 ITA 2017 Considere um automóvel com tração dianteira movendo-se aceleradamente para a frente. As rodas dianteiras e traseiras sofrem forças de atrito respectivamente para:

- frente e frente.
- frente e trás.
- trás e frente.
- trás e trás.
- frente e não sofrem atrito.

Atrito no plano inclinado

8 Um corpo desliza sobre um plano inclinado, cujo coeficiente de atrito de deslizamento é $\mu = \sqrt{3}/3$. Qual deve ser o ângulo do plano com a horizontal para que a velocidade do corpo se mantenha constante?

- | | |
|---------------------|---------------------|
| A 15° | D 60° |
| B 30° | E 75° |
| C 45° | |

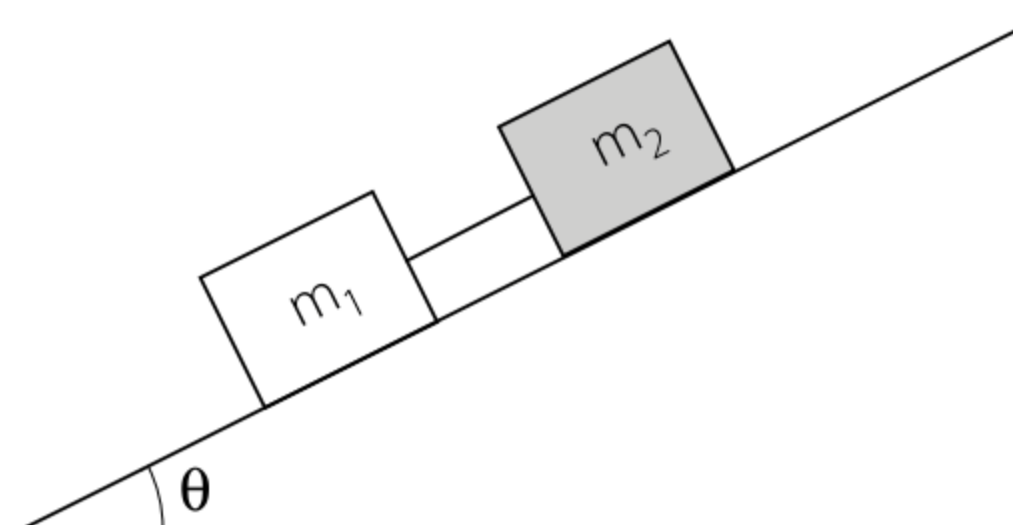
9 Um bloco de massa igual a 2 kg se encontra em repouso sobre um plano inclinado. Aumentando-se lentamente a inclinação do plano, verifica-se que o corpo começa a deslizar quando o ângulo do plano inclinado for igual a 30° .

Calcule:

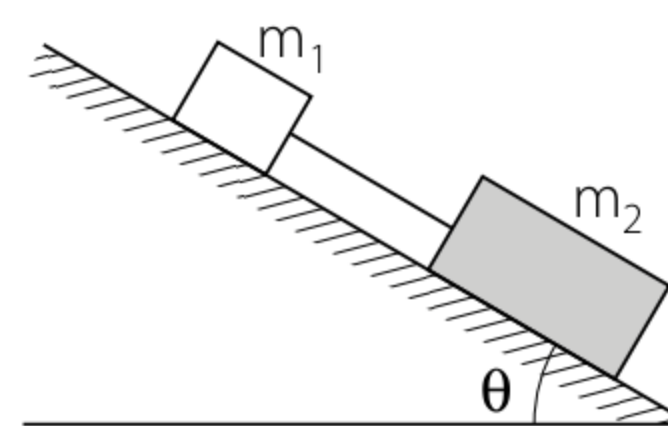
- o coeficiente de atrito estático.
- a força de atrito.

10 Um trem cuja massa é $100\,000 \text{ kg}$ segue um caminho que se eleva a 1 m a cada 200 m de trajeto. A tração do trem é de $40\,000 \text{ N}$ e sua aceleração $0,3 \text{ m/s}^2$. Calcule a força de atrito.

11 Um bloco de massa m_1 está ligado a um bloco de massa m_2 por meio de uma corda de massa desprezível. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco de massa m_1 e o plano inclinado é μ_1 , e o coeficiente de atrito cinético entre o bloco de massa m_2 e o plano inclinado é μ_2 . Determine a aceleração do sistema e a tensão na corda que liga os dois blocos.



12 Observe a figura a seguir. Considere $m_1 = 1,5 \text{ kg}$, $m_2 = 2,5 \text{ kg}$ e $\cos \theta = 0,8$. O coeficiente de atrito cinético entre m_1 e o plano vale $\mu_1 = 0,20$ e o coeficiente correspondente a m_2 vale $\mu_2 = 0,10$. A barra que liga os dois blocos possui massa desprezível.



Determine:

- a tensão na barra que liga os dois blocos.
- a aceleração comum do sistema.
- a reação total exercida pelo plano sobre o bloco de massa m_1 .
- Se você inverter as posições das massas m_1 e m_2 , as respostas dos itens (a) e (b) se alteram?

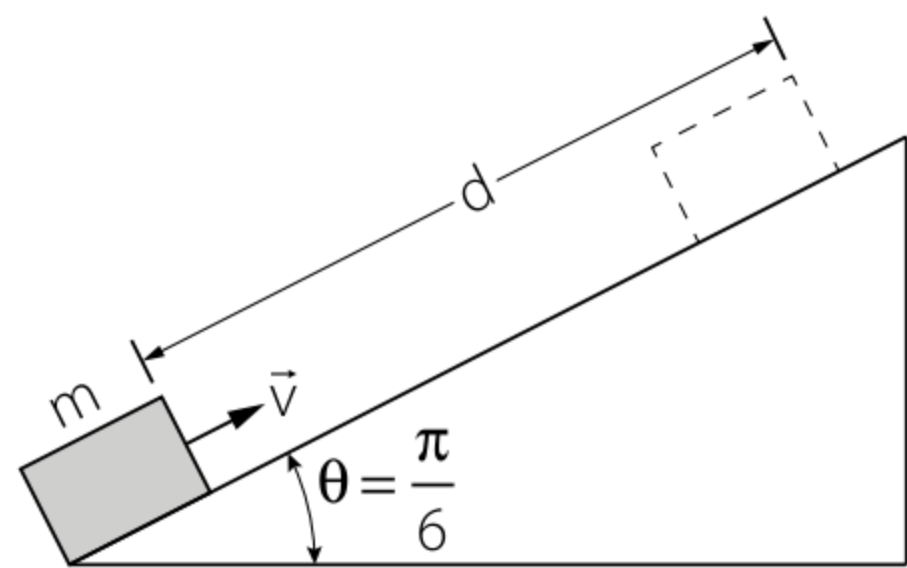
13

- Se uma força de 140 N , paralela à superfície de um plano inclinado de 30° , empurrar para cima um bloco de 120 N com velocidade constante, que força, paralela ao plano, empurrará o bloco para baixo, com velocidade constante?
- Qual é o coeficiente de atrito cinético?

14 Da posição mais baixa de um plano inclinado, lança-se um bloco de massa $m \cong 5,0 \text{ kg}$ com uma velocidade de $4,0 \text{ m/s}$ no sentido ascendente. O bloco retorna a este ponto com uma velocidade de $3,0 \text{ m/s}$. O ângulo do plano inclinado mede $\theta = \pi/6$.

Calcular a distância d percorrida pelo bloco em sua ascensão.

Obs.: adotar $g \cong 10,0 \text{ m/s}^2$.

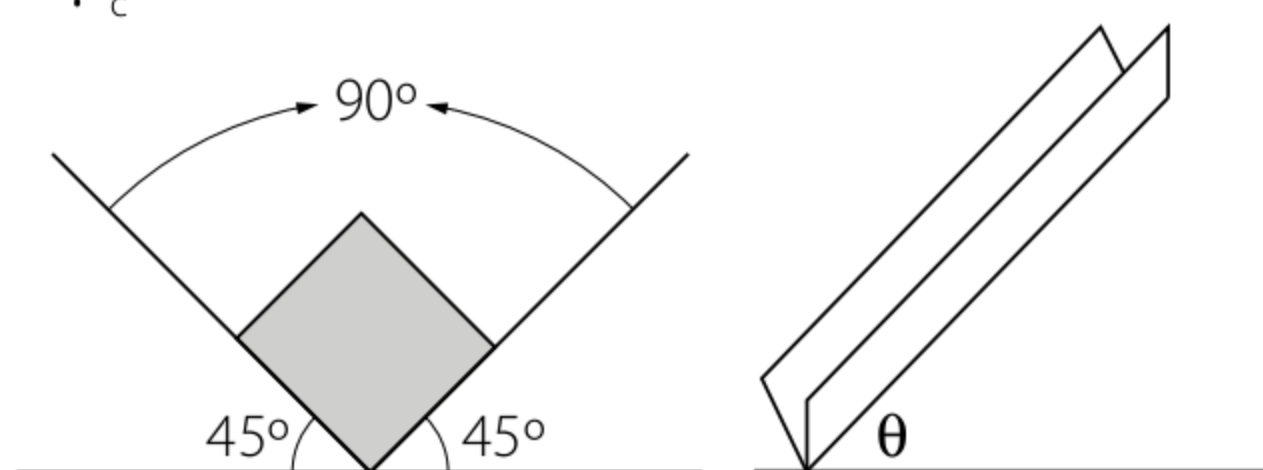


- A 0,75 m
- B 1,0 m
- C 1,75 m
- D 2,0 m
- E Nenhum dos valores acima.

15 Uma caixa de massa m é empurrada para cima em uma rampa com inclinação de um ângulo θ com a horizontal, com um coeficiente de atrito cinético μ , por uma força horizontal de módulo F . Em termos de m , θ , μ , F e g , determine:

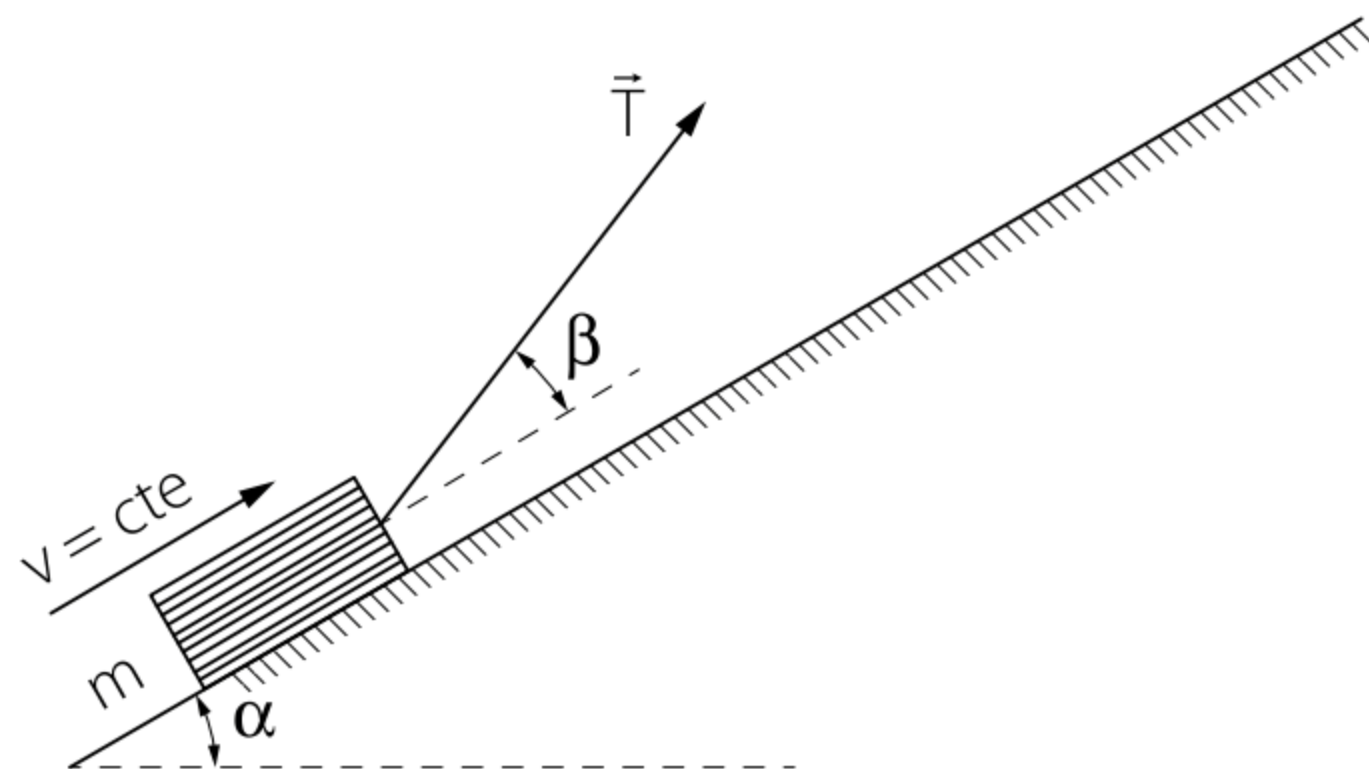
- a) a força normal.
- b) a força de atrito.
- c) a aceleração da caixa.
- d) a força necessária para empurrar a caixa com velocidade constante.
- e) Mostre que se θ for muito grande, será impossível empurrar a caixa rampa acima com uma força horizontal, independente da sua intensidade. Obter uma expressão para o ângulo crítico θ .

16 Observe a figura. Um bloco de massa m escorrega sobre a calha que forma um ângulo de 90° , conforme indicado. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a calha vale μ_c .



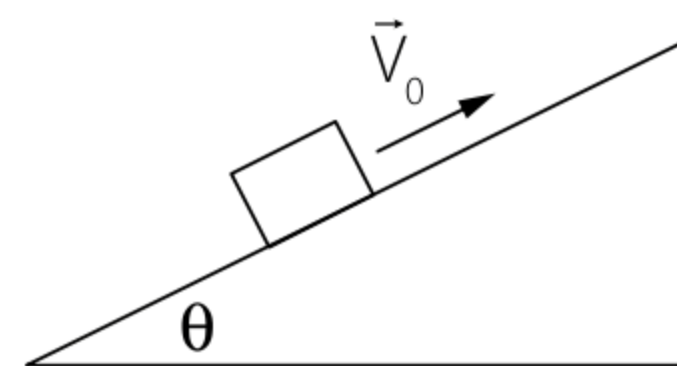
- a) Obtenha uma expressão para a aceleração do bloco.
- b) No instante $t = 5 \text{ s}$, sua velocidade vale 20 m/s ; supondo $\theta = 30^\circ$ e levando em conta que o bloco parte do repouso, determine o valor do coeficiente de atrito cinético.

17 Sobre um plano inclinado que forma um ângulo α com a horizontal, por um fio ideal, um bloco de massa m é arrastado com uma velocidade constante, plano acima. O coeficiente de atrito entre o plano e o bloco vale μ (com $\mu < 1$). Para um certo ângulo β (que o fio forma com o plano inclinado) a tração será mínima. Qual o valor da tração mínima?



- A $\frac{mg(\text{sen}\alpha + \mu \cos\alpha)}{\sqrt{1+\mu^2}}$
- B $mg(\text{sen}\alpha + \mu \cos\alpha)$
- C $\frac{mg(\cos\alpha + \mu \text{sen}\alpha)}{\sqrt{1+\mu^2}}$
- D $\frac{mg(\text{sen}\alpha + \mu \cos\alpha)}{\mu}$
- E $\frac{mg(\cos\alpha + \mu \text{sen}\alpha)}{\mu}$

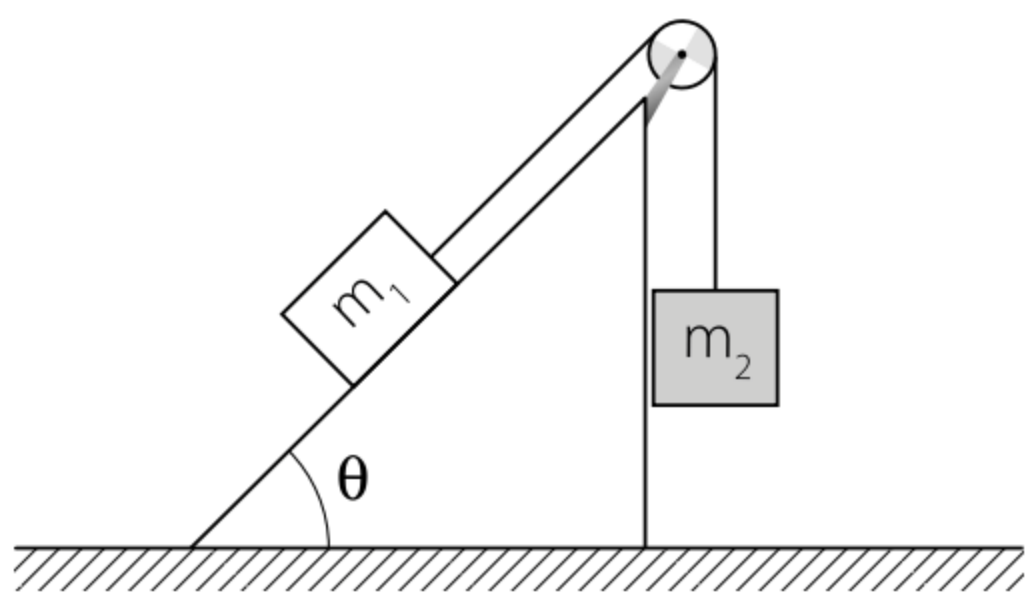
18 **ITA 2008** Na figura, um bloco sobe um plano inclinado, com velocidade inicial V_0 . Considere μ o coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície. Indique a sua velocidade na descida ao passar pela posição inicial.



- A $V_0 \sqrt{\frac{\text{sen}\theta - \mu \text{sen}\theta}{\cos\theta - \mu \cos\theta}}$
- B $V_0 \sqrt{\frac{\text{sen}\theta - \mu \cos\theta}{\text{sen}\theta + \mu \cos\theta}}$
- C $V_0 \sqrt{\frac{\text{sen}\theta + \mu \cos\theta}{\text{sen}\theta - \mu \cos\theta}}$
- D $V_0 \sqrt{\frac{\mu \text{sen}\theta + \cos\theta}{\mu \text{sen}\theta - \cos\theta}}$
- E $V_0 \sqrt{\frac{\mu \text{sen}\theta - \cos\theta}{\mu \text{sen}\theta + \cos\theta}}$

Polias e força de atrito

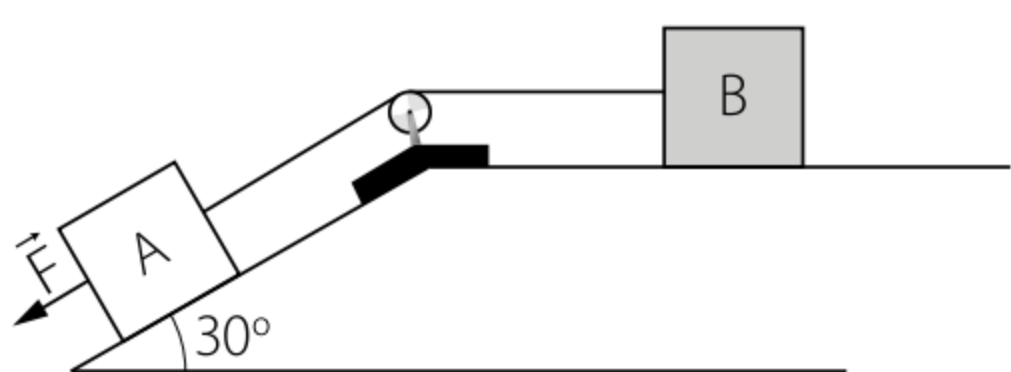
19 O conjunto representado na figura encontra-se na iminência de movimento. Considere: $m_1 = 2 \text{ kg}$; $m_2 = 1 \text{ kg}$; $\sin \theta = 0,8$; $\cos \theta = 0,6$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Nessas condições, podemos afirmar que o coeficiente de atrito, entre o bloco 1 e o plano inclinado, é igual a:

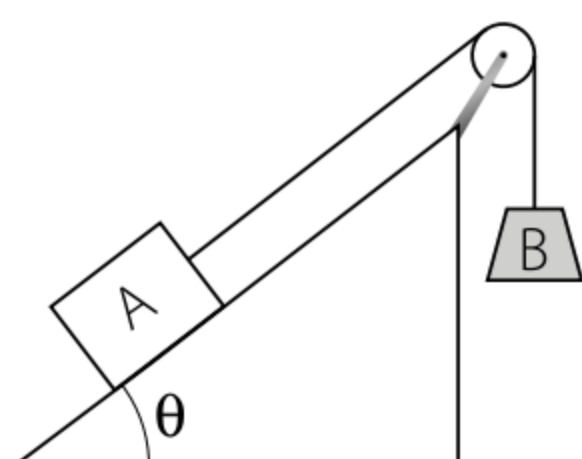
- A** $\frac{4}{3}$
- B** $\frac{3}{4}$
- C** $\frac{1}{2}$
- D** 2
- E** $\frac{1}{8}$

20 No plano inclinado da figura, os corpos A e B, cujos pesos são de 200 N e 400 N, respectivamente, estão ligados por um fio que passa por uma polia lisa. O coeficiente de atrito entre os corpos e os planos é 0,25.



Para que o movimento se torne iminente, qual força F deve ser aplicada ao corpo A?

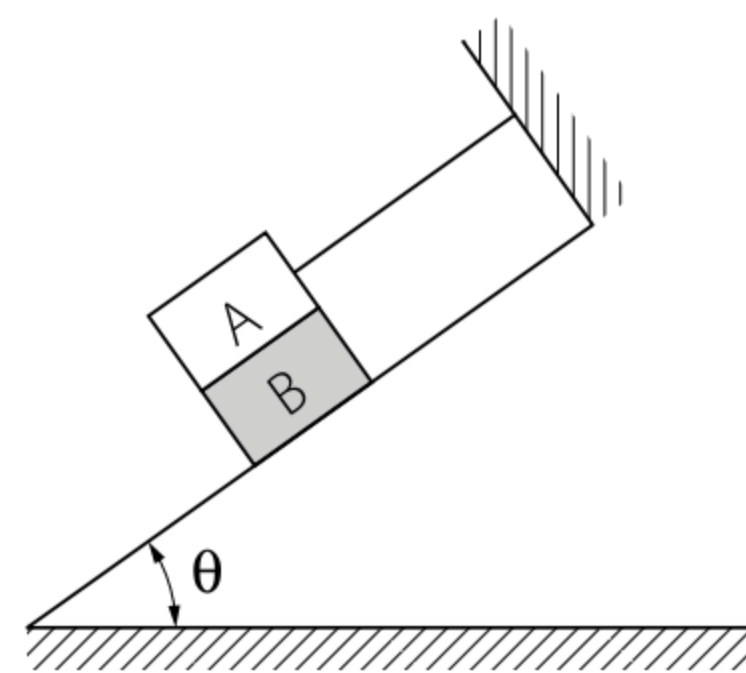
21 Um bloco pesando 14 N é colocado sobre um plano inclinado ligado a outro bloco pesando 10 N, por uma corda que passa por uma roldana sem atrito, conforme a figura. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano é $1/7$.



Quais os dois valores de θ que farão o sistema se mover com velocidade constante?

Corpos sobrepostos e força de atrito

22 Na figura, sabe-se que:

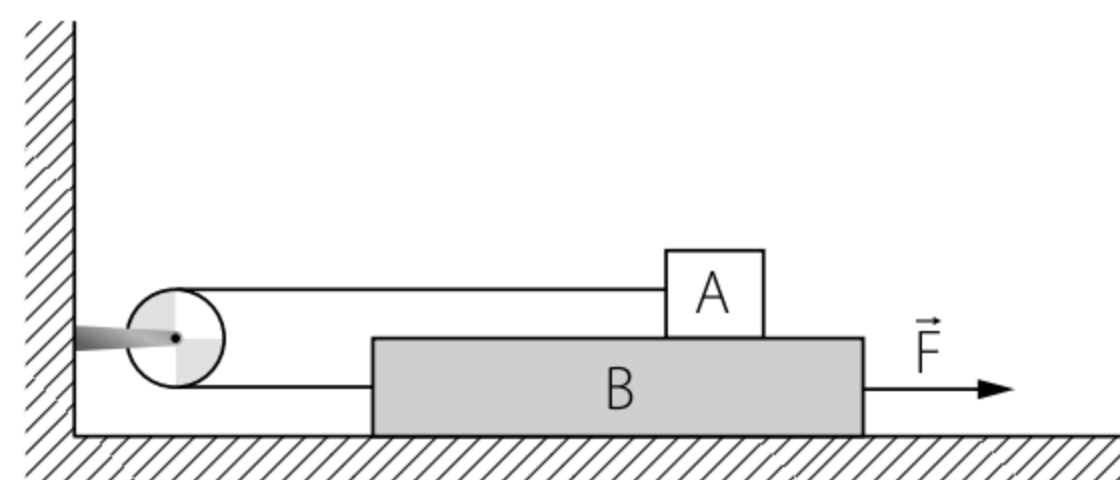


- a) os coeficientes de atrito entre os blocos e entre o bloco B e o plano inclinado são iguais;
- b) $\sin \theta = 0,6$, onde θ é o ângulo que o plano inclinado faz com o plano horizontal;
- c) o cabo que mantém fixo o bloco A é paralelo ao plano inclinado;
- d) o peso dos blocos A e B vale 100 newtons cada um;
- e) o deslizamento do bloco B é iminente;
- f) a massa do cabo é desprezível.

A tração T do cabo, em newton, vale:

- A** 80
- B** 20
- C** 60
- D** 40
- E** 100

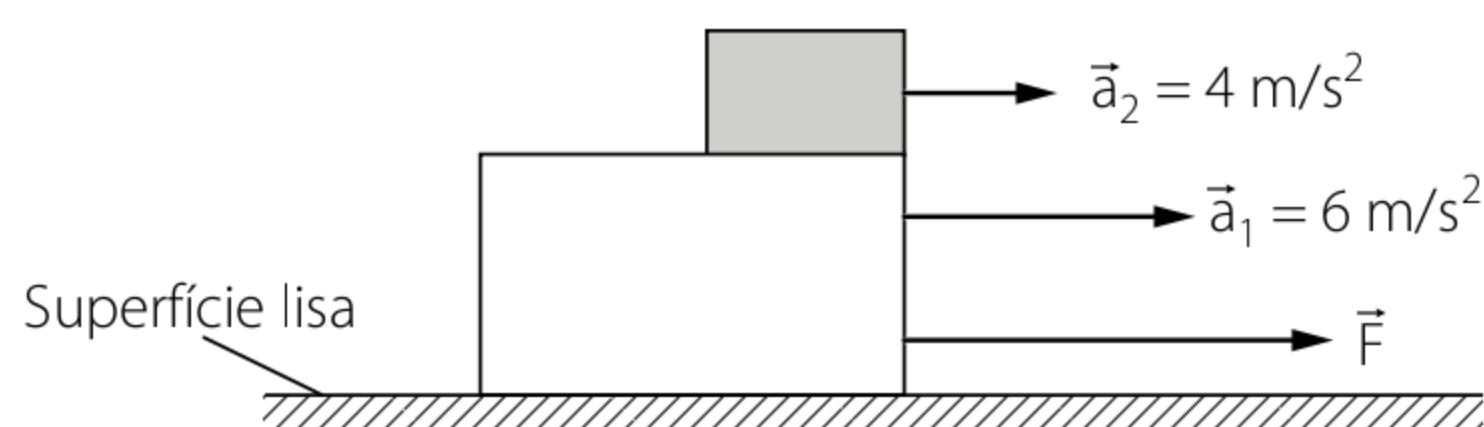
23 O sistema esquematizado na figura está inicialmente em repouso. O fio e a polia são ideais, $g = 10 \text{ m/s}^2$, a massa de A é 4,0 kg e a de B é 16 kg. Existe atrito entre A e B e entre B e a superfície de apoio, sendo o coeficiente de atrito dinâmico igual a 0,20 em ambos os casos. A partir de determinado instante, aplica-se ao bloco B uma força $\vec{F}$, como mostra a figura.



Calcule o módulo de $\vec{F}$ nos seguintes casos:

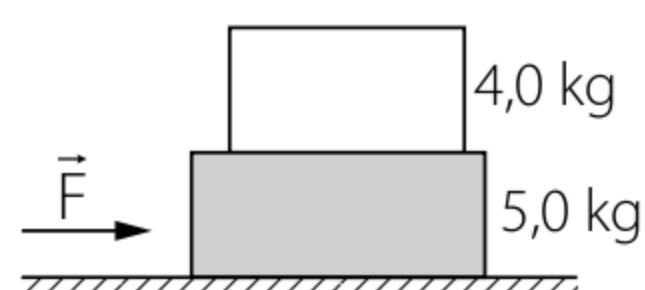
- a) os blocos passam a se mover com velocidade constante.
- b) os blocos passam a se mover com aceleração constante de módulo $a = 3,0 \text{ m/s}^2$.

24 Um corpo de 100 kg se desloca sobre uma superfície sem atrito pela ação de uma força F , de modo que a sua aceleração é 6 m/s^2 . Uma massa de 20 kg escorrega sobre o topo do corpo de 100 kg e tem uma aceleração de 4 m/s^2 . Portanto, este segundo corpo escorrega para trás, em relação ao corpo de 100 kg.



- Qual é a força de atrito exercida pelo corpo de 100 kg sobre o de 20 kg?
- Qual a força resultante sobre o corpo de 100 kg? Qual é a força F ?
- Depois de o corpo de 20 kg ter caído do de 100 kg, qual é a aceleração do corpo de 100 kg?

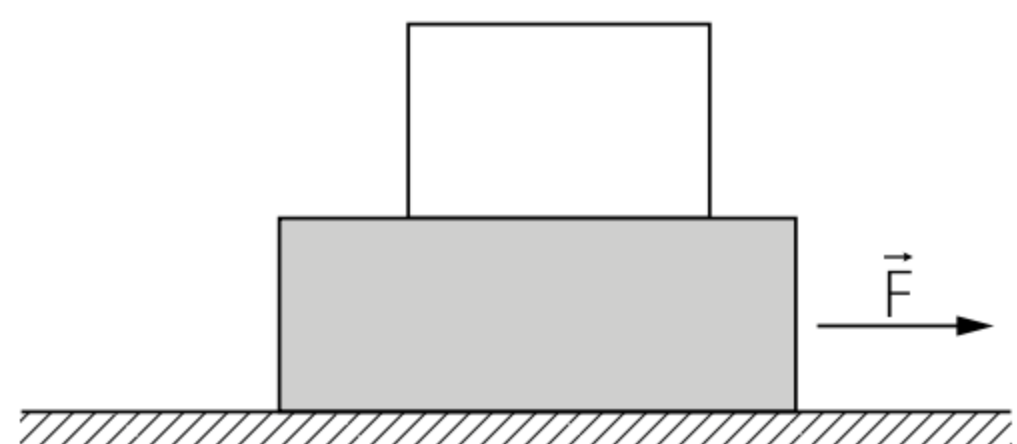
25 Um bloco de 4,0 kg é colocado sobre outro de 5,0 kg. Mantendo-se o bloco inferior fixo, para fazer o bloco de cima escorregar sobre o bloco inferior, é necessário aplicar uma força horizontal de 15 N sobre o bloco superior. Os blocos são agora colocados sobre uma horizontal sem atrito, conforme indicado na figura.



Determine:

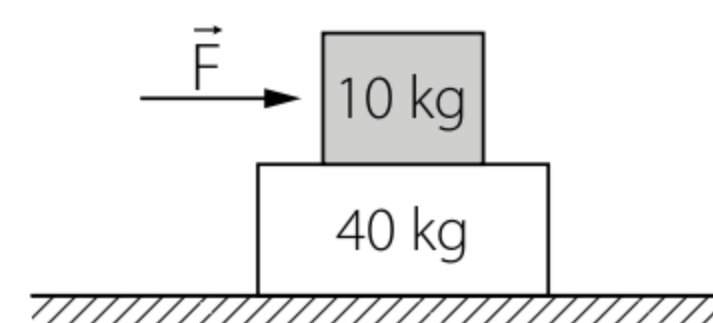
- a força F horizontal máxima que pode ser aplicada ao bloco inferior para que os blocos se movam permanecendo juntos.
- a aceleração do sistema no caso do item (a).

26 Um bloco de 2 kg está sobre outro de 4 kg que se apoia sobre uma mesa sem atrito. Os coeficientes de atrito entre os blocos são $\mu_e = 0,3$ e $\mu_d = 0,2$.



- Qual é o valor máximo de F que pode atuar sobre o bloco de 4 kg de modo que o bloco de 2 kg não escorregue?
- Sendo F igual a duas vezes este máximo, determine a aceleração de cada bloco.
- Sendo F igual à metade do máximo, determine a aceleração de cada bloco e a força de atrito que atua sobre cada um deles.

27 Tome como referência a figura. Uma prancha de 40 kg de massa repousa sobre um assoalho sem atrito. Sobre a prancha existe um bloco de 10 kg de massa. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a prancha vale 0,56, enquanto o coeficiente de atrito cinético vale 0,36.



Quando o bloco de 10 kg sofre a ação de uma força horizontal de 100 N, determine o módulo da aceleração:

- do bloco.
- da prancha.
- Determine a força máxima necessária, sobre o bloco de 10 kg, para movimentar os blocos de modo que não exista movimento relativo entre o bloco e a prancha.
- Determine a aceleração do sistema para $F = 10 \text{ N}$.

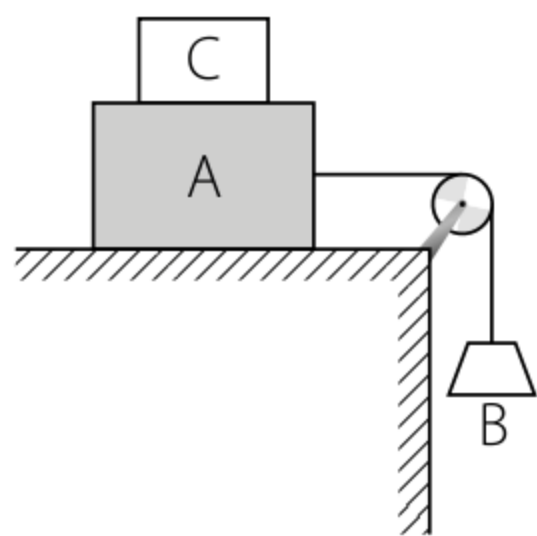
28 Considere uma plataforma móvel de massa M e um bloco de massa m apoiado sobre a plataforma. Despreze o atrito entre a plataforma e o plano horizontal. O coeficiente de atrito entre o bloco e a plataforma vale μ . Suponha que o coeficiente de atrito estático seja igual ao coeficiente de atrito cinético. Uma força horizontal F é aplicada sobre a plataforma. Seja L a distância entre o centro de massa do corpo e a extremidade esquerda da plataforma. A força F é orientada da esquerda para a direita.

- Obtenha uma expressão para a força máxima que pode ser aplicada para que o bloco não deslize sobre a plataforma.
- Supondo que a plataforma seja submetida a uma força F maior do que $F_{\text{máx}}$ calculada no item anterior, determine o tempo que o bloco leva para cair da extremidade da plataforma.

29 Um bloquinho de massa igual a 100 g encontra-se numa extremidade de uma prancha de 3,6 m de comprimento e massa 0,5 kg. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloquinho e a prancha são, respectivamente, 0,4 e 0,35. A prancha está sobre uma mesa horizontal lisa (atrito desprezível).

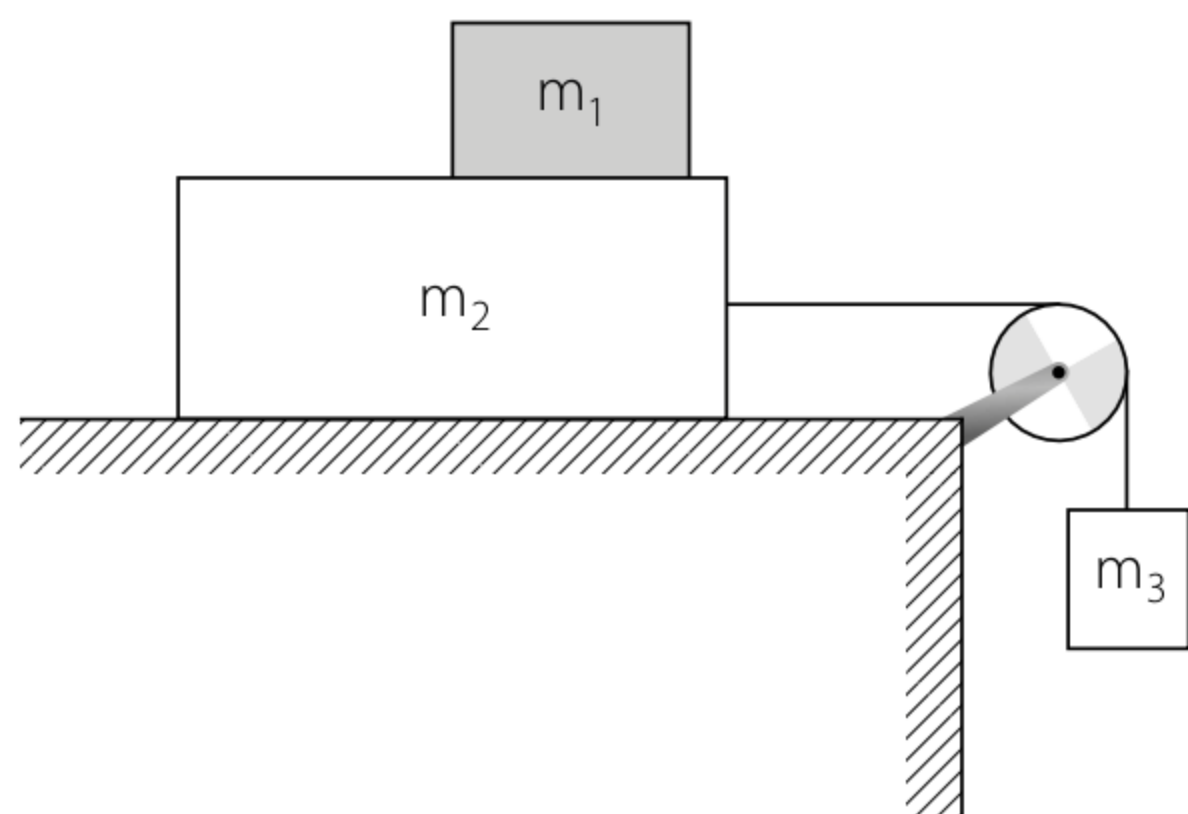
- Com que força máxima podemos empurrar a outra extremidade da prancha para que o bloquinho não deslize sobre ela?
- Se a empurrarmos com uma força de 3 N, depois de quanto tempo o bloquinho cairá da prancha?

30 Na figura, A é um bloco de massa igual a 40 kg e B é um bloco de peso igual a 200 N.



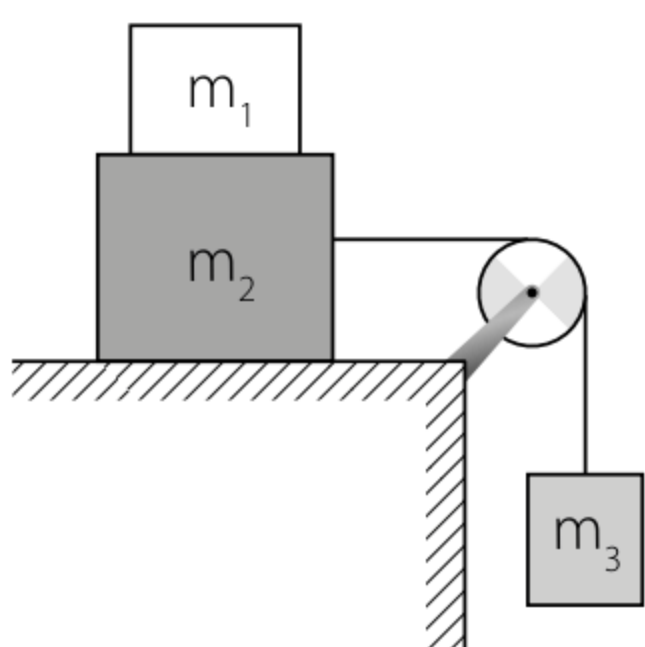
- Determine o peso mínimo do bloco C que deve ser colocado sobre o bloco A para impedi-lo de deslizar sobre a mesa, sabendo que o coeficiente de atrito estático entre o bloco A e a mesa vale 0,40.
- Supondo que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a mesa seja de 0,20, calcule a aceleração de A quando, repentinamente, retiramos o bloco C de cima do bloco A.

31 Na figura, o corpo de massa $m_2 = 10$ kg escorrega sobre uma mesa sem atrito. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre m_2 e $m_1 = 5$ kg são $\mu_s = 0,6$ e $\mu_k = 0,4$.



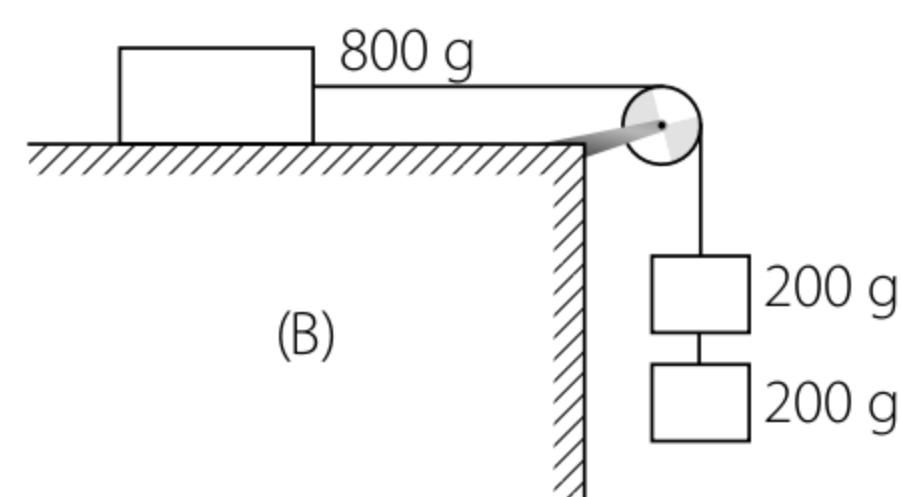
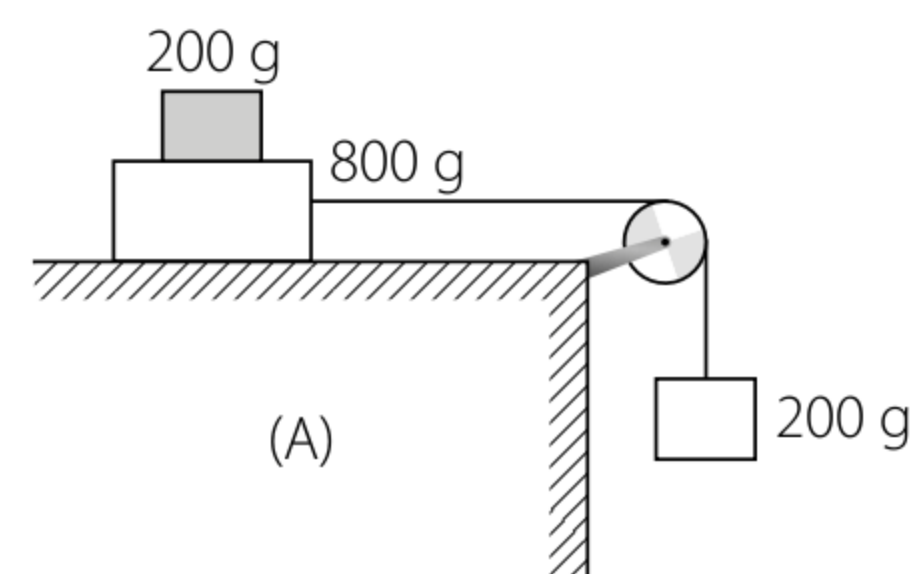
- Qual é a aceleração máxima de m_1 ?
- Qual é o valor máximo de m_3 quando m_1 desloca-se, sem escorregar, com m_2 ?
- Se $m_3 = 30$ kg, determine a aceleração de cada massa e a tensão no cabo.

32 Considere a figura a seguir. Não existe atrito entre o bloco de massa m_2 e o plano horizontal. A polia está rigidamente ligada ao suporte, de modo que não possa girar. Não existe atrito entre o fio e a polia. O coeficiente de atrito estático entre o bloco de massa m_1 e o bloco de massa m_2 é igual a μ .



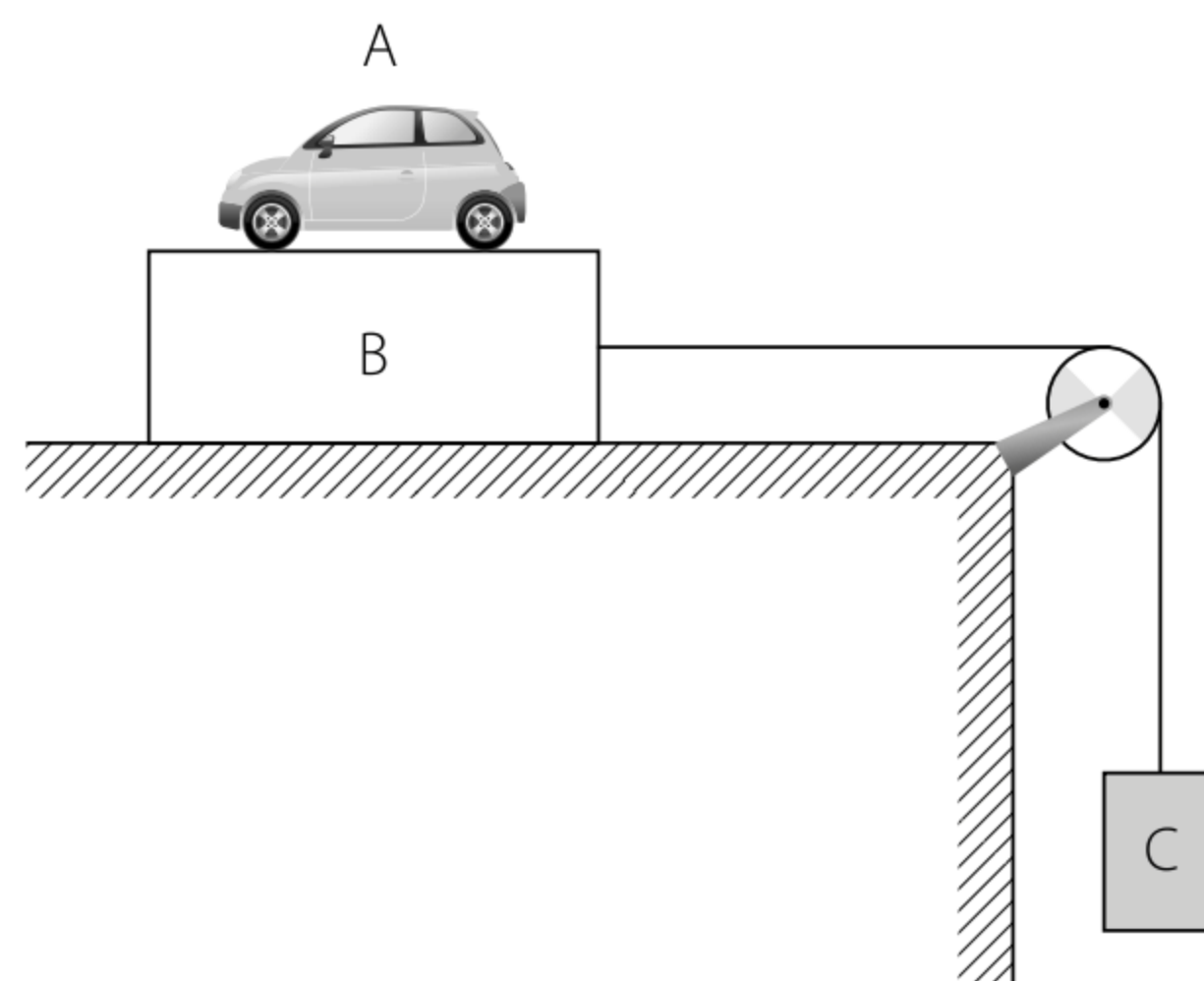
- Determine a aceleração dos blocos, supondo que m_1 não deslize sobre m_2 .
- Qual deve ser o valor máximo de m_3 para que m_1 se mova juntamente com m_2 , sem que haja deslizamento de m_1 sobre m_2 ?
- Determine a tensão máxima do fio para este valor limite.

33 Um bloco cuja massa é de 200 g repousa sobre outro de 800 g. O conjunto é arrastado com velocidade constante ao longo de uma superfície horizontal por um outro corpo pendurado, de 200 g de massa, como na figura. O primeiro bloco de 200 g é retirado de cima do de 800 g e preso ao bloco pendurado.



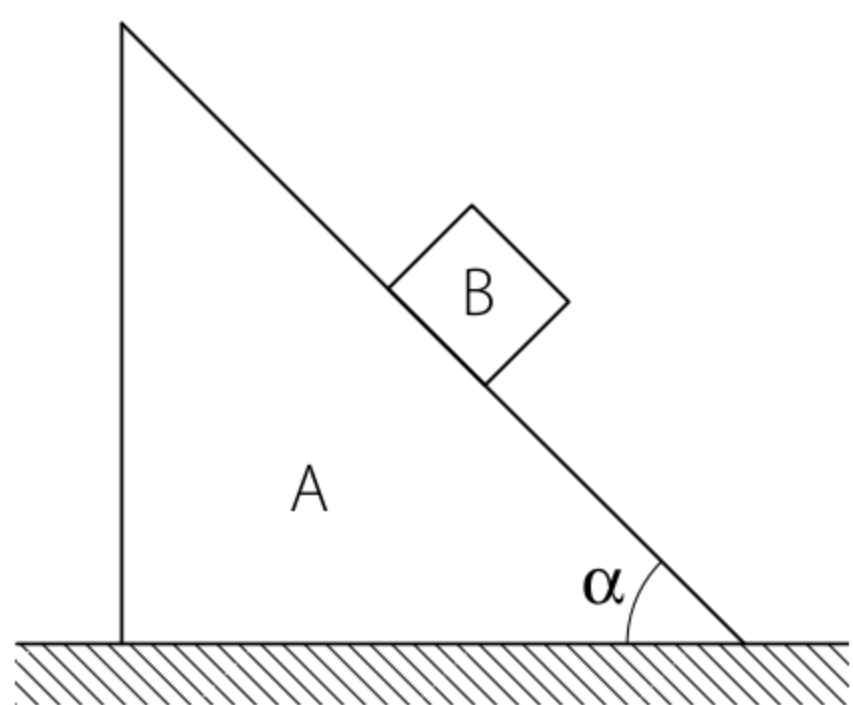
- Qual é a nova aceleração do sistema?
- Qual a tensão na corda que se prende ao bloco de 800 g da situação (B)?

34 O esquema representa corpos A, B e C de mesma massa e o coeficiente de atrito entre B e o solo vale k . Os corpos B e C são ligados por um cabo inextensível de massa desprezível e que passa por uma roldana ideal. Determine a máxima aceleração para a direita que pode ter o carro A, com a condição de B permanecer em repouso.



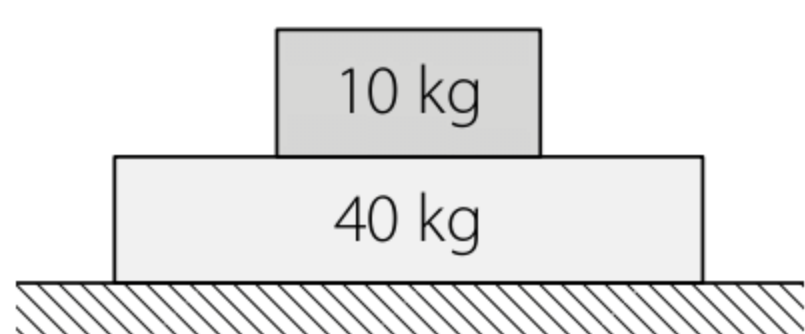
35 Na figura, não há atrito na superfície entre A e B. Determine o coeficiente de atrito mínimo entre A e o solo para que o corpo A não se mova durante a descida de B.

Dados: $m_A = 6 \text{ kg}$, $m_B = 3 \text{ kg}$ e $\alpha = 45^\circ$.



- A 0,2
- B 0,4
- C $\frac{1}{6}$
- D $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- E 0,5

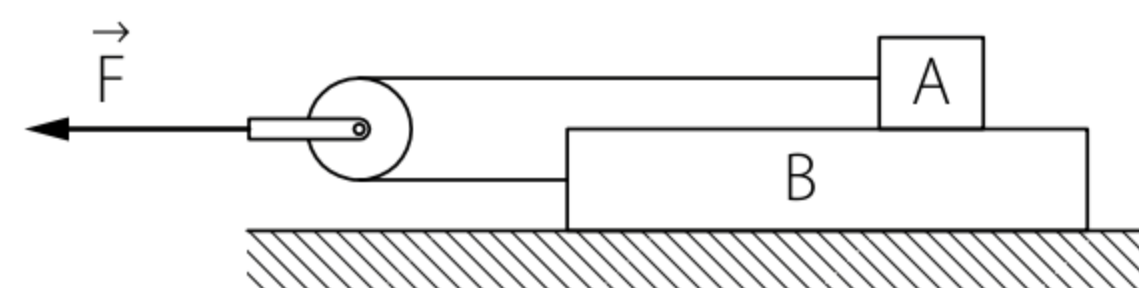
36 Uma prancha (corpo B) de 40 kg de massa repousa sobre um assoalho sem atrito. Sobre a prancha existe um bloco (corpo A) de 10 kg de massa. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a prancha vale 0,6 enquanto o coeficiente de atrito cinético vale 0,4.



Determine:

- A a força horizontal máxima, aplicada ao bloco de 10 kg, necessária para movimentar os corpos de modo que não exista movimento relativo entre o bloco e a prancha.
- B a força horizontal máxima, aplicada à prancha de 40 kg, necessária para movimentar os corpos de modo que não exista movimento relativo entre o bloco e a prancha.
- C a aceleração de cada corpo quando é aplicada uma força de 60 N sobre o bloco de 10 kg.
- D a aceleração de cada corpo quando é aplicada uma força de 100 N sobre o bloco de 10 kg.
- E a aceleração de cada corpo quando é aplicada uma força de 100 N sobre a prancha de 40 kg.

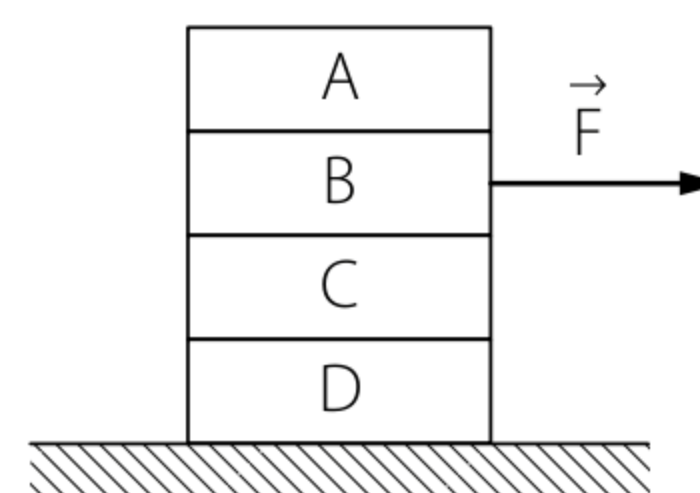
37 Na figura, uma força $F = 36 \text{ N}$ é aplicada ao sistema formado pelas massas A e B, por fios e polia ideais. A superfície entre B e o plano é lisa; os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre A e B valem, respectivamente, 0,4 e 0,2. Sabendo que as massas de A e B valem, respectivamente, 1 kg e 2 kg e que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a aceleração da polia.



- A 10,0 m/s²
- B 12,0 m/s²
- C 12,5 m/s²
- D 13,0 m/s²
- E 26,5 m/s²

38 Quatro blocos, A, B, C e D, de mesmo peso P, estão empilhados sobre um plano horizontal. Os coeficientes de atrito são os seguintes:

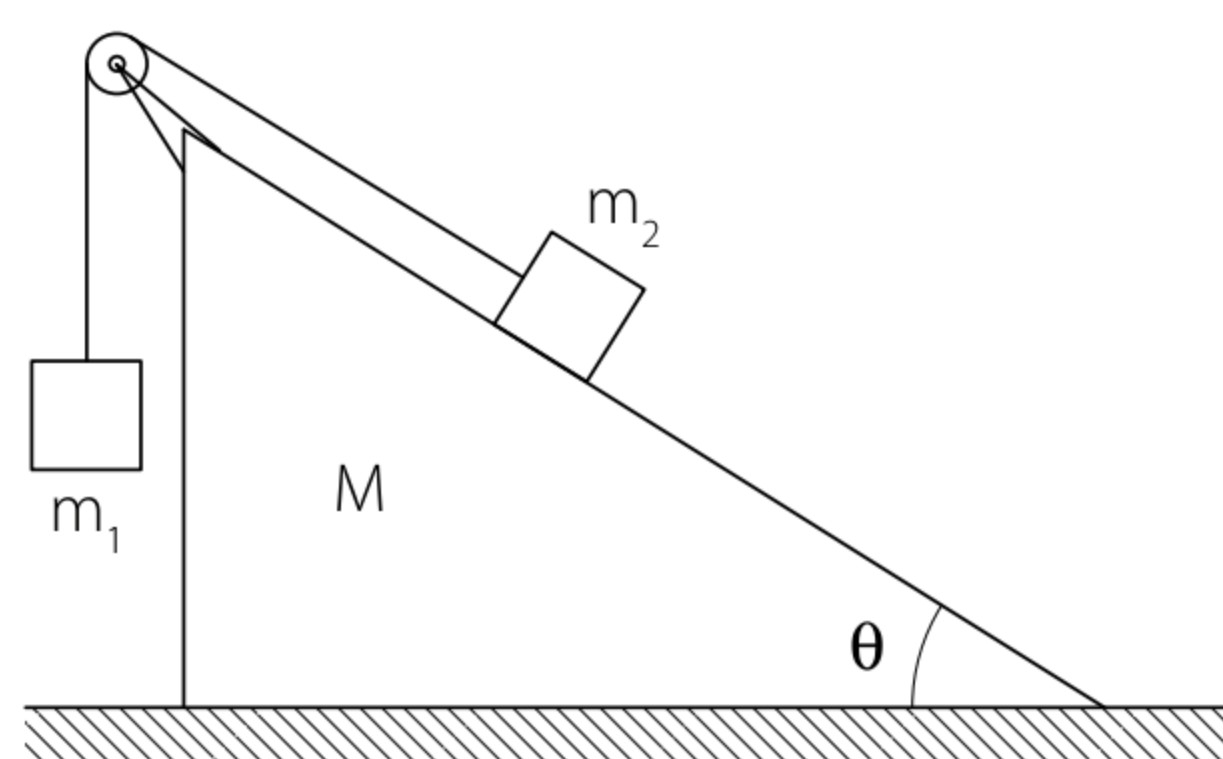
- entre A e B: 0,20
- entre B e C: 0,75
- entre C e D: 0,40
- entre D e o plano: 0,35



Uma força F é aplicada ao bloco B, conforme indica a figura. O maior valor que F pode adquirir, sem que o sistema ou parte dele se mova é:

- A 0,20P
- B 0,75P
- C 1,20P
- D 1,40P
- E 1,50P

39 Um plano inclinado de massa M repousa sobre uma superfície cujo coeficiente de atrito vale μ . Os blocos m_1 e m_2 são lisos e estão conectados por um fio ideal que passa por uma polia ideal fixa no topo do plano inclinado. Determine o menor coeficiente de atrito possível para que o plano inclinado permaneça em repouso.



- A $\frac{m_2 |m_1 - m_2 \sin \theta| \cos \theta}{M(m_1 + m_2) + m_1 m_2 (1 + \sin^2 \theta) + (m_1 + m_2) m_2 \cos^2 \theta}$
- B $\frac{m_2 (m_1 + m_2 \sin \theta) \cos \theta}{M(m_1 + m_2) + m_1 m_2 (1 - \sin^2 \theta) + (m_1 + m_2) m_2 \cos^2 \theta}$
- C $\frac{m_2 |m_1 - m_2 \cos \theta| \sin \theta}{M(m_1 + m_2) + m_1 m_2 (1 + \sin^2 \theta) + (m_1 + m_2) m_2 \cos^2 \theta}$
- D $\frac{m_2 |m_1 - m_2 \sin \theta| \sin \theta}{M(m_1 + m_2) + (m_1 + m_2) m_2 \cos^2 \theta}$
- E $\frac{m_2 |m_1 - m_2 \sin \theta| \cos \theta}{(m_1 + m_2) m_1 \sin^2 \theta}$

Resistência do ar

40 Um corpo cai do repouso através de um meio que lhe exerce uma força resistiva proporcional ao quadrado da velocidade ($R = -k \cdot v^2$).

- Trace um diagrama mostrando a direção do movimento e indicando, com o auxílio de vetores, todas as forças aplicadas ao corpo.
- Aplique a Segunda Lei de Newton e conclua, da equação obtida, as propriedades gerais do movimento.
- Mostre que o corpo atinge uma velocidade terminal e calcule-a.

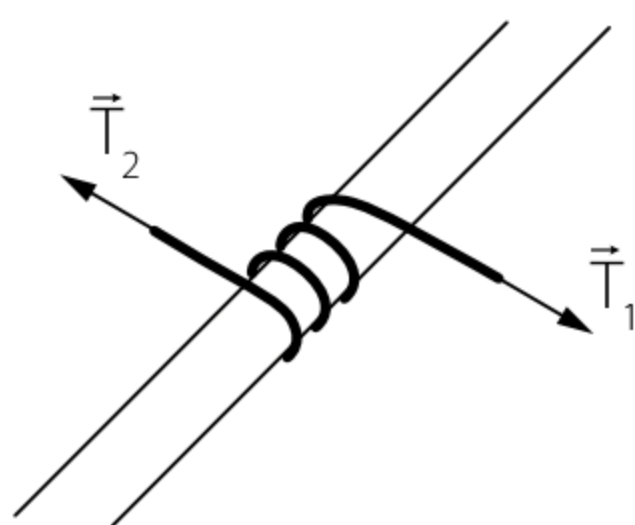
Atrito exponencial

41 Quando uma corda é enrolada em um objeto cilíndrico, a força de atrito varia exponencialmente com o número de voltas e com o coeficiente de atrito. Demonstra-se que a equação que rege este fenômeno é dada por $T_2 = T_1 \cdot e^{\mu\theta}$ onde:

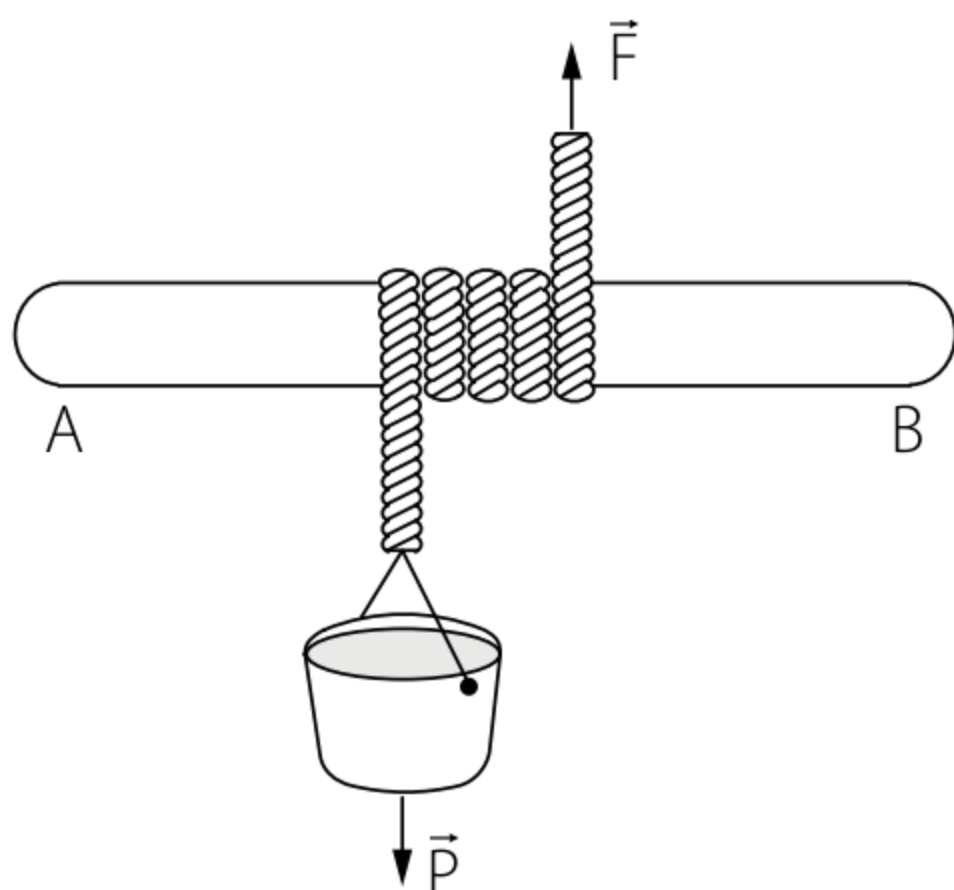
T = tração na extremidade da corda

μ = coeficiente de atrito estático entre as superfícies

θ = ângulo total de contato em radianos



Um balde cheio de água, de massa total 6,25 kg, está suspenso por uma corda que está enrolada em um cano AB. Qual é aproximadamente o número mínimo de voltas para que uma força 24 vezes menor que o peso do balde seja suficiente para equilibrá-lo, de tal modo que a corda não escorregue em relação ao cano? O coeficiente de atrito entre a corda e o cano é 0,2.



Dados: $\ln 2 = 0,7$; $\ln 3 = 1,1$; $\ln 5 = 1,6$; $\pi = 3,1$; $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

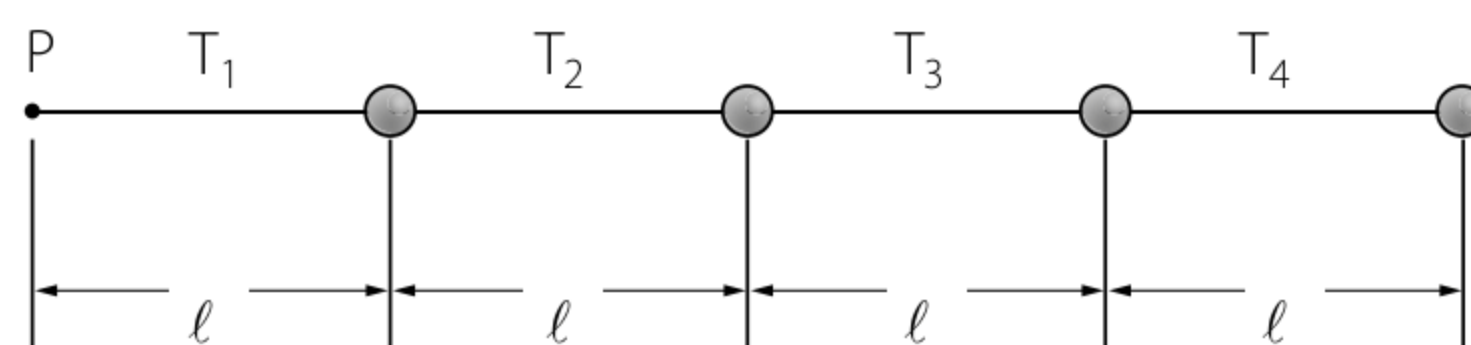
Dinâmica do movimento circular

42 Dentro de um satélite artificial da Terra, um astronauta flutua, porque:

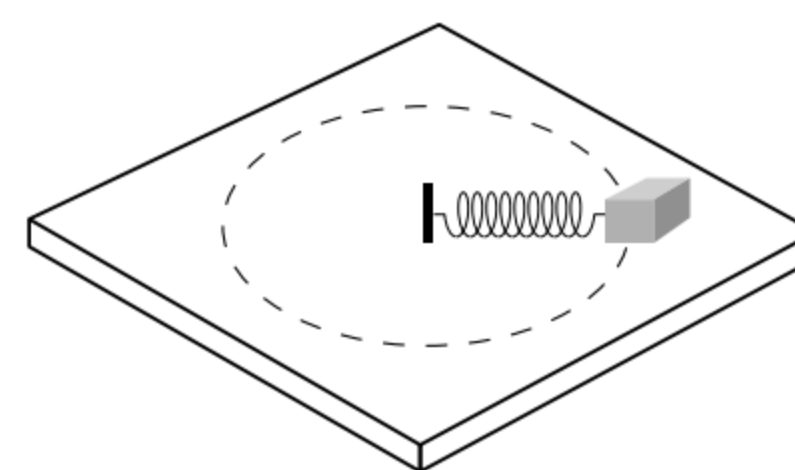
- sua massa específica fica menor que a do ar dentro do satélite.
- existe vácuo dentro do satélite e no vácuo os corpos não têm peso.
- as acelerações da nave e do astronauta com relação à Terra são iguais.
- a força da gravidade é nula no local onde se encontra o satélite.
- o satélite serve de blindagem, de modo que a força da gravidade não se exerce sobre o astronauta.

Dinâmica do movimento circular no plano horizontal

43 Quatro corpos de massa m estão presos a um fio flexível, inextensível e de massa desprezível. O sistema todo gira com velocidade angular ω constante em torno do ponto P. Os corpos de massa m considerados estão num plano horizontal, sobre o qual deslizam sem atrito. T_1 , T_2 , T_3 e T_4 são, respectivamente, as intensidades das forças de tração no fio nos trechos de mesmo comprimento ℓ indicados na figura. Determine a razão $T_1:T_2:T_3:T_4$.

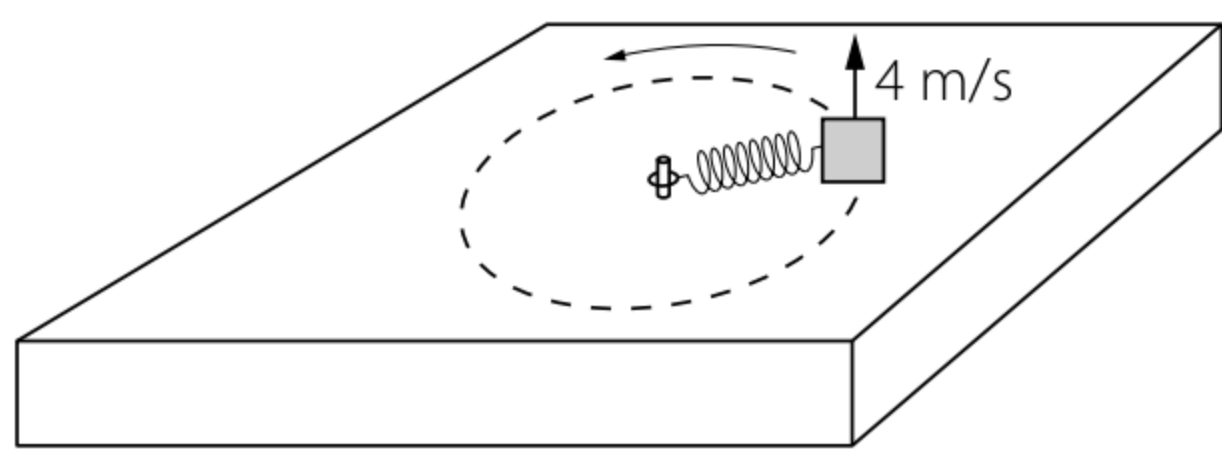


44 Um bloco de massa m , preso a uma mola de constante elástica k , descreve um movimento circular uniforme numa mesa horizontal lisa (sem atrito), conforme a figura abaixo. A mola, quando não deformada, tem comprimento ℓ . Quando o bloco gira com velocidade angular ω , o raio da trajetória é R .



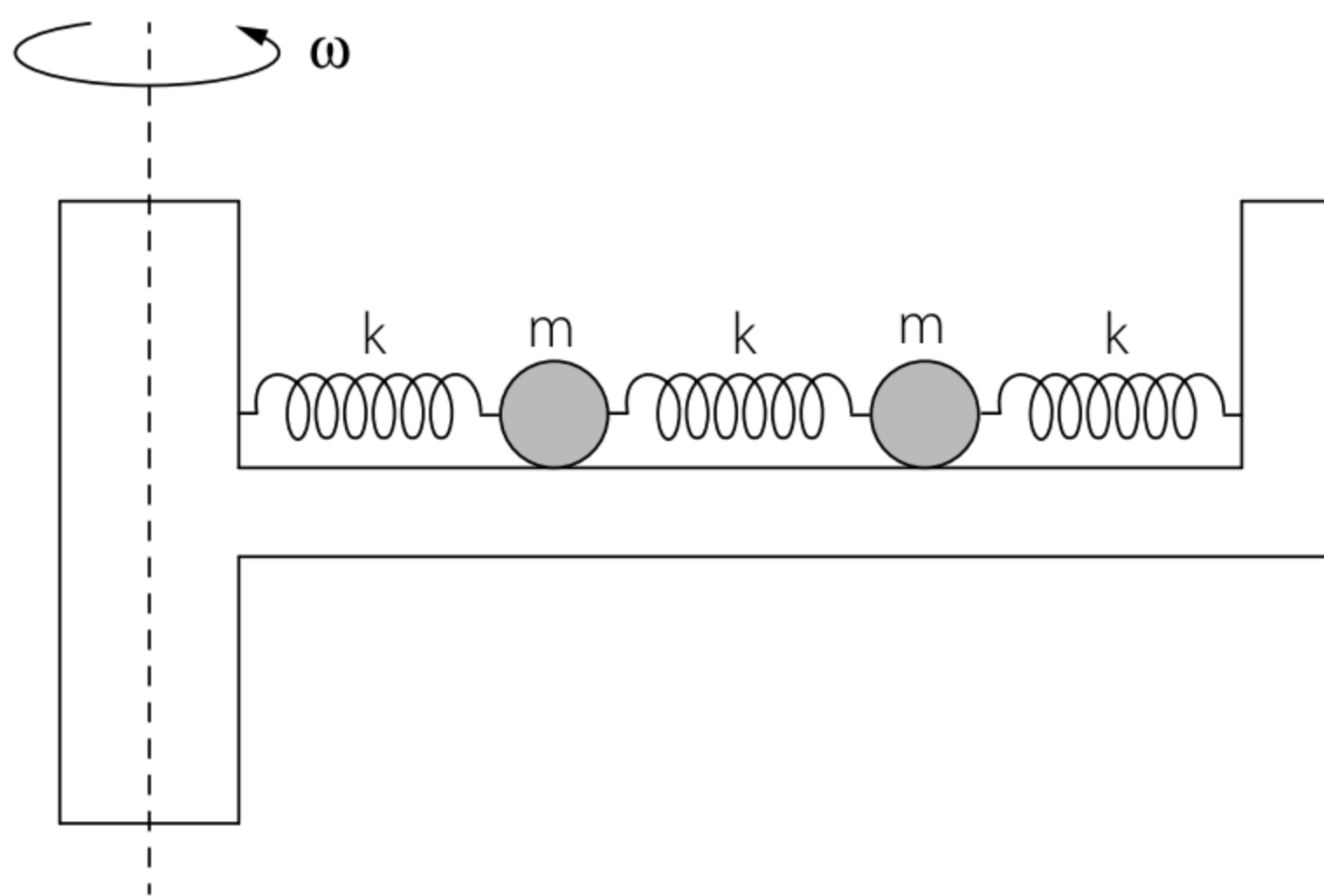
Nessas condições, determine o valor da constante elástica k da mola, considerando que: $\ell = 0,6 \text{ m}$; $R = 0,8 \text{ m}$; $m = 2 \text{ kg}$ e $\omega = 5 \text{ rad/s}$.

45 Uma massa de 2 kg está ligada a uma mola de 30 cm, cuja constante de força é 2000 N/m. A massa roda num círculo, suportada por uma superfície lisa horizontal, com velocidade $v = 4 \text{ m/s}$, conforme a figura.



- Escreva a equação exata para o alongamento x da mola, em termos da massa m , da constante de força k , do comprimento natural da mola x_0 e da velocidade escalar v .
- Resolva esta equação do segundo grau em x , com os valores numéricos dados.
- Mostre que, desprezando a variação do raio do círculo, provocada pelo alongamento da mola, se tem, aproximadamente, $x = m \cdot v^2 / k \cdot x_0$. Utilize esta aproximação para estimar x e comparar com o resultado exato da parte (b).
- Encontra-se melhor aproximação utilizando o valor de x aproximado para corrigir o raio do círculo. Calcule $x = m \cdot v^2 / k \cdot (x_0 + x_1)$, onde x_1 é o valor encontrado na parte (c), e compare com o resultado exato.

46 Na figura a seguir, as três molas ideais possuem uma constante elástica k e comprimento igual a " r " quando não estão deformadas. As molas estão presas em dois corpos de massas m e de tamanhos desprezíveis. Se a plataforma lisa gira com uma velocidade angular constante ω , onde $\omega < \sqrt{\frac{3k}{m}}$, determine a força elástica na mola central.



- $\frac{5m\omega^2 r}{3}$
- $m\omega^2 r$
- $\frac{2m\omega^2 rk}{m\omega^2 - 3k}$
- $\frac{m\omega^2 rk}{3k - m\omega^2}$
- $\frac{m\omega^2 r}{3}$

Dinâmica do movimento circular no plano vertical

47 Um piloto de planador, de 60 kg, voando com seu aparelho a 40 m/s, deseja fazer um *looping* vertical, de tal maneira que ele exerça sobre o assento uma força de 360 N quando o planador estiver no topo de sua trajetória circular vertical. Qual deve ser o raio da trajetória nessas condições?

48 Um trecho de uma montanha-russa é aproximadamente um arco de circunferência de raio R . Os ocupantes de um carrinho, ao passarem pelo ponto mais baixo desse trecho, sentem uma sensação de aumento de peso. Avaliam que, no máximo, o seu peso foi triplicado. Desprezando os efeitos de atritos, os ocupantes concluirão que a velocidade máxima atingida foi de:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| A $\sqrt{3gR}$ | C $2\sqrt{gR}$ |
| B $3\sqrt{gR}$ | D $\sqrt{2gR}$ |

49 Um pequeno corpo de massa m está preso à extremidade de uma corda de comprimento L e gira com velocidade angular ω em uma circunferência vertical. A tração na corda, quando o corpo está no ponto mais alto da trajetória, é dada por:

- $m(\omega^2 L + g)$
- $m \left(\frac{\omega^2 L}{4} - g \right)$
- $m(\omega^2 L - g)^{1/2}$
- $m(\omega^2 L - g)$
- $m(\omega^2 L + g)^{1/2}$

50 Um garoto está num elevador que sobe com aceleração a . Ele gira um balde contendo água num círculo vertical de raio R . Qual é o menor módulo da velocidade do balde para que a água não caia na parte superior da circunferência?

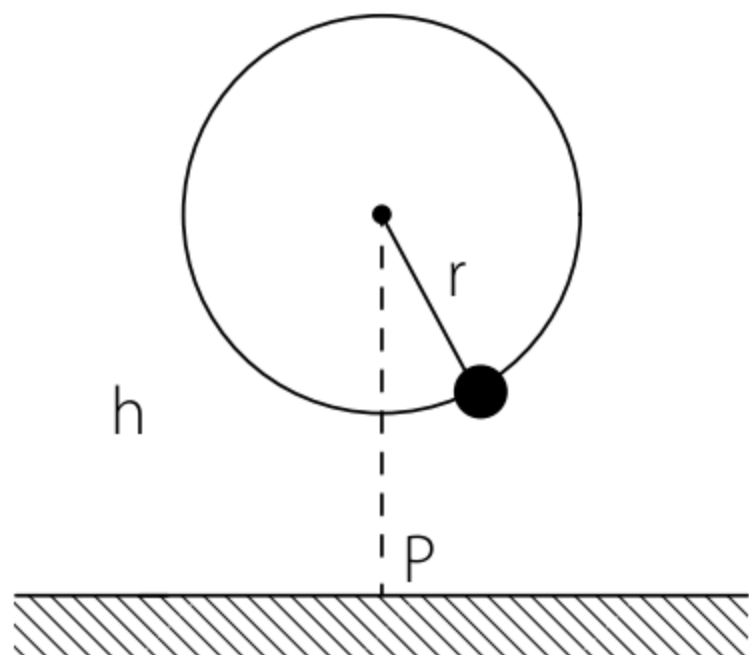
51 **ITA 2009** Considere um pêndulo simples de comprimento L e massa m abandonado da horizontal. Então, para que não arrebente, o fio do pêndulo deve ter uma resistência à tração pelo menos igual a

- | | |
|------------------|------------------|
| A mg . | D $4mg$. |
| B $2mg$. | E $5mg$. |
| C $3mg$. | |

52 **ITA 2016** Um pêndulo simples oscila com uma amplitude máxima de 60° em relação à vertical, momento em que a tensão no cabo é de 10 N. Assinale a opção com o valor da tensão no ponto em que ele atinge sua velocidade máxima.

- | | |
|---------------|---------------|
| A 10 N | D 40 N |
| B 20 N | E 50 N |
| C 30 N | |

53 ITA 2018 Na figura, presa a um fio de comprimento de 1,0 m, uma massa de 1,0 kg gira com uma certa velocidade angular num plano vertical sob a ação da gravidade, com eixo de rotação a $h = 6,0$ m do piso. Determine a velocidade angular mínima dessa massa para a ruptura do fio que suporta no máximo a tração de 46 N, bem como a distância ao ponto P do ponto em que, nesse caso, a massa tocará o solo.

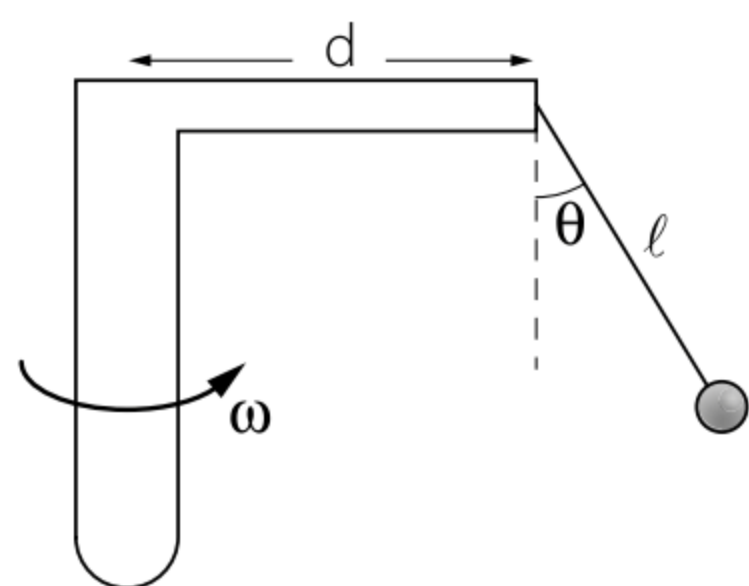


Dinâmica do movimento circular em pêndulo cônico e sistemas assemelhados

54 Um veículo de dimensões desprezíveis desloca-se com velocidade escalar constante descrevendo uma circunferência contida num plano horizontal. O raio da trajetória é de 64 m e o ângulo de sobrelevação é de θ ($\tan \theta = 0,4$). Determine a velocidade escalar que o veículo deve ter, a fim de que possa efetuar a curva, independentemente da força de atrito.

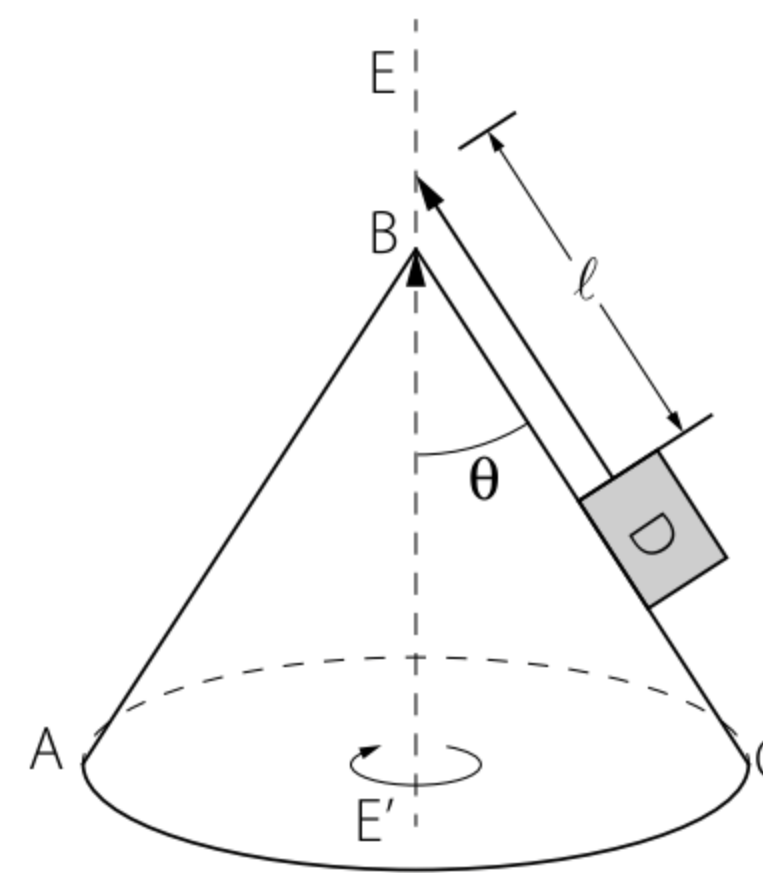
55 Um trem realiza uma curva de raio de curvatura igual a 100 m a 36 km/h. A distância entre os trilhos é de 1 m. De que altura é preciso levantar o trilho externo para minimizar a pressão que o trem exerce sobre ele ao passar pela curva?

56 O dispositivo da figura gira em torno do eixo vertical com velocidade angular ω .



- Qual deve ser o valor de ω para que o fio de comprimento ℓ , com a bolinha suspensa de massa m , faça um ângulo θ com vertical?
- Qual é a tensão T no fio nessa situação?

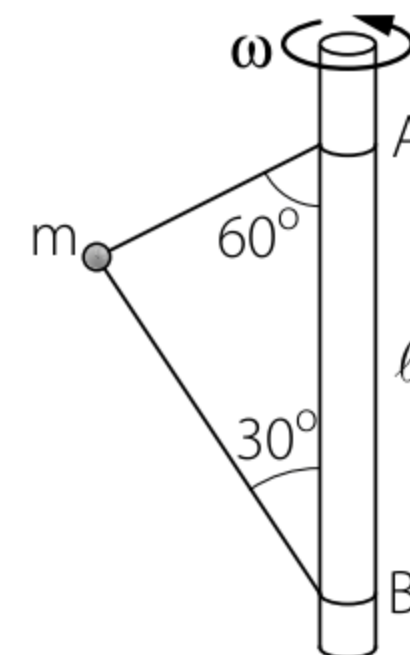
57 Um corpo D, com massa m , está sobre uma superfície cônica ABC, sem atrito, girando em torno do eixo EE' com velocidade angular ω .



Calcule:

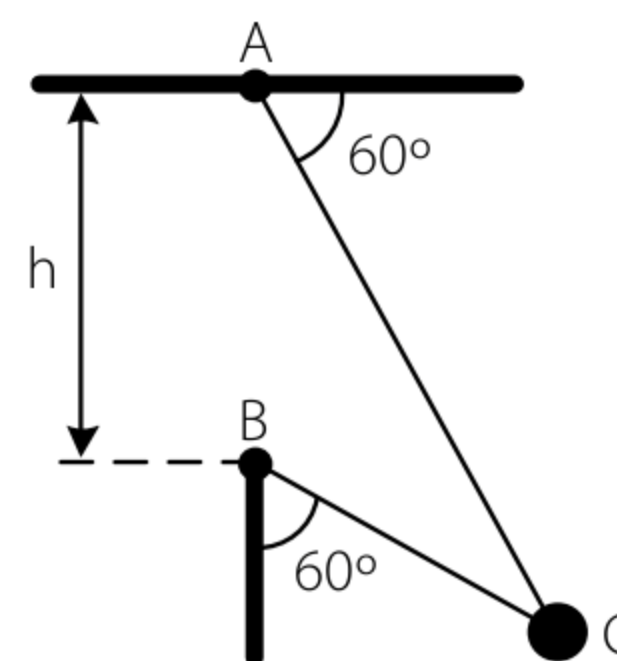
- a velocidade linear do corpo.
- a reação da superfície no corpo.
- a tensão no fio.
- a velocidade angular necessária para que a reação do plano seja zero.

58 No sistema da figura, a bolinha de massa m está amarrada por fios de massas desprezíveis ao eixo vertical AB e gira com velocidade angular ω em torno desse eixo. A distância AB vale ℓ .



- Calcule as tensões nos fios superior e inferior.
- Para que valor de ω o fio inferior ficaria frouxo?

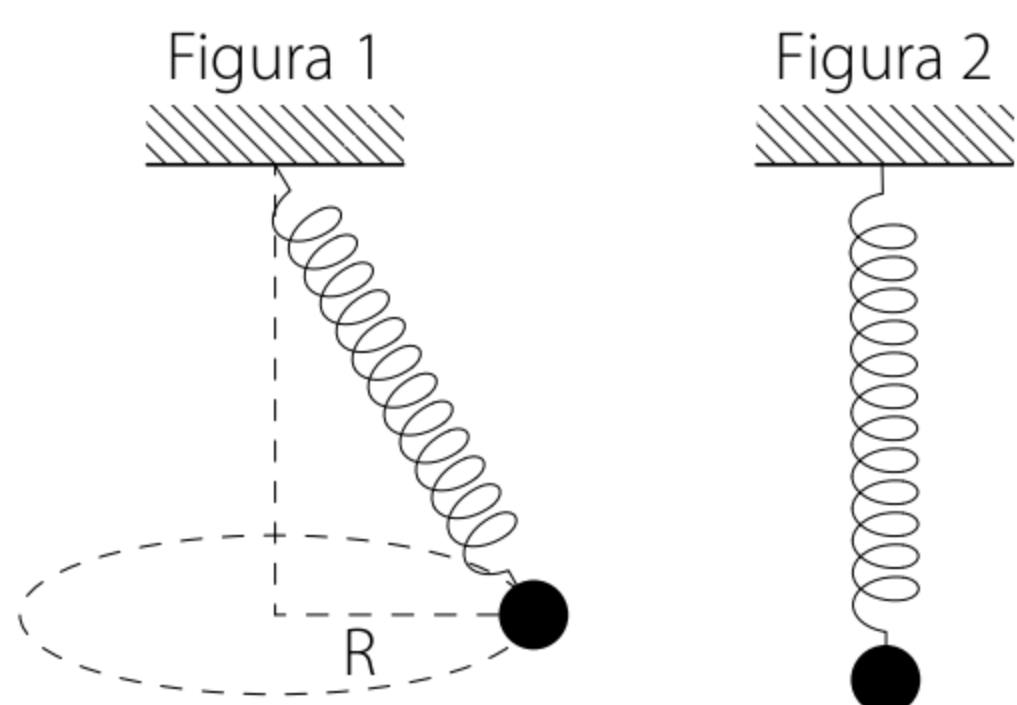
59 A esfera de massa 1 kg, conectada a dois cabos BC e AC, como mostra a figura abaixo, está girando em uma circunferência contida no plano horizontal com uma velocidade constante.



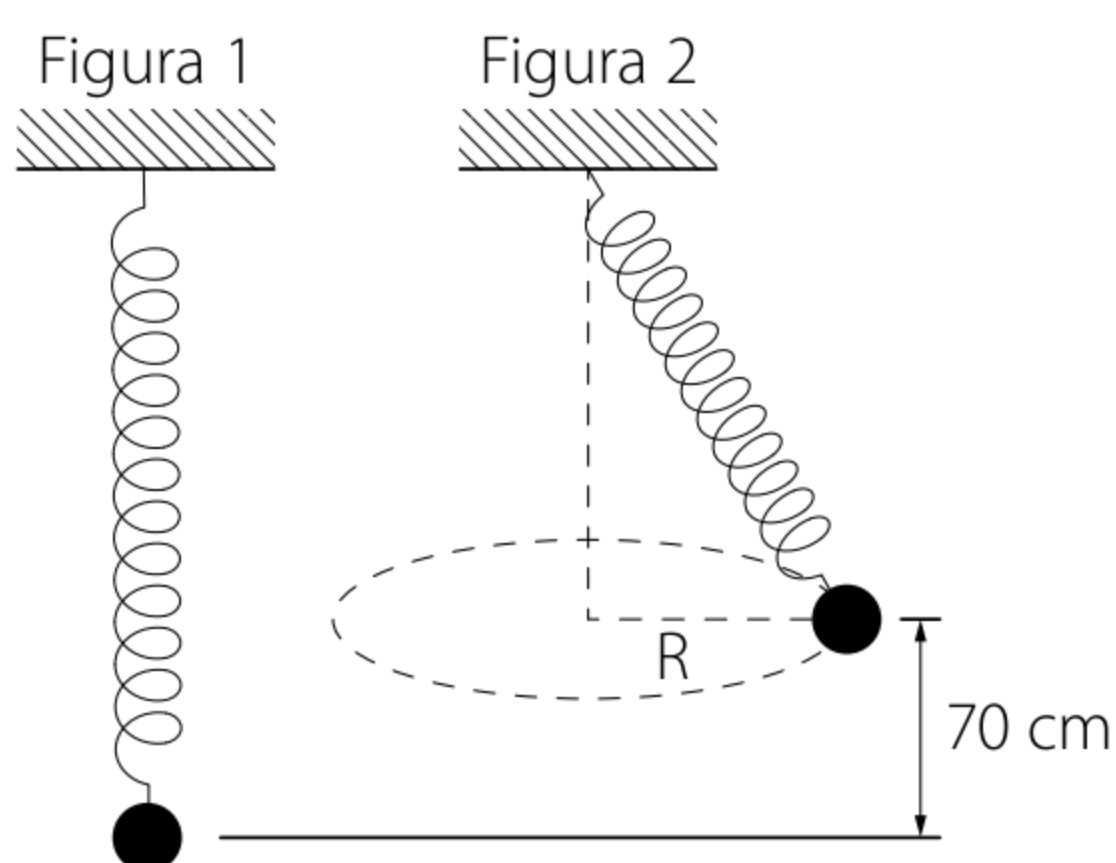
Se a distância AB é $h = \sqrt{3}$ m, determine:

- a velocidade linear da esfera para que a tração nos fios seja a mesma.
- o valor desta tração.

60 Um corpo de massa m , preso a uma mola de constante elástica k , forma um pêndulo cônico, descrevendo uma trajetória circular de raio igual a 30 cm, conforme a figura 1. O comprimento livre da mola é de 40 cm. Sabendo que o período do movimento é de $0,4\pi$ s, determine a deformação da mola quando o sistema estiver em equilíbrio na vertical, conforme a figura 2.

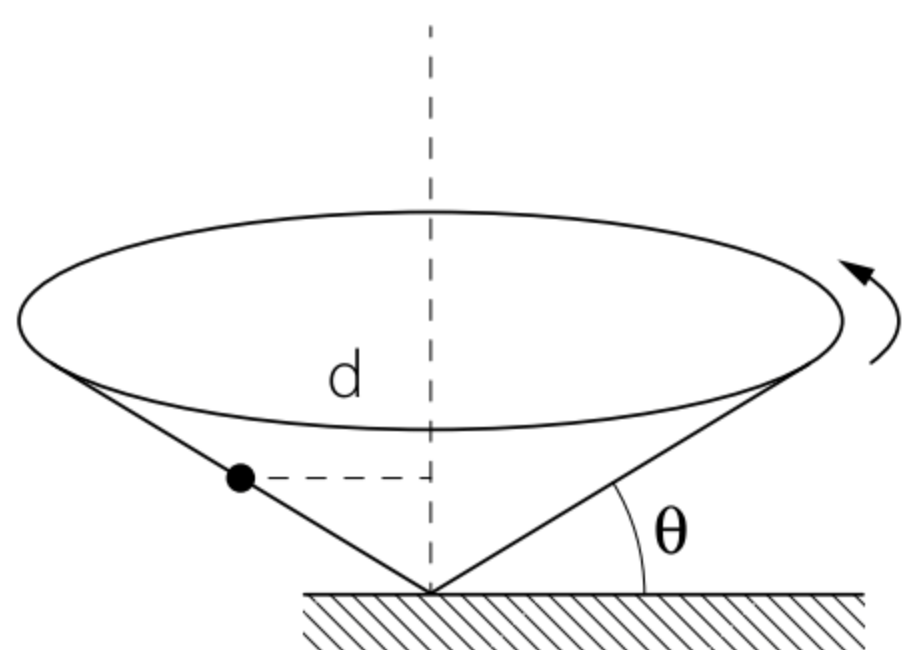


61 Um pesquisador, em uma de suas “brilhantes” experiências, resolveu determinar o valor da constante elástica de uma mola de comprimento natural 100 cm. Para tanto, amarrou a ela um corpo de massa 1 kg, conforme a figura 1, e deixou o sistema ficar em equilíbrio. A seguir, colocou a massa para girar num movimento circular uniforme com velocidade angular de 5 rad/s, conforme a figura 2. Percebeu, então, que a massa subiu 70 cm em relação à situação da figura 1. Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine o valor da constante elástica.



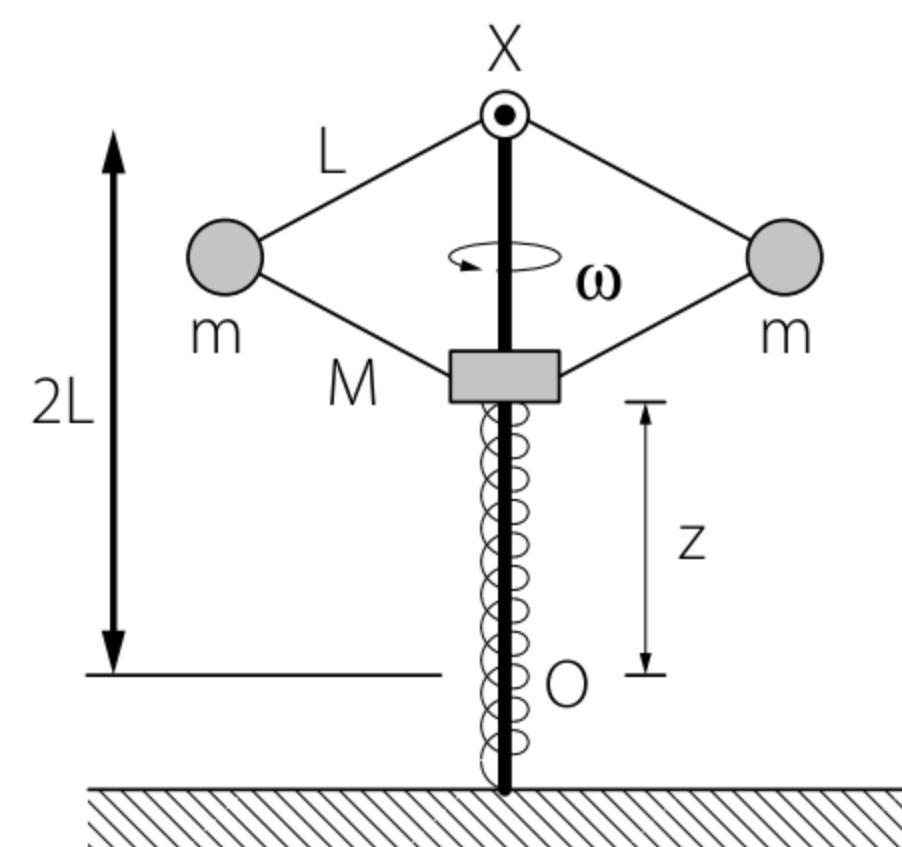
- | | | |
|-----------------|------------------|------------------|
| A 25 N/m | C 100 N/m | E 200 N/m |
| B 50 N/m | D 125 N/m | |

62 **ITA 2012** Um funil que gira com velocidade angular uniforme em torno do seu eixo vertical de simetria apresenta uma superfície cônica que forma um ângulo θ com a horizontal, conforme a figura. Sobre esta superfície, uma pequena esfera gira com a mesma velocidade angular mantendo-se a uma distância d do eixo de rotação. Nessas condições, o período de rotação do funil é dado por



- | |
|---|
| A $2\pi\sqrt{d/g\sin\theta}$. |
| B $2\pi\sqrt{d/g\cos\theta}$. |
| C $2\pi\sqrt{d/g\tan\theta}$. |
| D $2\pi\sqrt{2d/g\sin 2\theta}$. |
| E $2\pi\sqrt{d\cos\theta/g\tan\theta}$. |

63 **ITA 2015** Na figura, o eixo vertical giratório z acima de O dada por



Imprimi uma velocidade angular $\omega = 10 \text{ rad/s}$ ao sistema composto por quatro barras iguais, de comprimento $L = 1 \text{ m}$ e massa desprezível, graças a uma dupla articulação na posição fixa X . Por sua vez, as barras de baixo são articuladas na massa M de 2 kg que, através de um furo central, pode deslizar sem atrito ao longo do eixo e esticar uma mola de constante elástica $k = 100 \text{ N/m}$, a partir da posição O da extremidade superior da mola em repouso, a dois metros abaixo de X . O sistema completa-se com duas massas iguais de $m = 1 \text{ kg}$ cada uma, articuladas às barras. Sendo desprezíveis as dimensões das massas, então, a mola distender-se-á de uma altura

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| A 0,2 m. | C 0,6 m. | E 0,9 m. |
| B 0,5 m. | D 0,7 m. | |

Dinâmica do movimento circular e força de atrito

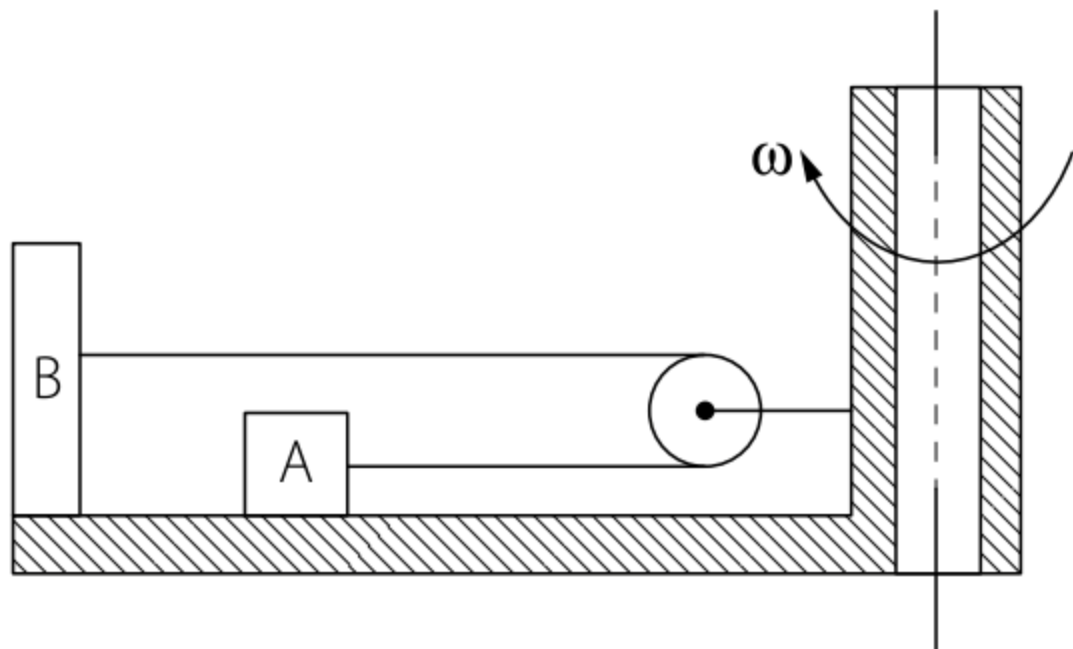
64 **Ciclo 2000** Um ciclista movimenta-se em uma pista circular de raio R , em que o coeficiente de atrito depende exclusivamente da distância r do ciclista ao centro O da pista através da lei

$$\mu = \mu_0 \left(1 - \frac{r}{R} \right), \text{ onde } \mu_0 \text{ é constante.}$$

Para um certo valor de r , o ciclista pode mover-se com máxima velocidade. Qual é esta velocidade?

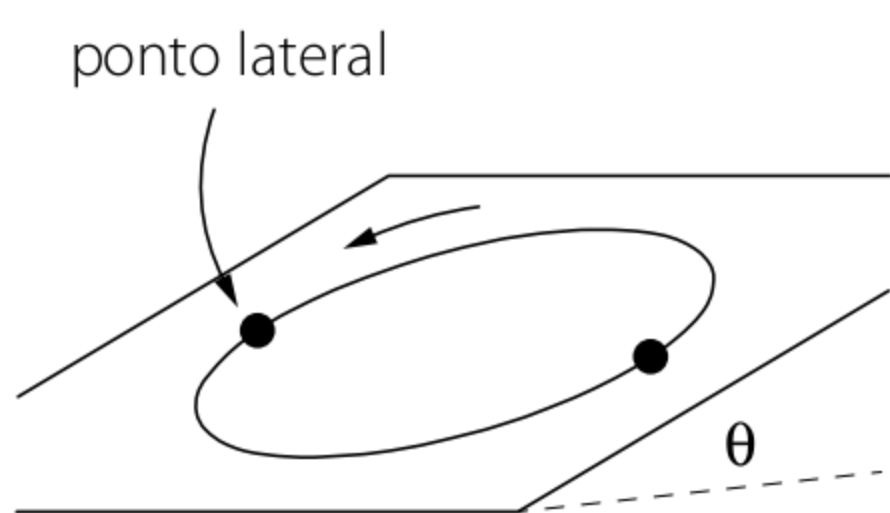
- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| A $\sqrt{\mu_0 Rg}$ | D $\frac{\sqrt{\mu_0 Rg}}{4}$ |
| B $\frac{\sqrt{\mu_0 Rg}}{2}$ | E $\sqrt{2\mu_0 Rg}$ |
| C $\sqrt{\frac{\mu_0 Rg}{2}}$ | |

65 Dois blocos considerados puntiformes, A e B, de massas m e M , respectivamente, são ligados por uma corda ideal que passa por uma polia ideal. O coeficiente de atrito entre cada bloco e o plano é μ . Se a plataforma rotaciona em torno do eixo vertical da figura abaixo, determine a velocidade angular na qual os blocos começam a escorregar radialmente. As distâncias do bloco A e B ao eixo de rotação são, respectivamente, r_A e r_B .

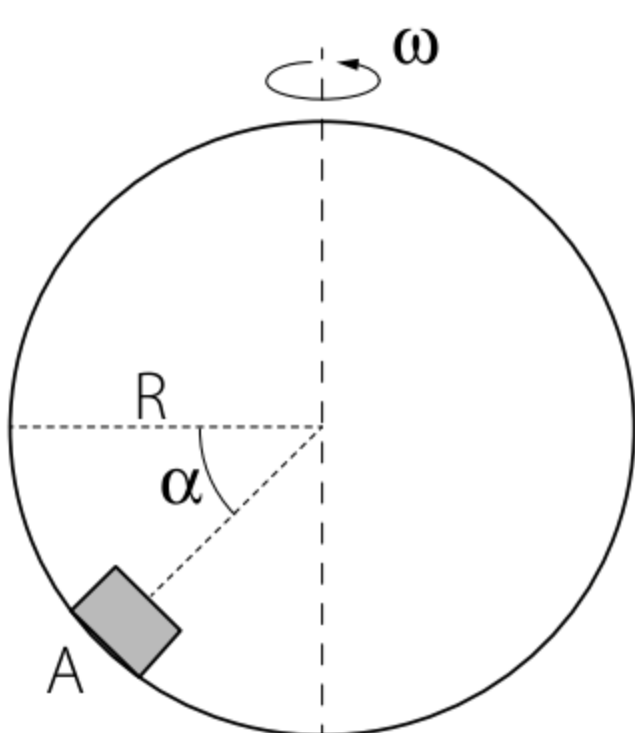


66 Um motorista está realizando uma manobra na rampa de um estacionamento. Esta rampa está inclinada com relação à horizontal de um ângulo θ . O motorista quer realizar a manobra dirigindo em um círculo de raio R a uma velocidade constante. O coeficiente de atrito entre os pneus e o solo é μ .

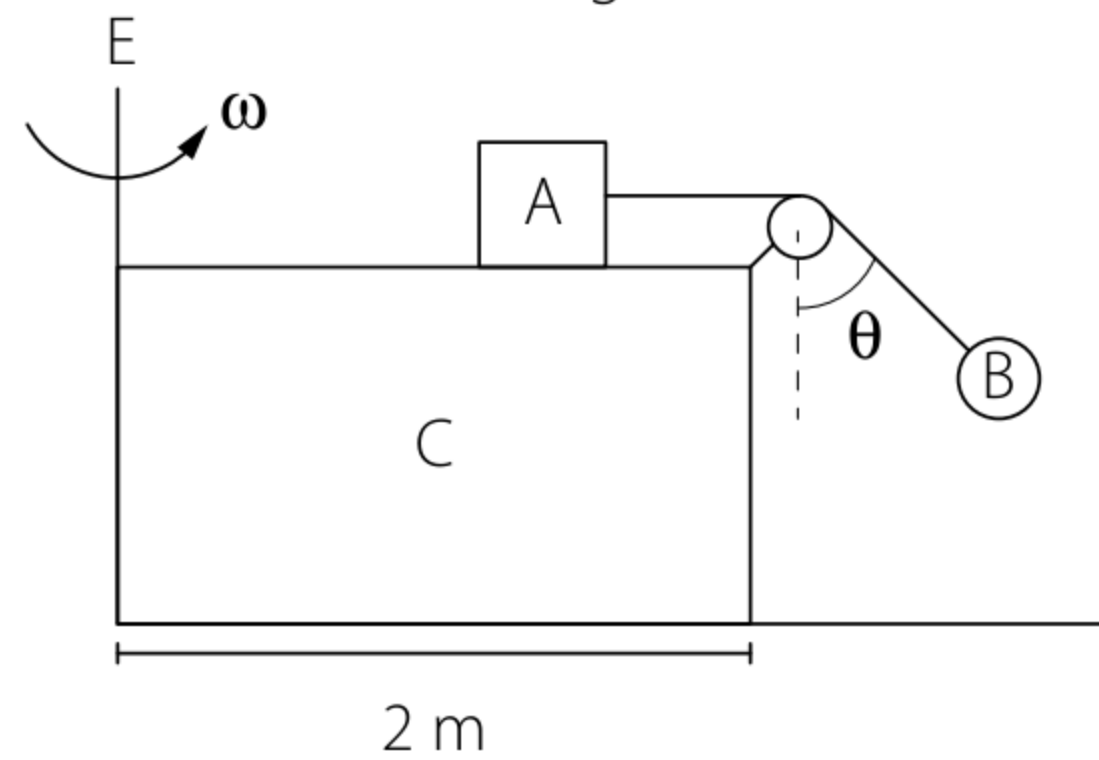
- Qual é a maior velocidade linear que o motorista pode ter para não derrapar com os pneus?
- Qual o valor mínimo de μ para satisfazer a condição imposta no item (a)?
- Se o motorista não mais se mover com velocidade constante, qual é a maior velocidade linear que ele pode ter nos pontos "laterais" do círculo (isto é, na metade do caminho entre o ponto mais alto e o mais baixo), de modo a não derrapar nesses pontos?



67 Sobre a superfície interna de uma esfera oca de raio R , que gira ao redor de seu eixo vertical com velocidade angular ω , se acha um pequeno corpo A. Supondo conhecido o ângulo α , determine o intervalo de valores em que deve se encontrar o coeficiente de atrito μ , para que o pequeno corpo A permaneça em repouso em relação à esfera.

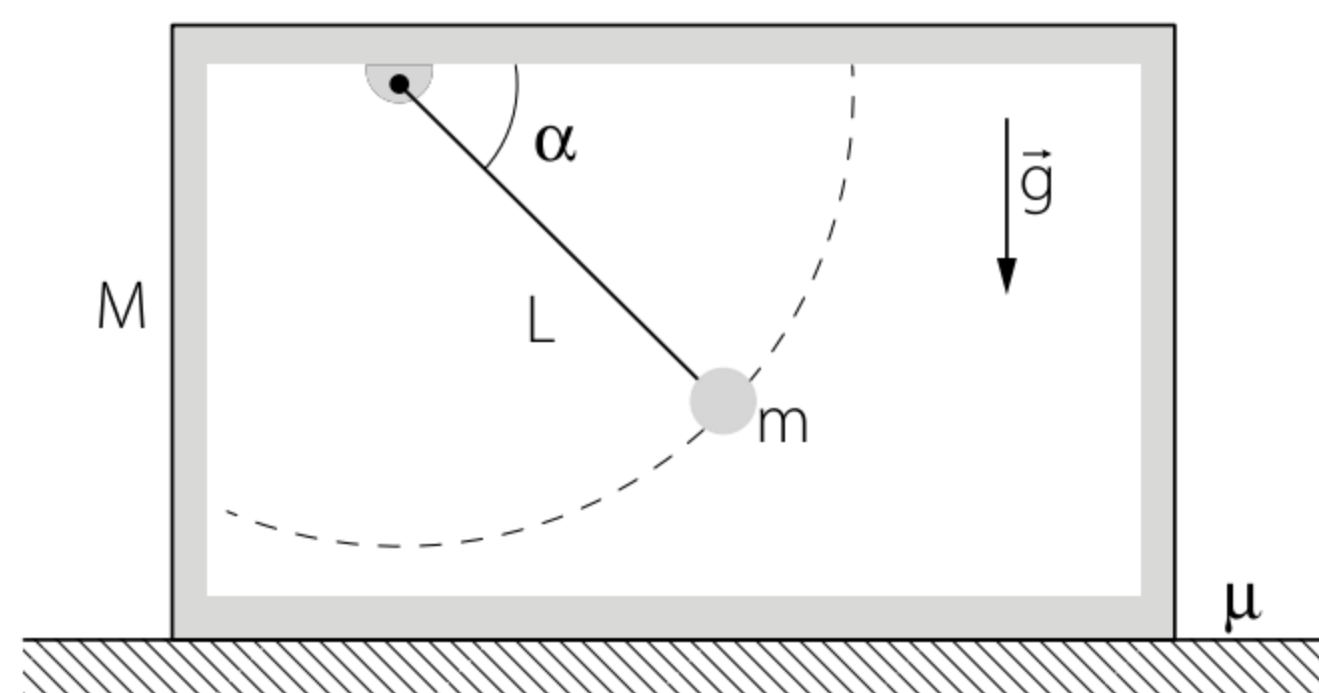


68 Montamos o sistema a seguir, em que as massas de A e B são respectivamente iguais a 750 g e 150 g. O bloco C, de largura 2 m, gira em torno do eixo E com velocidade angular constante de 2 rad/s. Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, que $\text{tg } \theta$ vale 4/3, que o comprimento do fio que liga A e B mede 3 m, determine o coeficiente de atrito entre as superfícies A e C para que estejam na iminência do escorregamento.

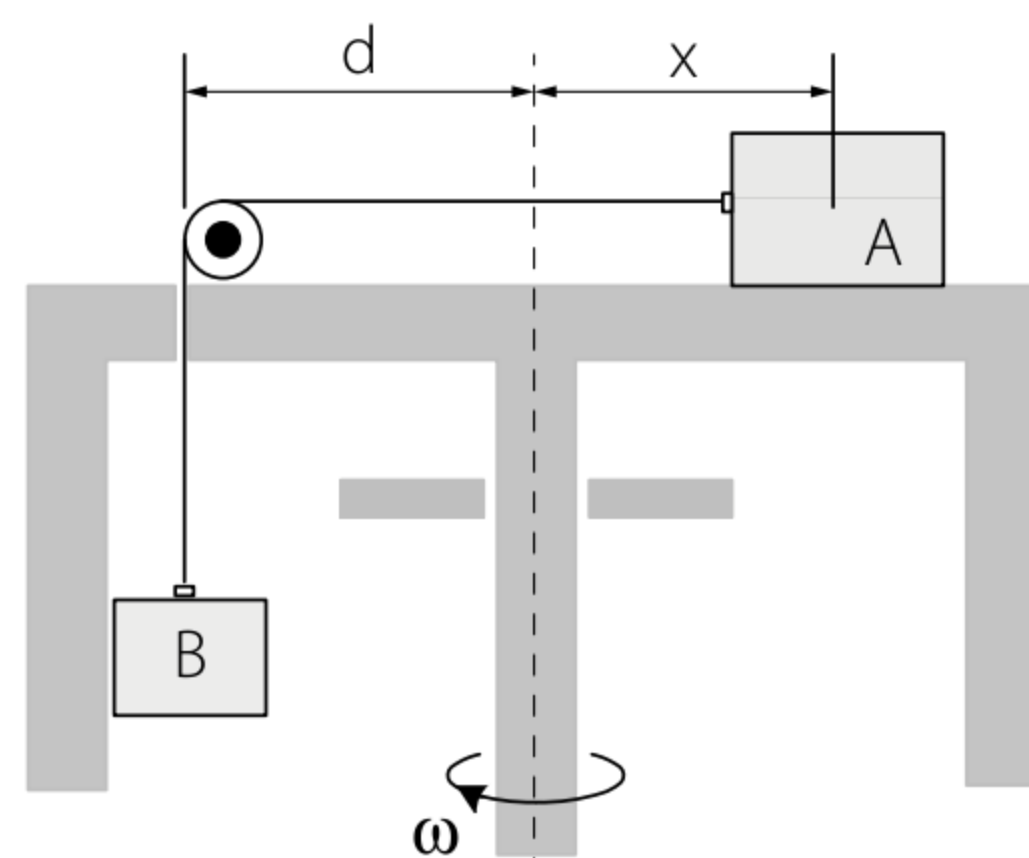


A	0,3	C	0,5	E	0,7
B	0,4	D	0,6		

69 Uma caixa de madeira de massa M encontra-se em repouso apoiada sobre uma superfície horizontal áspera com a qual apresenta um coeficiente de atrito estático μ . Um pêndulo simples composto por um fio de comprimento L e uma esfera de massa m oscila preso ao teto da caixa. Sabendo que, no instante mostrado na figura, a caixa encontra-se na iminência de escorregar, determine a velocidade da bolinha nesse momento.

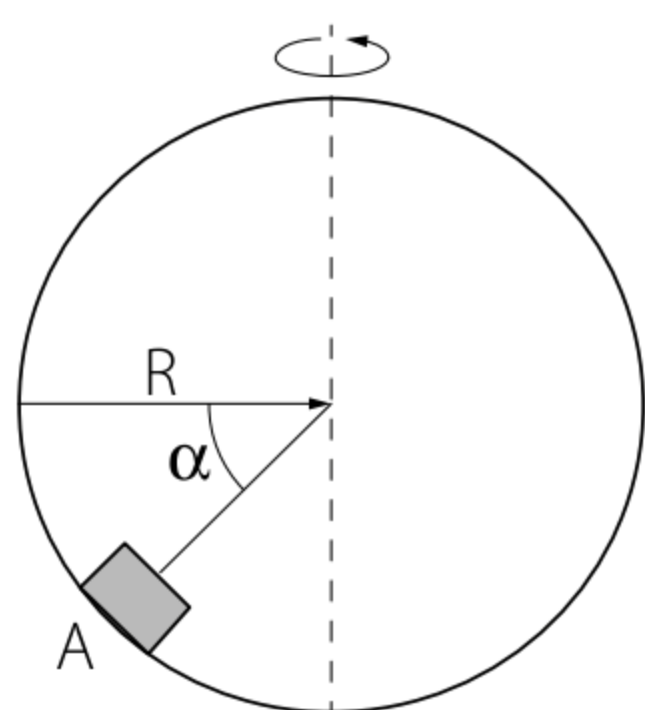


70 A figura mostra uma plataforma horizontal que gira com velocidade angular constante $\omega = 2 \text{ rad/s}$ em torno de um eixo vertical fixo ao seu centro. Um bloco A, de massa $M = 5 \text{ kg}$, repousa sobre a superfície da plataforma e se encontra conectado por meio de um fio ideal a um outro bloco B, de massa $m = 4 \text{ kg}$, que pende verticalmente e é impedido de sair da plataforma.



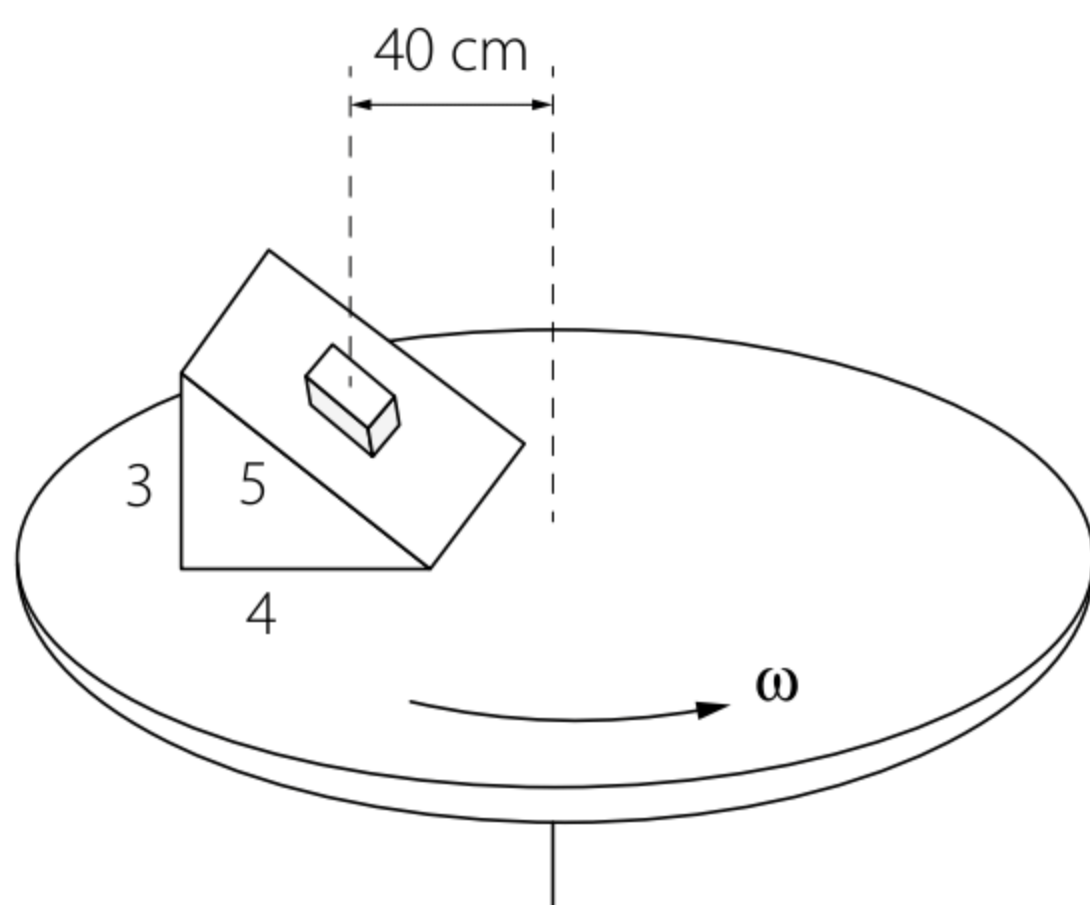
Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine os valores máximos e mínimos de x para os quais os blocos permanecerão estacionários em relação à plataforma. Admita que o coeficiente de atrito entre todos os pares de superfícies vale $\mu = 0,4$ e $d = 2,5 \text{ m}$

- 71** Sobre a superfície interna de uma esfera oca de raio R igual a 10 m , que gira ao redor de seu eixo vertical, se acha um pequeno corpo A . Sabendo que $\sin \alpha = 0,8$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que a velocidade escalar do corpo vale 10 m/s , determine:
- o coeficiente de atrito estático mínimo para que o pequeno corpo A permaneça em repouso em relação à esfera;
 - a tendência de movimento do corpo em relação à esfera.



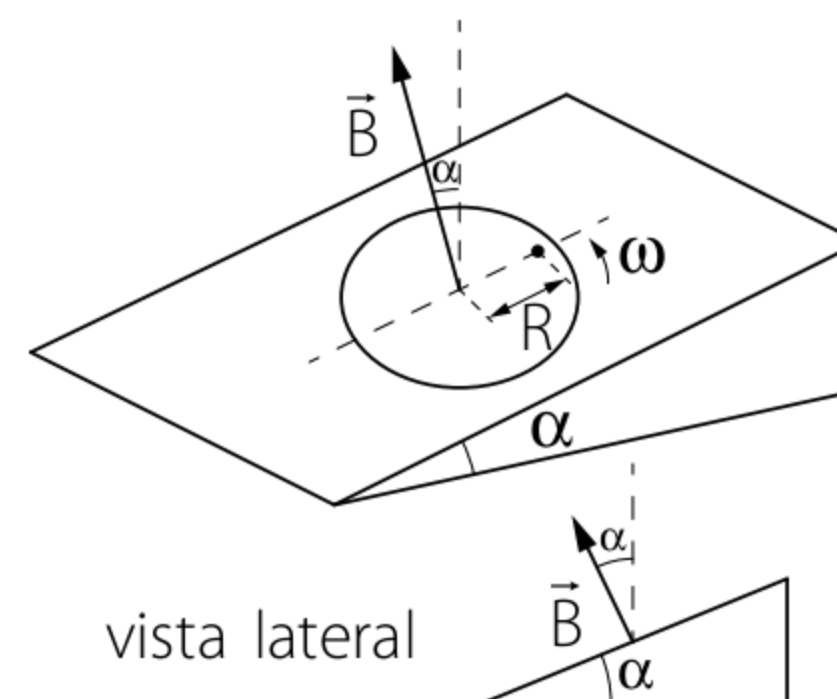
- | | | | |
|----------|-------------------------------------|----------|--------------------------------------|
| A | (a) $\frac{3}{4}$; (b) para baixo | D | (a) $\frac{11}{27}$; (b) para baixo |
| B | (a) $\frac{1}{32}$; (b) para baixo | E | (a) $\frac{11}{27}$; (b) para cima |
| C | (a) $\frac{1}{32}$; (b) para cima | | |

72 Um plano inclinado está fixo sobre uma mesa giratória. Um bloco repousa sobre o plano inclinado e o coeficiente de atrito entre eles é $0,25$. A mesa rotaciona com uma velocidade angular constante ω e o bloco permanece a uma distância de 40 cm da mesa. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a mínima velocidade angular, em rad/s , para que o bloco não escorregue plano inclinado abaixo (em direção ao centro do disco).



- | | | | |
|----------|------------------------|----------|-------------------------|
| A | 10 | D | $\sqrt{\frac{2}{19}}$ |
| B | $5\sqrt{19}$ | E | $10\sqrt{\frac{2}{19}}$ |
| C | $5\sqrt{\frac{2}{19}}$ | | |

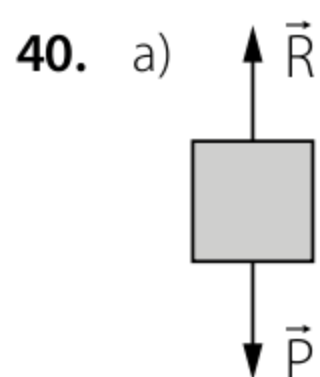
73 **ITA 2010** Um disco, com o eixo de rotação inclinado de um ângulo α em relação à vertical, gira com velocidade angular ω constante. O disco encontra-se imerso numa região do espaço onde existe um campo magnético $\vec{B}$ uniforme e constante, orientado paralelamente ao eixo de rotação do disco. Uma partícula de massa m e carga $q > 0$ encontra-se no plano do disco, em repouso em relação a este, e situada a uma distância R do centro, conforme a figura. Sendo μ o coeficiente de atrito da partícula com o disco e g a aceleração da gravidade, determine até que valor de ω o disco pode girar de modo que a partícula permaneça em repouso.



GABARITO

- D
- a) $F \geq 200 \text{ N}$ b) $\mu_e \geq 0,20$
- D
- a) Demonstração.
b) Empurrando, a 30° , 520 N ; puxando, a 30° , 252 N ; empurrando ou puxando, a 0° , 294 N .
- a) Não.
b) Uma força de 70 N para a esquerda e outra força de 30 N para cima.
c) 60 N
d) 100 N
e) 40 N
- a) $\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$
b) 900 m
- B
- B
- a) $\sqrt{3}/3$ b) 10 N
- 5000 N
- $a = g \sin \theta - \frac{(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g \cos \theta}{m_1 + m_2}$
 $T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\mu_2 - \mu_1) g \cos \theta$
 $T = m_2 \cdot a + \mu_2 \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \theta - p_2 \cdot \sin \theta$
- a) $0,75 \text{ N}$
b) $4,9 \text{ m/s}^2$
c) $12 \sqrt{1,04} \text{ N}$
d) O módulo da tensão e a aceleração permanecem os mesmos, mas a tensão muda o sentido.
- a) 20 N b) $4 \sqrt{3}/9$

14. E
15. a) $F \sin \theta + mg \cos \theta$
 b) $\mu(F \cdot \sin \theta + mg \cos \theta)$
 c) $F/m \cdot (\cos \theta - \mu \sin \theta) - g(\mu \cos \theta + \sin \theta)$
 d) $mg \cdot \frac{(\mu \cos \theta + \sin \theta)}{(\cos \theta - \mu \sin \theta)}$
 e) $\arctan(1/\mu)$
16. a) $g(\sin \theta - \sqrt{2}\mu_c \cdot \cos \theta)$ b) $\sqrt{6}/30$
17. A
18. B
19. C
20. $25\sqrt{3}$ N
21. $\arccos(0,6)$ e $\arccos(0,8)$
22. A
23. a) 56 N b) 116 N
24. a) 80 N b) 600 N; 680 N c) $6,8 \text{ m/s}^2$
25. a) 33,75 N b) $3,75 \text{ m/s}^2$
26. a) 18 N
 b) $a_2 = 2 \text{ m/s}^2, a_4 = 8 \text{ m/s}^2$
 c) $a_2 = a_4 = 1,5 \text{ m/s}^2, f_{at} = 3 \text{ N}$
27. a) $6,4 \text{ m/s}^2$ c) 70 N
 b) $0,9 \text{ m/s}^2$ d) $0,20 \text{ m/s}^2$
28. a) $\mu g(m + M)$
 b) $\sqrt{2LM/[F - \mu g(M + m)]}$
29. a) 2,4 N b) 2 s
30. a) 100 N
 b) 2 m/s^2
31. a) 6 m/s^2 b) 22,5 kg
 c) 7 m/s^2 para m_2 e m_3 , 4 m/s^2 para m_1 ; 90 N
32. a) $\frac{m_3 \cdot g}{m_1 + m_2 + m_3}$
 b) $\frac{(m_1 + m_2)\mu}{(1 - \mu)}$
 c) $(m_1 + m_2)\mu g$
33. a) 2 m/s^2 b) 3,2 N
34. $(2k + 1)g$
35. A
36. a) 75 N d) $a_A = 6 \text{ m/s}^2; a_B = 1 \text{ m/s}^2$
 b) 300 N e) $a_A = a_B = 2 \text{ m/s}^2$
 c) $a_A = a_B = 1,2 \text{ m/s}^2$
37. D
38. C
39. A



b) $\vec{F}_r = \vec{P} - \vec{R} \Rightarrow mg - kv^2 = ma$

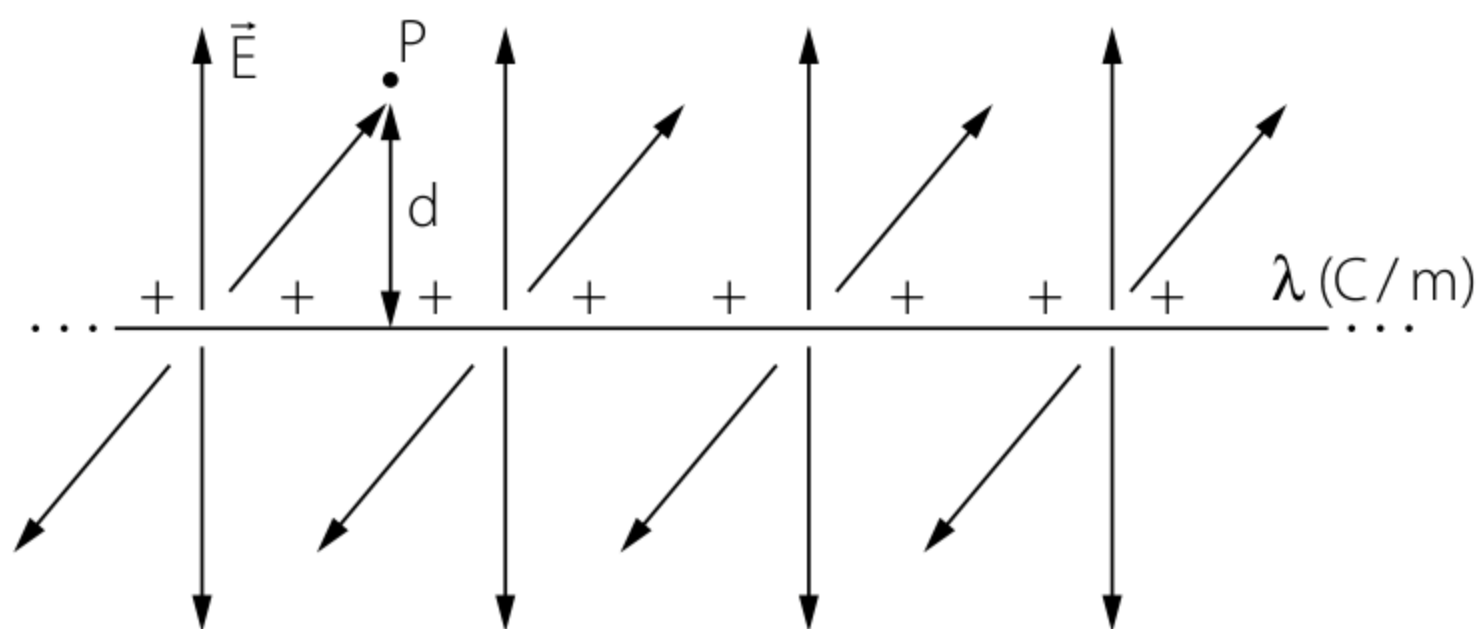
Conforme a velocidade aumenta, a força resistiva aumenta até se igualar à força peso. Nesse momento, $\vec{a} = 0$ e o corpo desce com velocidade constante: $mg = kv^2$.

c) $(mg/k)^{1/2}$

41. C
42. C
43. 10:9:7:4
44. 200 N/m
45. a) $kx(x_0 + x) = mv^2$ c) $x = 5,33 \text{ cm}$
 b) $x = 4,62 \text{ cm}$ d) $x = 4,53 \text{ cm}$
46. D
47. 100 m
48. D
49. D
50. $\sqrt{(g + a)R}$
51. C
52. D
53. $\omega_{\min} = 6 \text{ rad/s}$ e $x = 6 \text{ m}$
54. 16 m/s
55. $\cong 10 \text{ cm}$
56. a) $\sqrt{g \cdot \tan \theta / (d + \ell \cdot \sin \theta)}$
 b) $mg/\cos \theta$
57. a) $\omega \cdot \ell \cdot \sin \theta$
 b) $m(g \cdot \sin \theta - \omega^2 \cdot \ell \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta)$
 c) $m(g \cdot \cos \theta + \omega^2 \cdot \ell \cdot \sin^2 \theta)$
 d) $\sqrt{g/(\ell \cdot \cos \theta)}$
58. a) Superior: $\frac{m}{2}(g + \frac{3}{4}\omega^2 L)$; inferior: $\frac{m}{2}\sqrt{3}(\frac{\omega^2}{4}L - g)$
 b) $\omega_{\text{crit}} = 2\sqrt{g/L}$
59. a) $\sqrt{15} \text{ m/s}$ b) $(10\sqrt{3} - 10) \text{ N}$
60. 8 cm
61. C
62. C
63. B
64. B
65. $\sqrt{\frac{\mu g(M + m)}{|Mr_B - mr_A|}}$
66. a) $\sqrt{Rg(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$
 b) $\tan \theta$
 c) $\sqrt{\mu Rg \cdot \cos \theta}$
67. $\mu \geq \frac{|\omega^2 R \cdot \sin \alpha - g| \cdot \cos \alpha}{\omega^2 R \cdot \cos^2 \alpha + g \cdot \sin \alpha}$
68. D
69. $v = \sqrt{\left(\frac{\mu Mg}{\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha} - mg \cdot \sin \alpha\right) \cdot \frac{L}{m}}$
70. $x_{\max} = 3,8 \text{ m}; x_{\min} = 0,2 \text{ m}.$
71. E
72. E
73. $\omega = \frac{\sqrt{q^2 R^2 B^2 + 4m^2 g R(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)} - qRB}{2mR}$

A Lei de Gauss

Considere um fio infinito, carregado uniformemente com uma densidade linear de carga elétrica λ (C/m), conforme a figura abaixo.



Sua tarefa é calcular o campo elétrico no ponto P, que se encontra a uma distância d do fio. Fica claro que não é possível realizar este cálculo com os conhecimentos que foram transmitidos no capítulo referente a Campo Elétrico. Utilizando-se da Lei de Coulomb, seria necessário lançarmos mão do cálculo integral, o que foge do escopo do nosso curso.

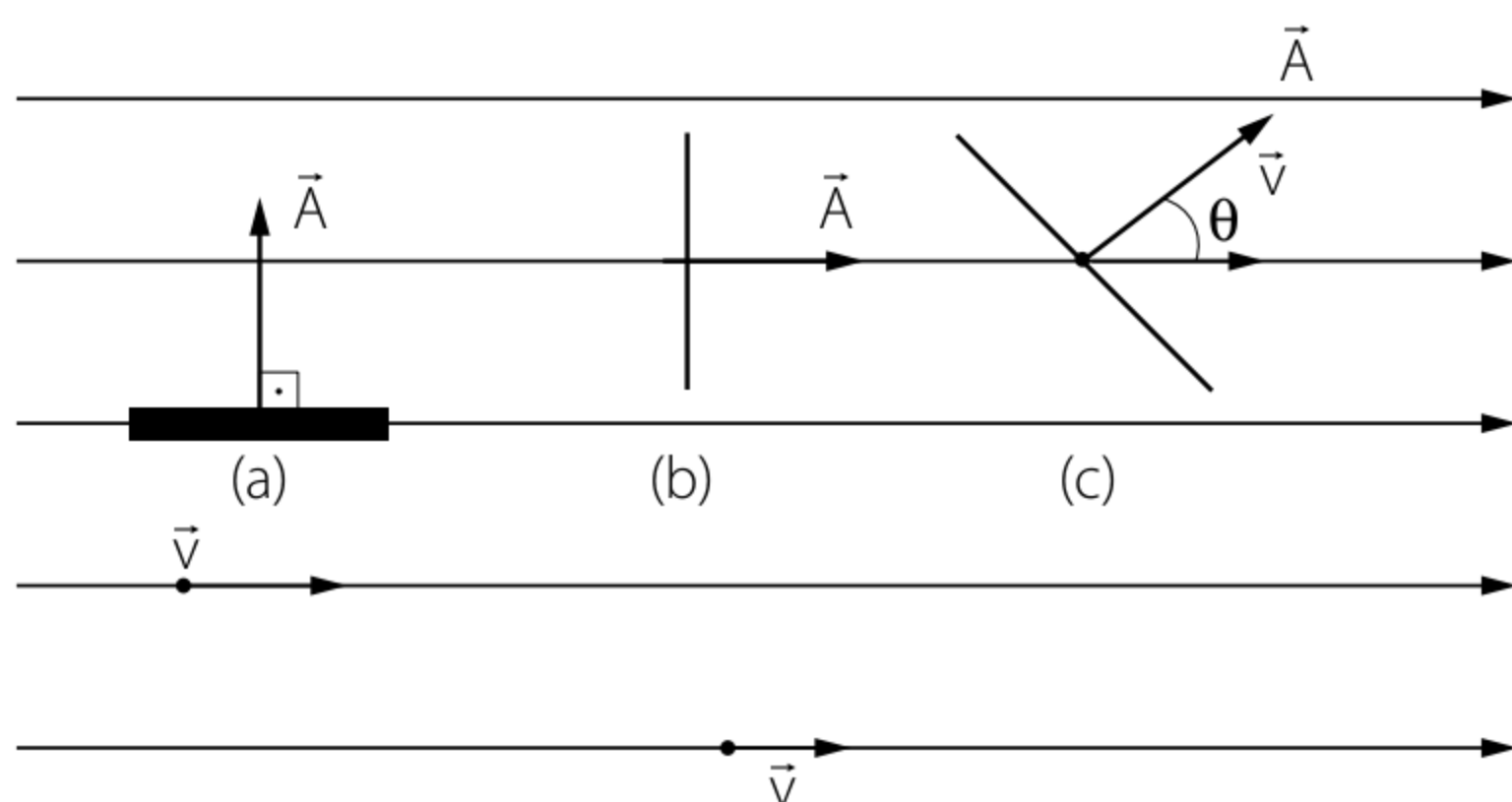
Para resolver este e outros problemas onde a geometria apresenta um elevado grau de simetria, aprenderemos uma poderosa ferramenta: a Lei de Gauss.

Iniciaremos definindo o fluxo de um vetor $\vec{v}$ através de uma superfície S.

1.1 Fluxo de um vetor $\vec{v}$

Seja um escoamento de água, indicado na figura abaixo pelas linhas de campo horizontais. A cada ponto do escoamento podemos associar um vetor escoamento $\vec{v}$, tal que:

- **Módulo:** é a vazão do escoamento em kg/s
- **Direção:** horizontal;
- **Sentido:** para a direita.



Tomemos uma superfície S plana, indicada pelo seu vetor área $\vec{A}$, colocada perpendicularmente ao plano do papel. Na situação (a) da figura, fica fácil observar que o fluxo (nº de linhas

de fluxo que atravessa a superfície S) é nulo; na situação (b), o fluxo é máximo e, na situação (c), é algo intermediário entre as situações (a) e (b). Chamando o fluxo do vetor escoamento de ϕ_v , podemos escrever matematicamente que:

$$\phi_v = v \cdot A \cdot \cos(\theta) = \vec{v} \cdot \vec{A} \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} \right) \quad (1)$$

Onde v é a vazão do escoamento (kg/s), A é o módulo da área (m²) e θ é o ângulo entre a direção do escoamento e a normal à superfície A.

O que acabamos de descrever para o fluxo do vetor $\vec{v}$ através da superfície A é válido para qualquer vetor, ou seja, podemos calcular o fluxo de um dado campo vetorial através de uma superfície A, fazendo o produto escalar descrito na equação anterior.

Nosso trabalho será calcular o fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada, que chamaremos superfície gaussiana. Esse cálculo nos permitirá chegar a importantes conclusões, como será visto adiante.

O fluxo de um vetor através de uma superfície pode ser entendido como sendo a quantidade de linhas de campo que a perfuram. Um maior fluxo indica que mais linhas de campo estão perfurando esta superfície. Obviamente, a situação de máximo fluxo ocorre quando há incidência perpendicular, ou seja, o vetor área $\vec{A}$ e o vetor $\vec{v}$ são paralelos.

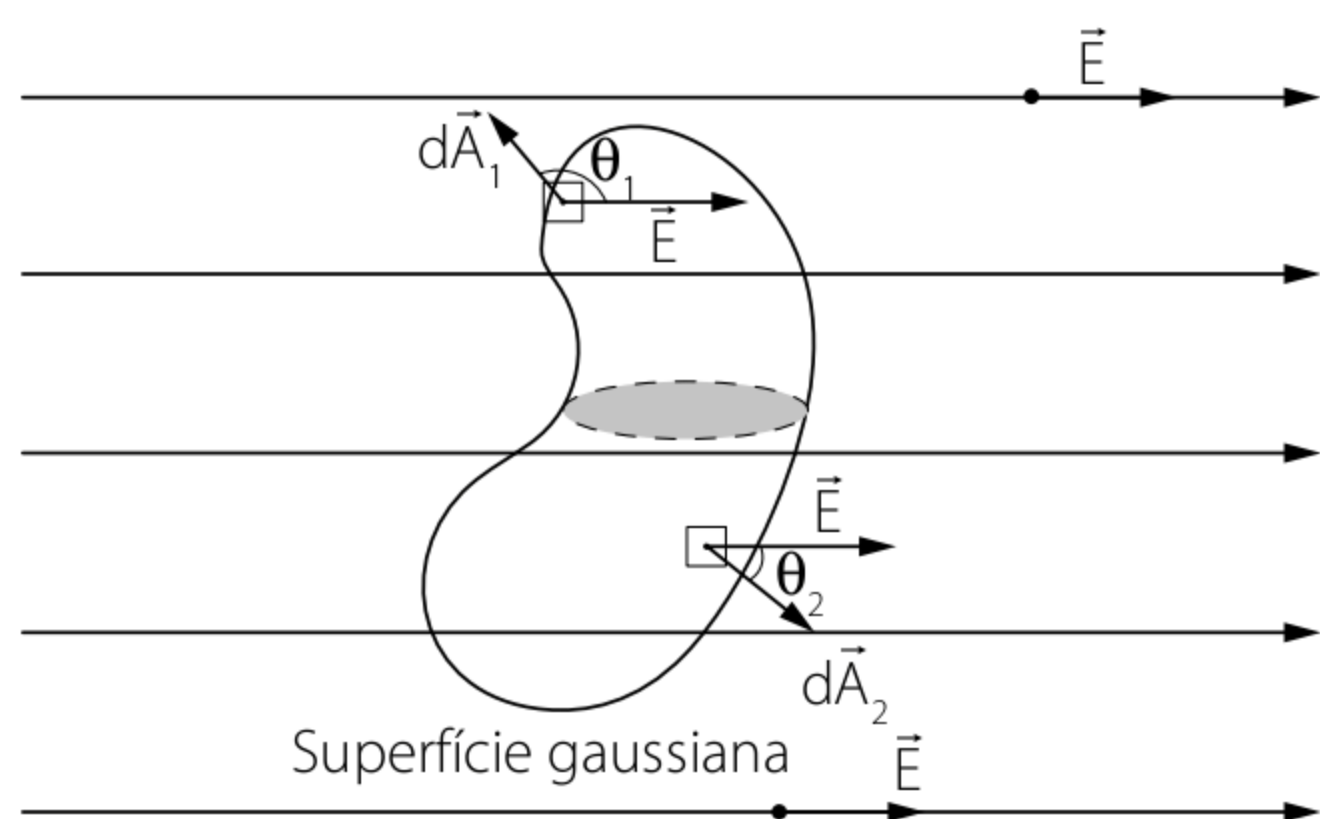
Em síntese, se, no caso descrito na figura 2, em vez de um escoamento de água indicado pelo vetor $\vec{v}$, tivéssemos um campo elétrico $\vec{E}$ indicado pelas linhas de força paralelas entre si, o cálculo do fluxo do campo elétrico através da superfície A seria o mesmo, ou seja:

$$\phi_E = E \cdot A \cdot \cos(\theta) = \vec{E} \cdot \vec{A} \left(\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}} \right) \quad (2)$$

1.2 Fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada (gaussiana)

Esta introdução serviu para que você possa compreender a real utilização do cálculo do fluxo do campo elétrico. O fluxo do campo elétrico deverá ser sempre obtido em uma superfície fechada, chamada a partir de agora de superfície gaussiana. Esta superfície irá envolver adequadamente as estruturas sobre as quais desejarmos obter informações sobre o campo elétrico.

Inicialmente, vamos entender como calcular o fluxo do campo elétrico através de uma superfície gaussiana inserida no campo vetorial indicado a seguir.



Do seu curso de vetores você deve se lembrar que por mais irregular que uma superfície seja ela pode ser subdividida em pedaços tão pequenos quanto se queira, tal que, no limite desta superfície tendendo a zero, ela pode ser considerada plana. Tais pedaços de área serão chamados doravante de elementos de área (dA).

Assim, podemos observar na figura anterior que a fim de calcular o fluxo do campo elétrico ao longo de toda a superfície gaussiana, deveremos fazer um somatório de todos os produtos escalares entre o campo vetorial $\vec{v}$ e os vetores correspondentes aos elementos de área dA , tal que:

$$\phi = \sum \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_1 \cdot dA_1 \cdot \cos\theta_1 + E_2 \cdot dA_2 \cdot \cos\theta_2 + \dots + E_n \cdot dA_n \cdot \cos\theta_n \quad (3)$$

Observe na figura 3 que, para um elemento de área dA_1 onde o produto escalar é negativo, sempre haverá o seu oposto dA_2 , onde o produto escalar tem o mesmo valor, porém positivo. Fica claro que, ao realizar o somatório ao longo de toda a superfície fechada, o somatório dará zero. O que isso significa?

Significa que não há nem fontes nem sumidouros de campo no interior da superfície gaussiana, ou seja, o número de linhas que entram é exatamente o mesmo número de linhas que saem. Assim, poderemos entender o fluxo através de uma superfície fechada, como o número líquido de linhas de campo que entram ou que saem da superfície. Matematicamente temos:

$$\phi_{\vec{v}} = \sum_{n=1}^{\infty} \vec{v} \cdot d\vec{A}_n = \sum_{n=1}^{\infty} v \cdot dA_n \cdot \cos\theta = \int_A \vec{v} \cdot d\vec{S} \quad (4)$$

Para o caso do campo elétrico, basta particularizarmos o vetor $\vec{v}$ como sendo o vetor campo elétrico e teremos:

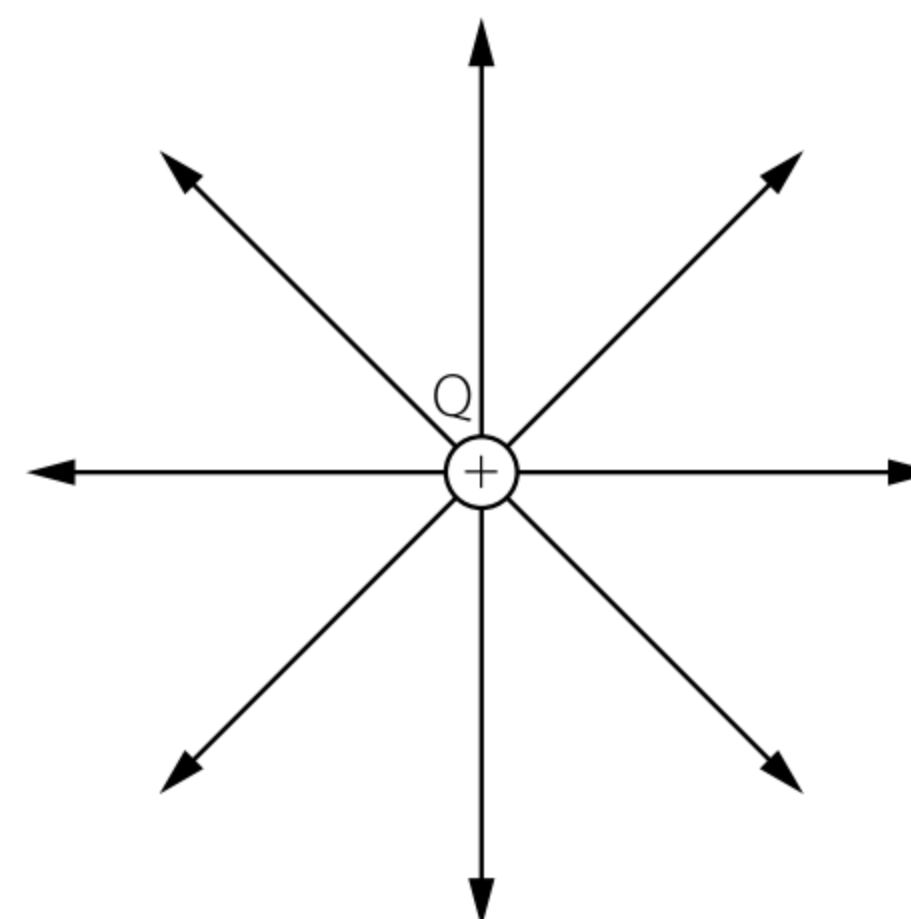
$$\phi_E = \sum_{n=1}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{A}_n = \sum_{n=1}^{\infty} E \cdot dA_n \cdot \cos\theta = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (5)$$

Nesse ponto você deve estar se perguntando, se eu não sei cálculo, poderei utilizar a Lei de Gauss? A resposta é sim, pois ela é útil exatamente onde o cálculo é simples, ou seja, não há necessidade de se resolver uma integral.

Nada melhor do que calcular utilizando-se de um exemplo.

1.2.1 Cálculo do fluxo do campo elétrico gerado por uma carga elétrica puntiforme.

Iremos agora calcular o fluxo do campo elétrico gerado por uma carga puntiforme. A elevada simetria irá facilitar bastante as contas. Observe a configuração de linhas de força a seguir.



Para calcular o fluxo do campo elétrico usaremos a equação que demonstramos anteriormente:

$$\phi_E = \sum E \cdot dA \cdot \cos\theta = E_1 \cdot dA_1 \cdot \cos\theta_1 + E_2 \cdot dA_2 \cdot \cos\theta_2 + \dots + E_n \cdot dA_n \cdot \cos\theta_n \quad (6)$$

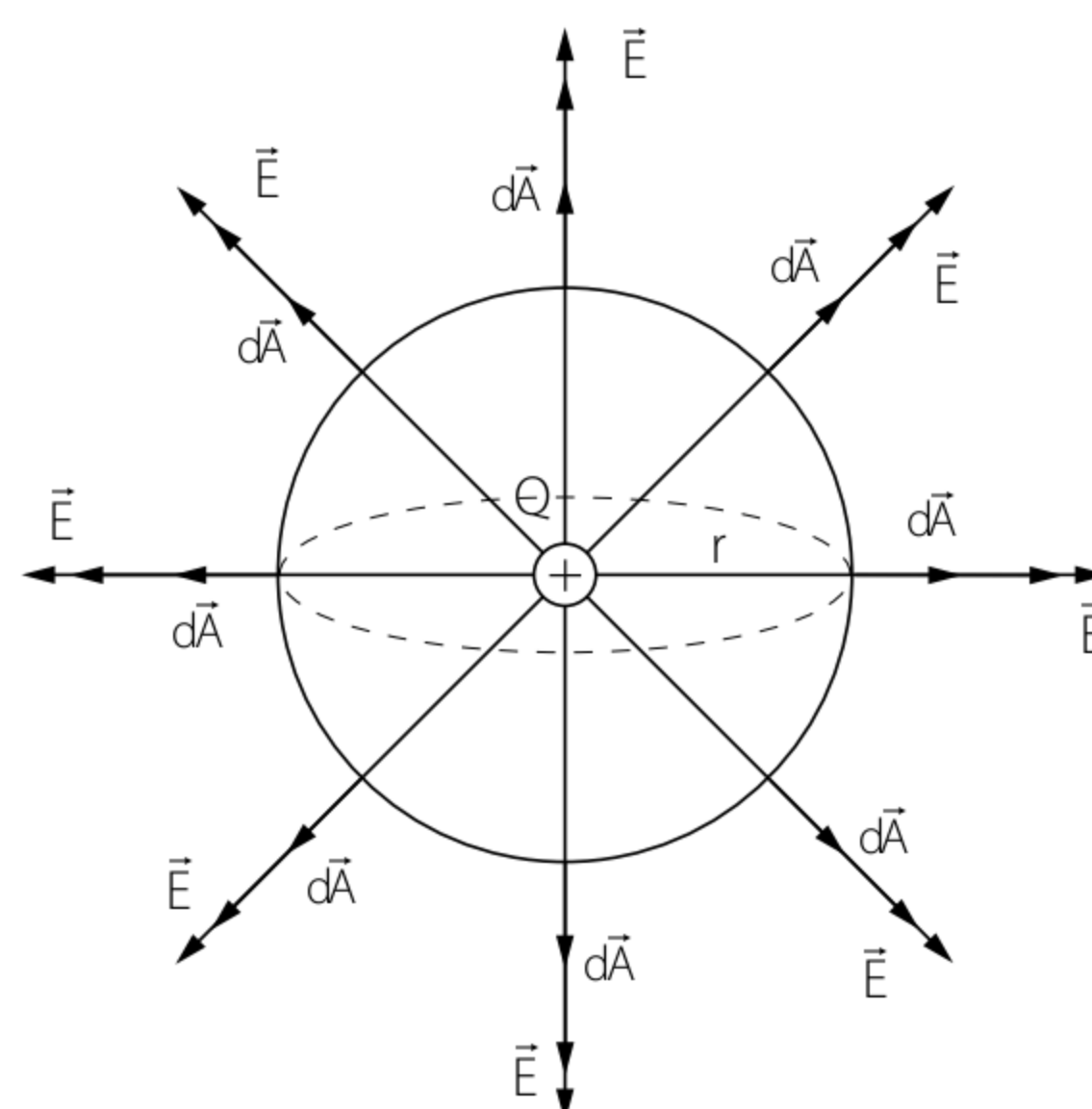
Assim, teremos que envolver a carga puntiforme com uma superfície fechada A , tal que o cálculo acima seja possível. Aqui é que reside a chave da solução do nosso problema: a escolha da superfície gaussiana.

Observe que se escolhermos uma superfície onde o módulo do campo elétrico seja o mesmo em todos os pontos, ele poderá ser retirado fora do somatório, ficando em evidência.

Além disso seria interessante uma superfície onde o ângulo θ fosse sempre igual a 0° , 180° ou 90° , cujos cossenos são 1, -1 e 0, respectivamente.

Para o caso acima, a superfície gaussiana é uma esfera com centro na posição da carga. Observe que o vetor área e o vetor campo são paralelos em todos os pontos ($\theta = 0 \rightarrow \cos\theta = 1$), além disso, o campo elétrico é o mesmo em todos os pontos da nossa superfície gaussiana, assim, a equação anterior fica:

$$\phi_E = E \sum dA \cdot \cos 0 = E \sum dA \quad (7)$$



Do capítulo 2, temos que a expressão para o campo elétrico gerado por uma carga puntiforme q a uma distância r é dado por:

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{q}{r^2} \quad (8)$$

Além disso, fazer a soma de todos os elementos de área de uma esfera é a mesma coisa que calcular a própria área da esfera, ou seja:

$$\sum dA = 4\pi \cdot r^2 \quad (9)$$

Substituindo os dois termos (8) e (9) na equação (7), temos que:

$$\phi_E = E \sum dA = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi \cdot r^2 = \frac{q}{\epsilon} \quad (10)$$

A equação acima, desenvolvida para o caso de cargas puntiformes, é de aplicação geral. De fato ela é o próprio enunciado da Lei de Gauss. Ela nos diz que para calcular o fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada, não precisamos de fazer nenhum cálculo, basta observarmos carga interna à superfície gaussiana, ou seja:

$$\phi_E = \frac{Q_{\text{interna}}}{\epsilon} \quad (\text{V} \cdot \text{m}) \quad (11)$$

A equação acima nos mostra que se, ao invés de envolvermos a carga puntiforme com uma esfera, tivéssemos envolvido com um cubo, ou outra figura qualquer, o fluxo do campo elétrico seria o mesmo, pois em todos os casos a carga interna a estas superfícies gaussianas seria exatamente a mesma. Assim, podemos concluir que cargas externas a uma superfície gaussiana não causam fluxos na mesma.

Desta forma, para se calcular o fluxo do campo elétrico ao longo de uma superfície fechada, não é necessário fazer nenhum cálculo complicado. Basta observar a carga elétrica interna a esta superfície, independentemente do formato que ela possa possuir.

Realmente a Lei de Gauss é de uma simplicidade e utilidade muito grandes. Ela é uma das quatro equações fundamentais do eletromagnetismo, ao lado da lei de Gauss do Magnetismo, da Lei de Ampère e da Lei de Faraday.

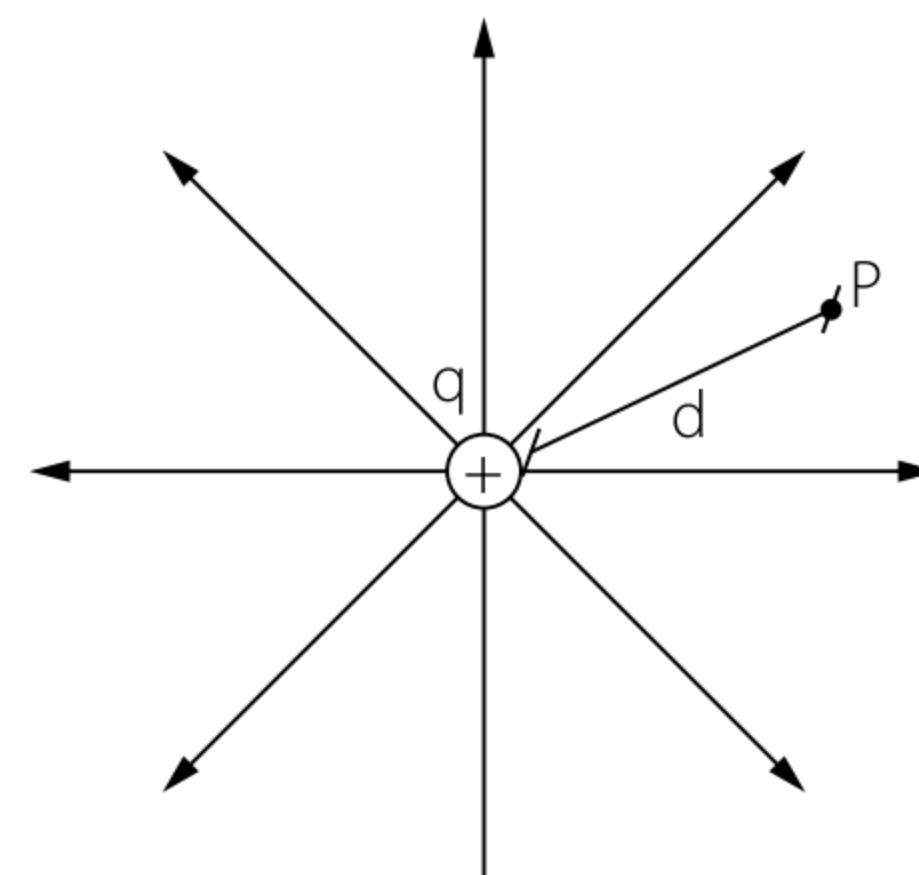
1.3 Cálculo do campo elétrico utilizando-se da Lei de Gauss.

O próximo passo na utilização da Lei de Gauss será aplicá-la para o cálculo do campo elétrico de estruturas que apresentem um elevado grau de simetria. A título de exemplo, calcularemos o campo de uma carga puntiforme, de uma esfera isolante, de uma superfície plana infinita e finalmente do fio infinito, a motivação inicial do texto. Todos estes exemplos serão calculados através da utilização da Lei de Gauss.

Finalmente, poderemos compreender as características dos condutores em equilíbrio eletrostático. Isso é possível devido ao enorme significado físico da Lei de Gauss, que por sua vez possui uma enorme simplicidade matemática.

1.3.1 Cálculo do campo elétrico gerado por uma carga puntiforme a uma distância d do seu centro.

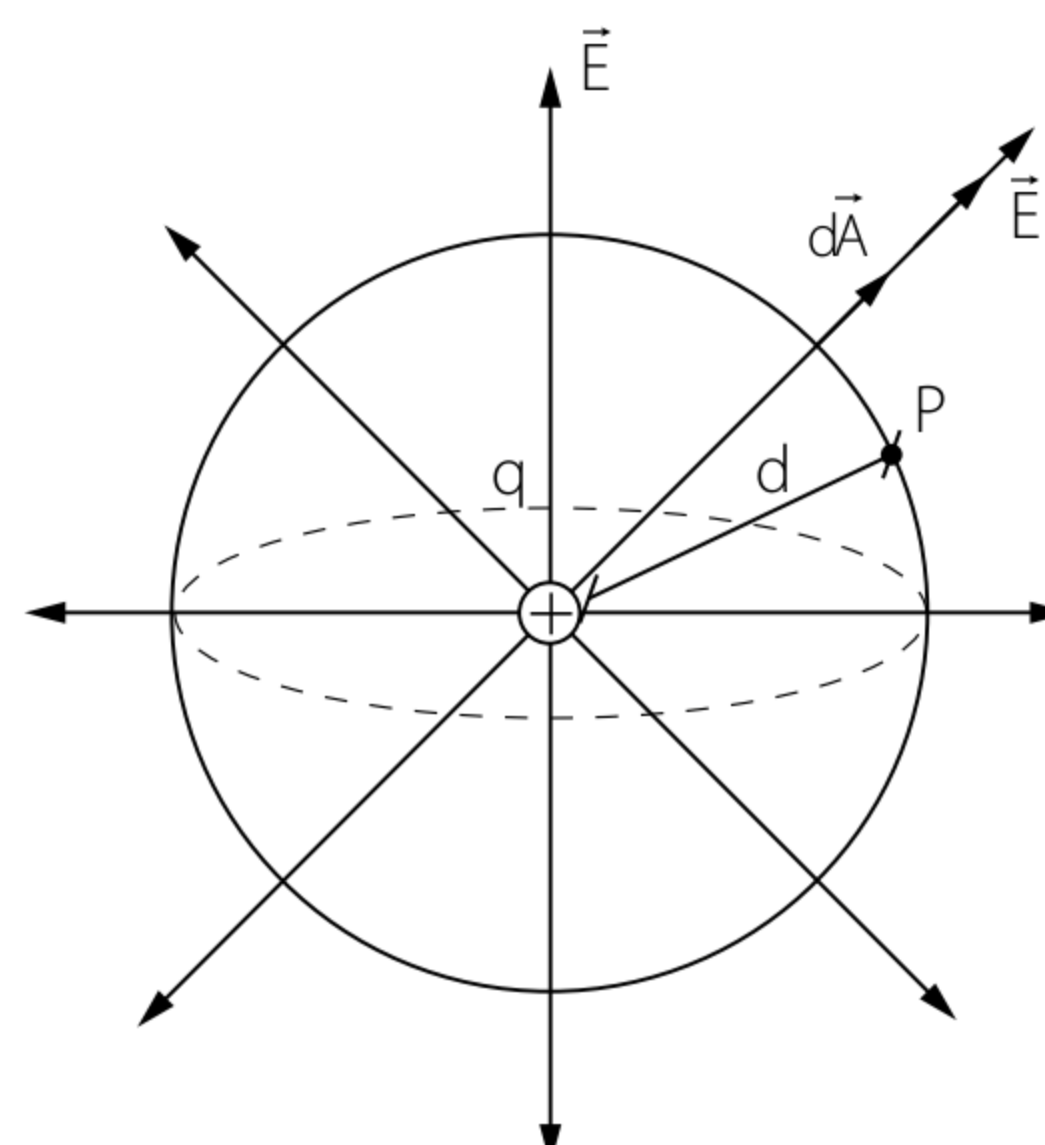
Suponha uma carga puntiforme Q , situada no vácuo, conforme a figura abaixo.



O que se deseja calcular é o módulo do campo elétrico no ponto P, utilizando-se da Lei de Gauss. Os seguintes passos devem ser utilizados sempre que se desejar utilizar esta lei:

- Passa-se pelo ponto P uma superfície gaussiana A que envolva totalmente a fonte do campo elétrico, neste caso uma carga puntiforme.
- Esta superfície deve ser tal que possua elevado grau de simetria, tal que:
 - O campo elétrico seja o mesmo em todos os pontos (a fim de que possa ser tirado para fora do somatório); e
 - O ângulo entre o vetor área $d\vec{A}$ e o campo elétrico $\vec{E}$, em todos os pontos seja 0° , 180° ou 90° .

Fica fácil observar que, para o caso da carga puntiforme, a superfície gaussiana adequada é uma esfera com centro na carga q , de acordo com a figura abaixo.



Com essa escolha da superfície gaussiana, observamos que o campo elétrico em todos os seus pontos é constante e, além disso, o ângulo θ entre o vetor campo elétrico E e o vetor A é sempre igual a 0° . Portanto, utilizando a Lei de Gauss, temos que:

$$\sum \vec{E} \cdot d\vec{A} = \sum E \cdot dA \cdot \cos\theta = E \sum dA \cdot \cos 0 = E \sum dA \quad (12)$$

Pela Lei de Gauss, este cálculo acima é proporcional à carga interna à superfície gaussiana. No caso, a carga interna é a própria carga puntiforme q . Assim, tem-se que:

$$E \sum dA = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon_0} \quad (13)$$

Como afirmado anteriormente, somar todos os elementos de área dA desta superfície gaussiana resulta em calcular a sua área. Como a superfície gaussiana é uma esfera, temos que:

$$\sum dA = A = 4\pi \cdot d^2 \quad (14)$$

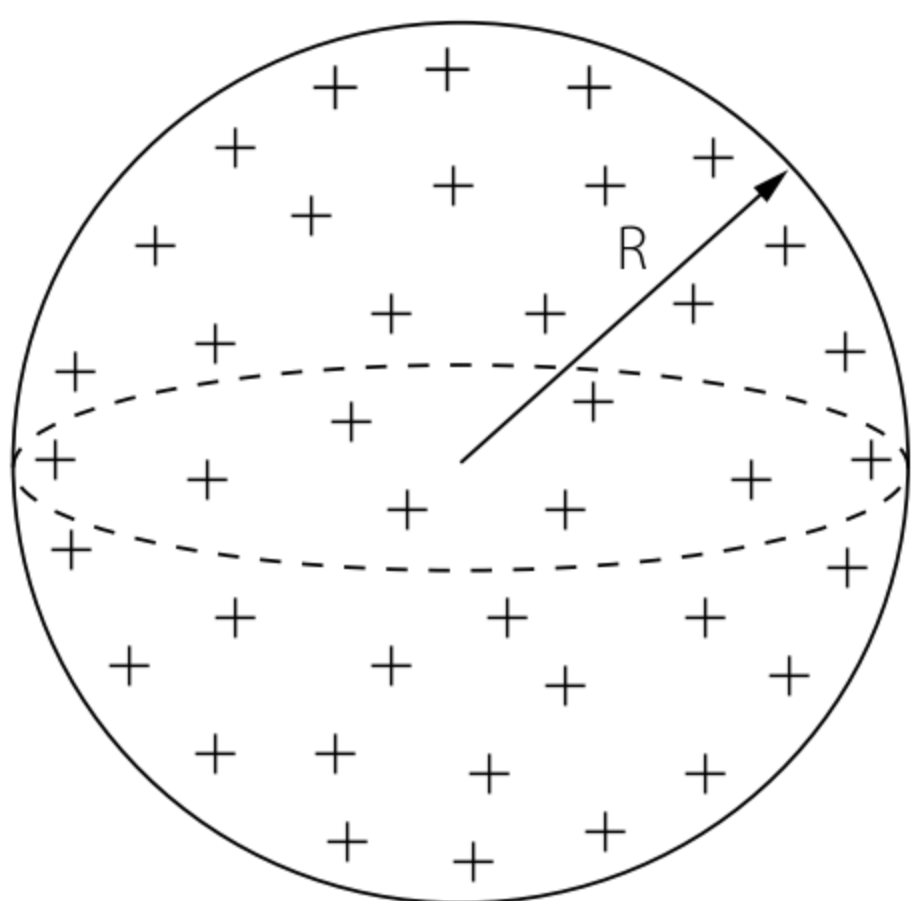
Substituindo (14) na equação (13), temos que:

$$E \cdot 4\pi \cdot d^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \frac{q}{d^2} = \frac{K_0 \cdot q}{d^2} \quad (15)$$

Observe que este resultado coincide perfeitamente com o obtido através da Lei de Coulomb.

1.3.2 Cálculo do campo elétrico gerado por uma esfera isolante, uniformemente carregada com uma densidade de carga volumétrica ρ (C/m³) a uma distância d do seu centro.

Considere uma esfera isolante de raio R , uniformemente carregada com uma densidade de carga ρ (C/m³), conforme a figura abaixo.



Deseja-se calcular o módulo do campo elétrico em função da distância r ao centro da esfera. Este é um exemplo onde o cálculo através da Lei de Coulomb seria extremamente desagradável. A simetria esférica nos permitirá calcular facilmente o campo através da Lei de Gauss.

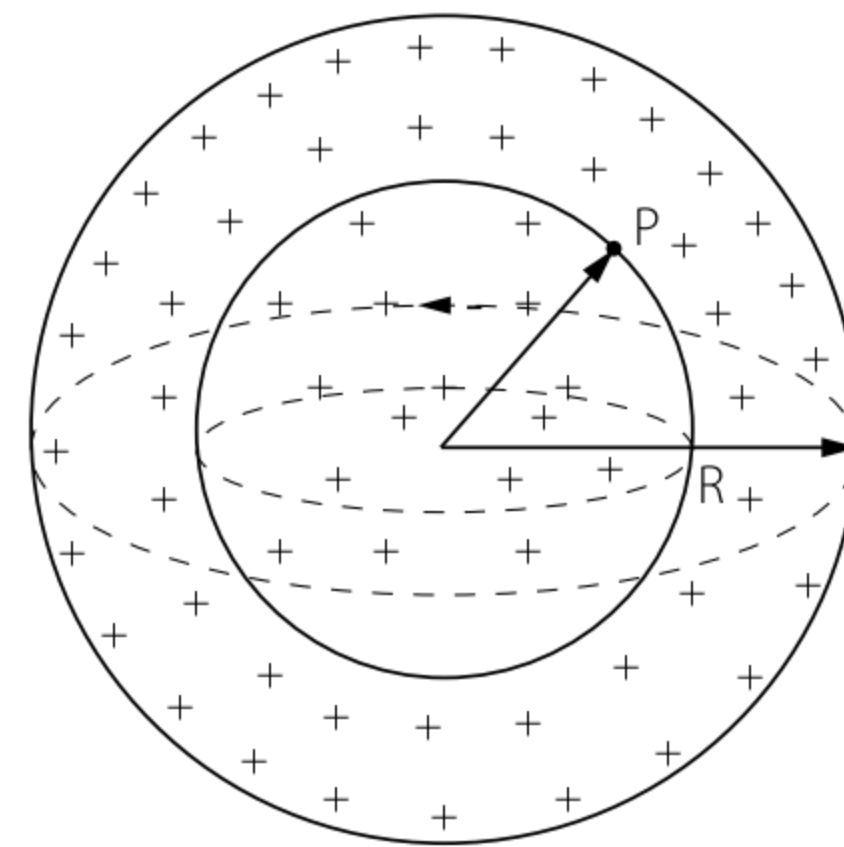
Inicialmente, iremos dividir a tarefa em duas etapas:

- A primeira etapa irá do centro da esfera até a sua superfície;
- A segunda etapa é da superfície da esfera até o infinito.

- a) Cálculo do campo elétrico do centro da esfera até a sua superfície: $0 \leq r \leq R$

Para tal, tomemos um ponto P qualquer no interior da esfera e determinemos o módulo do campo elétrico neste ponto P .

A escolha da superfície gaussiana é simples, pois, como a simetria é esférica, a superfície gaussiana adequada é uma esfera, conforme a figura abaixo.



Dessa forma, temos que o módulo de E é o mesmo em todos os pontos da gaussiana e o ângulo θ também é constante e igual a zero em todos os pontos dela, portanto:

$$\sum E \cdot dA \cdot \cos\theta = E \sum dA = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon_0} \quad (16)$$

Portanto, basta calcular o somatório $\sum dA$ e a carga interna à superfície gaussiana q_{interno} e teremos o campo elétrico no ponto P .

O somatório $\sum dA$ corresponde à própria área da superfície gaussiana, portanto:

$$\sum dA = 4\pi \cdot r^2 \quad (17)$$

A carga interna à superfície gaussiana q_{interna} é definida como sendo o produto pelo volume definido pela superfície gaussiana pela densidade de carga, tal que:

$$q_{\text{interna}} = \rho \cdot V_{\text{gaussiana}} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \quad (18)$$

Substituindo as equações (17) e (18) na equação (16), temos que:

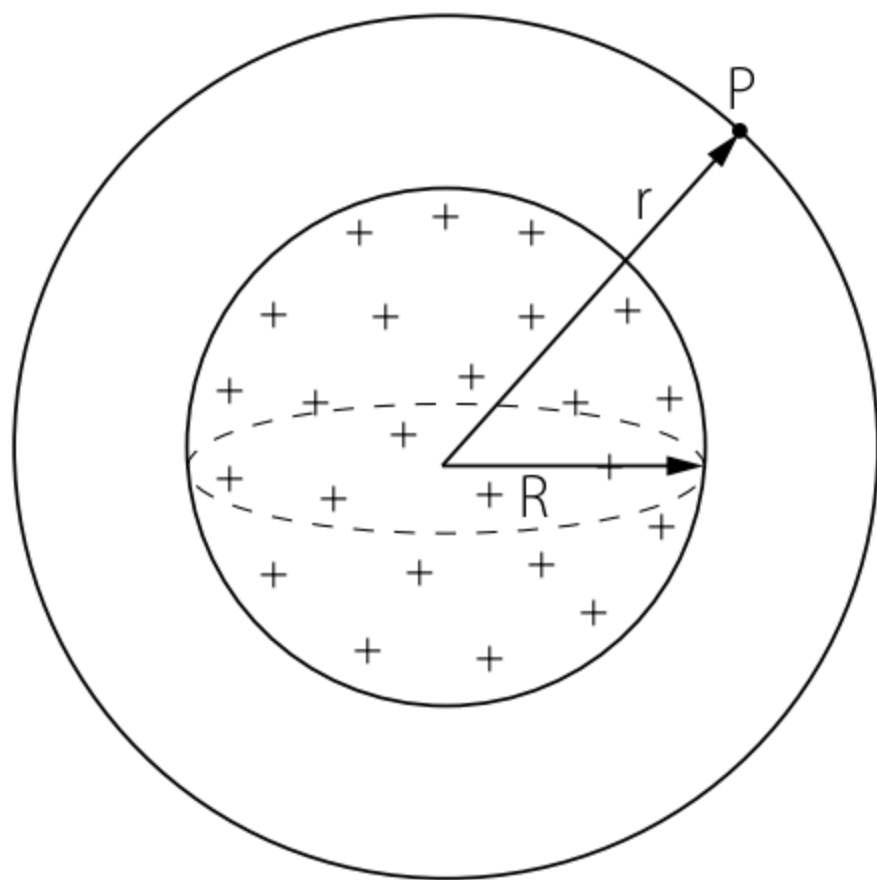
$$E \sum dA = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon_0} \rightarrow E \cdot 4\pi \cdot r^2 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{3\epsilon_0} \quad (19)$$

Observe que, na região que vai do centro da sua esfera até a sua superfície, o campo elétrico é uma função linear de distância r , ou seja, o campo elétrico é nulo no centro ($r = 0$) e vale

$\frac{\rho \cdot R}{3 \cdot \epsilon_0}$ na superfície ($r = R$).

- b) Cálculo do campo elétrico em pontos externos: $r > R$

Iremos repetir exatamente o que foi feito no caso anterior, ou seja, iremos envolver um ponto Q qualquer externo à esfera com uma superfície gaussiana que possua a simetria do problema, no caso, uma esfera e a partir daí iremos utilizar a equação (14), tal que:



$$\sum E \cdot dA \cdot \cos \theta = E \sum dA = \frac{Q_{\text{interna}}}{\epsilon_0} \quad (20)$$

Onde $\sum dA$ é dado por:

$$\sum dA = 4\pi \cdot r^2 \quad (21)$$

e a carga interna é a própria carga total da esfera Q, onde Q é dada por:

$$Q = \rho \cdot V_{\text{esfera}} = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \quad (22)$$

Substituindo (22) e (21) em (20), temos que:

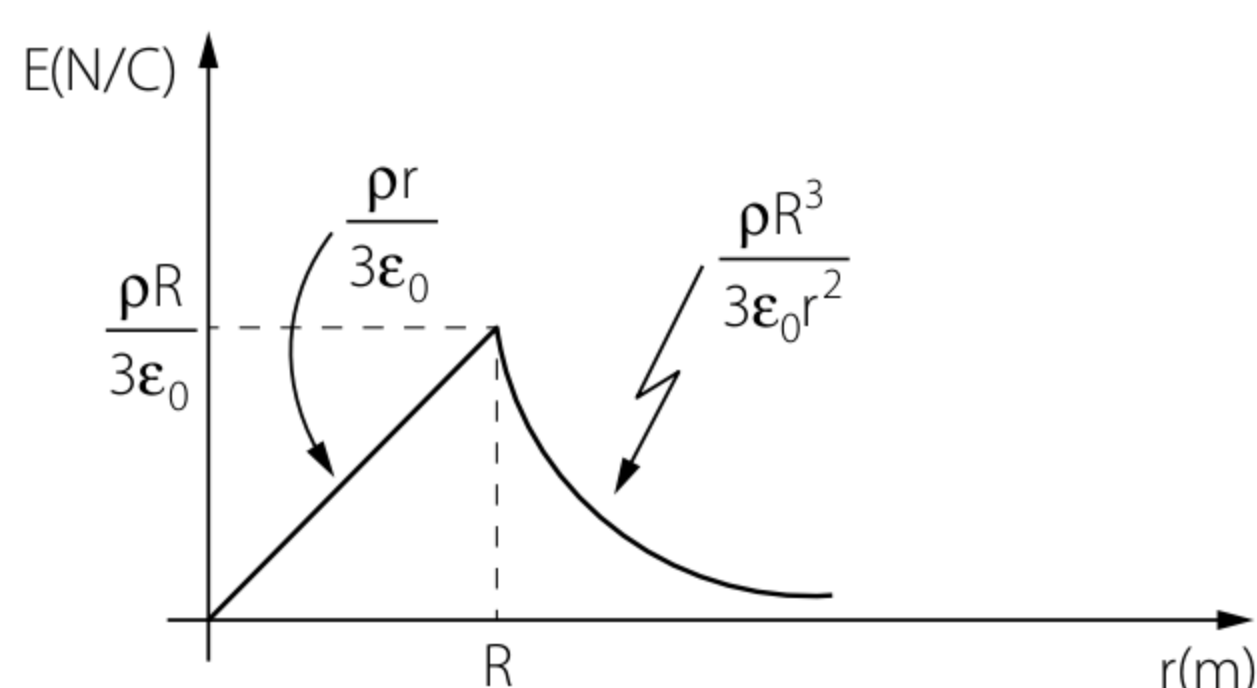
$$E = \frac{\rho \cdot R^3}{3\epsilon_0 \cdot r^2} \quad (23)$$

Que é uma função que decai com o inverso do quadrado da distância.

O resultado acima é muito interessante pois se fizermos $r = R$, iremos obter o valor na superfície igual a:

$$E(R) = \frac{\rho \cdot R}{3\epsilon_0} \quad (24)$$

Esse foi o módulo campo elétrico obtido quando calculamos o campo em pontos internos à superfície quando $r = R$. A conclusão muito importante é que, nos isolantes, ao contrário dos condutores, não há uma descontinuidade de campo na superfície. Isto pode ser melhor observado no gráfico abaixo.



Se, em vez de utilizarmos a densidade de carga para expressar a carga total da esfera, utilizarmos a carga Q, podemos escrever o campo elétrico em pontos externos à esfera por:

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad (25)$$

A equação acima é a própria expressão do campo elétrico para cargas puntiformes. Este resultado já havia sido obtido para esferas condutoras em pontos externos à sua superfície. Mostramos aqui que esta expressão vale também para esferas isolantes em pontos externos à sua superfície.

A conclusão é que as esferas carregadas, sejam condutoras ou isolantes, comportam-se em pontos externos às suas superfícies, como cargas puntiformes, supondo que toda a carga esteja nos seus centros.

Outra conclusão é que, para calcularmos o campo elétrico em um ponto P qualquer gerado por uma distribuição esférica de carga, basta passarmos pelo ponto P uma esfera centrada no centro da distribuição esférica e observarmos qual é a carga interna Q_{interna} a esta superfície gaussiana esférica, ou seja:

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q_{\text{interna}}}{r^2} \quad (26)$$

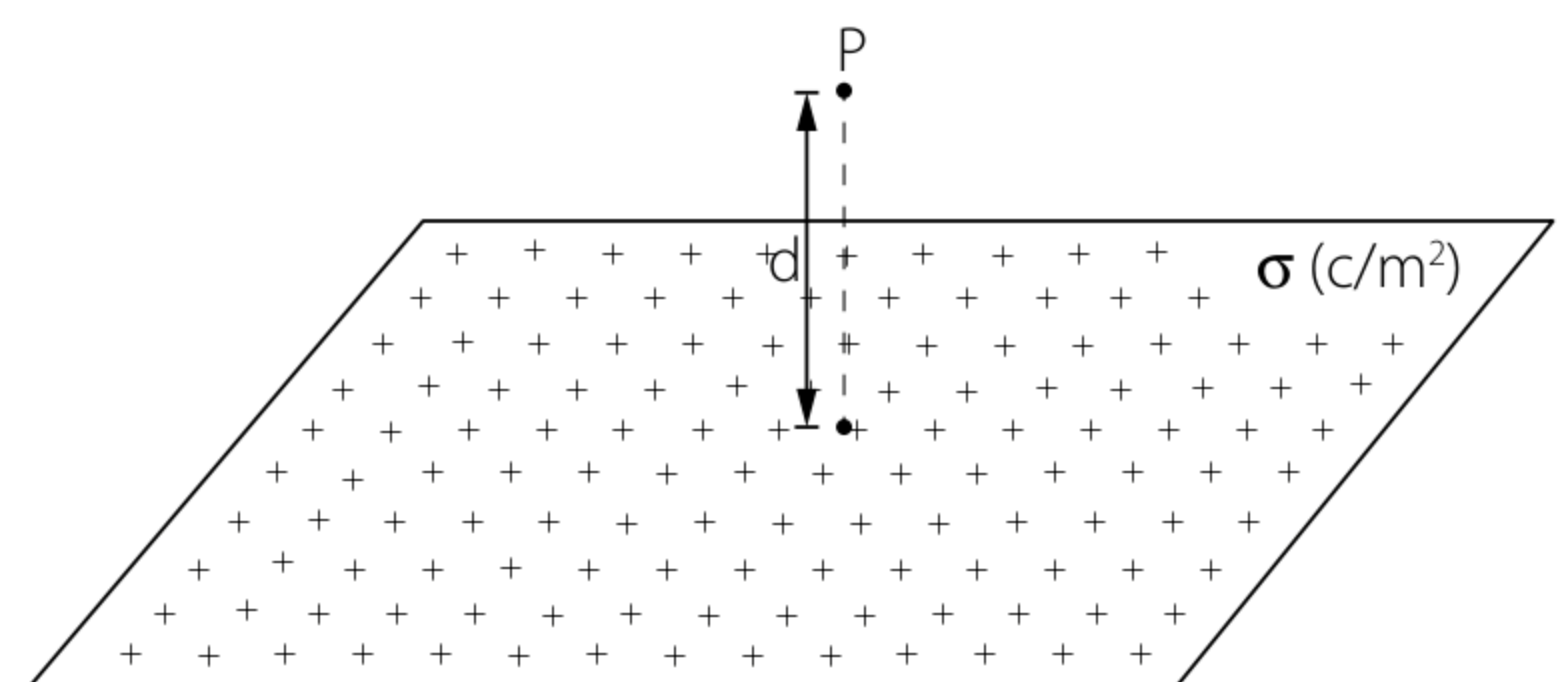
Onde r é a distância do ponto P ao centro da esfera.

1.3.3 Cálculo do campo elétrico gerado por uma superfície plana infinita carregada com uma densidade de carga σ (C/m²).

O próximo exemplo também ilustra a utilização da Lei de Gauss, em uma situação de elevada simetria.

Considere a figura abaixo, onde temos uma superfície plana infinita S, carregada com uma densidade de carga σ (C/m²). O que se deseja é calcular o módulo do campo elétrico no ponto P, que se encontra a uma distância d da superfície plana.

Observa-se, devido à simetria do problema, que o campo elétrico no ponto P é perpendicular à superfície, já que todas as componentes paralelas a ela se anulam.

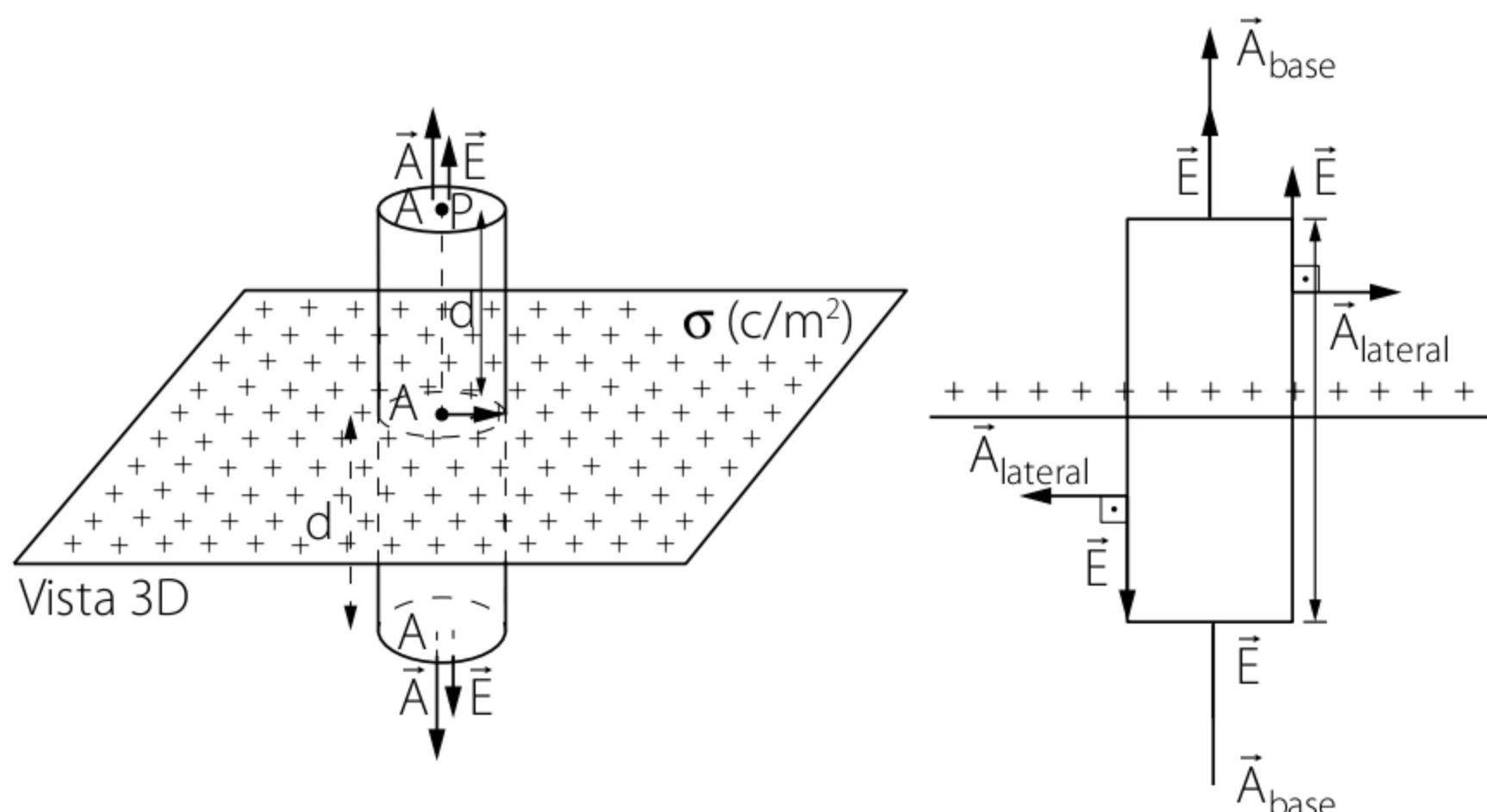


Assim, temos que utilizar a Lei de Gauss para calcular o campo. Seguindo os passos previamente determinados, temos que:

- Determinar uma superfície gaussiana que possua a simetria do problema, de tal modo que o campo elétrico seja constante em todos os pontos;

- Essa superfície gaussiana deverá ser tal que o ângulo θ entre o vetor $\vec{E}$ e o vetor $\vec{A}$ seja de 0° , 90° ou 180° .

Observando essas condições, podemos envolver o ponto P por um cilindro, tal que o ponto esteja em uma das faces circulares da superfície gaussiana. Observe:



Assim, o produto escalar na área lateral do cilindro será igual a zero, pois $\theta = 90^\circ$, ou seja:

$$\sum \vec{E} \cdot d\vec{A}_{lateral} \cdot \cos 90 = 0 \quad (27)$$

Sobra-nos então as áreas das bases do cilindro. Neste caso, devido ao fato de que as bases estão igualmente espaçadas da superfície, o módulo do campo elétrico nelas será o mesmo e o ângulo θ será 0° , assim podemos escrever que:

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon} \rightarrow \sum \vec{E} \cdot d\vec{A} \cdot \cos \theta = E \sum dA_{bases} = \frac{q_{interna}}{\epsilon} \quad (28)$$

O somatório $\sum dA_{bases}$ é igual a duas vezes a área de cada circunferência. Se consideramos o cilindro com raio da base igual a r , temos que:

$$\sum dA_{bases} = 2\pi r^2 \quad (29)$$

A carga interna à superfície gaussiana é exatamente igual à densidade de carga superficial σ , multiplicada pela área de seção do cilindro, que coincide com a própria área da base, ou seja:

$$q_{interna} = \sigma \cdot \pi \cdot r^2 \quad (30)$$

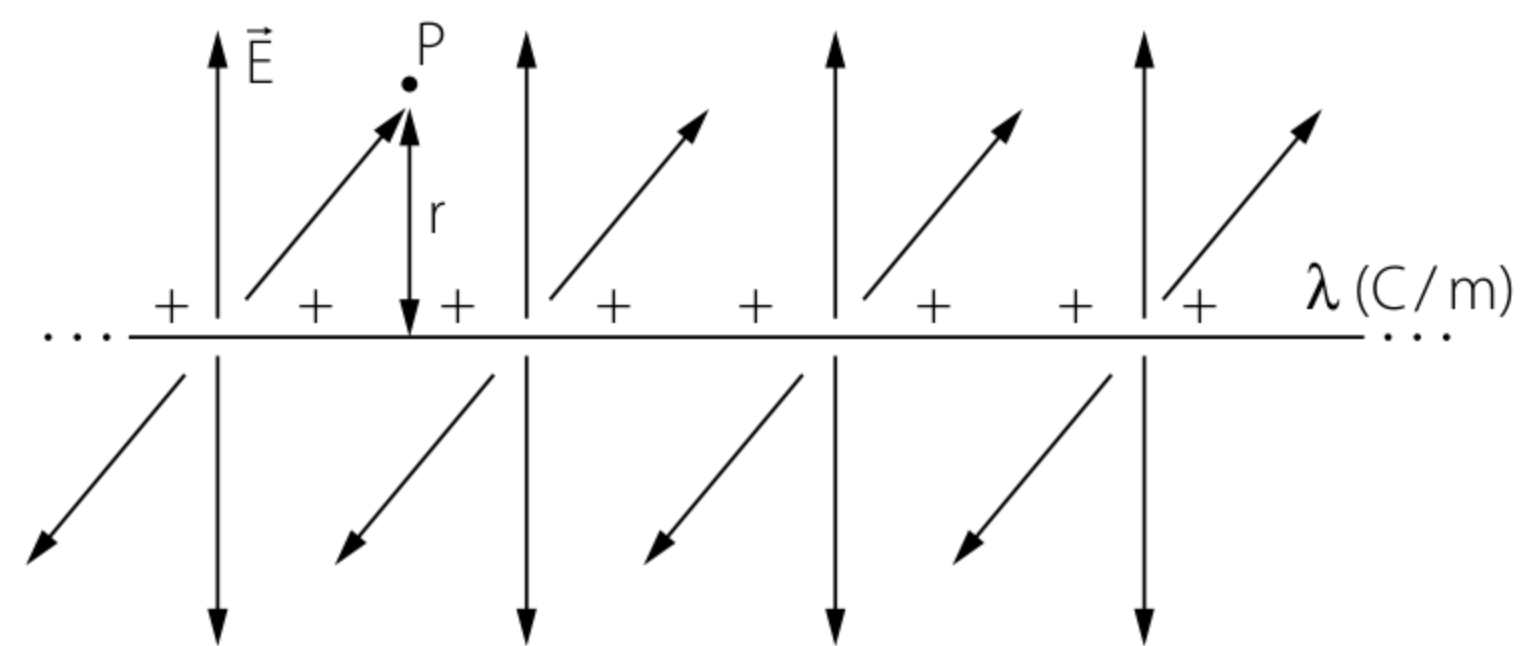
Substituindo as equações (29) e (30) na equação (28), temos que:

$$E \cdot 2\pi \cdot r^2 = \frac{\sigma \cdot \pi \cdot r^2}{\epsilon} \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon} \quad (31)$$

Este resultado coincide exatamente com o apresentado no capítulo de campo elétrico e nos mostra que a intensidade do campo independe da distância até a superfície, ou seja, ele é uniforme.

1.3.4 Cálculo do campo elétrico gerado por um fio retilíneo infinito, carregado com uma densidade de carga linear λ (C/m).

Considere a mesma situação apresentada no início do texto:

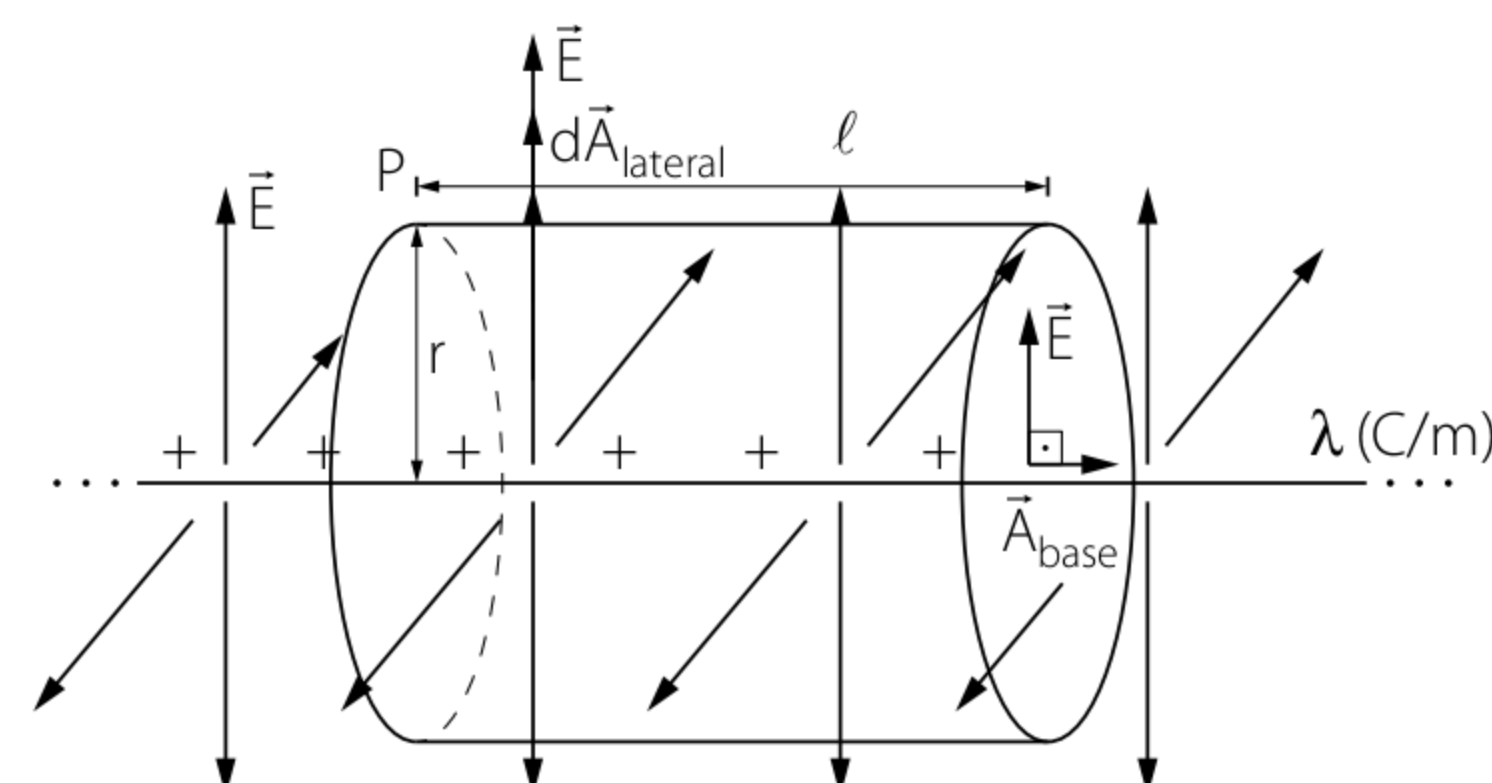


Agora, iremos responder ao problema inicialmente formulado. Da mesma forma que nos exemplos anteriores, o que temos que fazer para calcular o campo elétrico no ponto P é:

- Envolver a fonte de campo com uma superfície gaussiana que passe pelo ponto P e que possua a simetria do problema;
- Calcular o fluxo do campo elétrico nesta superfície gaussiana e utilizar a Lei de Gauss:

$$\phi_E = \sum \vec{E} \cdot d\vec{A} \cdot \cos \theta = \frac{q_{interna}}{\epsilon} \quad (32)$$

Observe que, devido à simetria do problema, o campo elétrico é sempre radial ao eixo do fio. Assim sendo, a simetria ideal é um cilindro, de tal forma que o seu eixo coincida com o eixo do fio. Observe a figura abaixo.



Desta forma, temos que, nas áreas das bases, o fluxo do campo elétrico é nulo, pois o ângulo θ vale 90° . Fisicamente, observamos que não existem linhas de força perfurando as áreas das bases do cilindro. Assim:

$$\sum \vec{E} \cdot d\vec{A}_{bases} \cdot \cos 90 = 0 \quad (33)$$

O fluxo ocorre somente na superfície lateral. Assim, como o módulo do campo elétrico é o mesmo em todos os pontos da superfície lateral do cilindro, podemos escrever que:

$$\sum \vec{E} \cdot d\vec{A}_{lateral} \cdot \cos 0 = E \sum dA_{lateral} = E \cdot 2\pi \cdot r \cdot \ell \quad (34)$$

Onde r é o raio do cilindro, que coincide com a distância do ponto P ao eixo do fio.

O próximo passo é o cálculo da carga interna do cilindro, que é igual à carga do fio que se encontra dentro dele, ou seja:

$$q_{\text{interna}} = \lambda \cdot \ell \quad (35)$$

Substituindo (34) e (35) em (32), temos que:

$$E \sum dA_{\text{lateral}} = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon} \rightarrow E \cdot 2\pi \cdot r \cdot \ell = \frac{\lambda \cdot \ell}{\epsilon} \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r} \quad (36)$$

Ou seja, o campo elétrico é inversamente proporcional à distância.

1.4 Conclusões finais

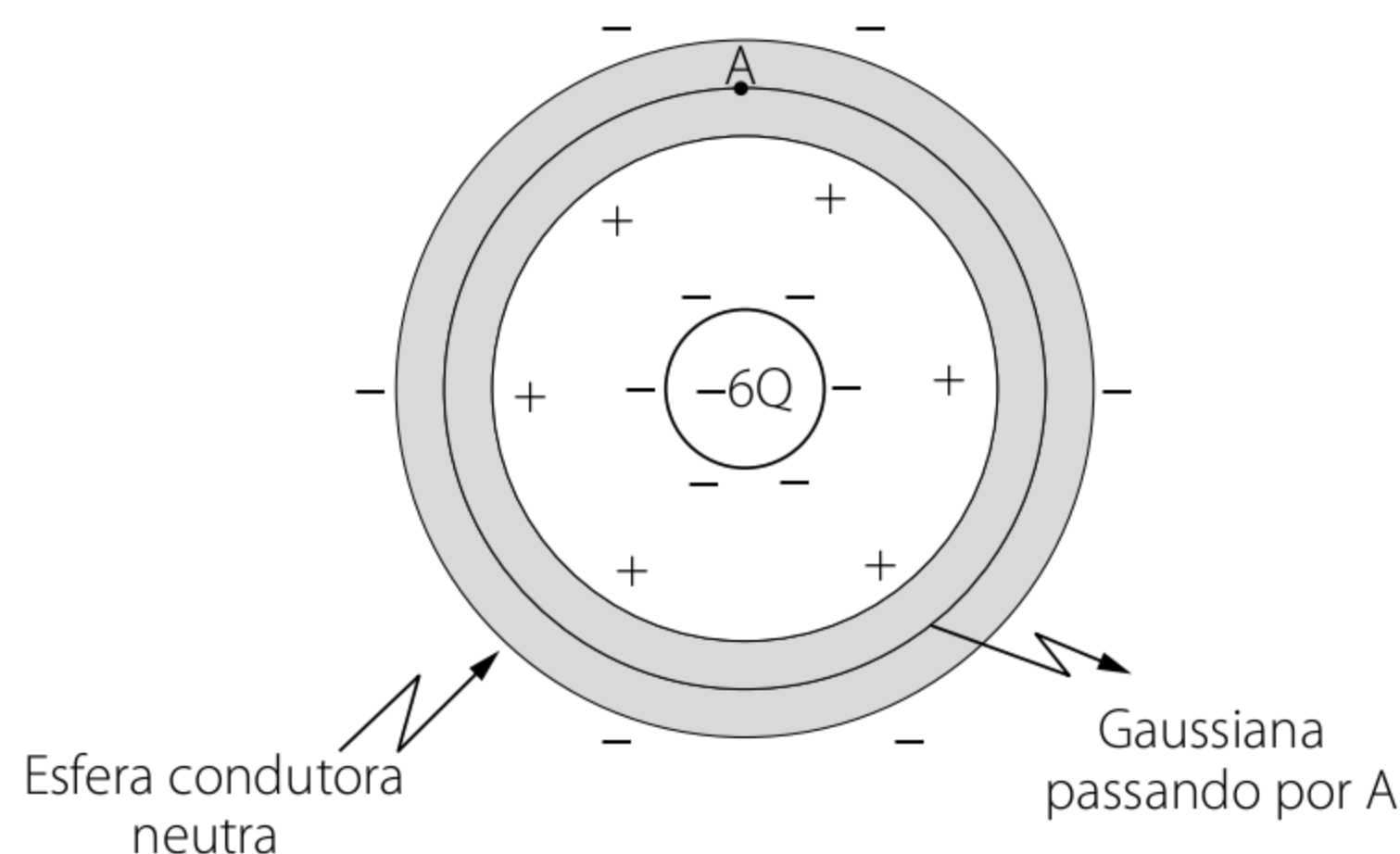
Com estes quatro exemplos, você é capaz agora de calcular os campos elétricos em estruturas com elevada simetria.

Você aprendeu que o fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada depende apenas da carga interna desta superfície e da permissividade elétrica do meio (ϵ).

Para o cálculo do campo elétrico em um dado ponto, temos que envolver a fonte de campo (cargas elétricas) com uma

superfície gaussiana que passe por este ponto. A partir daí, calcula-se o fluxo através desta superfície e iguala-se o resultado à razão carga interna/permissividade elétrica.

Fica agora fácil entender, por exemplo, a indução total. Sabemos que o campo elétrico no interior de um condutor em equilíbrio eletrostático deve ser nulo. Assim, se colocarmos uma carga $-q$ no interior de uma casca esférica, obrigatoriamente deverá ser induzida uma carga $+q$ na parte interna a fim de que o campo no ponto A (interior do condutor) seja nulo. O campo será nulo, pois a carga interna líquida a uma gaussiana que passe por A será igual a zero, zerando o campo.



SÉRIE 1 ELETROSTÁTICA

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ (permissividade do vácuo)

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (massa do elétron em repouso)

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (carga elementar)

$K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ (constante elétrica do vácuo)

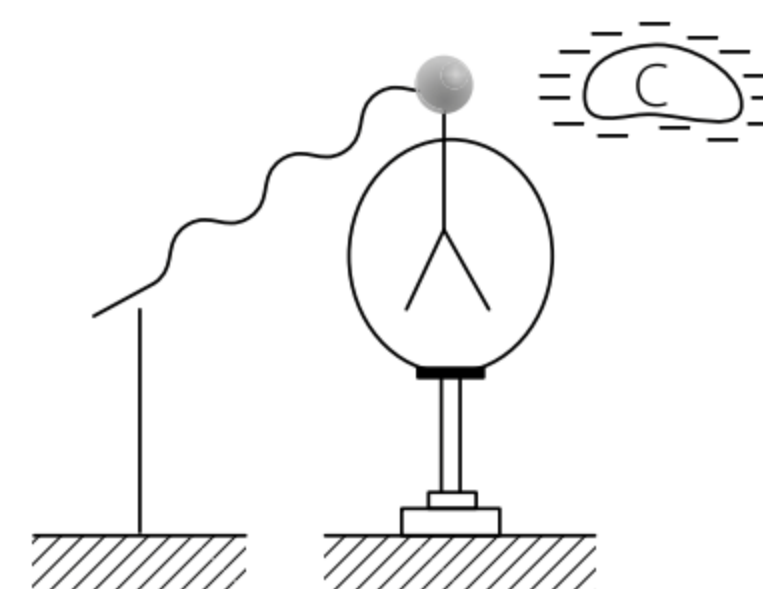
Introdução à eletrostática

1 Sejam 4 esferas metálicas idênticas A , B , C e D . Sabe-se que:

- 1) A atrai B ;
- 2) A atrai D ;
- 3) B atrai D ;
- 4) A repele C .

Se D está eletrizado negativamente, determine o estado de eletrização dos corpos A , B e C .

2 ITA 1983 O eletroscópio da figura foi carregado positivamente. Aproxima-se, então, um corpo C carregado negativamente e liga-se a esfera do eletroscópio à Terra, por alguns instantes, mantendo-se o corpo C nas proximidades. Desfaz-se a ligação à Terra e, a seguir, afasta-se C . No final, a carga do eletroscópio:



- A** permanece positiva.
- B** fica nula, devido à ligação com a Terra.
- C** torna-se negativa.
- D** terá sinal que vai depender da maior ou menor aproximação de C .
- E** terá sinal que vai depender do valor da carga em C .

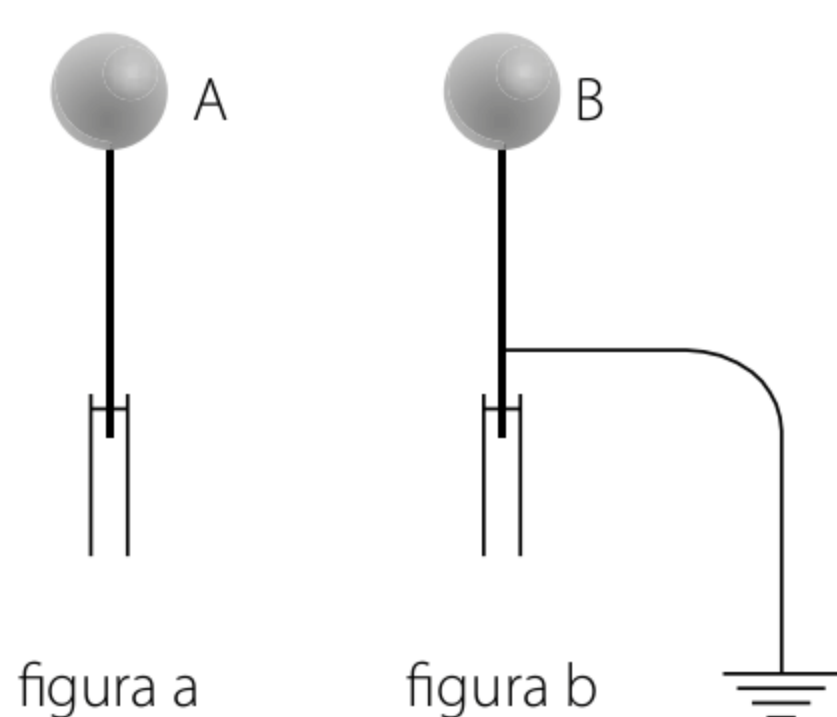
3 Quantos megacoulombs de carga positiva (ou negativa) existem em um mol de H_2 ?

4 No decaimento beta, uma partícula fundamental se transforma numa outra partícula, emitindo um elétron ou um pósitron.

- a) Quando um próton sofre decaimento beta, transformando-se num nêutron, que partícula é emitida?
- b) Quando um nêutron sofre decaimento beta, transformando-se num próton, que partícula é emitida?

5 Considere 5 bolas, $b_1, b_2, \dots, b_5$, condutoras, de raios $2R$, inicialmente neutras. Uma sexta bola condutora, de raio R , eletrizada com carga $+q$, foi contactada sucessivamente com as bolas $b_1, b_2, \dots, b_5$. Após os contatos, verificou-se que a esfera b_3 ficou com 36 cargas positivas a mais que a esfera b_4 . Determine a carga $+q$.

6 Na figura a, representamos um eletroscópio A de folhas inicialmente neutro. Na figura b, representamos outro eletroscópio B, de folhas, inicialmente neutro, porém ligado à Terra. Um bastão de borracha N, carregado de cargas elétricas negativas, é aproximado de A. Um outro bastão de borracha P, carregado de cargas elétricas positivas, é aproximado de B. Nenhum dos bastões toca nos eletroscópios.



- Descreva o que ocorre no eletroscópio A (descrição detalhada com figura e movimentação de cargas).
- Faça o mesmo para o eletroscópio B.

7 Um eletroscópio de folhas, previamente carregado com uma carga de sinal desconhecido, é submetido a alguns testes:

- Aproxima-se um condutor neutro e as folhas se fecham ligeiramente.
- Afasta-se o condutor neutro e aproxima-se um isolante carregado positivamente e observa-se que as folhas também se fecham ligeiramente.

Desta forma:

- determine a carga do eletroscópio (Justifique!);
- se nas condições do item II ligarmos o eletroscópio a Terra, o que acontecerá com as cargas no eletroscópio? Explique em termos de movimentação destas cargas.

Na eletrização por indução, ao conectarmos um eletroscópio de folhas a Terra, podemos afirmar que:

- as folhas se fecham.
- as folhas se abrem se o indutor é positivo, pois os elétrons sobem da Terra.
- as folhas ficam na mesma posição, pois os elétrons só irão neutralizar as cargas induzidas.
- somente se a carga do eletroscópio for negativa as folhas se fecham, pois os elétrons irão se escoar para a Terra.
- somente se a carga do eletroscópio for positiva as folhas se fecham, pois os elétrons irão subir da terra, neutralizando-a.

8 Um eletroscópio de folhas, inicialmente neutro, é eletrizado seguindo os seguintes passos:

- Aproxima-se da parte superior do eletroscópio um bastão carregado positivamente.
- Conecta-se o eletroscópio à Terra, na presença do bastão.
- Desconecta-se o eletroscópio da Terra, ainda na presença do bastão.
- Afasta-se o bastão.

Analise as afirmações.

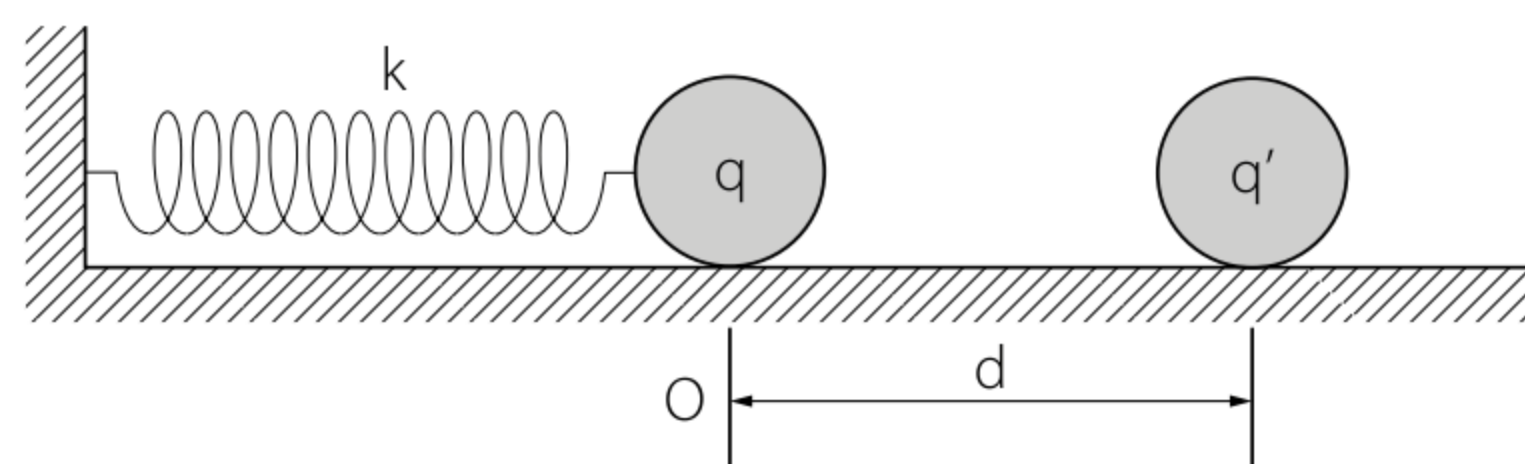
- O eletroscópio de folhas encontrava-se antes do passo 1 com as folhas abertas.
- Quando da execução do passo 1, as folhas se abriram.
- Quando da execução do passo 2, as folhas se fecharam parcialmente.
- Quando da execução do passo 3, as folhas continuam do jeito que se encontravam quando da execução do passo 2.
- Quando da execução do passo 4, as folhas se fecham.
- A carga final do eletroscópio é negativa.
- A carga final do eletroscópio é positiva.
- Ao se aproximar do eletroscópio já carregado um corpo positivamente carregado, as folhas tendem a fechar.
- Ao se aproximar do eletroscópio já carregado um corpo de carga desconhecida, se as folhas se abrirem é porque a carga do corpo é positiva.
- Independente da situação, ao se aterrar o eletroscópio, as folhas se fecham.

Assinale a alternativa que corresponde às afirmações verdadeiras e justifique cada uma delas.

- II, III, V, VI, VIII e X.
- II, IV, V, VI e VIII.
- I, III, V, VII e IX.
- II, IV, VI, VIII e X.
- II, IV, VII, VIII e X.

Força elétrica

9 **ITA 1984** Uma partícula de massa ($M \cong 10 \text{ g}$) e carga ($q = -2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$) é acoplada a uma mola de massa desprezível. Este conjunto é posto em oscilação e seu período medido é: $T = 0,40\pi \text{ s}$. É fixada a seguir uma outra partícula de carga $q' = 0,20 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ a uma distância d da posição de equilíbrio O do sistema massa-mola (ver figura). O conjunto é levado lentamente até a nova posição de equilíbrio distante $x \cong 4,0 \text{ cm}$ da posição de equilíbrio inicial O.



O valor de d é:

É dado: $K_0 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

Observação: Considerar as duas cargas puntiformes.

- A 56 cm
- B 64 cm
- C 60 cm
- D 36 cm
- E n.d.a.

10 Três pequenas esferas idênticas, eletrizadas com carga Q e de massa m , estão suspensas a um mesmo ponto por fios de seda de comprimento 1 m. No equilíbrio, as esferas se dispõem nos vértices de um triângulo equilátero de lado 10 cm. Determine:

- a) a carga Q de cada esfera.
- b) a tração nos fios de seda.

Dados: $m = 10 \text{ g}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

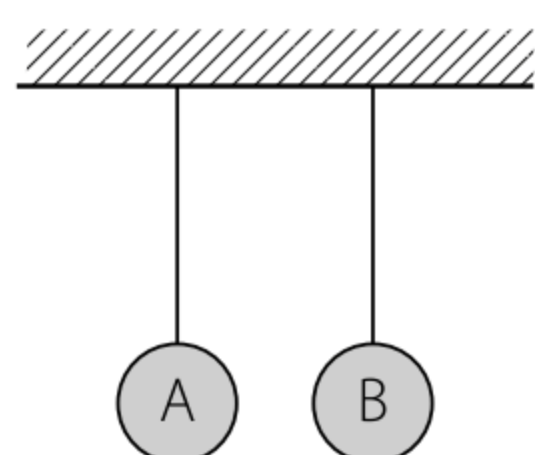
11 Uma carga Q deve ser distribuída entre duas esferas, A e B, de forma que a carga destas esferas sejam $Q - q$ e q , respectivamente. Determine o valor de q para que a repulsão entre as esferas seja máxima.

12 Duas esferas de cobre, de raio R , são uniformemente eletrizadas com carga Q , cada uma. Tais esferas são colocadas a uma pequena distância D uma da outra, e se repelem com uma força F . Se tais esferas fossem de vidro, mantidas as demais condições, a força de repulsão, nesse caso, seria:

- A a mesma, pois independe do material.
- B maior.
- C menor.
- D levemente menor.

13 Duas esferas metálicas, A e B, são penduradas ao teto por fios de seda (isolante), de forma a ficarem muito próximas uma da outra. Elas são leves e estão inicialmente neutras. Em seguida, a esfera A é carregada com cargas negativas, por contato. Pede-se:

- a) descreva o sistema, após estabelecido o equilíbrio;
- b) descreva novamente, supondo que os fios sejam de cobre.



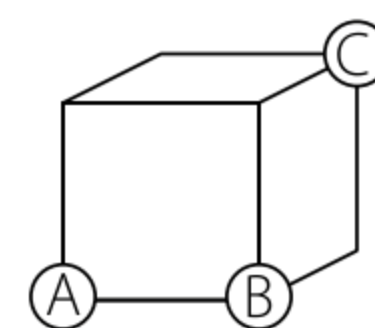
14 Duas esferas metálicas idênticas possuem cargas de sinais opostos. Quando distanciadas de $\sqrt{10} \text{ m}$, se atraem com uma força de intensidade 243 N. Após tocarem uma na outra, são colocadas na mesma posição e passam a se repelir com uma força de intensidade 81 N. Determine a carga inicial de cada esfera.

Dado: $K_0 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

15 Conhecida a forma como a força de interação entre cargas puntiformes varia em função da distância D que as separa, dada pela Lei de Coulomb, esboce os seguintes gráficos:

- a) $F \times D$
- b) $F \times D^2$
- c) $F \times 1/D$
- d) $F \times 1/D^2$

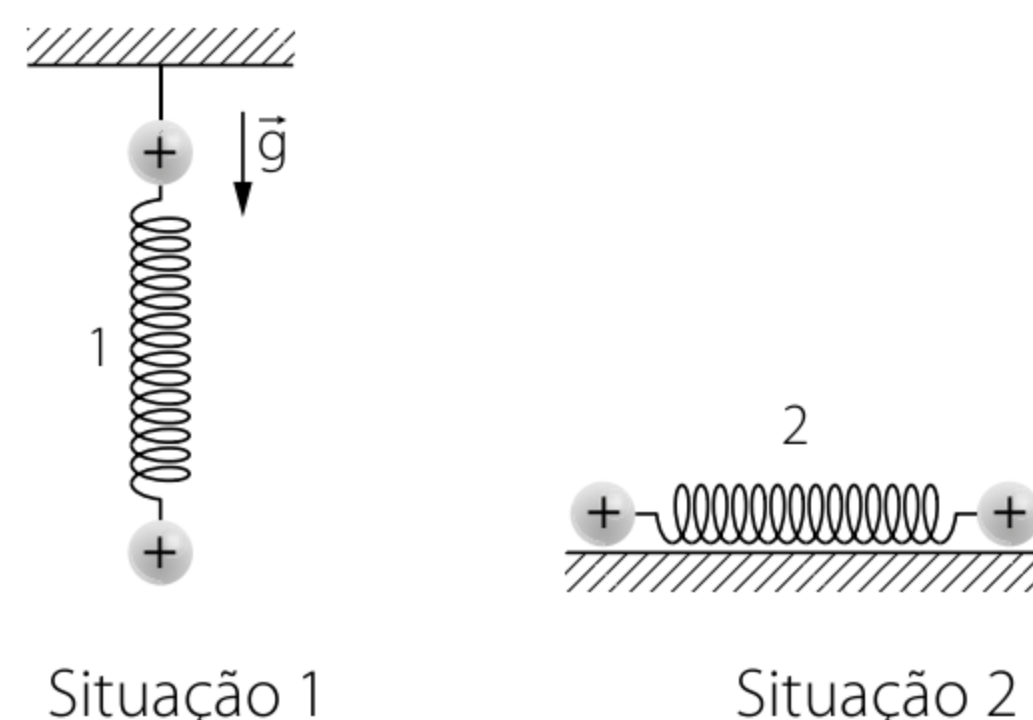
16 Três cargas positivas idênticas, A, B e C, são colocadas nos vértices de um cubo, conforme a figura. Sabe-se que B e C se repelem com força de intensidade 3 N. Se F é o módulo da força elétrica resultante sobre A, pode-se garantir que:



- A $3\text{ N} < F < 4\text{ N}$
- B $4\text{ N} < F < 5\text{ N}$
- C $5\text{ N} < F < 6\text{ N}$
- D $6\text{ N} < F < 7\text{ N}$
- E $F > 7\text{ N}$

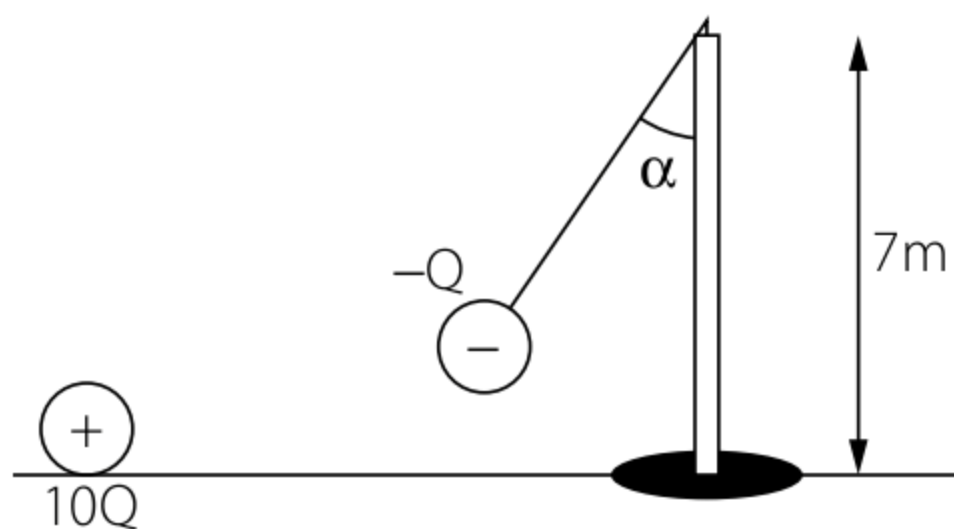
17 Desafio Sejam duas esferas metálicas idênticas, de massa M , eletrizadas com carga Q cada uma. Fez-se o acoplamento dessas esferas a uma mola de constante elástica K . Na situação 1, a mola fica distendida de 2,0 cm, enquanto, na situação 2, fica distendida de 1,888 cm. Determine o comprimento natural da mola:

Dados: $M = 100 \text{ g}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $K = 550 \text{ N/m}$.



Sugestão: Efetue os cálculos com todas as casas decimais, sem arredondamentos.

18 Desafio Um pêndulo elétrico é constituído por uma esfera de massa 900 g e carga $-Q$ presa a um fio de 7 m, conforme a figura. Uma segunda esfera, de massa 900 g e carga $+10Q$ foi fixa ao solo nas imediações do pêndulo, causando uma deflexão α entre o fio e a haste do pêndulo, devido à atração entre as esferas. Sabendo que, no equilíbrio, essa força elétrica de atração tem módulo igual ao peso de uma esfera, determine Q .
Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ e $\cos \alpha = 0,8$.

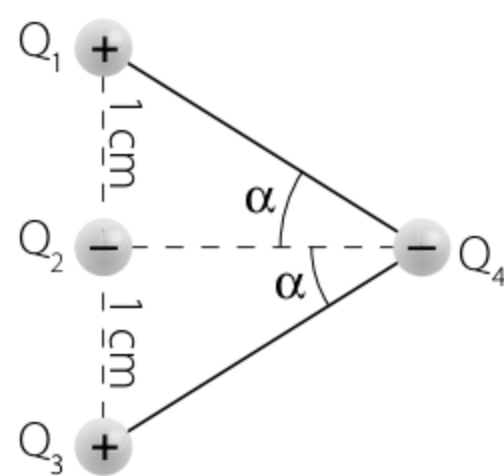


19 IME 1984 Um sistema de cargas elétricas puntiformes é constituído de quatro pequenas esferas de peso desprezível, dispostas na forma mostrada na figura, dotadas das seguintes cargas elétricas:

$$Q_1 = Q_3 = 4 \cdot 10^{-11} \text{ Coulombs};$$

$$Q_2 = Q_4 = -10^{-10} \text{ Coulombs}.$$

Determine o valor do ângulo α , diferente de zero, de posicionamento da esfera de carga Q_4 , de modo que a força atuante nessa carga seja nula.



20 ITA 1992 Uma carga puntiforme $-Q_1$, de massa m , percorre uma órbita circular de raio R em torno de outra carga $+Q_2$, fixa no centro do círculo. A velocidade angular ω de $-Q_1$ é:

A $\omega = \frac{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot Q_1 \cdot Q_2}{m \cdot R}$

D $\omega = \frac{m \cdot R}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{Q_2}$

B $\omega = \sqrt{\frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot R^3}}$

E $\omega = \frac{m \cdot R}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_2}{Q_1}$

C $\omega = \left[\frac{Q_1 \cdot Q_2 \cdot R^3}{4\pi \cdot \epsilon_0} \right]^2$

21 Duas cargas positivas $+q$ estão distanciadas de $2D$. No ponto médio do segmento que une as cargas fixas $+q$ existe uma carga $-q$. Deslocando-se a carga $-q$ levemente da sua posição de equilíbrio e abandonando-a, esta oscila em torno da

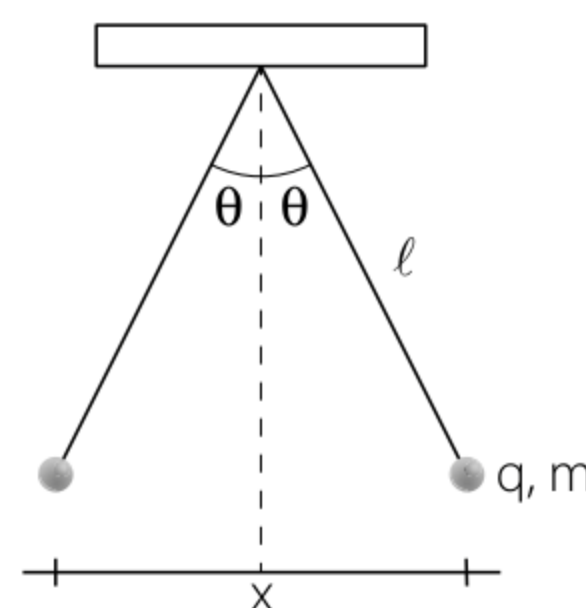
posição de equilíbrio mantendo-se sobre a mediatriz do segmento que une as cargas $+q$. Determine o período da oscilação, considerando pequenas amplitudes. As cargas têm massa m .

Dados: $F = kx$; $T = 2\pi\sqrt{m/k}$.

* Para pequenos ângulos, use: $\sin \alpha \cong \tan \alpha \cong \alpha_{(\text{rad})}$.

22 De dois fios de seda, de comprimento ℓ , pendem duas pequenas esferas de massa m e carga q , segundo a figura. Considerar o ângulo θ muito pequeno. Nessas condições mostrar

$$\text{que: } F_x = \frac{(q^2 \ell)^{\frac{1}{3}}}{(2\pi\epsilon_0 mg)^{\frac{1}{3}}}$$



23 Comparar a força gravitacional com a força eletrostática entre o elétron e o próton no átomo de hidrogênio.

Dados: raio da órbita do elétron $5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$; carga do elétron $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, massa do elétron $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; massa do próton $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; e $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$.

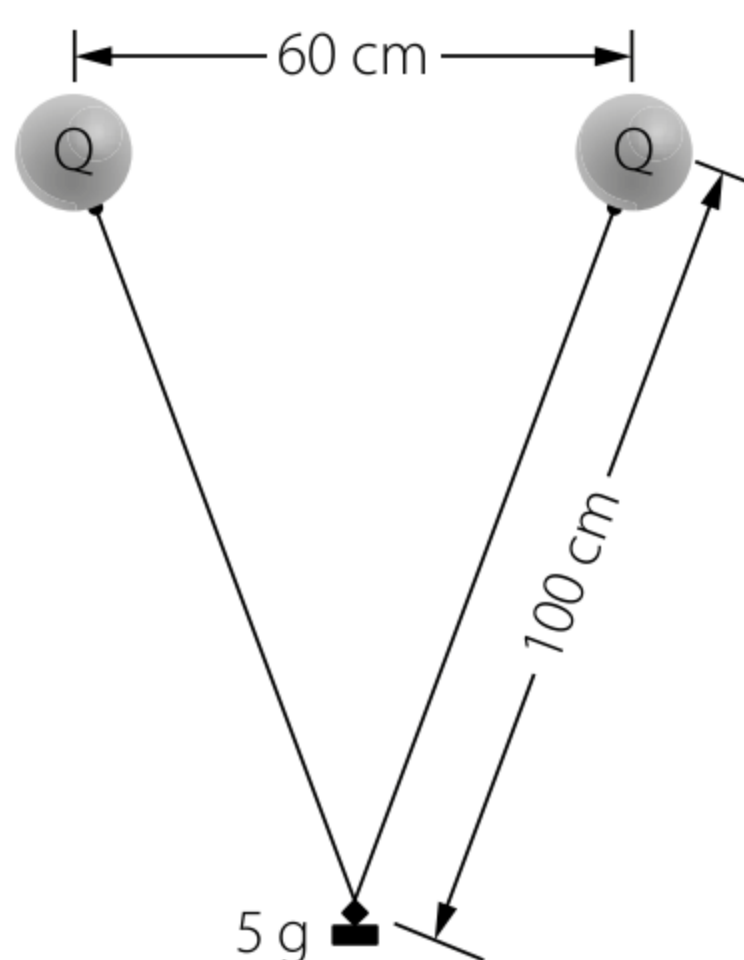
24 Duas cargas puntiformes q , iguais, estão separadas por uma distância $2b$. Uma terceira carga q é obrigada a permanecer na mesma linha que une as anteriores. Mostrar que, se x é o deslocamento da terceira carga, a partir do ponto médio das outras duas, existe uma força de restituição para pequenos deslocamentos $x \ll b$, que é aproximadamente linear, isto é,

$$F \approx \frac{q^2 x}{\pi\epsilon_0 b^3}$$

25 Duas pequenas esferas, de mesmo material e mesmo peso estão presas por fios de seda ao mesmo ponto de suspensão. Quando se fornecem às esferas cargas elétricas iguais em valor e em sinal, os fios formam entre si um ângulo α . Determine a massa específica do material que constitui as esferas, sabendo que o ângulo entre os fios não muda quando as esferas são mergulhadas em querosene, cuja massa específica é $0,8 \text{ g/cm}^3$. A permissividade relativa do querosene vale 2.

26 Qual é a força elétrica resultante, sobre uma carga unitária positiva, colocada no centro de um quadrado de lado b , que tem cargas $q, 2q, -4q, 2q$ colocadas, nessa ordem, nos quatro vértices?

27 Dois balões iguais, cheios de hélio, presos a uma massa de 5 g, flutuam em equilíbrio, como se vê na figura 2. Há uma carga Q em cada balão. Determine o valor de Q em coulombs.

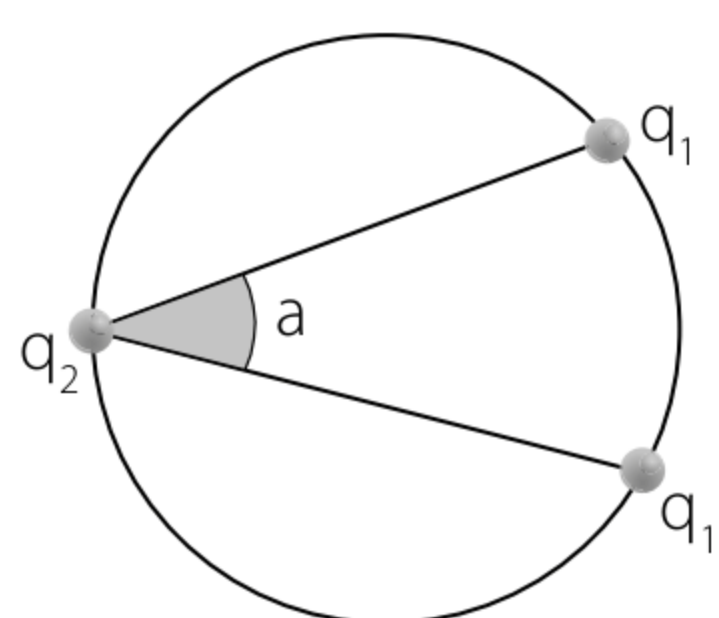


Três cargas ($-e$) são colocadas no vértice de um triângulo equilátero de lado r e uma carga $Q > 0$ é colocada no centro de gravidade do triângulo. Qual deve ser o valor de Q para que a força em cada carga negativa seja nula? Obviamente a força em Q é sempre nula por simetria. O sistema está em equilíbrio estável?

28 Duas esferas condutoras idênticas, mantidas fixas, atraem-se com uma força eletrostática de módulo igual a 0,108 N quando separadas por 50,0 cm. As esferas são então ligadas por um fio condutor fino. Quando o fio é removido, as esferas se repelem com uma força eletrostática de módulo igual a 0,0360 N. Quais eram as cargas iniciais das esferas?

29 Duas cargas puntiformes $q_1 = +9 \mu\text{C}$ e $q_2 = +64 \mu\text{C}$ encontram-se fixas no vácuo, distanciadas de 7 cm. Determine a força resultante que atuaria numa carga puntiforme $q = +1 \mu\text{C}$, se fosse colocada, simultaneamente, a 3 cm de q_1 e a 8 cm de q_2 .

30 No esquema a seguir, três cargas puntiformes podem se mover vinculadas (sem atrito) a um aro circular apoiado num plano horizontal. Duas das três cargas têm o mesmo valor q_1 , e a terceira tem o valor q_2 . Sabendo-se que, na posição indicada na figura, as três cargas encontram-se em equilíbrio, determinar o valor de $(q_2 / q_1)^2$.



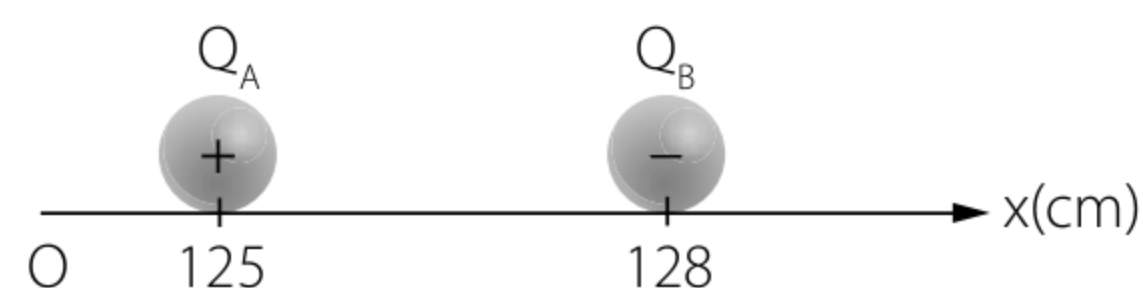
Dados: $\sin \alpha = 0,6$
 $\cos \alpha = 0,8$

$$\sin \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \sqrt{0,1}$$

$$\cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \sqrt{0,9}$$

31 Na figura abaixo, tem-se duas cargas fixas, $Q_A = +9 \mu\text{C}$ e $Q_B = -4 \mu\text{C}$, localizadas sobre o eixo OX. Pede-se:

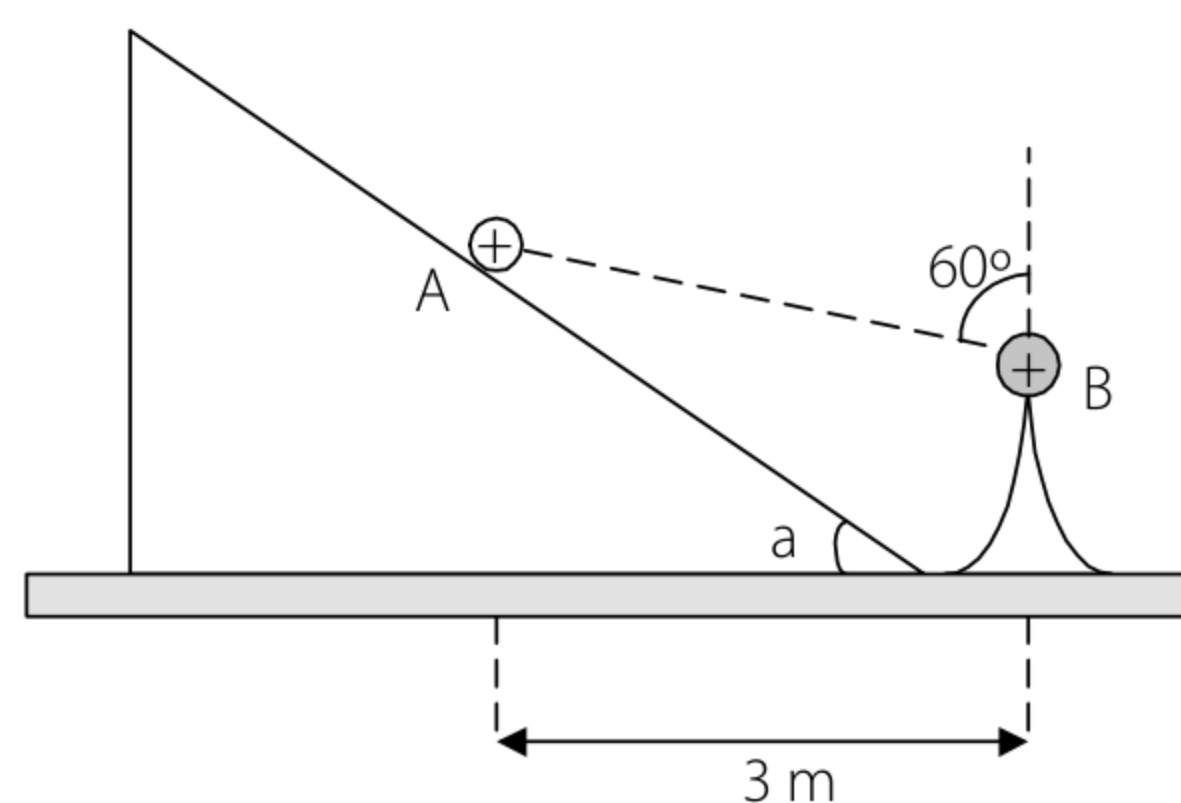
- Determinar a abscissa do ponto P sobre esse eixo onde deve ser abandonada uma terceira carga $+q$, de forma que a mesma fique em equilíbrio.
- Caso seja colocada no ponto P uma carga $-q$, ao invés de $+q$, haverá equilíbrio? Justifique.



32 Sobre uma mesa horizontal, fixa-se um aro circular isolante. Em dois pontos A e B, diametralmente opostos deste aro, fixam-se duas cargas positivas q_A e q_B .

No centro do aro, abandona-se uma pequena esfera de carga $+q$, que pode deslocar-se sem atrito, ao longo da região circular. No equilíbrio, a esfera estaciona junto ao aro em um ponto C, tal que $\widehat{BAC} = \alpha$. Pede-se determinar a razão (q_A / q_B) .

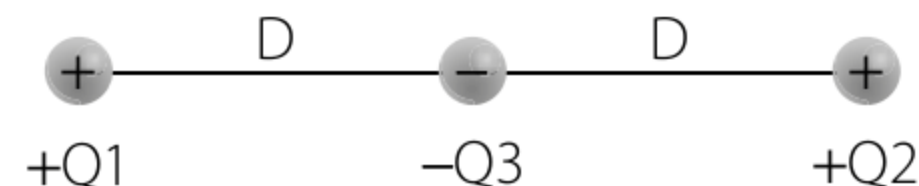
33 Uma pequena esfera A, de carga $+Q$ e massa m , encontra-se em repouso nas proximidades de um plano inclinado, quando dela é aproximada, lentamente, uma segunda esfera B, de carga $+Q$, fixa sobre um suporte isolante.



Devido à repulsão eletrostática, a esfera A desloca-se ao longo da rampa sem atrito, estacionando na posição ilustrada anteriormente. Determine o ângulo α .

Dados: Constante eletrostática $= 9 \cdot 10^9$ (SI); $g = 10 \text{ m/s}^2$ $Q = 2 \mu\text{C}$, $m = 0,3 \text{ g}$.

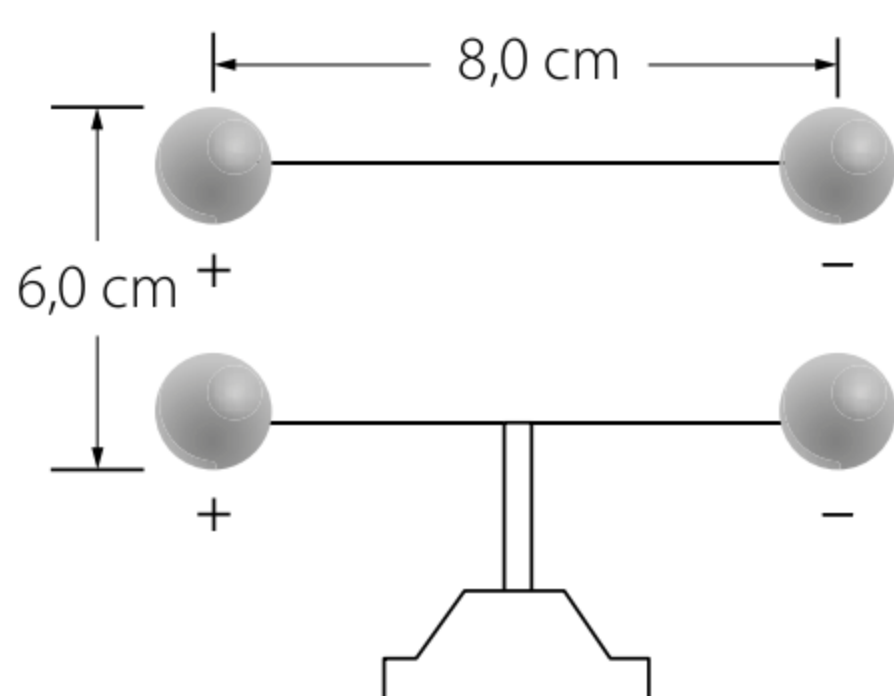
34 Três cargas puntiformes $+Q_1$, $+Q_2$ e $-Q_3$ encontram-se fixas e alinhadas num plano horizontal sem atrito, como no esquema abaixo. Yoko Ono percebe que, misteriosamente, uma carga $+q$ qualquer permanece em equilíbrio quando abandonada nesse plano horizontal, num ponto P, a uma distância D da carga $-Q_3$.



Mostre que, a partir dessas informações, John pode concluir que: $\left(\frac{Q_1}{4Q_3}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{Q_2}{4Q_3}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$

PERGUNTA: Quantos pontos P distintos nesse plano horizontal satisfazem as condições de equilíbrio no problema anterior?

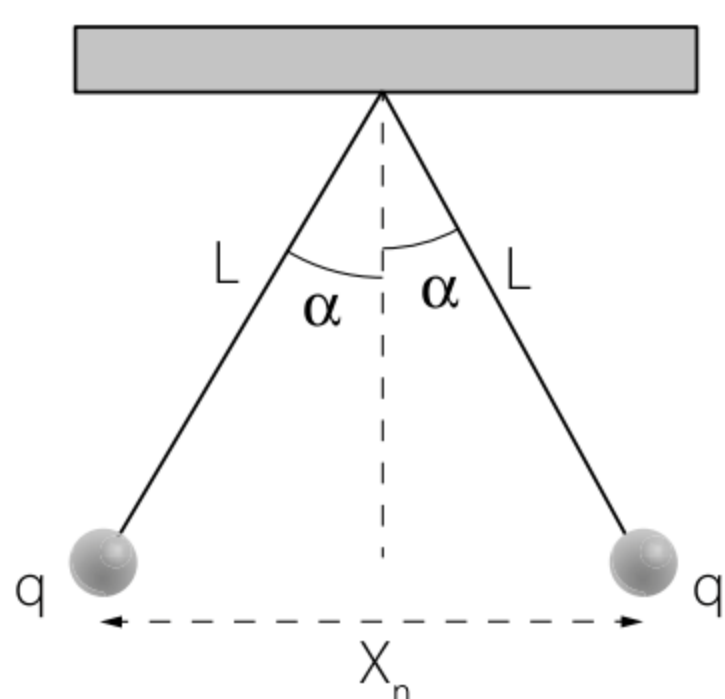
35 Nas extremidades de 2 barras rígidas não condutoras e de massas desprezíveis, foram fixadas esferas metálicas cujos centros estão à distância de 8 cm. As 4 esferas estão carregadas com cargas positivas e negativas de $2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ cada uma, conforme mostra o esquema.



As esferas de cargas iguais são mantidas exatamente uma em cima da outra, não se permitindo que as barras girem ou deslizem. Nestas condições, o conjunto superior fica suspenso a 6 cm do inferior. Determine a massa de cada esfera.

Dados: $K = 9 \cdot 10^9$; $g = 10,0 \text{ m/s}^2$.

36 Duas esferas condutoras iguais, de massa m e carga q , estão penduradas por um fio de seda de comprimento L , como na figura.



Na posição inicial de equilíbrio, a distância entre as partículas vale X_0 . A seguir, descarregamos uma das esferas e a nova "posição" de equilíbrio será X_1 , novamente, descarregamos uma das esferas e, no equilíbrio, a nova distância entre as esferas será X_2 . Após realizarmos N operações de descarga de uma das esferas, quanto valerá a distância X_N entre as partículas no equilíbrio, em função de L , K , q , m , g e N ?

Considere o α pequeno, ou seja, $\sin \alpha \cong \tan \alpha$

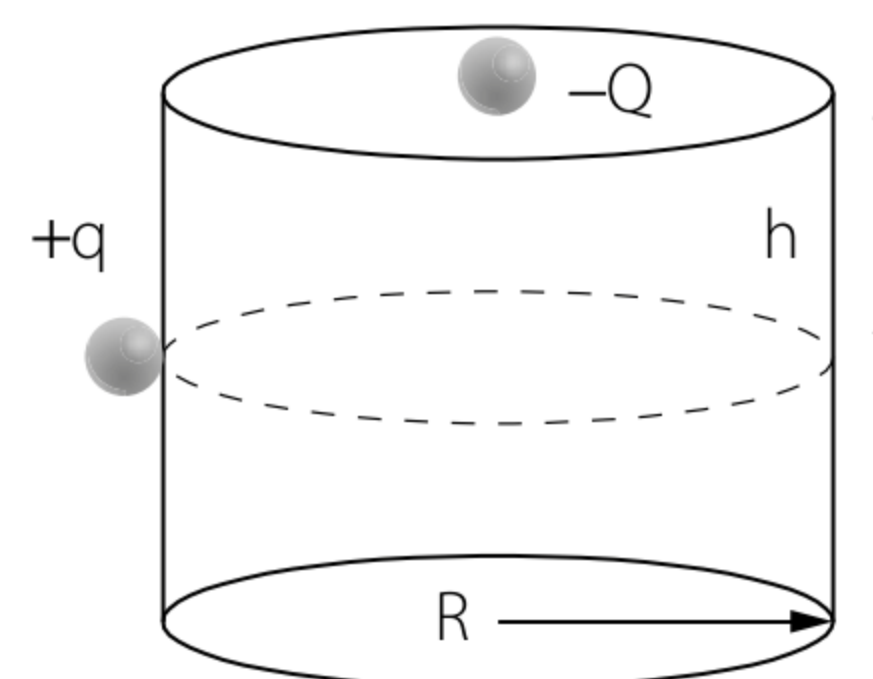
37 Quatro pequenas esferas, pesando 0,1 N cada uma e eletrizadas identicamente, são suspensas nas extremidades de quatro fios de seda de $\sqrt{2} \text{ m}$ de comprimento, cada um, e cujas

extremidades opostas são suspensas a partir de um mesmo ponto. Sabendo-se que, na posição de equilíbrio, as esferas se dispõem nos vértices de um quadrado de $\sqrt{2} \text{ m}$ de lado. Determine a carga de cada esfera.

38 Três cargas puntiformes, de mesmo valor q_1 , encontram-se sobre um solo liso, dispostas nos vértices de um triângulo equilátero, em cujo centro existe uma carga puntiforme de valor q_2 . Determine a relação entre q_1 e q_2 para que todas as quatro cargas permaneçam em equilíbrio. Nenhuma delas está fixa.

39 Nos vértices de um tetraedro regular de aresta $a = 30 \text{ cm}$ localizam-se quatro cargas puntiformes iguais, com $q = 2 \mu\text{C}$ cada. Determinar a intensidade da força elétrica resultante sobre cada carga.

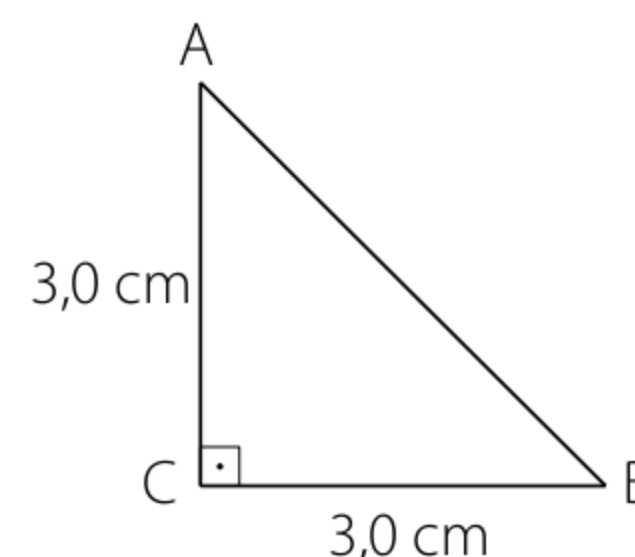
40 A figura mostra uma carga puntiforme $-Q$ fixa no centro da base superior de um cilindro isolante de raio R .



Uma pequena esfera eletrizada com carga $+q$ gira externamente sobre a superfície lateral do cilindro, numa trajetória circular horizontal, mantendo-se suspensa devido à atração elétrica.

- Qual é a massa da pequena esfera, sendo h a distância entre sua trajetória e a base superior do cilindro?
- Qual a máxima velocidade da pequena esfera para que não perca o contato com a superfície lateral do cilindro, durante seu movimento circular? Adotar g como sendo a aceleração da gravidade.

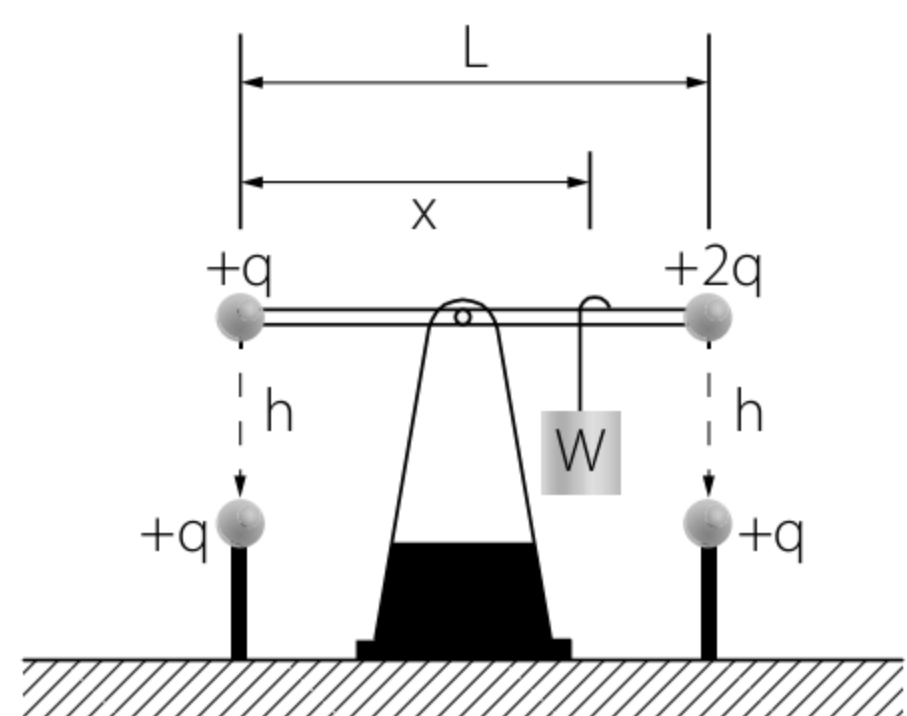
41 Nos vértices A, B e C de um triângulo retângulo estão situadas três cargas puntiformes $Q_1 = 2,0 \mu\text{C}$, $Q_2 = -2,0 \mu\text{C}$ e $Q_3 = 3,0 \mu\text{C}$, respectivamente. Determine a intensidade da resultante das forças que as cargas Q_1 e Q_2 exercem em Q_3 .



42 Duas cargas q_1 e q_2 , de mesmo sinal, estão fixas sobre o eixo Ox , com q_1 na origem e q_2 em $x_2 = +D$. Uma terceira carga, de sinal e valor desconhecidos, quando colocada em $x_3 = +D/4$, permanece em equilíbrio. Calcule a razão q_2/q_1 .

43 A figura a seguir mostra uma haste longa, de massa desprezível, de comprimento L , pivoteada em seu centro e balanceada por um peso W colocada a uma distância x da extremidade esquerda. Na extremidade esquerda, coloca-se uma carga $+q$ e, na extremidade direita, uma carga $+2q$. A uma distância h das cargas $+q$ e $+2q$ são colocadas cargas de valor $+q$. Despreze a interação entre cargas colocadas em lados opostos da haste.

- Indique as forças que agem sobre a haste.
- Calcule a distância x para a qual a haste estará equilibrada.



Sendo K a constante elétrica no ar, assinale a alternativa que corresponde à altura h em que a reação do apoio sobre a haste seja nula.

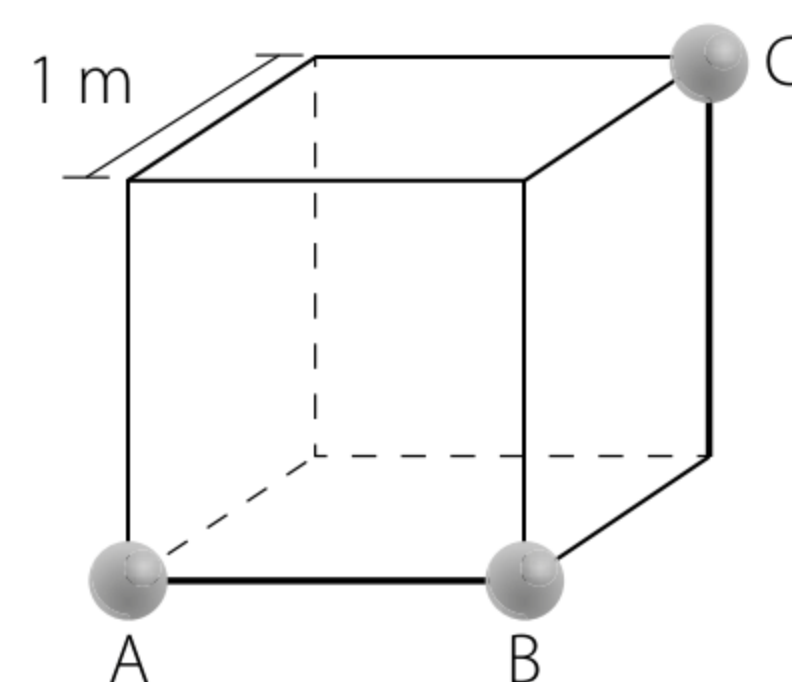
- $q\sqrt{K/W}$
- $q\sqrt{2K/W}$
- $q\sqrt{3K/W}$
- $q\sqrt{5K/W}$
- $q\sqrt{K/2W}$

44 Uma partícula de massa m e carga positiva Q parte do repouso, sob a ação exclusiva de uma força eletrostática constante. A partícula atinge uma velocidade v após percorrer uma distância d . Calcule o tempo decorrido desde o instante $t = 0$ até atingir a velocidade v .

Assinale a alternativa que corresponde ao módulo do vetor campo elétrico associado à força eletrostática.

- mv^2/Qd
- $mv^2/2Qd$
- $2mv^2/Qd$
- $mv^2/4Qd$
- $Qv^2/2md$

45 Três cargas positivas, A , B e C , são colocadas nos vértices de um cubo de aresta 1 m , conforme mostrado na figura.



Para essa configuração, considere duas situações:

- As três cargas são idênticas, de valor tal que a força de repulsão entre B e C tem intensidade 5 N . Calcule o módulo da força elétrica resultante que age sobre a esfera A .
- A esfera A tem carga de $1\text{ }\mu\text{C}$ e é submetida a uma força elétrica resultante de módulo $|\vec{F}| = \sqrt{90 + 18\sqrt{3}}\text{ N}$. A carga das esferas B e C , sabendo que elas são idênticas, vale:

- 1 mC
- $1\text{ }\mu\text{C}$
- 1 nC
- 2 mC
- $2\text{ }\mu\text{C}$

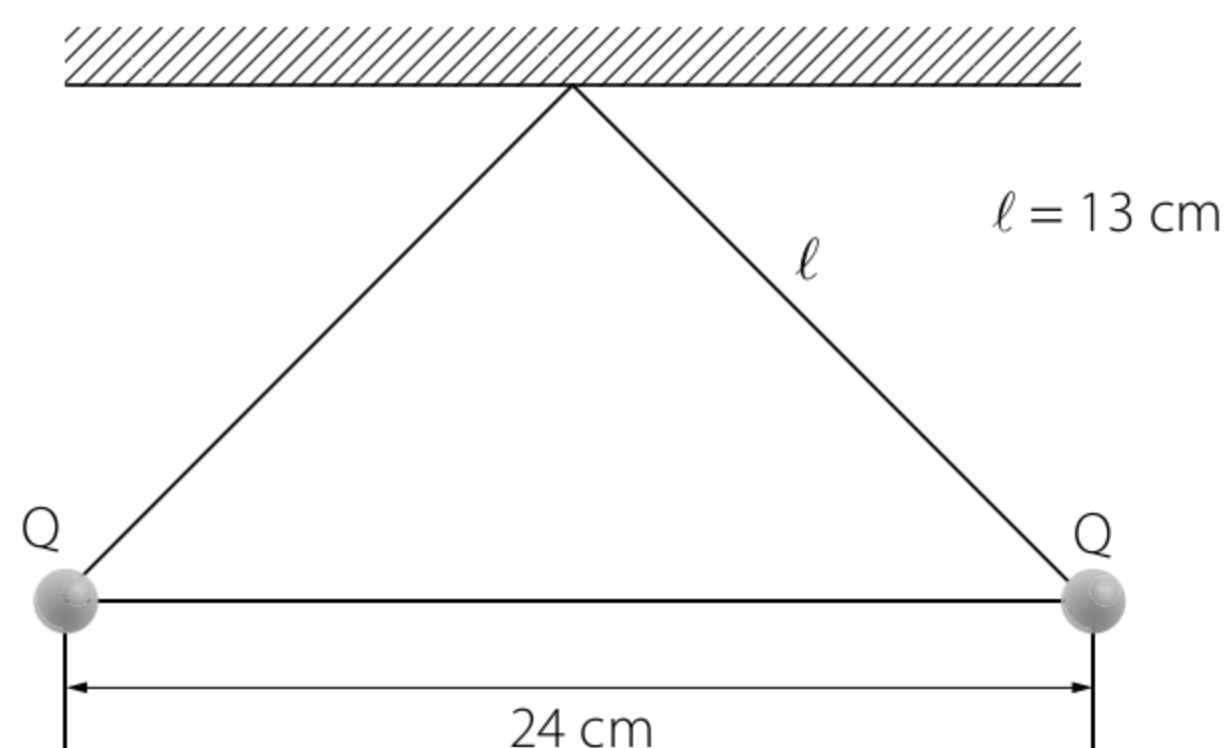
46 Duas esferas idênticas com cargas Q_1 , positiva, e Q_2 , negativa, com $|Q_1| > |Q_2|$, atraem-se com uma força de intensidade $0,3\text{ N}$ quando colocadas a uma distância de 3 m uma da outra. Elas são colocadas em contato e depois recolocadas nas suas posições originais. Dessa forma, passam a se repelir com uma força igual a $0,1\text{ N}$. Nessas condições, assinale a alternativa que corresponde aos valores das cargas Q_1 e Q_2 , respectivamente.

- $+25\text{ }\mu\text{C}$ e $-10\text{ }\mu\text{C}$.
- $+30\text{ }\mu\text{C}$ e $-10\text{ }\mu\text{C}$.
- $+25\text{ }\mu\text{C}$ e $-15\text{ }\mu\text{C}$.
- $+10\text{ }\mu\text{C}$ e $-30\text{ }\mu\text{C}$.
- $+30\text{ }\mu\text{C}$ e $-15\text{ }\mu\text{C}$.

47 Duas cargas, Q_1 e Q_2 , de $16\text{ }\mu\text{C}$ e $36\text{ }\mu\text{C}$, respectivamente, são colocadas no espaço separadas pela distância de 8 cm . É então colocada uma terceira carga de 1 mC que dista simultaneamente 4 cm de Q_1 e 6 cm de Q_2 . Assinale a alternativa que corresponde ao módulo da força resultante que age sobre Q_3 .

- $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 9 \cdot 10^{-4}\text{ N}$
- $\sqrt{\frac{5}{2}} \cdot 9 \cdot 10^4\text{ N}$
- $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 9 \cdot 10^4\text{ N}$
- $\sqrt{2} \cdot 9 \cdot 10^{-4}\text{ N}$
- $\sqrt{2} \cdot 9 \cdot 10^4\text{ N}$

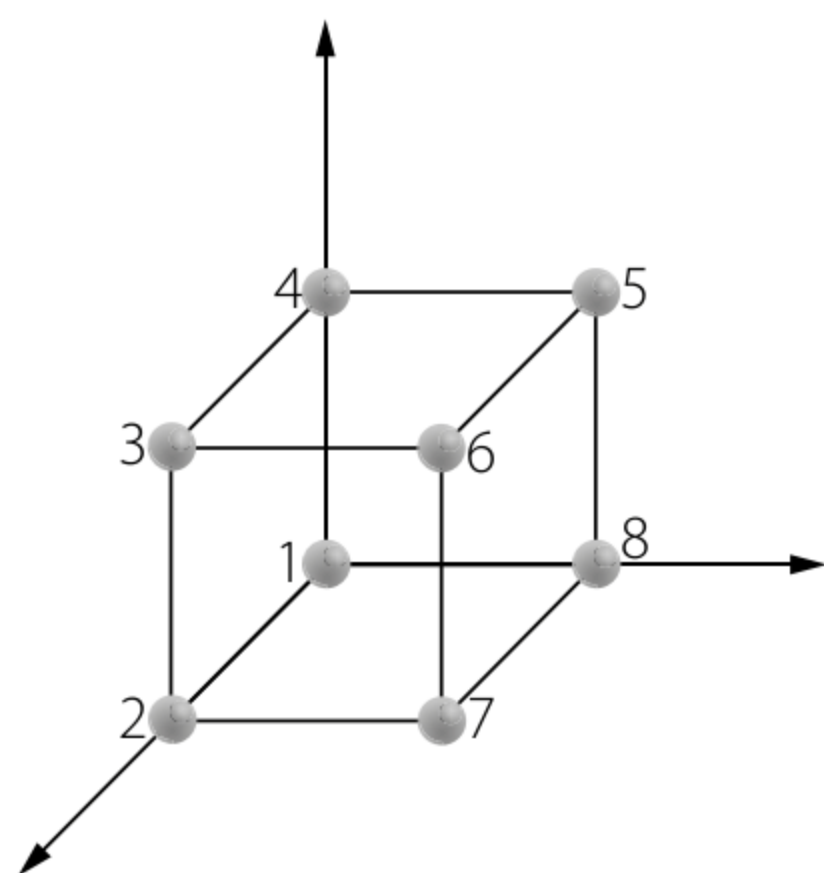
48 Duas esferas, presas por fios isolantes, são carregadas com cargas iguais e colocadas de tal forma que o equilíbrio é atingido de acordo com a figura abaixo.



Sendo as cargas $Q = 24 \mu\text{C}$, assinale a alternativa que corresponde à massa m das esferas para que o sistema esteja em equilíbrio na situação indicada na figura.

- A** 21,6 kg
- B** 9 kg
- C** 90 kg
- D** 3,75 kg
- E** 37,5 kg

49 Considere um cubo de aresta 1 m com lados coincidentes com um sistema de coordenadas xyz , conforme se vê na figura.



Considere:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} mC$$

$$Q_2 = Q_8 = Q_4 = \sqrt{\frac{2}{3}} \mu\text{C}$$

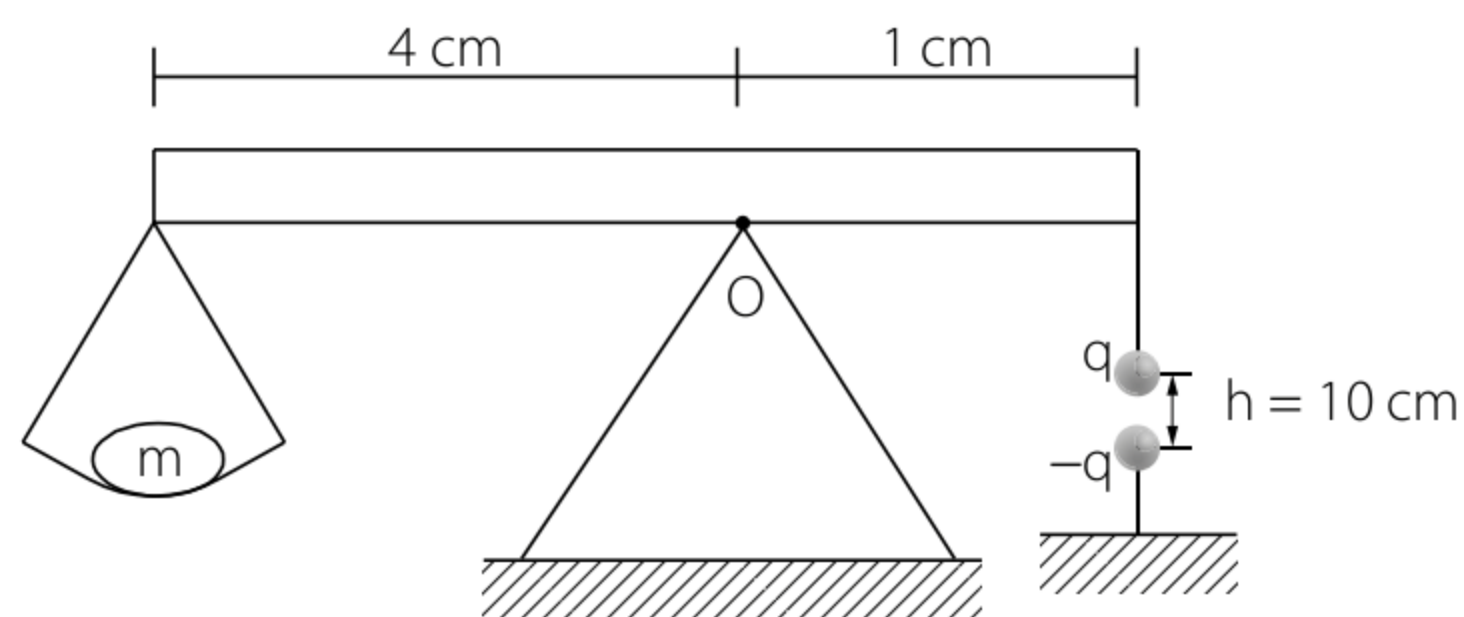
$$Q_7 = Q_5 = Q_3 = \frac{4}{\sqrt{3}} \mu\text{C}$$

$$Q_6 = \sqrt{2} \mu\text{C}$$

Sendo estas cargas dispostas no vácuo. Calcule o módulo da força elétrica resultante sobre a carga Q_1 :

- A** $37\sqrt{3} \text{ N}$
- B** $30\sqrt{3} \text{ N}$
- C** $27\sqrt{3} \text{ N}$
- D** $9\sqrt{3} \text{ N}$
- E** 9 N

50 É dada uma balança de braços desiguais, conforme a mostrada na figura, articulada em O.



O prato da balança é considerado sem massa, bem como os seus braços. Um corpo de massa $m = 90 \text{ g}$ é colocado no prato do lado esquerdo da balança, e a distância h entre as cargas $+q$ e $-q$ é igual a 10 cm.

Assinale a alternativa que corresponde ao valor da carga q que mantém os braços da balança na horizontal.

- A** $2 \mu\text{C}$
- B** $1 \mu\text{C}$
- C** 4 pC
- D** 1 pC
- E** 4 nC

51 Um movimento harmônico simples é todo movimento oscilatório em que a força F que faz o corpo retornar à posição do equilíbrio é do tipo:

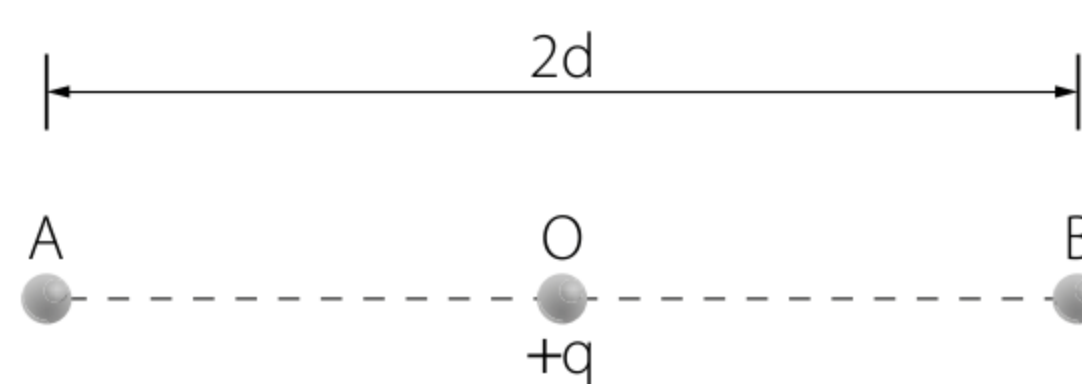
$$F = -kx$$

onde k é uma constante característica do sistema e x é a perturbação causada em relação a sua posição de equilíbrio. Nestes casos, o período, que é o tempo necessário para que o sistema oscile completamente por uma vez, é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

onde T é o período, m é a massa do corpo que oscila e k é a constante do sistema, citada anteriormente.

Suponha a seguinte situação, em que duas cargas positivas e de módulo iguais a q são colocadas nos pontos A e B. No ponto médio O, na linha que une as duas cargas, coloca-se uma carga $+q$, puntiforme, de massa m .



Em seguida, desloca-se a carga $+q$ na direção da carga que está em A de uma distância x ($x \ll 2d$).

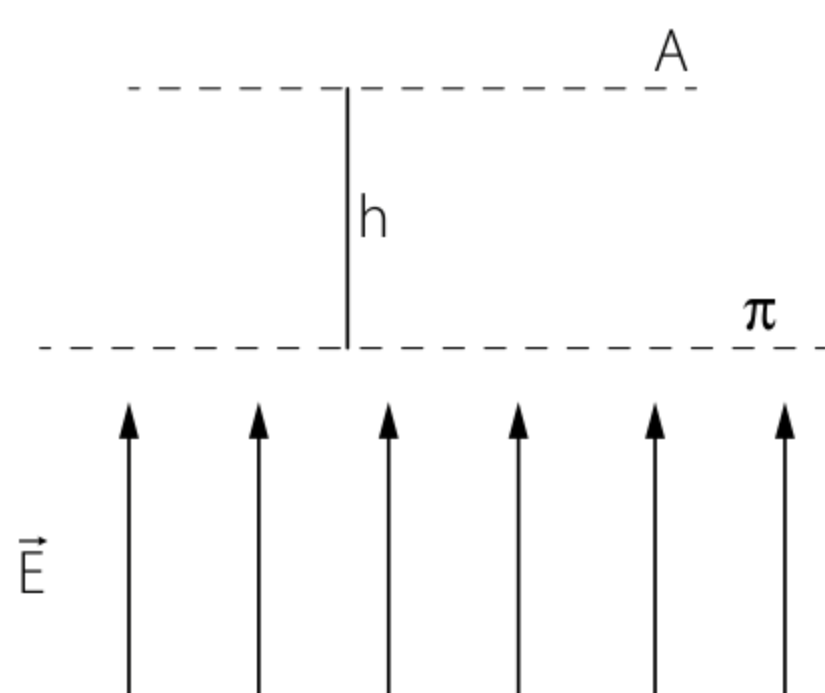
Mostre que nessas condições o movimento é harmônico simples e assinale a alternativa que corresponde ao período deste movimento.

(Sugestão: Para provar que o movimento é harmônico simples, basta mostrar que a força resultante no corpo é do tipo $F = k \cdot x$)

- A $\sqrt{\frac{md^3}{4kq^2}}$
- B $\sqrt{\frac{md^3}{kq^2}}$
- C $\pi\sqrt{\frac{md^3}{4kq^2}}$
- D $2\pi\sqrt{\frac{md^3}{kq^2}}$
- E $\pi\sqrt{\frac{md^3}{kq^2}}$

Campo elétrico

52 Mackenzie A figura a seguir mostra um corpo de massa m e carga q , abandonado na posição A sob a ação de seu peso P . Abaixo do plano horizontal π atua um campo elétrico uniforme, vertical e de intensidade $E = 2P/q$.



O tempo que o corpo leva para voltar à posição A é:

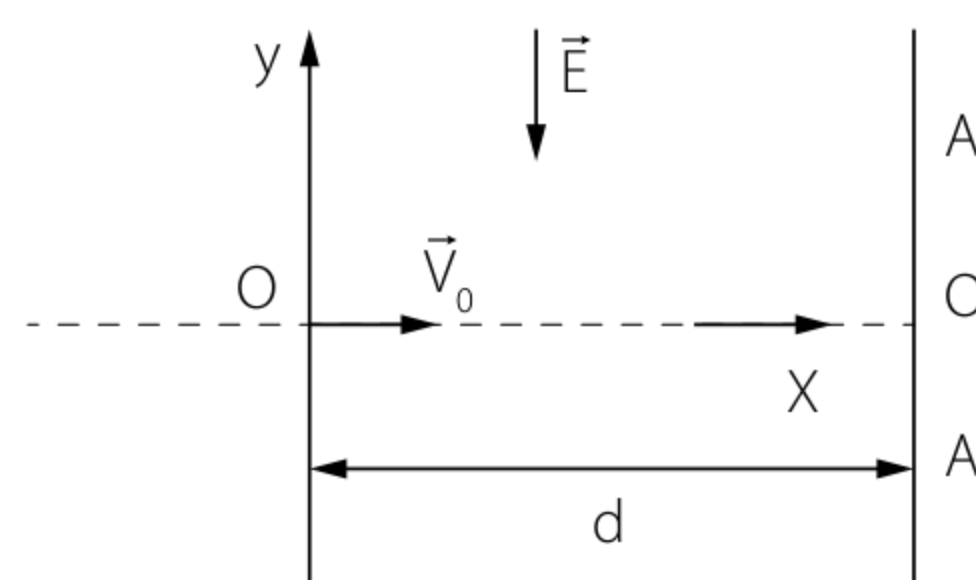
- A $\sqrt{\frac{32h \cdot m}{q \cdot P}}$
- B $4\sqrt{\frac{2h \cdot m}{P}}$
- C $\sqrt{\frac{2P \cdot m}{m}}$
- D $2\sqrt{\frac{h \cdot m}{P}}$
- E $\sqrt{\frac{8h \cdot m}{q \cdot P}}$

53 FAAP-SP Uma esfera de 200 g de massa, eletrizada com 1 C, é atirada com velocidade horizontal de 10 m/s em um campo eletrostático uniforme, vertical e ascensional.

- a) Determine a intensidade do campo eletrostático que faz com que o movimento da esfera seja horizontal.
- b) Se a intensidade do campo fosse a metade do calculado no item anterior, que distância horizontal a esfera teria que percorrer para cair 1 m?

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

54 Vunesp Um elétron, de massa m e carga $q < 0$, penetra com velocidade $\vec{v}_0$ numa região onde existe um campo elétrico $\vec{E}$ uniforme.



- a) Escreva as equações horárias do movimento elétron.
- b) Obtenha a equação $y(x)$ da trajetória da partícula. Que curva é essa?
- c) Calcule o afastamento y_0 que define o ponto de impacto P no anteparo AA'.

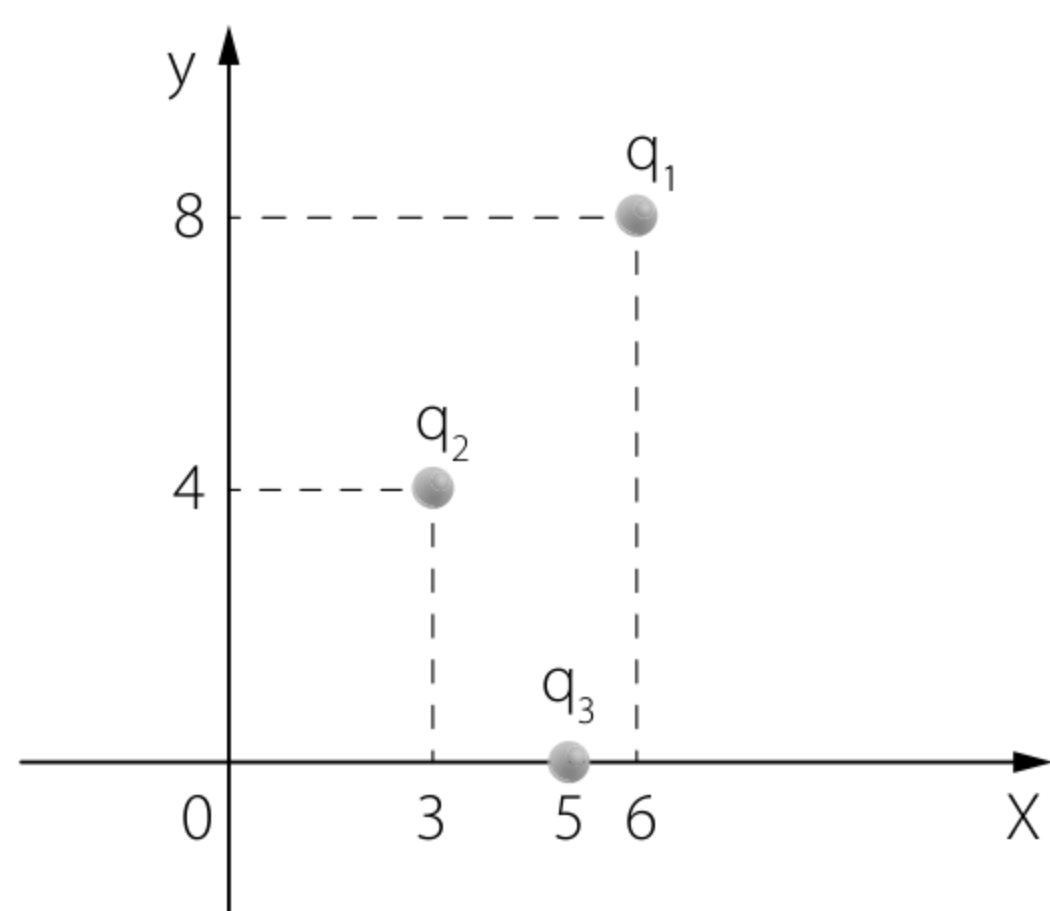
55 Numa região do espaço onde existe um campo gravitacional ($g = 10 \text{ m/s}^2$) e um campo elétrico ($E = 3,0 \cdot 10^4 \text{ N/C}$) uniforme, vertical e dirigido de baixo para cima, coloca-se um pêndulo elétrico. Inicialmente, a massa pendular ($m = 5,0 \text{ g}$) está neutra e oscila com um período T . Ao se eletrizar a massa pendular com uma carga q , nota-se que o período de oscilação cai para a metade de seu valor inicial. Qual o valor da carga q ?

56 ITA 1991 Em uma região do espaço onde existe um campo elétrico uniforme $\vec{E}$, dois pêndulos simples de massas $m = 0,20 \text{ kg}$ e comprimento ℓ são opostos a oscilar. A massa do primeiro pêndulo está carregada com $q_1 = +0,20 \text{ C}$ e a massa do segundo pêndulo com $q_2 = -0,20 \text{ C}$. São dados que a aceleração da gravidade local é $g = 10,0 \text{ m/s}^2$, que o campo elétrico tem mesma direção e mesmo sentido $\vec{g}$ e sua intensidade é $|\vec{E}| = 6,0 \text{ V/m}$. Qual a razão (P_1/P_2) entre os períodos p_1 e p_2 dos pêndulos 1 e 2?

57 O campo elétrico no baricentro de um triângulo equilátero de lado igual a L , em cujos vértices encontram-se cargas iguais a Q , vale:

- A $\frac{3Q}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot L}$
- B $\frac{3Q}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot L^2}$
- C $\frac{\sqrt{3}Q}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot L}$
- D $\frac{\sqrt{3}Q}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot L^2}$
- E zero.

58 ITA 1975 Três cargas q_1 e q_2 , iguais e positivas, e q_3 estão dispostas conforme a figura.



Calcule a relação entre q_3 e q_1 , para que o campo elétrico na origem do sistema seja paralelo a y :

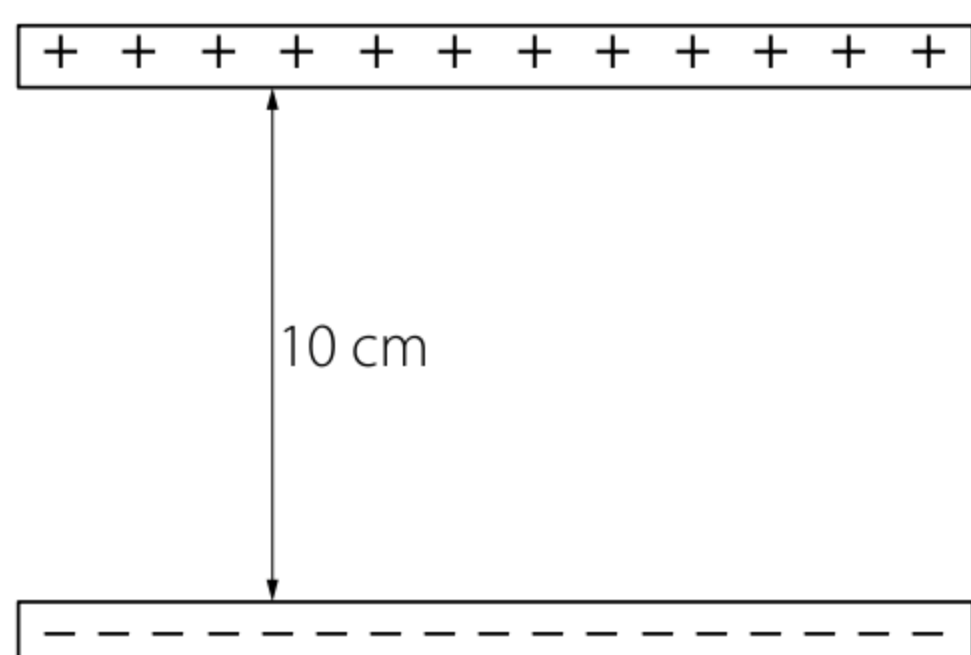
- A $-5/4$
- B $5\sqrt{2}/8$
- C $-3/4$
- D $4/3$
- E $\sqrt{3}/2$

59 Entre duas placas planas horizontais, eletrizadas com cargas iguais, mas de sinais opostos, existe um campo elétrico uniforme de intensidade $4,0 \cdot 10^3$ N/C. Uma partícula eletrizada com $+5,0 \mu\text{C}$, ao ser colocada entre as placas, permanece em repouso. Determine a massa da partícula.

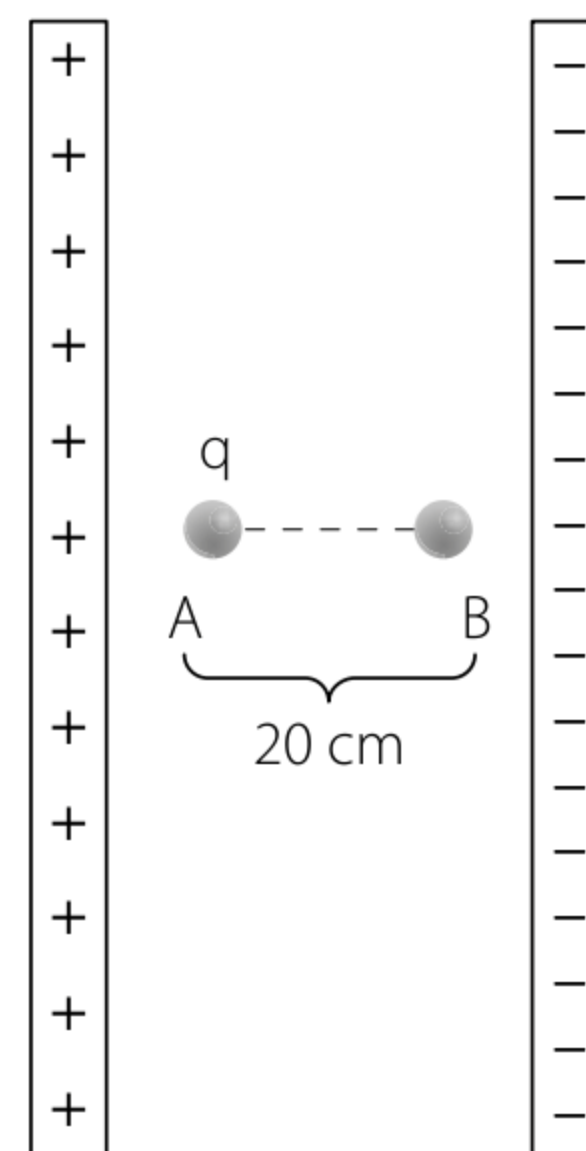
Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

60 FEI A figura a seguir mostra duas películas planas de cargas elétricas de sinais opostos, mas de mesma densidade superficial. Um elétron parte do repouso da película negativa e atinge a película oposta em $5 \cdot 10^{-8}$ s. Calcule a intensidade do campo elétrico $\vec{E}$.

Dados: $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.



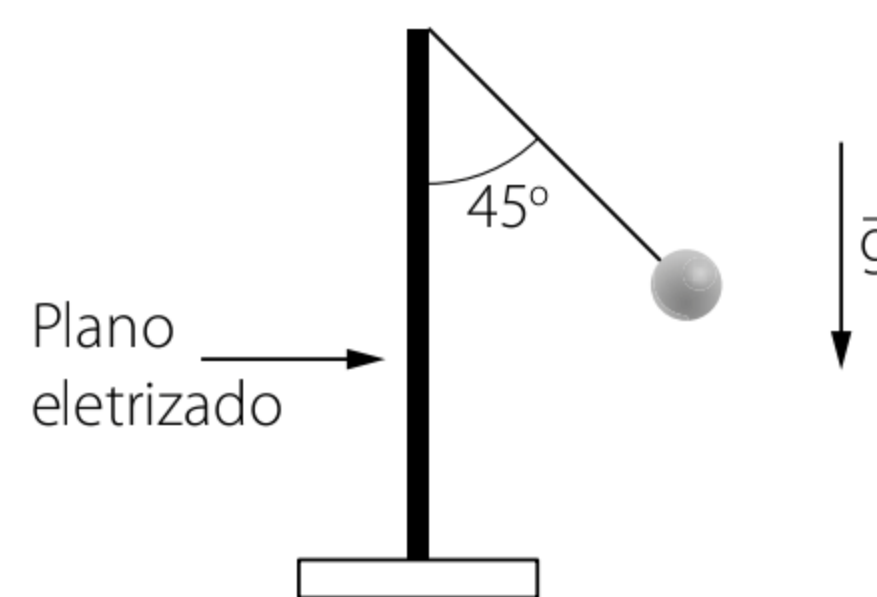
61 Centec-BA Em um campo elétrico uniforme, de intensidade $4 \cdot 10^8$ N/C, é abandonada uma carga q de $3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ e massa de $3 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$, conforme indica a figura a seguir.



Supondo-se desprezível a ação gravitacional, qual a velocidade da carga ao passar pelo ponto B?

62 Um pêndulo elétrico tem comprimento $L = 1,0 \text{ m}$. A esfera suspensa possui massa $m = 10 \text{ g}$ e carga elétrica q . Na região em que se encontra o pêndulo, a aceleração da gravidade vale 10 m/s^2 e existe um campo elétrico cujo vetor $\vec{E}$ é horizontal e de módulo $7,5 \cdot 10^3$ N/C. O pêndulo estaciona com a esfera à distância $d = 0,60 \text{ m}$ da vertical baixada do ponto de suspensão. Determinar a carga q .

63 Uma pequena esfera de peso $P = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$, eletrizada com uma carga $q = +0,20 \mu\text{C}$, está suspensa por um fio isolante bastante leve, que na posição de equilíbrio forma um ângulo de 45° com um plano vertical uniformemente eletrizado com densidade superficial σ .



Qual o módulo da densidade superficial de cargas σ ?

Dado: Permissividade absoluta do meio: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ (SI)}$.

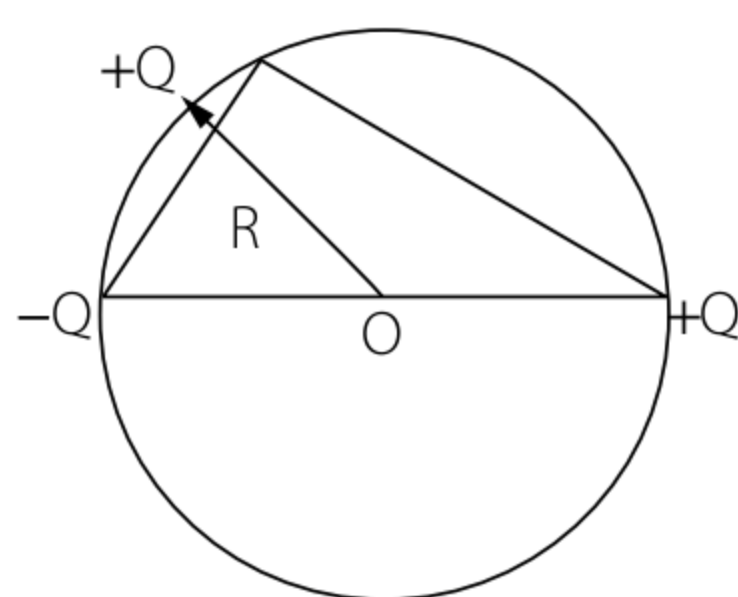
64 Um pêndulo elétrico, de comprimento $L = 1,0 \text{ m}$, massa $m = 2,0 \text{ g}$ e carga $q = +5,0 \mu\text{C}$, está colocado numa região onde existe um campo eletrostático uniforme, cujo vetor $\vec{E}$ é vertical, dirigido para baixo e de módulo 1000 N/C . Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine o período de oscilação do pêndulo.

65 Uma placa plana de grandes dimensões é eletrizada uniformemente, ficando com uma densidade superficial de carga igual a $177 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$. Nas proximidades dessa placa, é colocada uma pequena esfera de $2,0 \text{ g}$ de massa e eletrizada com carga

positiva q . Determine a carga q , sabendo que a pequena esfera permanece em repouso no local onde foi colocada. Adote, nos cálculos, permissividade absoluta do meio: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ (SI) e aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

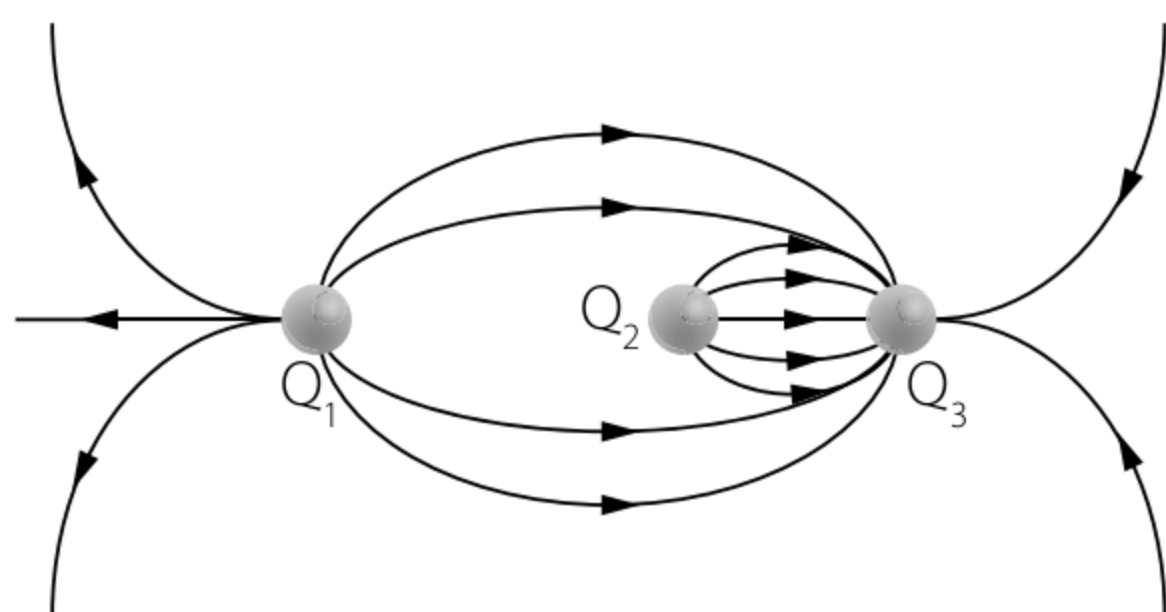
66 EEM-SP Uma esfera de alumínio de raio $R = 2,0 \text{ cm}$ está eletrizada e imersa num recipiente que contém óleo mineral. O conjunto é colocado numa região onde existe um campo elétrico vertical, orientado de baixo para cima, e de valor $E = 3000 \text{ V/cm}$. A massa específica do alumínio é de $2,7 \text{ g/cm}^3$ e a do óleo é de $0,8 \text{ g/cm}^3$. Calcule o valor da carga que deve existir na esfera de alumínio, para que ela fique em equilíbrio (adote $g = 10 \text{ m/s}^2$).

67 UFGO Nos vértices de um triângulo retângulo isósceles, inscrito numa circunferência de raio R , são colocadas três cargas pontuais, como mostra a figura:

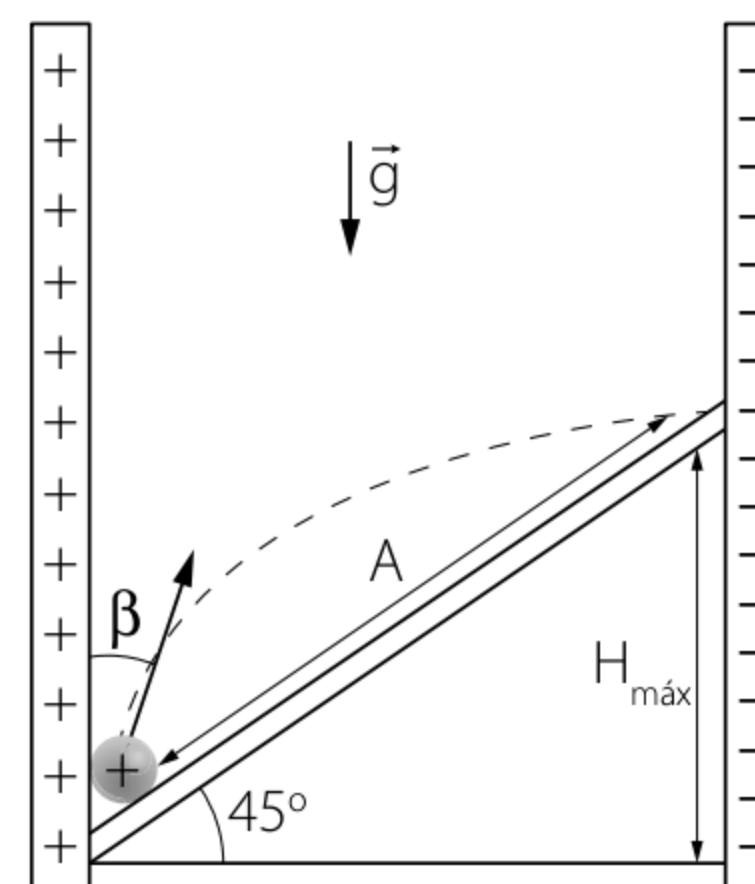


Determine a posição e o valor de uma quarta carga positiva, em termos de Q , que deverá ser colocada sobre a linha da circunferência para que o campo elétrico no centro da mesma seja nulo. (Indique na figura a posição da quarta carga positiva pedida.)

68 Na figura abaixo, sabendo que $Q_2 = +10 \mu\text{C}$, determine Q_1 e Q_3 .



69 Uma esfera de massa m e carga Q encontra-se entre duas placas metálicas, carregadas com densidade superficial de cargas σ . A esfera é lançada com velocidade inicial V_0 , como na figura, sob a ação do campo elétrico das placas e do campo gravitacional (g) da Terra. Determine o ângulo β para que a esfera atinja a altura máxima ($H_{\text{máx}}$) ao longo do plano inclinado. Determine $H_{\text{máx}}$.



Dados:

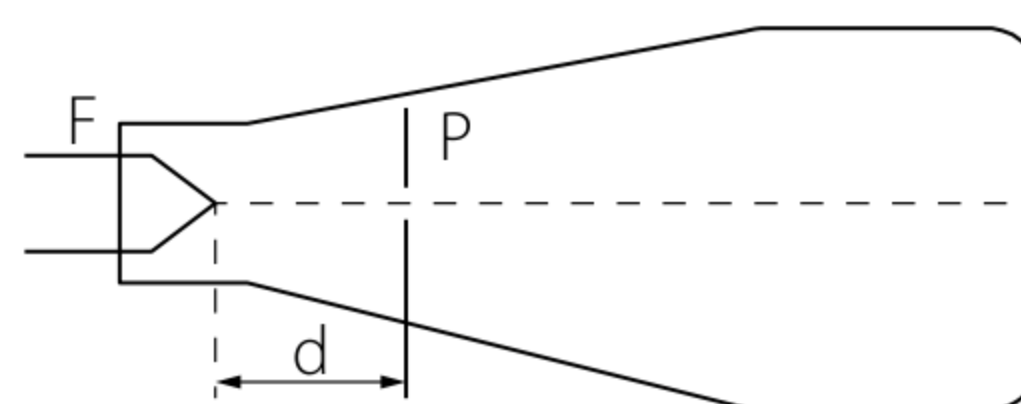
$$\begin{aligned} \sigma &= 7,08 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2 & M &= 160 \text{ g} \\ g &= 10 \text{ m/s}^2 & \epsilon_0 &= 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 \\ Q &= +2 \mu\text{C} & V_0 &= 10 \text{ m/s} \end{aligned}$$

70 ITA 1985 Considere um campo eletrostático cujas linhas de força são curvilíneas. Uma pequena carga de prova, cujo efeito sobre o campo é desprezível, é abandonada num ponto do mesmo, no qual a intensidade do vetor campo elétrico é diferente de zero.

Sobre o movimento ulterior dessa partícula podemos afirmar que:

- não se moverá porque o campo é eletrostático.
- percorrerá necessariamente uma linha de força.
- não percorrerá uma linha de força.
- percorrerá necessariamente uma linha reta.
- terá necessariamente um movimento oscilatório.

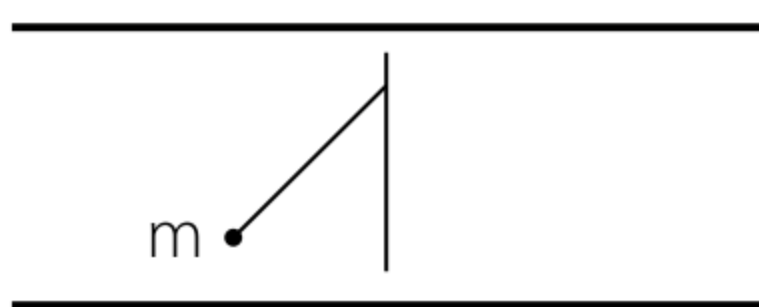
71 ITA 1990 Num tubo de raios catódicos, tem-se um filamento F , que libera elétrons quando aquecido, e uma placa aceleradora P , mantida num potencial mais alto que o filamento. O filamento fica a uma distância d da placa. A placa tem, ainda, um orifício que permite a passagem dos elétrons que vão se chocar com uma tela que fluoresce quando os mesmos a atingem.



Nestas condições:

- se aumentarmos a distância d entre o filamento e a placa P , a energia cinética com que os elétrons chegam à placa aumenta.
- o aumento da distância d faz com que a energia cinética dos elétrons diminua.
- a energia cinética dos elétrons não depende da distância entre o filamento e a placa, mas são de V , a diferença de potencial entre o filamento e a placa aceleradora.
- a energia cinética dos elétrons só depende da temperatura do filamento.
- nenhuma das afirmativas anteriores é verdadeira.

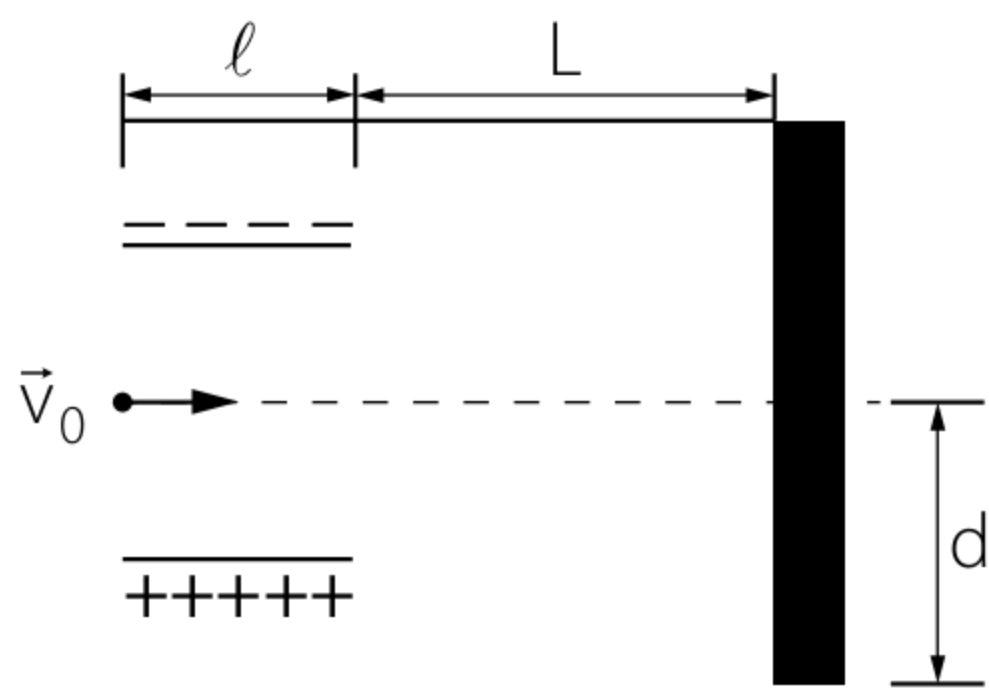
72 ITA 1993 Uma pequena esfera metálica de massa m , está suspensa por um fio fino de massa desprezível, entre as placas de um grande capacitor plano, como mostra a figura. Na ausência de qualquer carga tanto no capacitor quanto na esfera o período de oscilação da esfera é $T = 0,628$ s. Logo em seguida uma carga $+e$ é colocada sobre a esfera e a placa superior do capacitor é carregada positivamente. Nessas novas condições o período de oscilação da esfera torna-se $T = 0,314$ s.



Qual é a força que o campo elétrico do capacitor exerce sobre a esfera?

- A** $F = 3m \cdot g$
- B** $F = 2m \cdot g$
- C** $F = m \cdot g$
- D** $F = 6m \cdot g$
- E** $F = 3m \cdot g/2$

73 ITA 1993 Duas placas planas e paralelas, de comprimento ℓ , estão carregadas e servem como controladoras de elétrons em um tubo de raios catódicos. A distância das placas até a tela do tubo é L . Um feixe de elétrons de massa m penetra entre as placas com uma velocidade v_0 , como mostra a figura.



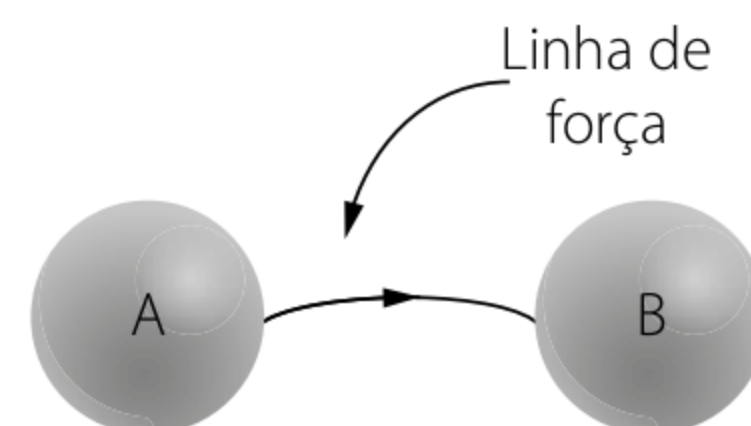
Qual é o campo elétrico entre as placas se o deslocamento do feixe da tela do tubo é igual a d ?

- A** $E = m \cdot v_0^2 \cdot d / [e \ell (L - \frac{\ell}{2})]$
- B** $E = m \cdot v_0^2 / [e \ell (L + \frac{\ell}{2})]$
- C** $E = m \cdot v_0^2 \cdot d / [e \ell (L + \frac{\ell}{2})]$
- D** $E = m \cdot v_0^2 \cdot d / [e \ell (m L + \frac{\ell}{2})]$
- E** $E = m \cdot v_0^2 \cdot d / [e \ell (m L - \frac{\ell}{2})]$

74 As cargas e as coordenadas de duas partículas mantidas fixas no plano xy são $q_1 = 3,0 \mu\text{C}$, $x_1 = 3,5$ cm, $y_1 = 0,50$ cm e $q_2 = -4,0 \mu\text{C}$, $x_2 = -2,0$ cm, $y_2 = 1,5$ cm.

- a) Determine o módulo, a direção e o sentido da força eletrostática sobre q_2 .
- b) Onde poderíamos localizar uma terceira carga $q_3 = +4,0 \mu\text{C}$ de modo que a força eletrostática resultante sobre q_2 fosse nula?

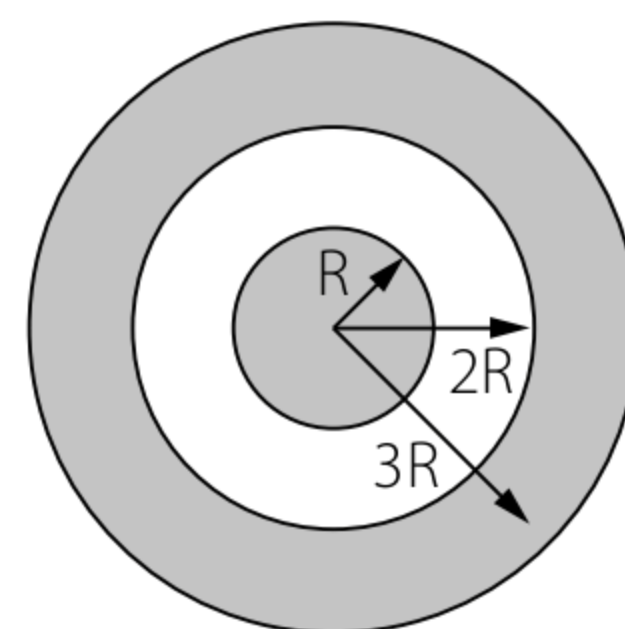
75 Considere dois condutores metálicos, A e B, em equilíbrio eletrostático e próximos um do outro. Representamos na figura uma linha de força do campo elétrico estabelecido entre eles.



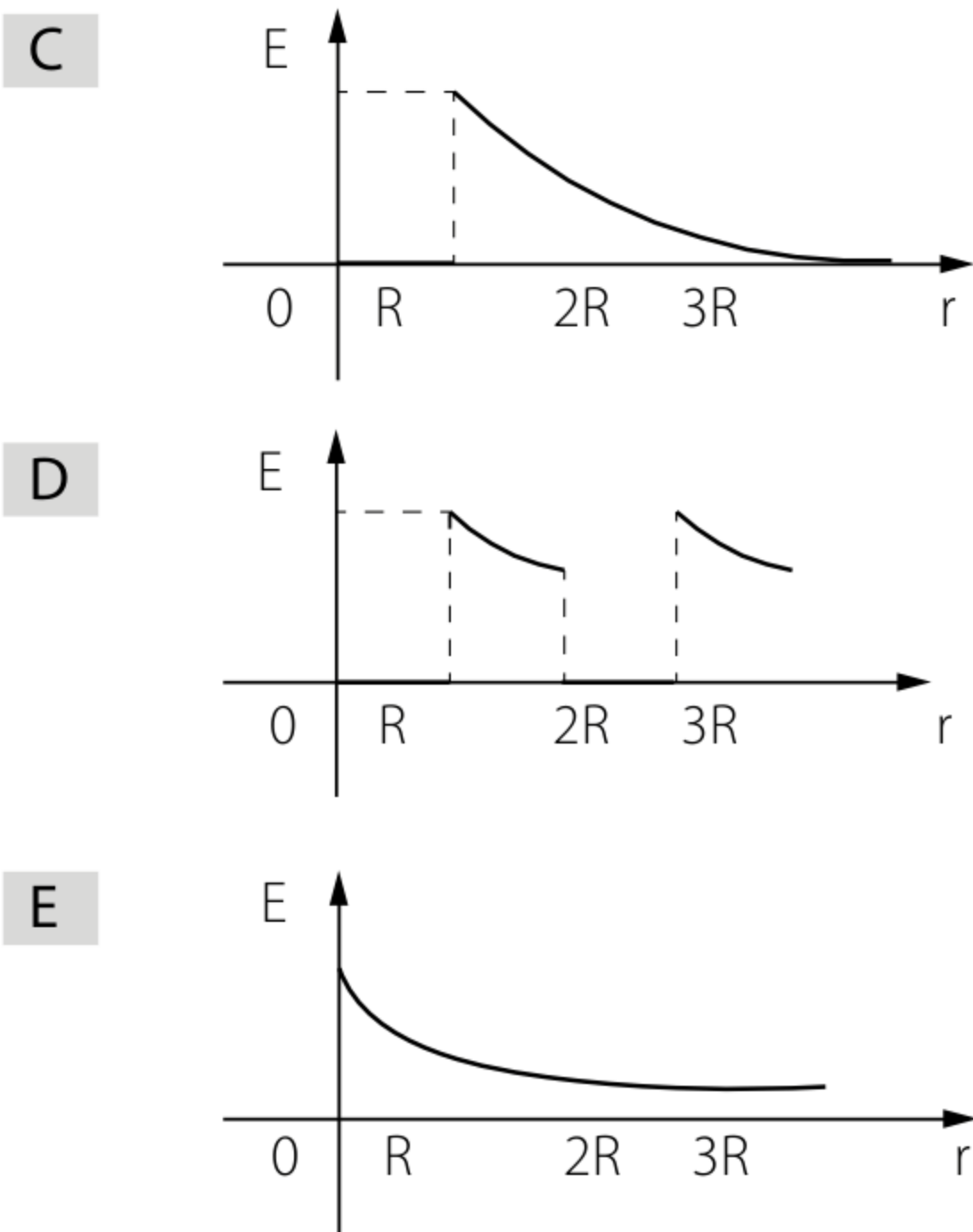
Assinale a opção correta.

- A** Cada um dos condutores, necessariamente, tem carga elétrica total diferente de zero.
- B** O condutor A, necessariamente, tem carga total positiva.
- C** Podem existir linhas de força do campo elétrico no interior do condutor A.
- D** Todas as linhas que partem de A chegam em B.
- E** Se B tiver carga total nula, A e B se atraem, necessariamente.

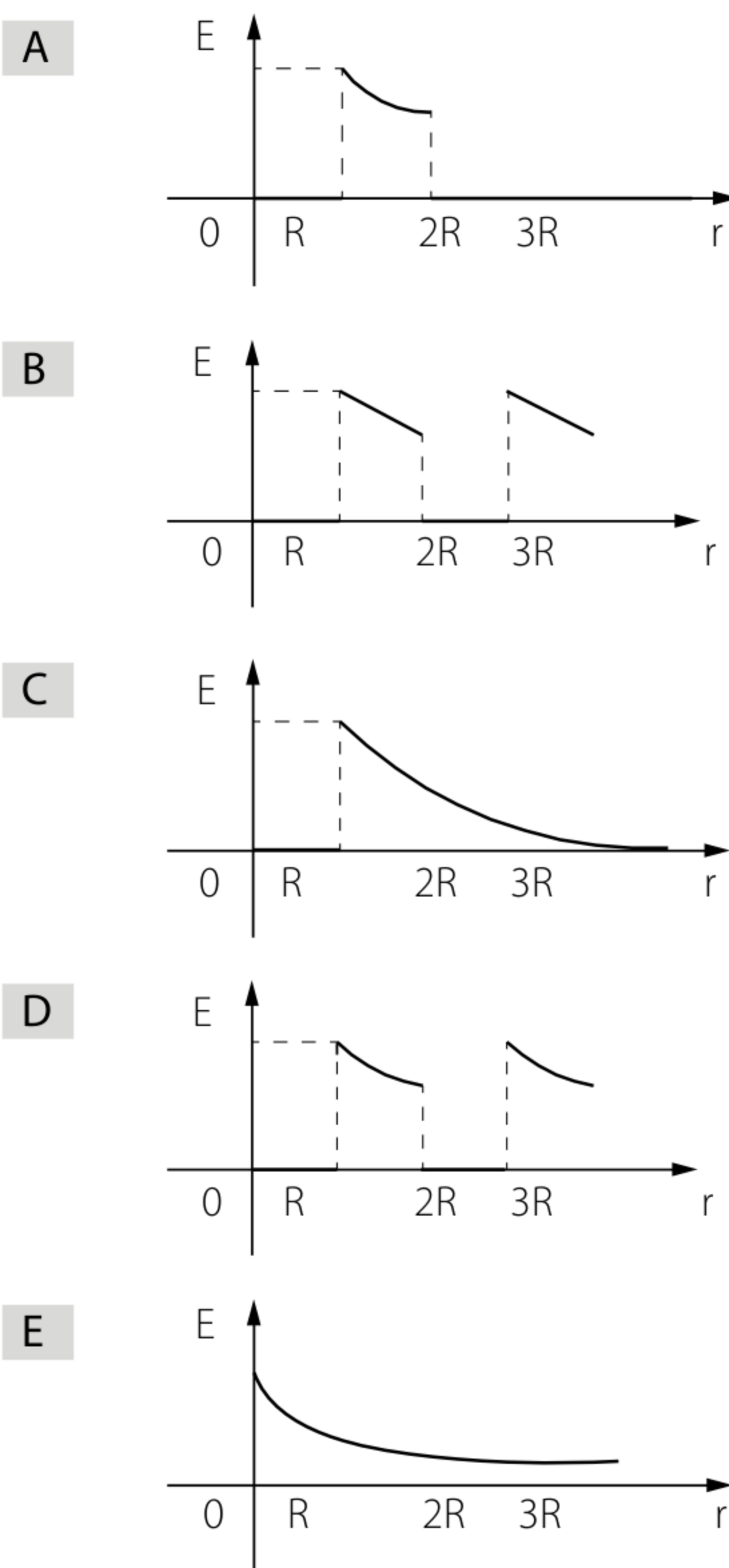
76 PUC-SP Sabendo que a esfera oca representada na figura está isolada e sua carga total é nula, escolha, dos gráficos a seguir, o que melhor representa a intensidade do campo elétrico $\vec{E}$ em função da distância r ao centro comum. Tanto a esfera oca como a esfera maciça que está em seu interior são condutoras. A esfera maciça está eletrizada.



- A**
- B**



77 PUC-SP Supondo a esfera oca do teste anterior ligada à Terra, escolha, entre os gráficos, o que melhor apresenta a intensidade do campo elétrico E em função da distância r ao centro comum.



78 Uma carga elétrica puntiforme de 10^{-9} C, ao ser colocada num ponto P de um campo elétrico, fica sujeita a uma força de intensidade igual a 10^{-2} N, vertical e descendente.

Determine:

- a intensidade, a direção e o sentido do vetor campo elétrico em P.
- a intensidade, direção e sentido da força que atuaria sobre uma carga puntiforme igual a $3\mu\text{C}$, se ela fosse colocada em P.

79 Num ponto de um campo elétrico, o vetor campo elétrico tem direção vertical, sentido para baixo e intensidade igual a $5 \cdot 10^3$ N/C. Coloca-se neste ponto uma pequena esfera de peso igual a $2 \cdot 10^{-3}$ N e eletrizada com carga desconhecida. Sabendo que a pequena esfera fica em equilíbrio, determine:

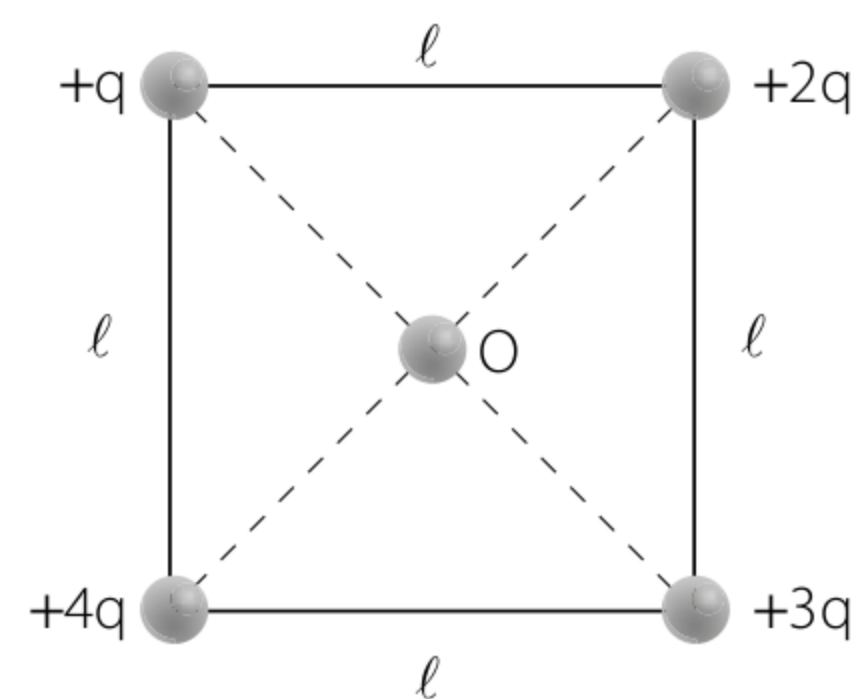
- a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica que atua na carga;
- o valor da carga.

80 Na experiência de Millikan, uma gota de óleo, com raio $R = 3 \mu\text{m}$, está com excesso de carga de três elétrons. Ela está submetida a um campo elétrico uniforme, orientado para baixo. Determine o valor do campo elétrico para que a mesma fique em equilíbrio no aparelho.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$; densidade do óleo = 920 kg/m^3 ;
carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

81 Uma carga elétrica $+q$ está em $x = a$ e uma carga $-q$ está em $x = -a$. Achar o campo elétrico sobre o eixo dos x num ponto P do campo, muito afastado se comparado com a distância de separação entre as cargas. (Obs: chegar na resposta mais simplificada possível, mostrando as considerações feitas.)

82 Em um quadrado de lado ℓ são colocadas, no vácuo, quatro cargas em seus vértices de valores $+q$, $+2q$, $+3q$ e $+4q$, conforme a figura abaixo. Supondo as cargas fixas, determine a força elétrica atuante sobre a carga $+q$.



Assinale a alternativa que representa o módulo do campo elétrico $\vec{E}$ no centro do quadrado.

- | | | | |
|----------|--------------------------------|----------|--------------------------------|
| A | $\frac{\sqrt{2}k_0q}{\ell^2}$ | D | $\frac{\sqrt{2}k_0q}{2\ell^2}$ |
| B | $\frac{2\sqrt{2}k_0q}{\ell^2}$ | E | $\frac{2k_0q}{\ell^2}$ |
| C | $\frac{4\sqrt{2}k_0q}{\ell^2}$ | | |

83 Uma carga $q_1 = 5 \mu\text{C}$ é colocada no ponto $(3; 4) \text{ m}$ de um sistema cartesiano de origem O , onde se situa uma outra carga de $+5 \mu\text{C}$. Neste mesmo plano é colocada uma terceira carga de $(0,8\sqrt{3} - 0,6) \mu\text{C}$ no ponto $(\sqrt{5}; 0) \text{ m}$.

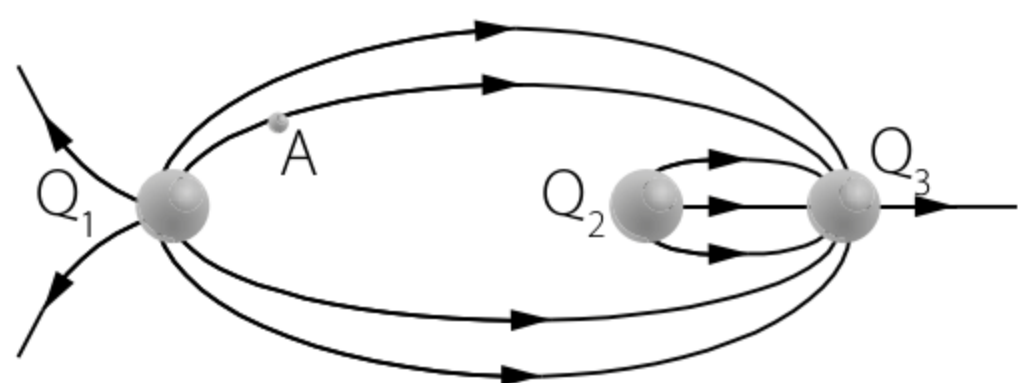
Determine a posição em que deve ser colocada uma quarta carga de $-0,5 \mu\text{C}$ para que a resultante elétrica sobre a carga situada no ponto O seja nula.

Supondo-se a quarta carga de $-0,5 \mu\text{C}$ ausente, o campo elétrico resultante na origem vale:

- A** $1,8 \cdot 10^3 \text{ N/C}$
- B** $2,7 \cdot 10^3 \text{ N/C}$
- C** $9 \cdot 10^2 \text{ N/C}$
- D** $2,88 \cdot 10^3 \text{ N/C}$
- E** $1,44 \cdot 10^3 \text{ N/C}$

84 Na figura a seguir, sabe-se que $|Q_3| = 10 \mu\text{C}$.

- a) Determine o módulo das cargas Q_1 e Q_2 com seus respectivos sinais.
- b) Qual fenômeno está acontecendo com a carga Q_3 ? (Explique!)



Ao se colocar uma carga positiva no ponto A:

- A** ela irá para a carga Q_3 ao longo da linha de força onde ela se situa.
- B** ela irá para a carga Q_2 em uma linha reta.
- C** ela irá para a carga Q_1 , não seguindo necessariamente uma linha de força.
- D** ela irá para a carga Q_3 por uma trajetória não coincidente com uma linha de força.
- E** ela irá ficar em equilíbrio.

85 Um condutor esférico de raio igual a 20 cm recebe $2,5 \cdot 10^{13}$ elétrons.

Dado: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Faça um gráfico do campo elétrico em função da distância, colocando os valores numéricos para $d = 20 \text{ cm}$ (d é a distância medida a partir do centro da esfera).

Para $d = 50 \text{ cm}$, assinale a alternativa que corresponde ao módulo do campo elétrico.

- A** $4,5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- B** $1,44 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- C** $2,88 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- D** $2,25 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- E** $9 \cdot 10^5 \text{ N/C}$

86 Um termopar é um dispositivo utilizado para medir temperatura. Seu princípio de funcionamento é que 2 metais diferentes, colocados à mesma temperatura, geram um campo elétrico $\vec{E}$ entre si. Suponha que a 200°C o campo elétrico seja de 1 N/C e que a 300°C o campo elétrico seja de 3 N/C . Suponha Linearidade.

Determine a força elétrica que age sobre uma carga de prova de 1 mC colocada sob a ação do campo elétrico do termopar quando a temperatura é de 220°C .

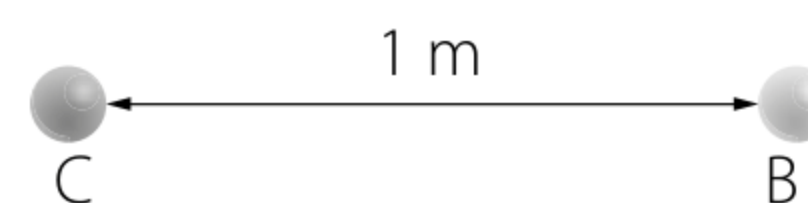
Assinale a alternativa que corresponde à temperatura quando a força que age sobre a carga de prova acima vale $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ N}$.

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| A 220°C | C 230°C | E 210°C |
| B 250°C | D 240°C | |

87 Uma esfera condutora A carregada com $-1 \mu\text{C}$ realiza 3 contatos sucessivos com as esferas B, C e D, idênticas à A, nesta sequência.

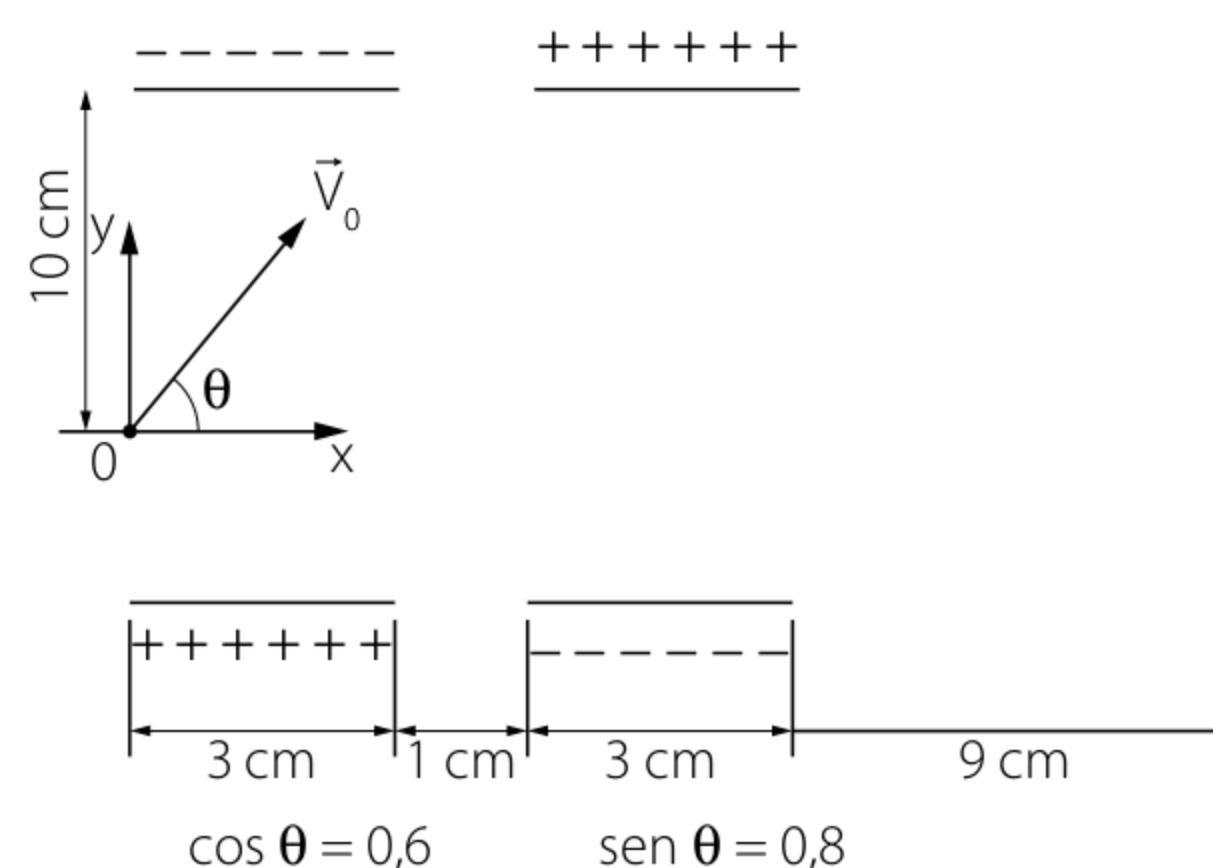
Nestas condições, determine:

- a) as cargas das esferas A, B, C e D após os 3 contatos sucessivos.
 - b) a força de interação entre a carga A e B no vácuo, após os toques, se elas são colocadas a uma distância de 1 cm .
- Se as esferas B e C são colocadas conforme a figura, distantes 1 m entre si, assinale a alternativa que corresponde ao ponto em que o campo elétrico se anula.



- A** Entre B e C, na linha que as une, a $(\sqrt{2} - 1) \text{ m}$ de C.
- B** Entre B e C, na linha que as une, a $(\sqrt{2} - 1) \text{ m}$ de B.
- C** À direita de B, na linha que une B e C, a $(\sqrt{2} + 1) \text{ m}$ de B.
- D** À esquerda de C, na linha que une B e C, a $(\sqrt{2} + 1) \text{ m}$ de C.
- E** Não há um ponto na linha que une B e C tal que o campo se anule.

88 Um elétron penetra em um campo elétrico uniforme gerado por duas chapas carregadas com cargas de sinais opostos, mas de mesma densidade superficial $\sigma = 50,33 \text{ pC/m}^2$. O elétron penetra com uma velocidade $v_0 = 5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$, conforme a figura. Após sair deste campo, penetra em outro campo com as mesmas condições, mas com polaridade oposta.

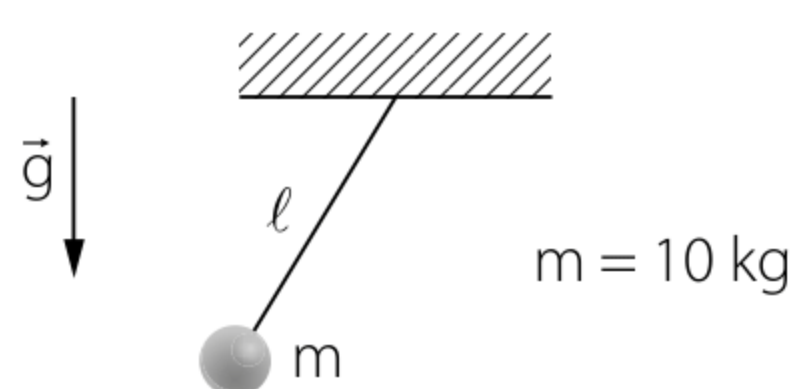


Determine o ponto de impacto com o anteparo A em relação à origem (dê como resposta as coordenadas cartesianas do ponto de impacto).

Assinale a alternativa que corresponde à distância da origem ao ponto de impacto.

- A** $4\sqrt{31}$ cm **C** $2\sqrt{41}$ cm **E** $3\sqrt{41}$ cm
B $4\sqrt{51}$ cm **D** $4\sqrt{41}$ cm

89 Um pêndulo elétrico conforme o visto na figura, inicialmente neutro e de massa 10 kg, foi calibrado para que o seu período fosse exatamente 1 s quando a temperatura fosse de 30 °C. Ao se aquecer o sistema até a temperatura de 330 °C, verificou-se uma alteração no período do pêndulo.



Para corrigir o problema, eletrizou-se a esfera do pêndulo com uma carga de +1 μC. Assinale a alternativa que corresponde ao campo elétrico vertical a ser aplicado a fim de que o período do pêndulo volte a ser igual a 1 s.

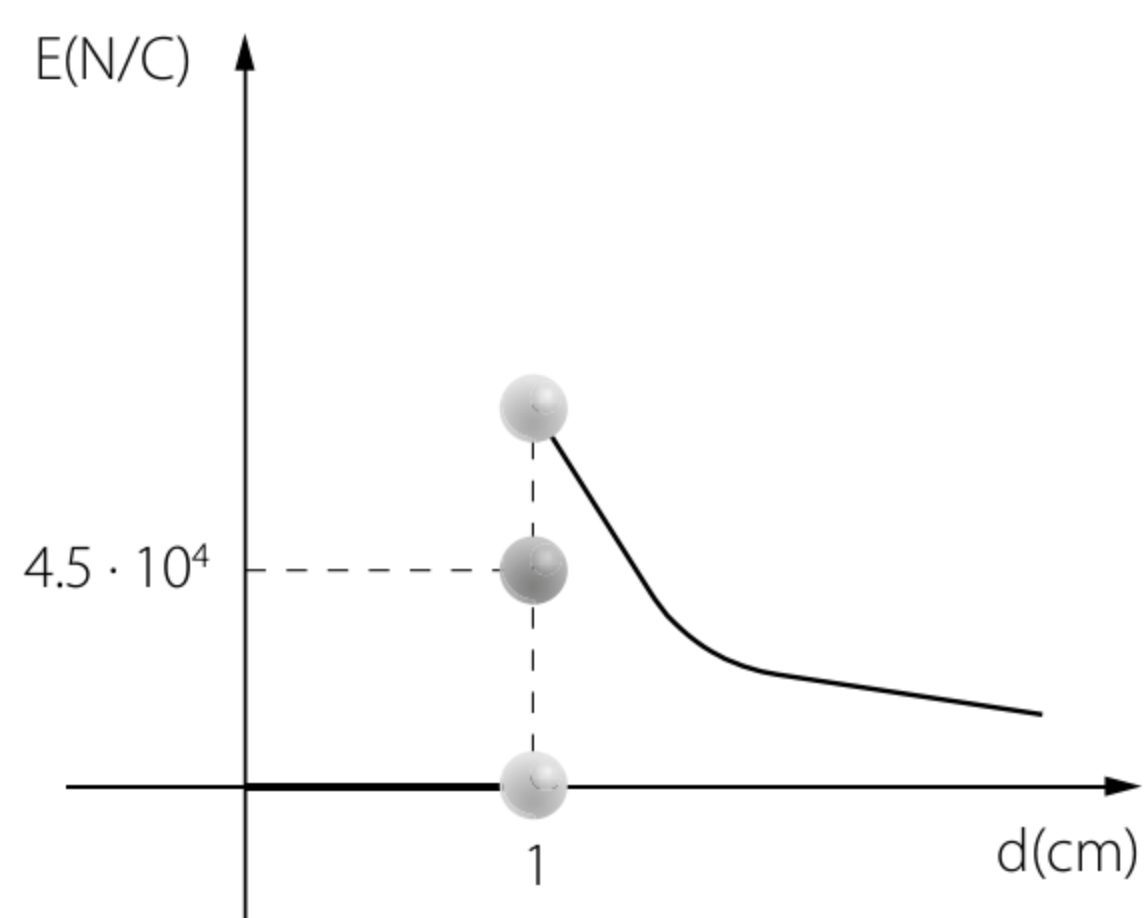
Dado $\alpha_{\text{fio}} = 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

- A** $3 \cdot 10^4$ N/C para cima. **D** $3 \cdot 10^4$ N/C para baixo.
B 10^4 N/C para cima. **E** 10^4 N/C para baixo.
C $2 \cdot 10^4$ N/C para baixo.

90 Quando uma carga de prova $q_0 = 2$ nC está na origem, sofre uma força de $9 \cdot 10^{-4}$ N, na direção dos y positivos.

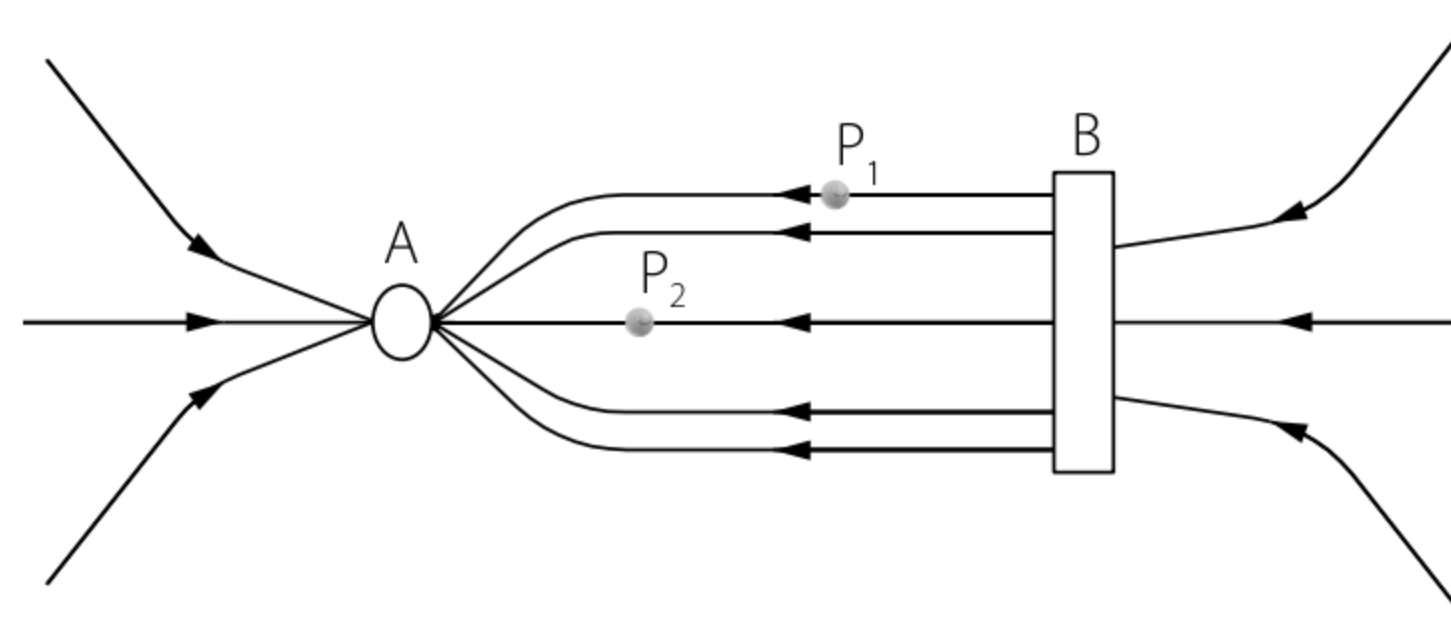
- a) Qual é o campo elétrico na origem?
b) Qual é a força exercida sobre uma carga de -4 nC colocada na origem?
c) Se esta força do item b for provocada por uma carga situada nos eixo dos y, em $y = 3$ cm, qual o valor desta carga?

91 A carga elétrica distribuída na superfície da esfera vale:



- A** $+10^{-7}$ C **D** -10^9 C
B -10^{-7} C **E** nenhuma das anteriores.
C $+10^{-9}$ C

92 Considere a configuração de linhas de força abaixo.



A respeito dessa configuração de linhas de força foram feitas as seguintes afirmações.

- I. A carga total de A é negativa.
II. O campo é mais intenso nas proximidades de B.
III. O corpo B pode estar sendo induzido.
IV. O corpo B está neutro.
V. Se $|Q_A| = 8 \text{ } \mu\text{C}$, então $|Q_B| = 2 \text{ } \mu\text{C}$.
VI. Ao se colocar uma carga positiva no ponto P_1 , ela se dirige para o corpo A seguindo uma trajetória coincidente com uma linha de força.
VII. Ao se colocar uma carga positiva no ponto P_2 ela se dirige para o corpo B em uma trajetória coincidente com a linha de força.
VIII. A indução em B é uma indução total.

Assinale a alternativa que corresponde a todas as afirmações falsas e justifique.

- A** I, III, V e VII. **D** II, IV, VI, VII e VIII.
B II, IV, VI e VIII. **E** II, IV e VIII.
C II, III, V e VIII.

93 Em uma região do espaço existe um campo elétrico $\vec{E}$ vertical descendente e um campo gravitacional $\vec{g}$ também descendente.

Perpendicularmente a esses campos, lança-se com velocidade v_0 um corpo de massa m e carga -q, que mantém um movimento retilíneo e uniforme, somente sob a ação das forças elétrica e peso.

Represente os vetores $\vec{E}$, $\vec{g}$, $\vec{P}$ (peso) $\vec{F}_E$ (força elétrica).

Se a massa m do corpo é 10 g e a sua carga $q = 10^{-6}$ C, o módulo do campo elétrico é melhor expresso pela alternativa:

- A** 10^6 N/C **C** 10^5 N/C **E** 10^4 N/C
B 10^8 N/C **D** 10^7 N/C

94 Considere duas esferas condutoras, de raio R_1 e R_2 , e eletrizadas. Interligando-as por um fio condutor ideal, elas entram em equilíbrio eletrostático. Sendo suas respectivas densidades superficiais de cargas iguais a σ_1 e σ_2 , assinale a alternativa que corresponde ao valor da razão σ_1/σ_2 após o equilíbrio.

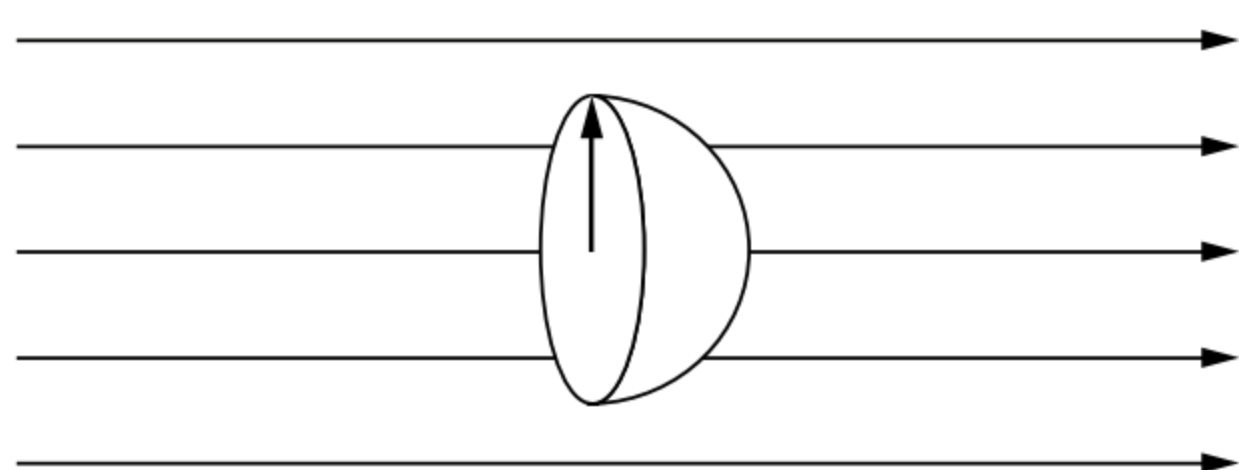
- A** $\frac{R_1}{R_2}$ **C** $\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$ **E** $\frac{R_2}{R_1}$
B $\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$ **D** $R_1 \cdot R_2$

95 Um campo elétrico uniforme age em uma região do espaço, livre de interações gravitacionais, tal que o módulo do campo elétrico é de 10^2 V/m . Uma partícula de relação carga/massa igual a 10^3 C/kg é abandonada neste campo. Decorridos 10 ms após o abandono, há uma mudança de polaridade, ou seja, o campo elétrico muda instantaneamente de sentido, porém mantendo sua direção e alterando o módulo para $2 \cdot 10^2 \text{ V/m}$. Assinale a alternativa que corresponde à distância percorrida até a parada completa da partícula.

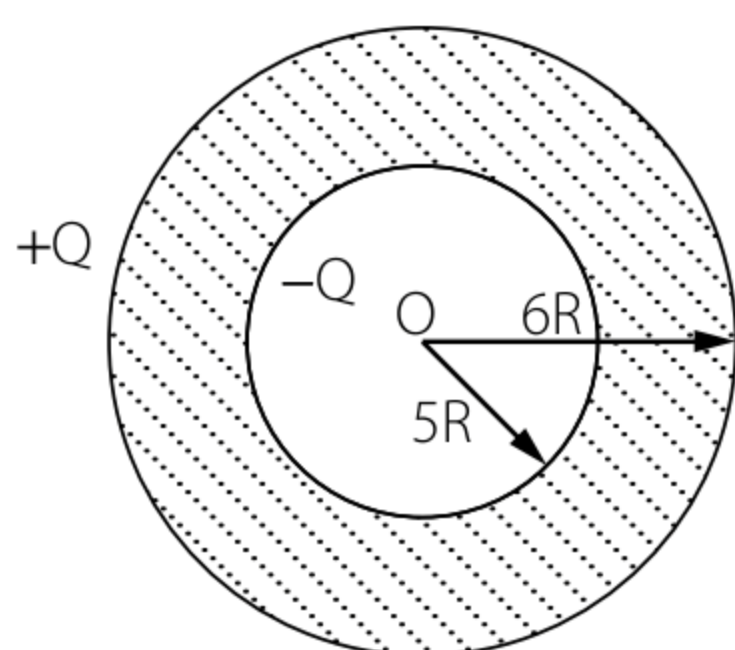
- A** 5 m
- B** 2,5 m
- C** 1,25 m
- D** 10 m
- E** 4 m

Lei de Gauss

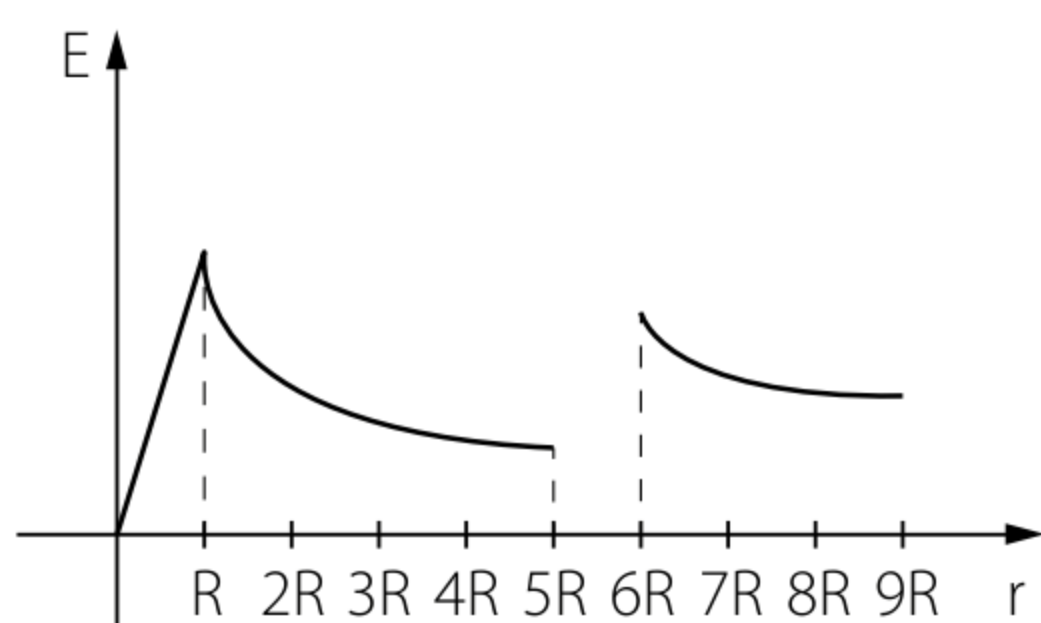
96 Determine o fluxo através da superfície hemisférica imersa num campo elétrico uniforme $\vec{E}$.



97 Use a Lei de Gauss e mostre que a variação do campo elétrico com a distância ao centro do sistema a seguir é dada pelo gráfico seguinte:

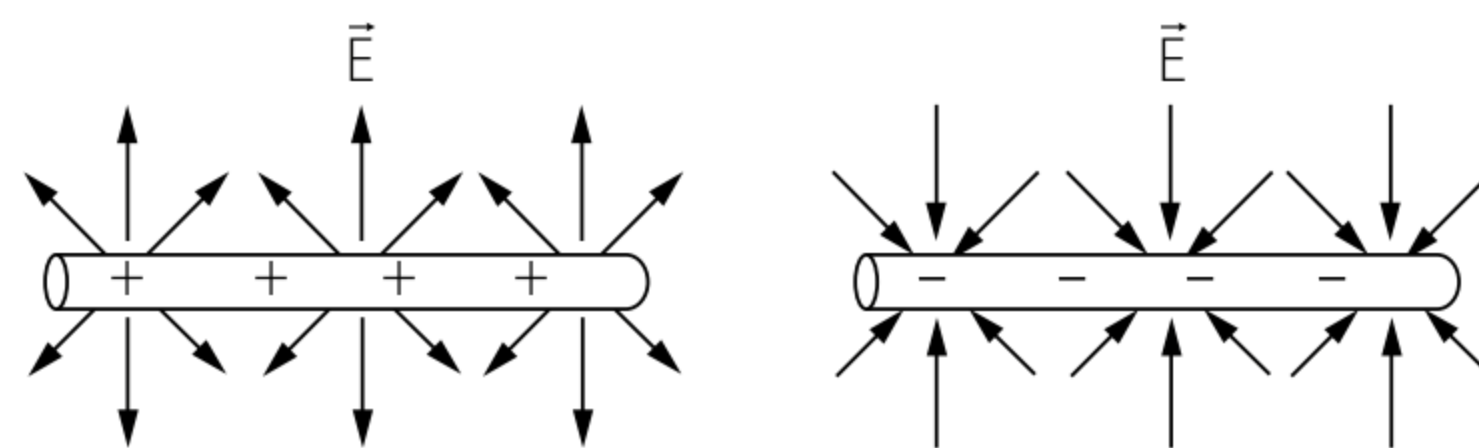


Suponha que a esfera seja metálica.



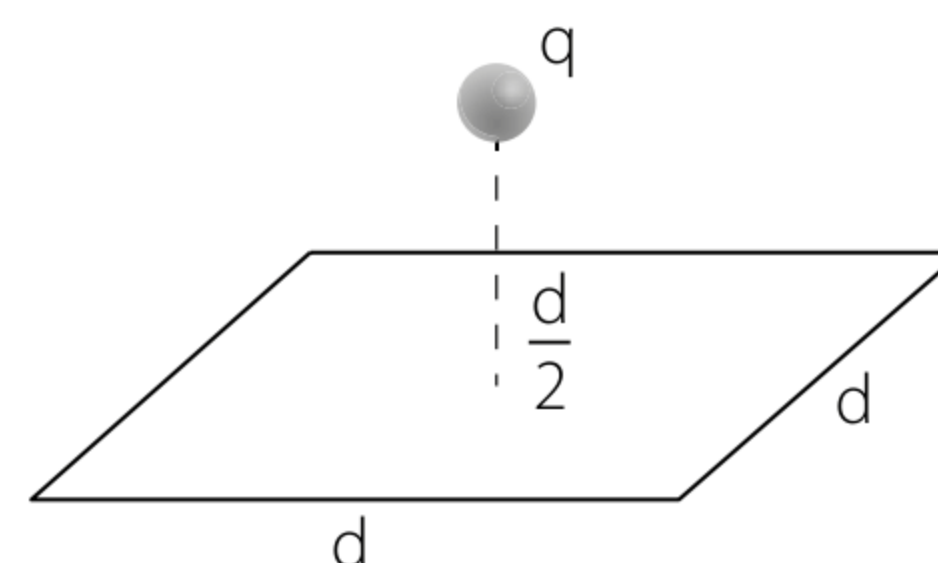
Que modificações sofreria o gráfico se a casca esférica de espessura R fosse isolante com carga uniformemente distribuída?

98 As figuras mostram uma porção de um fio infinito, carregado com uma densidade linear constante λ (ou seja, carga por unidade de comprimento). Calcule a intensidade do campo $\vec{E}$ a uma distância r do fio.



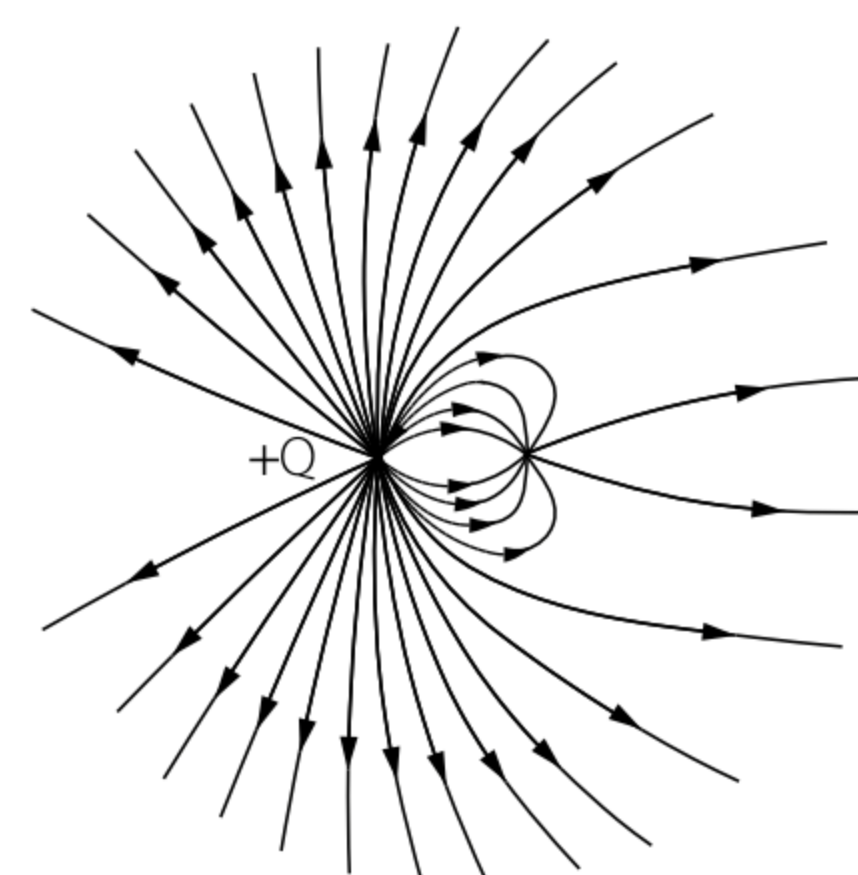
Sugestão: Por razões de simetria, é conveniente escolher como superfície gaussiana um cilindro de raio r e altura ℓ .

99 Uma carga pontual $+q$ está a uma distância $d/2$ de uma superfície quadrada de lado d e encontra-se diretamente acima do centro do quadrado, como é mostrado na figura. Determine o fluxo elétrico que passa através do quadrado.



100 Uma carga puntiforme $+Q$ está localizada no vértice de um cubo de aresta A . Determine o fluxo do campo elétrico causado por essa esfera através do cubo.

101 Uma esfera pequena (à direita) sofreu uma indução quando colocada no campo produzido por uma carga puntiforme $+Q$ (à esquerda).

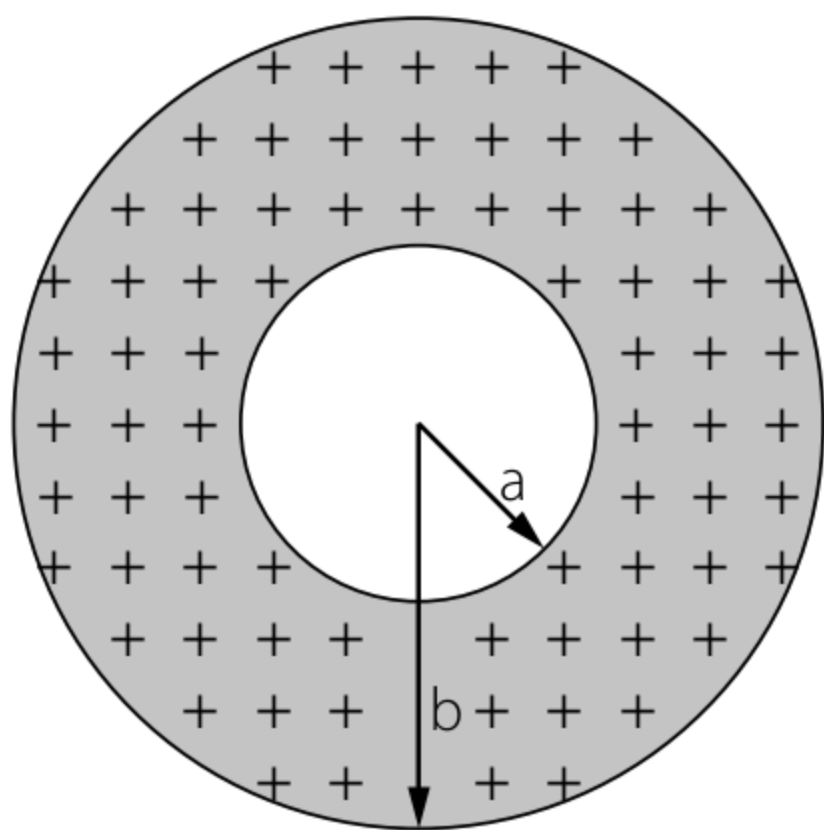


- a) Dizer se a esfera encontra-se carregada ou não, antes da indução.
- b) Em caso afirmativo, diga o sinal da eventual carga.

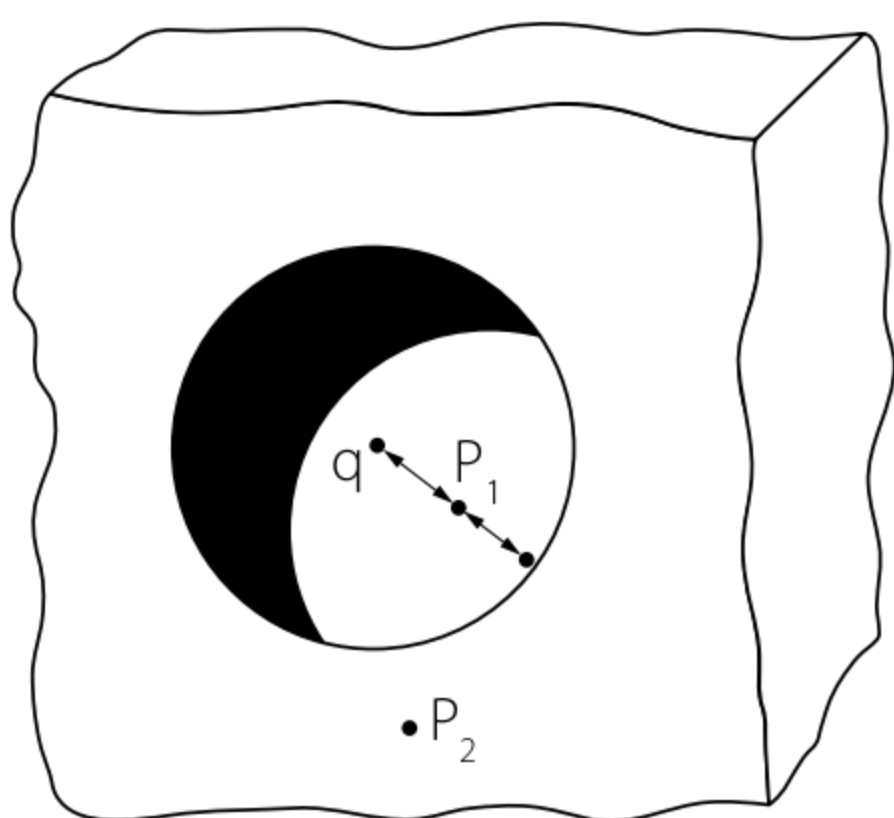
102 Uma carga puntiforme $+Q$, encontra-se a uma distância $D = \frac{A\sqrt{6}}{12}$ da superfície de um triângulo equilátero de lado A ,

diretamente acima do baricentro desse triângulo. Determine o fluxo elétrico que passa pelo triângulo.

103 A figura mostra uma casca esférica com densidade de carga ρ uniforme. Faça um gráfico da variação de E em r (distância do ponto considerado ao centro da casca no intervalo de 0 a 30 cm). Suponha que $\rho = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^3$; $a = 10 \text{ cm}$ e $b = 20 \text{ cm}$.

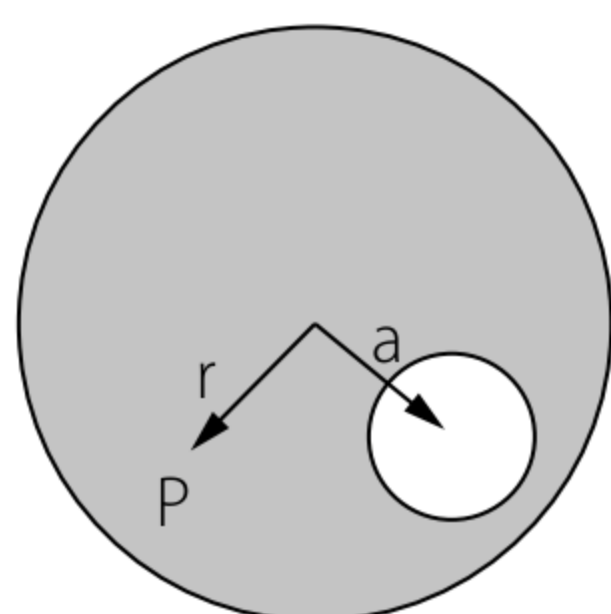


104 A figura mostra uma carga pontual de $1,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, no centro de uma cavidade esférica de raio igual a 3,0 cm existente num pedaço de metal. Use a Lei de Gauss para obter o valor do campo elétrico: (a) no ponto P_1 , no meio da distância que vai do centro da cavidade à sua superfície e (b) no ponto P_2 .



105 Desafio Uma região esférica está uniformemente carregada com uma densidade volumétrica de carga ρ . Seja $\vec{r}$ o vetor que vai do centro da esfera até um ponto genérico P no interior da esfera.

- Mostre que o campo elétrico no ponto P é dado por $\vec{E} = \rho \vec{r} / 3\epsilon_0$.
- Uma cavidade esférica é aberta na esfera, como nos mostra a figura. Usando conceitos de superposição, mostre que o campo elétrico, em todos os pontos no interior da cavidade, é $\vec{E} = \rho \vec{a} / 3\epsilon_0$ (campo uniforme), onde $\vec{a}$ é o vetor que vai do centro da esfera ao centro da cavidade. Note que ambos os resultados são independentes dos raios da esfera e da cavidade.



Note que o campo será uniforme apenas na cavidade. Nos demais pontos P internos, o campo elétrico será radial e com o módulo aumentando proporcionalmente com a distância ao centro.

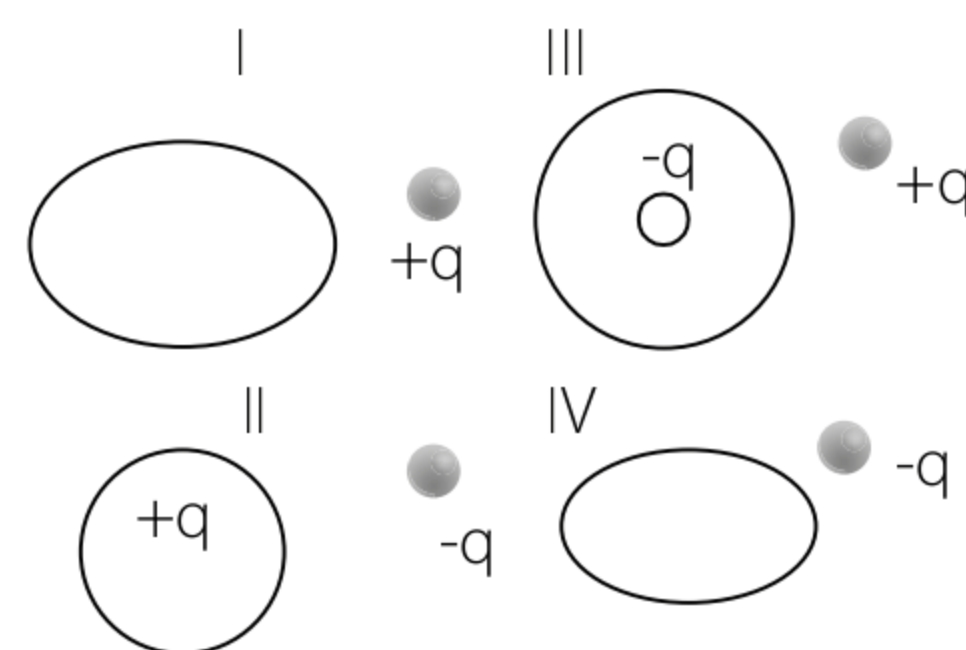
106 No capítulo 2, foi dito que o campo elétrico exatamente exterior à superfície de uma esfera condutora era o dobro do campo na superfície da mesma. Por quê?

Sugestão: Pense no campo de um plano de cargas e use simetria.

107 Justifique por que o excesso de cargas em um condutor em equilíbrio eletrostático permanece na superfície externa do mesmo.

Sugestão: Use a Lei de Gauss aliada ao conceito de equilíbrio eletrostático.

108 Cescea-SP As figuras a seguir esquematizam cargas elétricas e diferentes superfícies de Gauss fechadas. Em quais das situações enumeradas de I a IV, o fluxo do campo elétrico, através de S , é igual a zero?



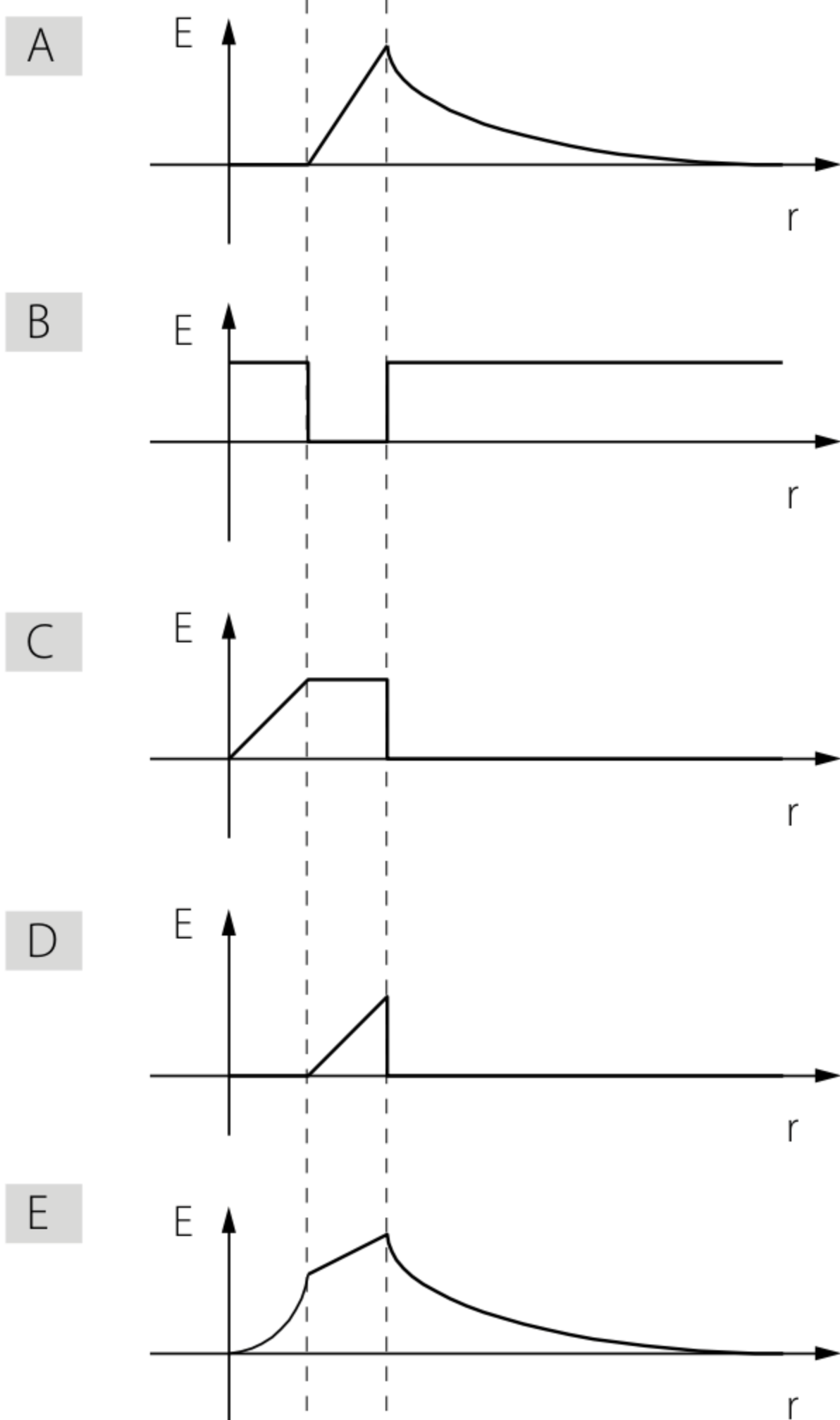
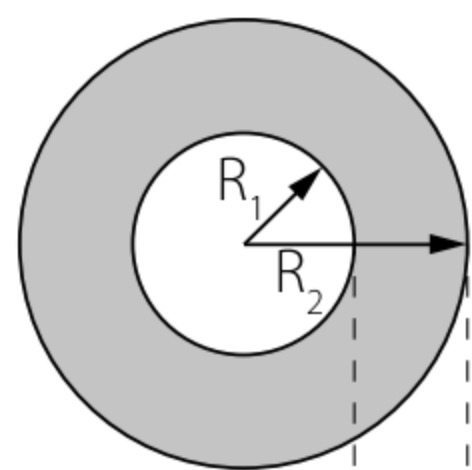
- Em I e II.
- Em I e III.
- Em I e IV.
- Em II e III.
- Não sei.

109 No interior de uma esfera metálica oca, isolada, de raio interno de 60 cm e externo de 80 cm e eletrizada com carga $Q = +8,0 \mu\text{C}$, é colocada, concêntrica com ela, outra esfera condutora, de 20 cm de raio, eletrizada com carga $q = -4,0 \mu\text{C}$. Determine o módulo do campo elétrico:

- num ponto A distante 40 cm do centro das esferas.
- num ponto B distante 70 cm do centro das esferas.
- num ponto C, externo à esfera maior, distante 100 cm do centro das esferas.
- no ponto C do item anterior, após ligar-se a esfera maior à Terra.

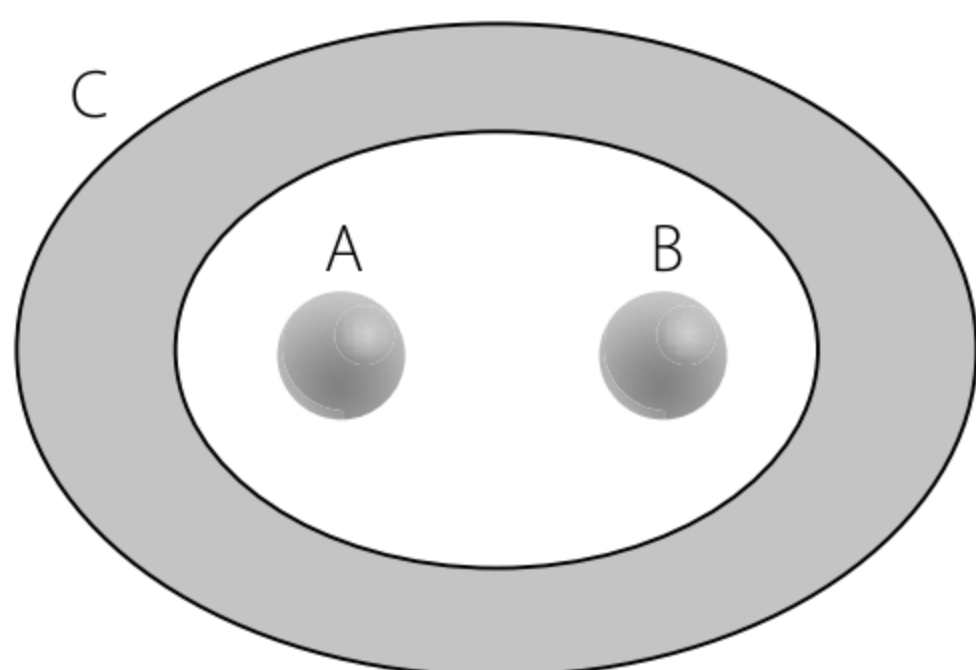
Dado: constante eletrostática do meio: $K = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

110 Uma camada esférica isolante de raio interno R_1 e raio externo R_2 , conforme mostra a figura, é eletrizada uniformemente. O gráfico que melhor representa a variação do campo elétrico $|\vec{E}|$, ao longo de uma direção radial, é:



111 Suponha que a carga líquida numa superfície gaussiana seja nula. Podemos concluir da Lei de Gauss que $\vec{E}$ é igual a zero em todos os pontos sobre a superfície? É verdadeira a recíproca, ou seja, se o campo elétrico $\vec{E}$ em todos os pontos sobre a superfície for nulo, a Lei de Gauss requer que a carga líquida dentro da superfície seja nula?

112



Sejam 2 esferas, A e B, colocadas dentro de uma casca esférica C, todas metálicas, em equilíbrio eletrostático. Sabe-se que as esferas têm cargas elétricas $+2q$, $+3q$ e $+4q$, respectivamente. Pede-se:

- a carga total na superfície interna de C.
- a carga total na superfície externa de C.
- comente sobre a distribuição das cargas nas superfícies.

113 Esboce o gráfico do módulo do campo gravitacional terrestre em função da distância ao centro da Terra. Sugestão: Faça uma analogia entre carga elétrica e massa.

114 Uma esfera isolante carregada uniformemente produz campos elétricos de mesma intensidade em pontos distantes 8 m e 27 m do centro da esfera. Determine o raio e a carga da esfera, sendo os campos elétricos de intensidade 100 N/C. Dados $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

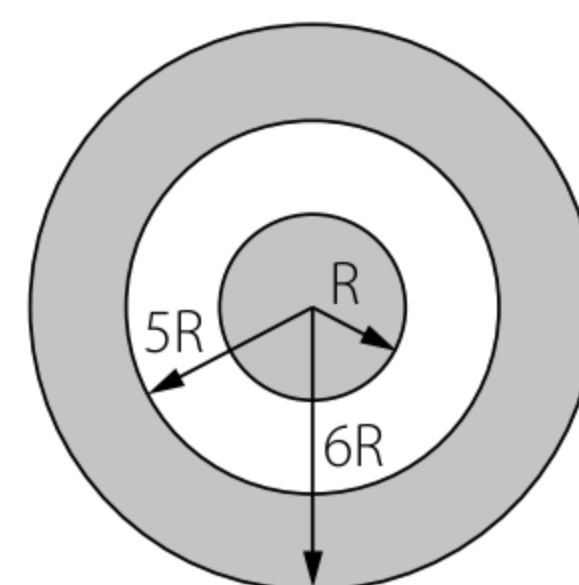
115 Seja um cilindro infinitamente longo de raio R carregado com uma densidade volumétrica de carga ρ .

- Determine a(s) expressão(ões) para o campo elétrico $\vec{E}$ gerado dentro e fora do cilindro.
- Esboce o gráfico do módulo do campo $\vec{E}$ elétrico em função da distância ao centro do cilindro.

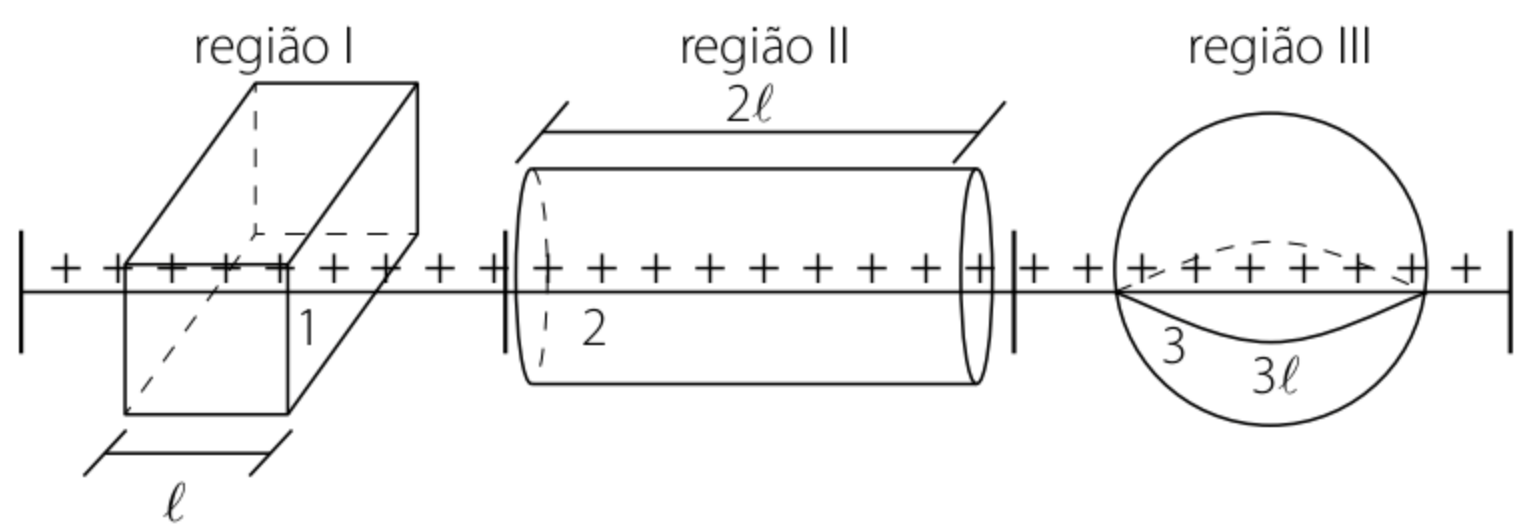
Se o raio $R = 20 \text{ cm}$ e a densidade volumétrica de carga $\rho = 8,85 \mu\text{C}/\text{m}^3$, assinale a alternativa que corresponde ao módulo do campo elétrico na superfície do cilindro.

- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| A 10^5 V/m | C $5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ | E $5 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ |
| B $2 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ | D 10^6 V/m | |

116 Use a Lei de Gauss e esboce o gráfico da variação do campo elétrico com a distância ao centro do sistema abaixo. A esfera interna é isolante com distribuição volumétrica uniforme e carga $+Q$ e a esfera externa é metálica e neutra.



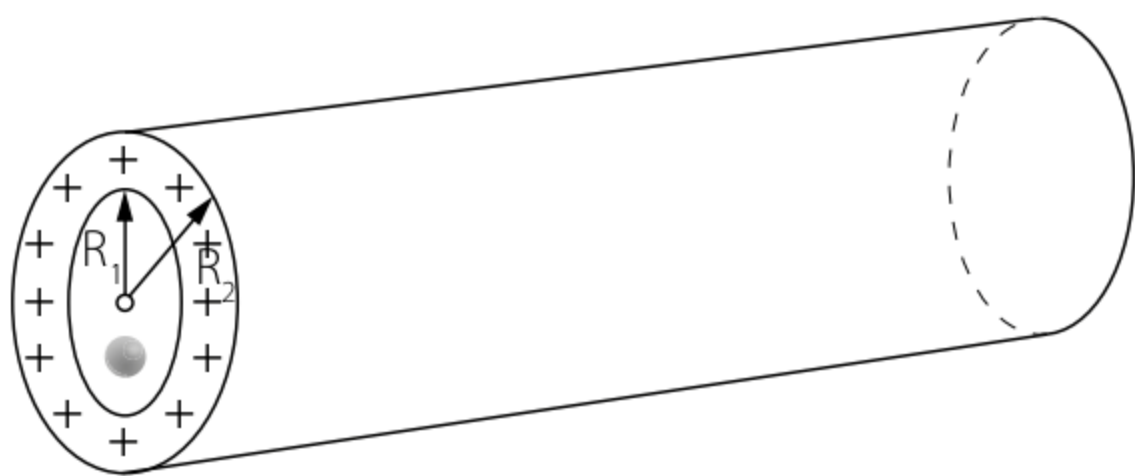
117 Suponha um fio carregado positivamente de forma diferente em três regiões I, II e III. As densidades lineares de carga nestas três regiões são λ_1 , λ_2 , λ_3 tal que $\lambda_1 = 2\lambda_2$ e $\lambda_1 = 3\lambda_3$. Envolve-se a região I com um cubo de aresta ℓ , a região II é envolvida por um cilindro de altura 2ℓ e a região III por uma esfera de diâmetro 3ℓ , conforme se vê na figura.



Assinale a alternativa que relaciona os fluxos do campo elétrico através do cubo (Φ_{cubo}), do cilindro (Φ_{cilindro}) e da esfera (Φ_{esfera}).

- A $\Phi_{\text{esfera}} = \Phi_{\text{cubo}} = \Phi_{\text{cilindro}} \neq 0$
- B $\Phi_{\text{esfera}} = \Phi_{\text{cilindro}} / 2 = \Phi_{\text{cubo}} / 3$
- C $\Phi_{\text{esfera}} = 2\Phi_{\text{cilindro}} = 3\Phi_{\text{cubo}}$
- D $\Phi_{\text{cubo}} = 2\Phi_{\text{cilindro}} = 3\Phi_{\text{esfera}}$
- E $\Phi_{\text{cubo}} = \Phi_{\text{cilindro}} = \Phi_{\text{esfera}} = 0$

118 Considere uma casca cilíndrica infinita, isolante e carregada com uma densidade volumétrica de carga $+\rho$, conforme mostra a figura, no vácuo.

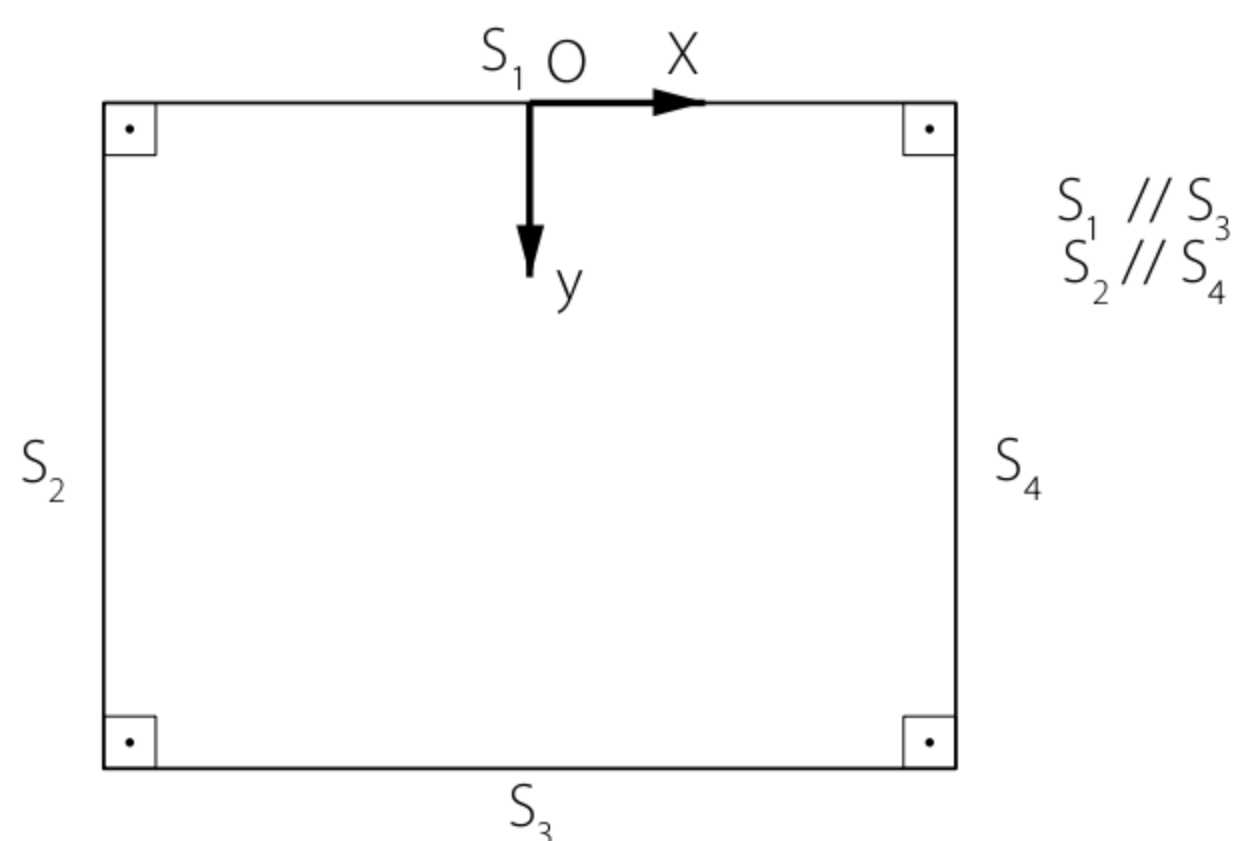


Esboce o gráfico do campo elétrico em função da distância ao centro do cilindro, indicando, em função de ρ , ϵ_0 , R_1 e R_2 , os valores dos campos nas superfícies interna e externa da casca cilíndrica.

Se $\rho = 1,77 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^3$, $R_1 = 1 \text{ m}$ e $R_2 = 2 \text{ m}$, assinale a alternativa correspondente ao vetor campo elétrico em um ponto P distante 3 m do centro da casca cilíndrica.

- A 10^5 N/C radial para dentro da casca cilíndrica.
- B 10^6 N/C radial para dentro da casca cilíndrica.
- C 10^5 N/C radial para fora da casca cilíndrica.
- D 10^7 N/C radial para fora da casca cilíndrica.
- E 10^6 N/C radial para fora da casca cilíndrica.

119 Considere 4 superfícies infinitas dispostas como na figura, no vácuo.



As superfícies S_1 e S_3 estão carregadas com densidades superficiais de carga $+\sigma_1$ e $-\sigma_1$, respectivamente, e as superfícies S_2 e S_4 estão carregadas com densidades superficiais de cargas $+\sigma_2$ e $-\sigma_2$, respectivamente. No ponto O, abandona-se do repouso

uma carga $+q$ de massa m . (Considere as interações gravitacionais desprezíveis).

Escreva em função de σ_1 e σ_2 a equação do movimento de y em função de x .

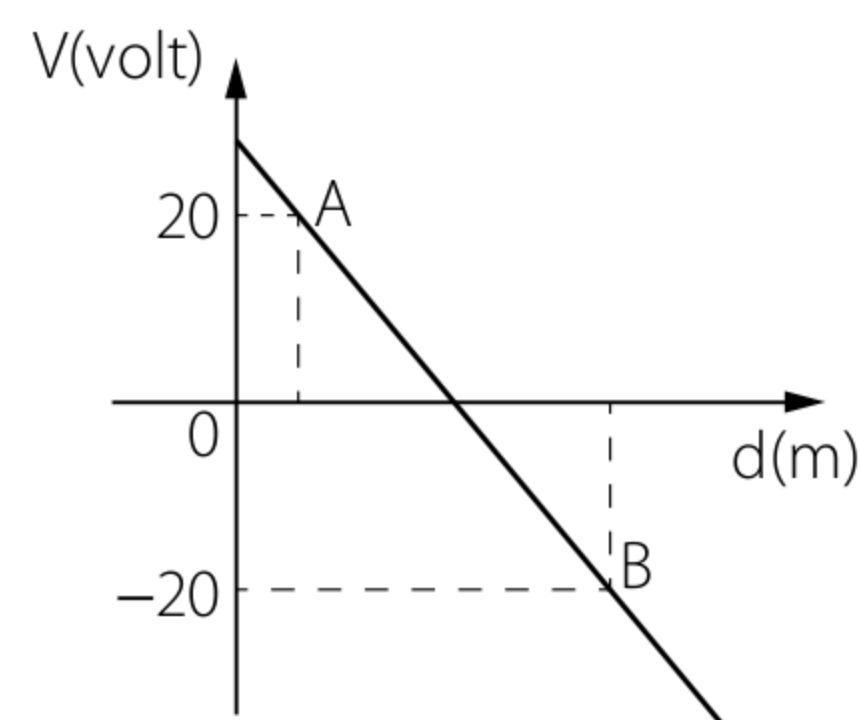
Se $\sigma_1 = 17,7 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$, $\sigma_2 = 8,85 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$, $q = 10^{-6} \text{ C}$ e $m = 10^{-6} \text{ kg}$, assinale a alternativa que corresponde à posição da carga após 1 ms, na forma $(x; y)$.

- A $(0,5; 1) \text{ m}$
- B $(1; 0,5) \text{ m}$
- C $(1; 1) \text{ m}$
- D $(0,5; 0,5) \text{ m}$
- E $(-0,5; -1) \text{ m}$

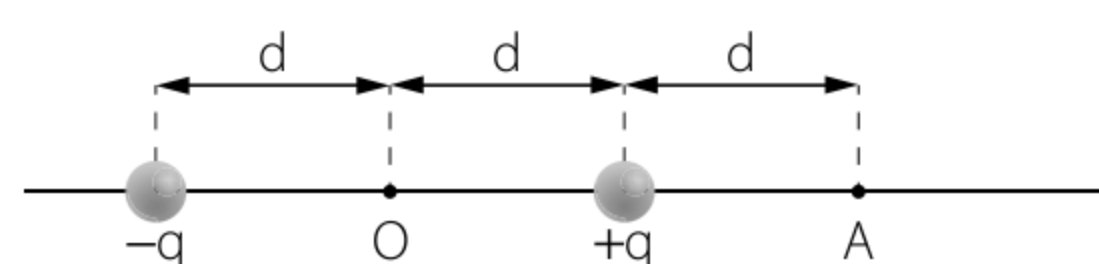
Potencial elétrico

120 Qual o trabalho realizado pela força elétrica que atua numa partícula eletrizada com carga de $+3,0 \mu\text{C}$, quando esta se desloca 5,0 m ao longo de uma equipotencial de 100 V?

121 Mackenzie O gráfico a seguir mostra a variação do potencial elétrico do campo existente entre duas placas planas, condutoras, paralelas e muito grandes, com potenciais elétricos diferentes em função da distância entre elas. Sendo $E = 10 \text{ V/m}$ a intensidade do campo elétrico uniforme entre essas placas, qual a distância entre os pontos A e B, referidos no gráfico e situados sobre uma mesma linha de campo?



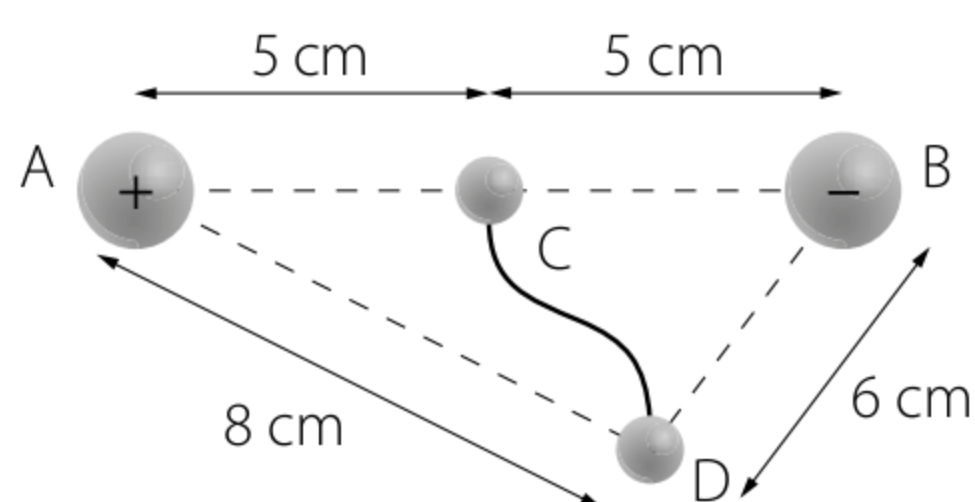
122 Fuvest São dadas duas cargas elétricas pontuais, $+q$ e $-q$, de mesmo módulo, situadas como mostra a figura. Sabe-se que o potencial no ponto A vale 5 V, considerando-se nulo o potencial no infinito.



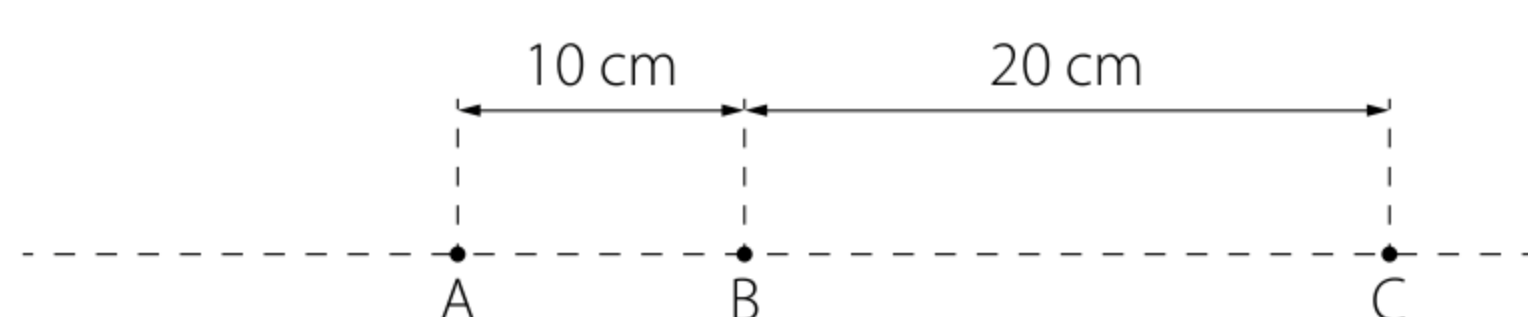
Determine o trabalho realizado pela força do campo quando se desloca uma carga pontual positiva de 1 nC (10^{-9} coulomb):

- a) do infinito até o ponto A.
- b) do ponto A até o ponto O.

123 UEPG Duas partículas, localizadas nos pontos A e B, no vácuo, estão separadas pela distância de 10 cm, conforme a figura. No ponto A está a carga de 40 nC e no ponto B a carga de -30 nC. Qual o trabalho realizado pelas forças elétricas para levar uma terceira carga de 25 nC do ponto C para o ponto D? Dado: $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.



124 Mackenzie A figura abaixo mostra três pontos alinhados.

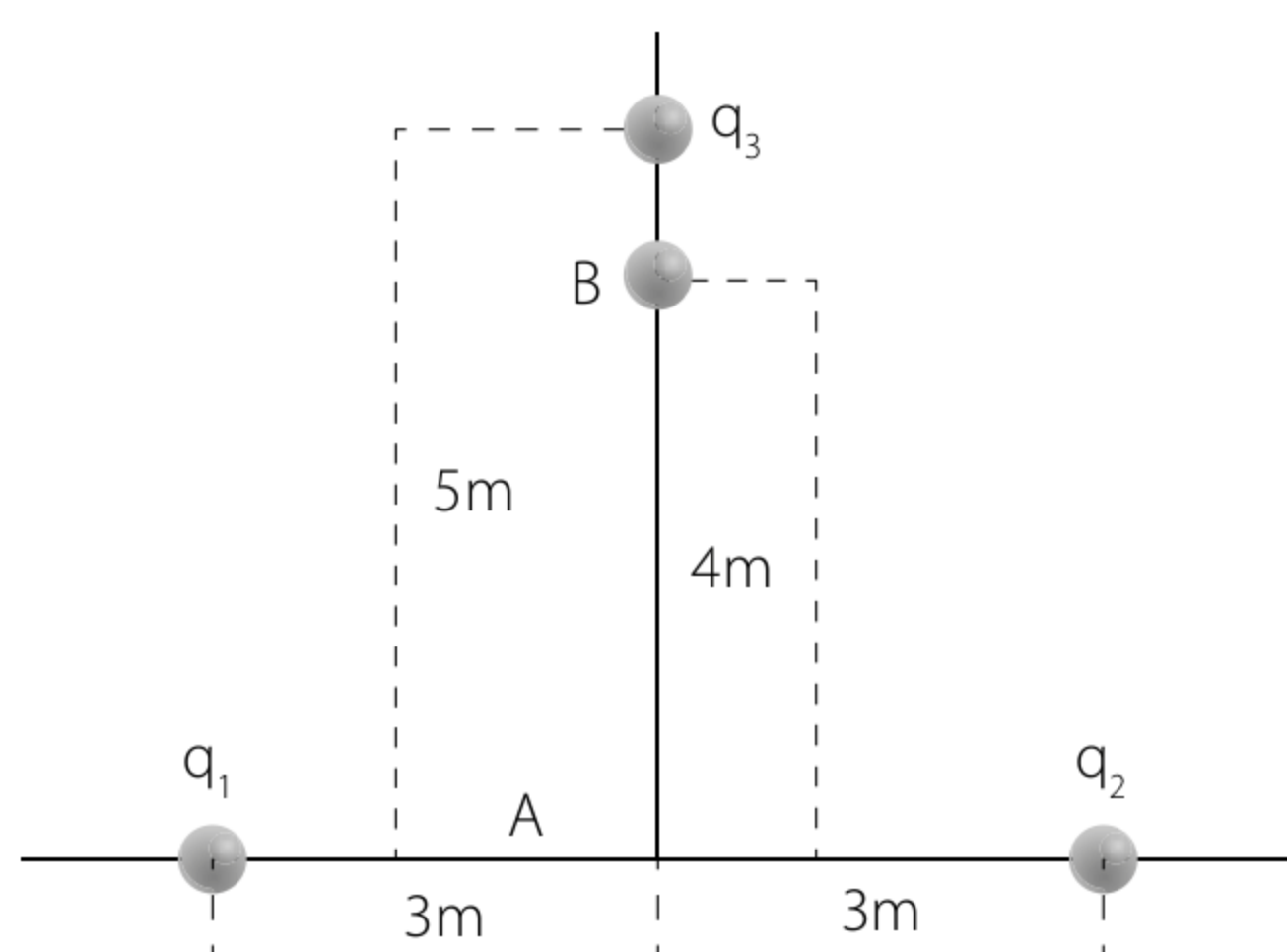


Despreze as ações gravitacionais.

Adote $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

Em A foi fixada uma carga puntiforme $Q = 4 \mu\text{C}$ e em B foi abandonada uma carga $q = 1 \mu\text{C}$, que se desloca espontaneamente. Qual a energia cinética de q ao passar por C?

125 UFPA Na figura abaixo, $q_1 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, $q_2 = 10 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ e $q_3 = -20 \cdot 10^{-7} \text{ C}$. Considerando-se o sistema no vácuo, qual o trabalho realizado pela força elétrica que desloca uma carga $q = 10^{-2} \text{ C}$ desde o ponto A até B?



126 PUC Duas pequenas esferas isoladas, A e B, encontram-se no vácuo à distância de 1,0 m uma da outra e estão carregadas com cargas respectivamente iguais a $3,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ e $4,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$. Qual o trabalho que deve ser realizado contra as forças elétricas repulsivas para reduzir a 0,80 m a distância entre as esferas?

Dado: $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

127 Um próton vindo do infinito com velocidade inicial de $1,6 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ dirige-se perpendicularmente sobre um núcleo de ouro. O núcleo do átomo de ouro contém 79 prótons. Supondo que seja válida a Lei de Coulomb, calcule a distância mínima de aproximação entre um próton e o núcleo de ouro. Admita que o núcleo de ouro esteja em repouso. Considere o caso não relativístico.

Dados: Massa do próton $\approx 2 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; carga do próton $= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;

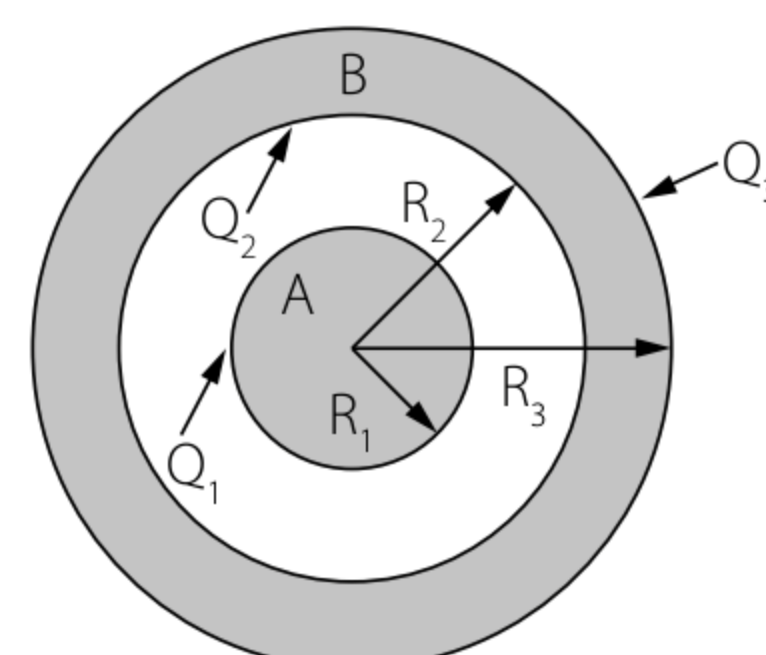
$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

128 Mackenzie Uma partícula de massa igual a 2 cg e carga de $+1 \mu\text{C}$ é lançada com velocidade de 300 m/s em direção a uma carga fixa de $+3 \mu\text{C}$. O lançamento é feito no vácuo de um ponto bastante afastado da carga fixa. Desprezando ações gravitacionais, qual a mínima distância entre as cargas?

Dado: $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

129 FEI Duas esferas condutoras concêntricas A e B possuem raios $R_1 = 10 \text{ cm}$, $R_2 = 20 \text{ cm}$ e $R_3 = 25 \text{ cm}$ e estão eletrizadas de forma que a diferença de potencial entre elas é $V_A - V_B = 9 \text{ kV}$ e a carga total da esfera B é de $0,3 \mu\text{C}$. Determine as cargas Q_1 , Q_2 e Q_3 existentes nas superfícies dessas esferas.

Dado: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.



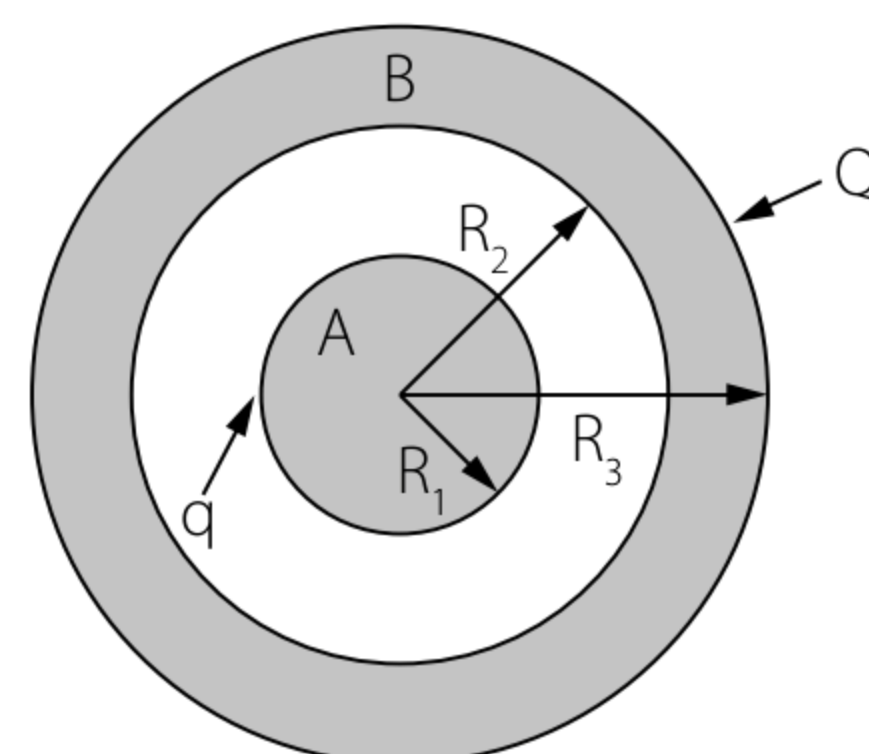
130 Na figura, há dois condutores esféricos A e B concêntricos, são dados:

$R_1 = 30 \text{ cm}$; $R_2 = 60 \text{ cm}$; $R_3 = 90 \text{ cm}$;

carga elétrica da esfera maciça: $q = -1,0 \mu\text{C}$;

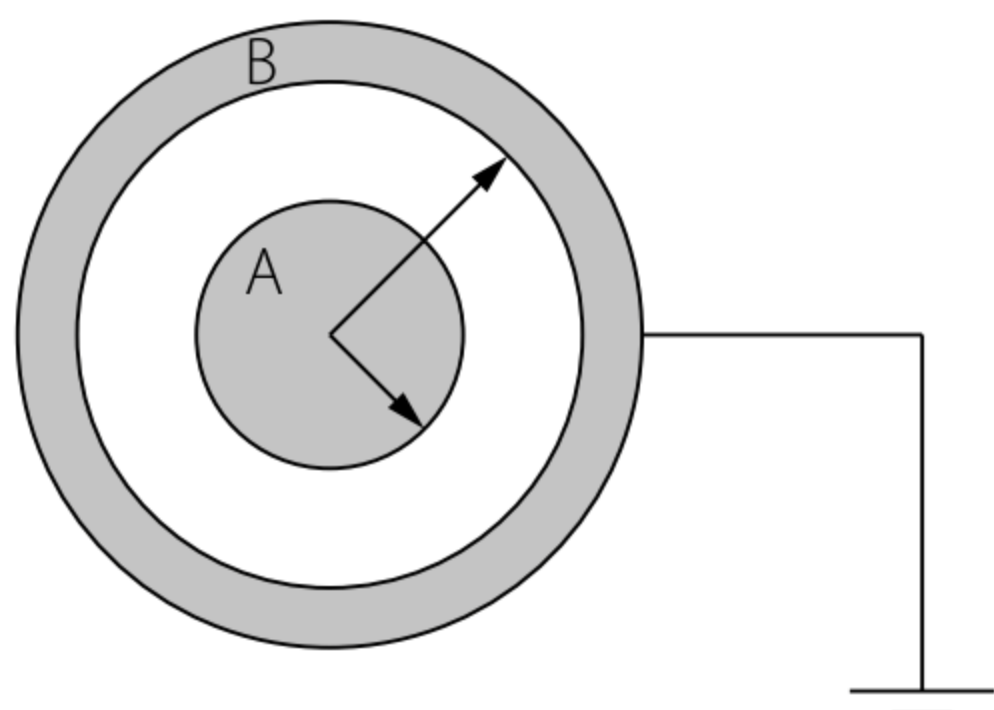
carga elétrica da esfera oca: $Q = +10 \mu\text{C}$;

$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.



Esboce o gráfico do potencial em função da distância ao centro das esferas.

131 Na figura, há dois condutores esféricos, sendo um maciço A, de 30 cm de raio, e outro oco B, de raio interno igual a 80 cm e externo igual a 100 cm. O condutor A está eletrizado com carga igual a $+4,0 \mu\text{C}$, enquanto B está ligado à Terra.

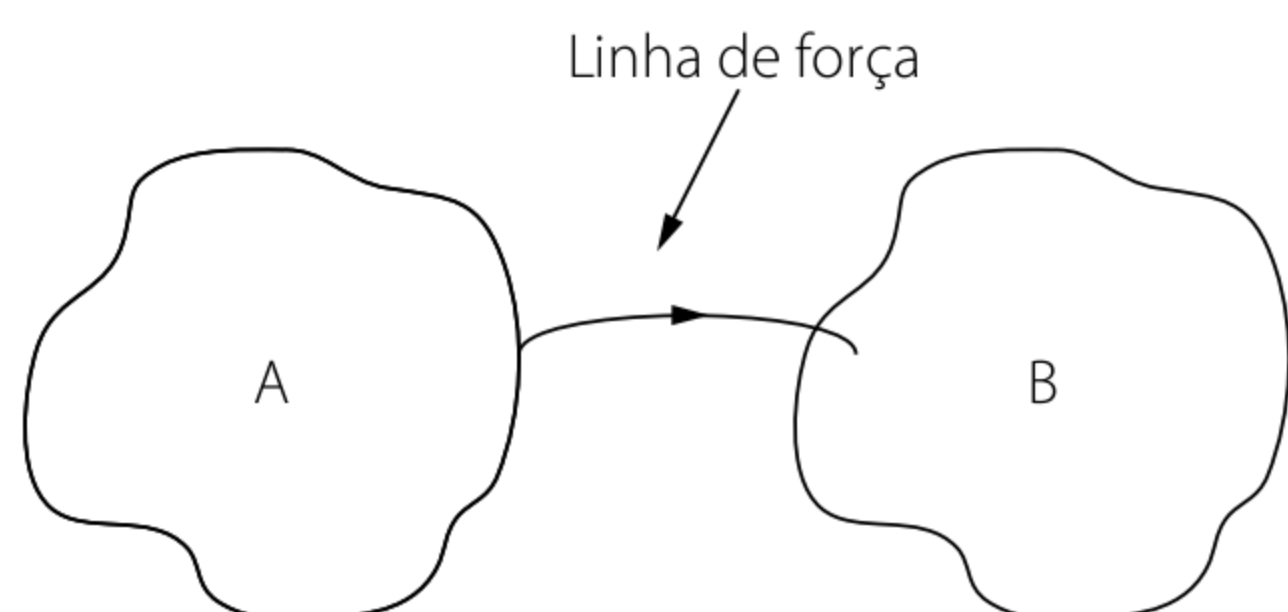


Determine:

- o potencial na esfera A.
- o potencial na esfera B.
- o potencial num ponto P, a 50 cm do centro das esferas.
- o esboço do gráfico do potencial, em função da distância do centro das esferas.

Dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

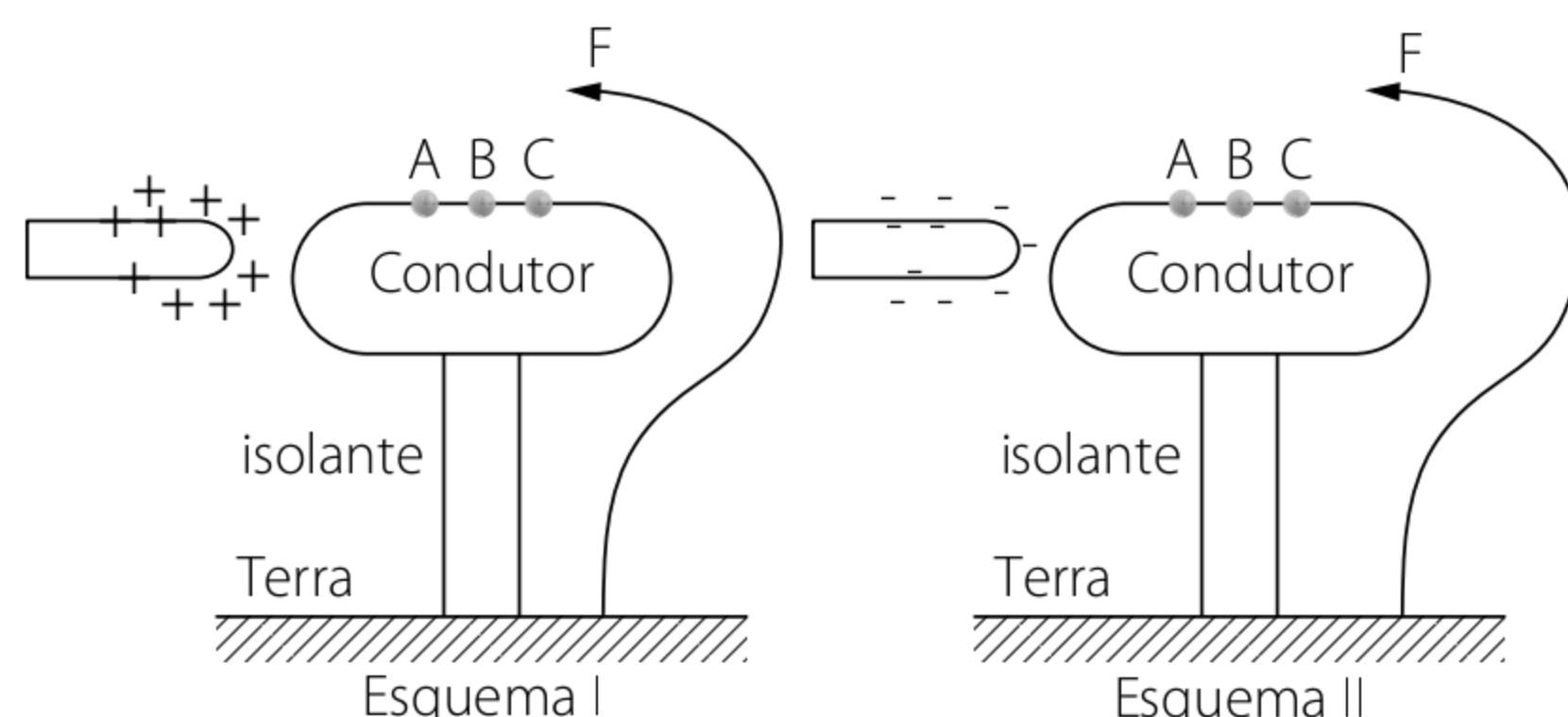
132 Considere dois condutores metálicos, A e B, em equilíbrio eletrostático e próximos um do outro. Representamos na figura uma linha de força do campo elétrico estabelecido entre eles:



Assinale a opção correta.

- Cada um dos condutores, necessariamente, tem carga elétrica total diferente de zero.
- O condutor A, necessariamente, tem carga total positiva.
- Os condutores A e B podem ter potenciais elétricos iguais.
- O potencial elétrico de A é maior que o de B.
- Podem existir linhas de força do campo elétrico no interior do condutor A.

133 ITA 1988 Deseja-se carregar negativamente um condutor metálico pelo processo de indução eletrostática. Nos esquemas I e II, o condutor foi fixado na haste isolante. F é um fio condutor que nos permite fazer o contato com a Terra nos pontos A, B e C do condutor.



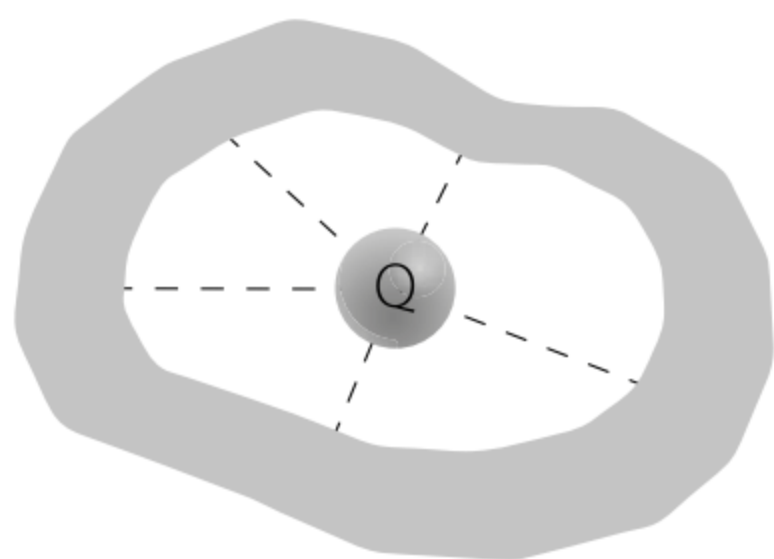
Devemos utilizar:

- o esquema I e ligar necessariamente F com C, pois as cargas positivas aí induzidas atrairão elétrons da Terra, ao passo que, se ligarmos em A, os elétrons aí induzidos, pela repulsão eletrostática, irão impedir a passagem de elétrons para a região C.
- o esquema II e ligar necessariamente F em A, pois as cargas positivas aí induzidas atrairão elétrons da Terra, enquanto, se ligarmos em C, os elétrons aí induzidos, pela repulsão eletrostática, irão impedir a passagem de elétrons para a região A.
- qualquer dos esquemas I ou II, desde que liguemos F respectivamente em C e em A.
- o esquema I, onde a ligação de F com o condutor poderá ser efetuada em qualquer ponto do condutor, pois os elétrons fluirão da Terra ao condutor, até que ele atinja o potencial da Terra.
- o esquema II, onde a ligação de F com o condutor poderá ser efetuada em qualquer ponto do condutor, pois os elétrons fluirão da Terra ao condutor, até que ele atinja o potencial da Terra.

134 ITA 1988 Um fio condutor homogêneo de 25 cm de comprimento foi conectado entre os terminais de uma bateria de 6 V. A 5 cm do polo positivo, faz-se uma marca P sobre esse fio, e a 15 cm, uma outra marca Q. Então, a intensidade E do campo elétrico dentro desse fio e a diferença de potencial $\Delta U = V_Q - V_P$ existente entre os pontos P e Q dentro do fio serão dados por:

	E (V/m)	ΔU (V)
A	6,0	0,6
B	2,4	2,4
C	24	2,4
D	6,0	6,0
E	24	6,0

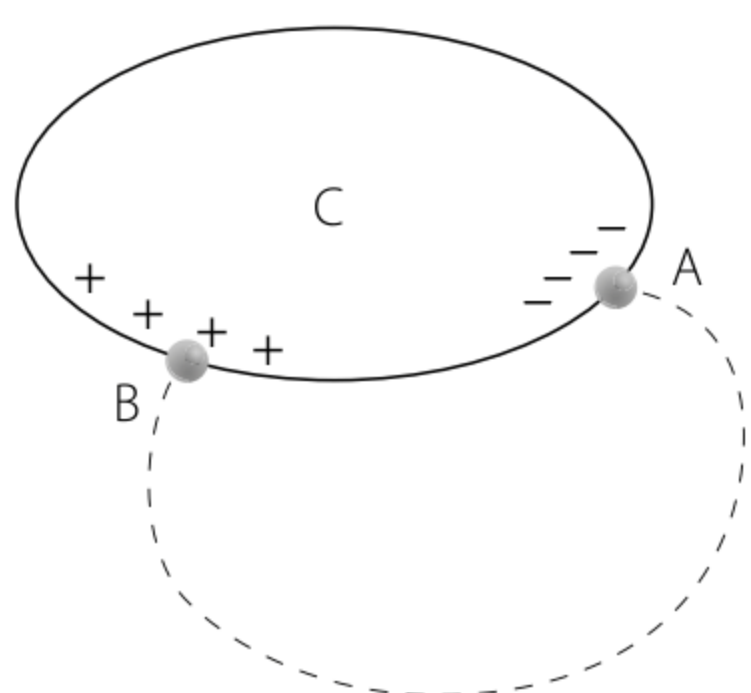
135 ITA 1987 A figura representa um condutor oco e um outro condutor de forma esférica dentro da cavidade do primeiro, ambos em equilíbrio eletrostático. Sabe-se que o condutor interno tem carga total $+Q$.



Podemos afirmar que:

- A** não há campo elétrico dentro da cavidade.
- B** as linhas de força dentro da cavidade são retas radiais em relação à esfera, como na figura.
- C** a carga na superfície interna do condutor oco é $-Q$ e as linhas de força são perpendiculares a essa superfície.
- D** a carga na superfície interna do condutor oco é $-Q$ e as linhas de força tangenciam essa superfície.
- E** não haverá diferença de potencial entre os dois condutores se a carga do condutor oco também for igual a Q .

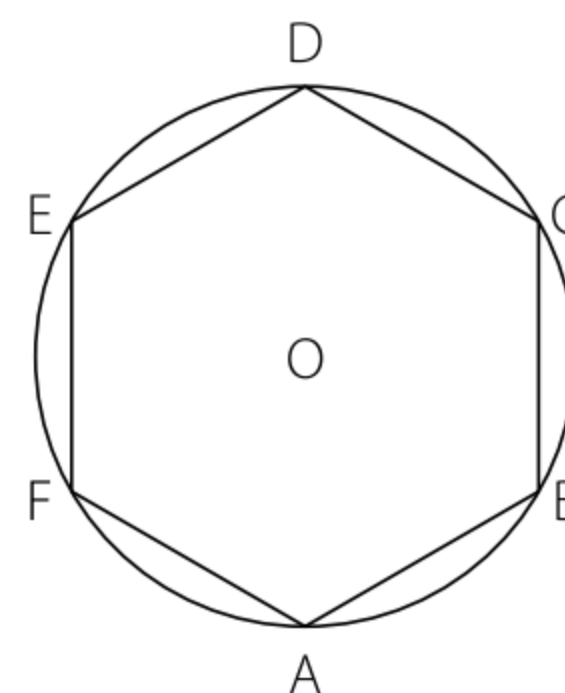
136 ITA 1988 Na figura, C é um condutor em equilíbrio eletrostático, que se encontra próximo de outros objetos eletricamente carregados. Considere a curva tracejada L , que une os pontos A e B da superfície do condutor.



Pode-se afirmar que:

- A** a curva L não pode representar uma linha de força do campo elétrico.
- B** a curva L pode representar uma linha de força, sendo que o ponto B está a um potencial mais baixo que o ponto A .
- C** a curva L pode representar uma linha de força, sendo que o ponto B está a um potencial mais alto que o ponto A .
- D** a curva L pode representar uma linha de força desde que L seja ortogonal à superfície do condutor nos pontos A e B .
- E** a curva L pode representar uma linha de força desde que a carga total do condutor seja nula.

137 7 cargas positivas Q encontram-se no infinito. As cargas têm módulo $Q = 40 \mu\text{C}$ e o hexágono abaixo tem lado 12 cm .

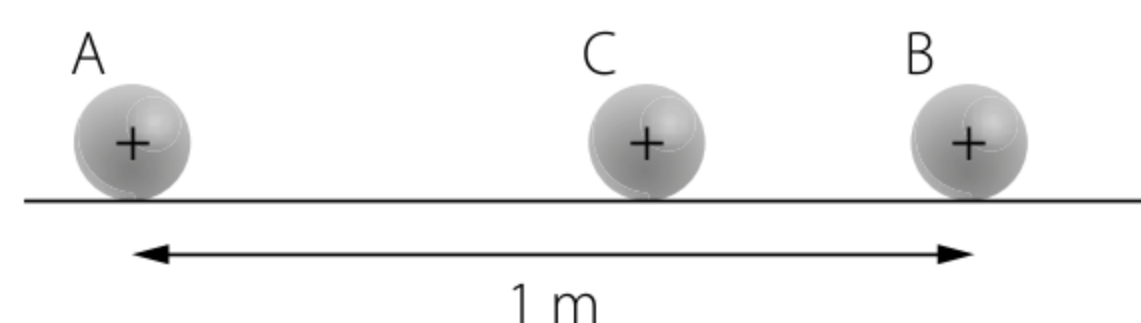


Pede-se:

- a) a energia gasta para trazer 6 dessas cargas do infinito e dispor-las nos vértices do hexágono.
- b) a energia gasta para, em seguida, trazer a sétima carga do infinito e colocá-la no centro O do hexágono.
- c) a energia liberada se essa "molécula" for totalmente destruída e as cargas voltarem para o infinito.

Considere: $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ e $\sqrt{3} \approx 1,5$.

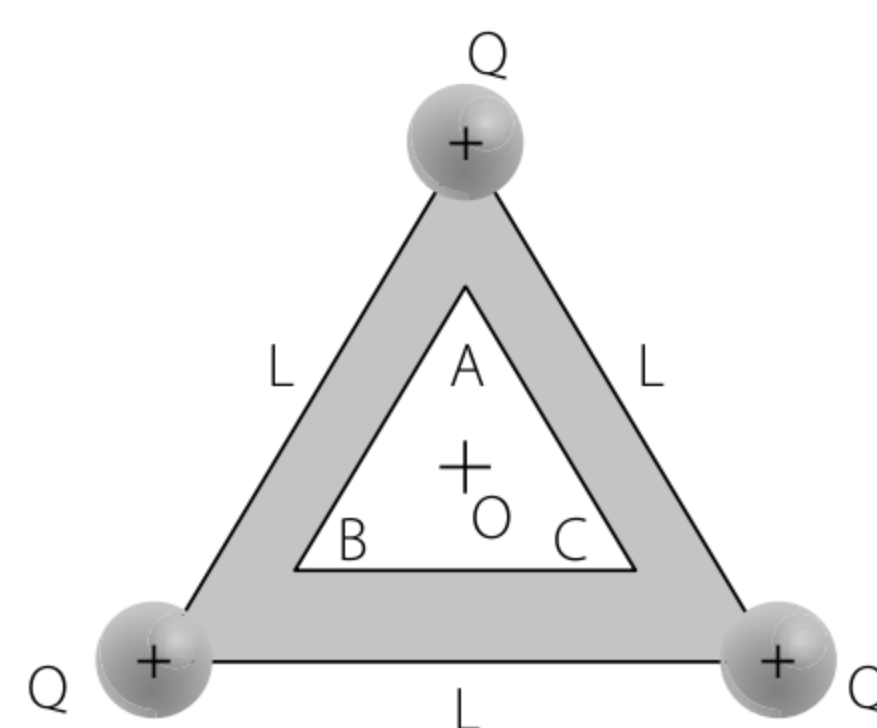
138 Duas cargas, $Q_A = 5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ e $Q_B = 45 \cdot 10^{-5} \text{ C}$, estão fixas, como na figura a seguir, a uma distância de 1 m uma da outra.



Qual a mínima energia potencial elétrica que adquirirá uma esfera C , de carga $Q_C = 5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$, colocada em algum ponto entre as cargas A e B ?

Dado: $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

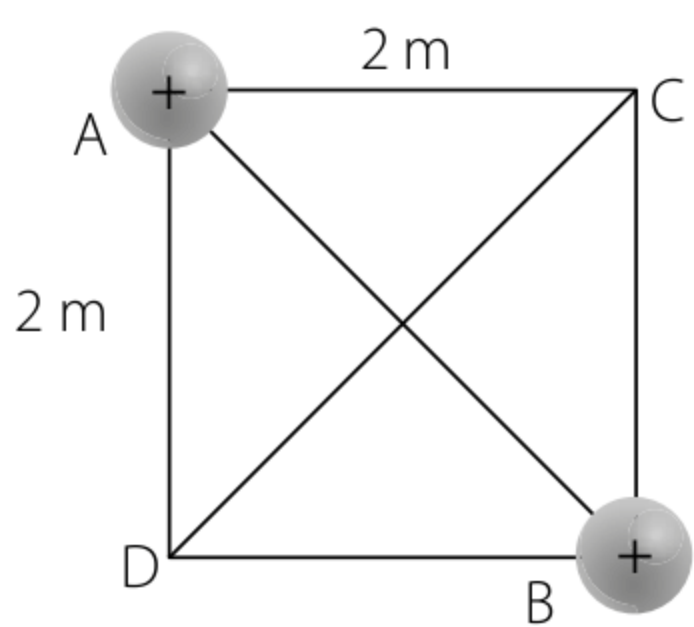
139 Na figura adiante, os triângulos são equiláteros, de centro O . Nos vértices do triângulo maior estão fixas três cargas puntiformes idênticas.



$$L = 3\sqrt{3} \text{ m}$$

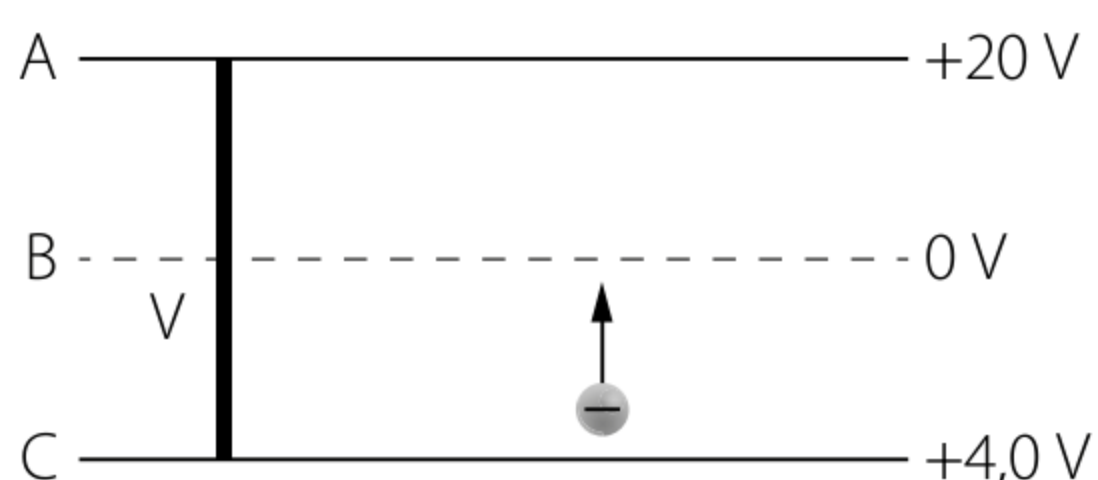
Determine a mínima energia potencial adquirida por uma carga puntiforme $+Q$, colocada em algum lugar dentro do triângulo ABC .

140 Na figura a seguir, temos um quadrado de lado 2 m. Nos vértices A e B estão fixas duas cargas puntiformes idênticas +Q.



Determine a mínima energia potencial adquirida por uma carga +Q, puntiforme, colocada dentro do quadrado.

141 ITA 1983 A, B e C são superfícies que se acham, respectivamente, a potenciais +20 V, 0 V e +4,0 V. Um elétron é projetado a partir da superfície C no sentido ascendente com uma energia cinética inicial de 9,0 eV. (Um elétron-volt é a energia adquirida por um elétron quando submetido a uma d.d.p. de um volt). A superfície B é porosa e permite a passagem de elétrons.



Podemos afirmar que:

- A** na região entre C e B, o elétron será acelerado pelo campo elétrico até atingir a superfície A com energia cinética de 33,0 eV. Uma vez na região entre B e A, será desacelerado, atingindo a superfície A com energia cinética de 13,0 eV.
- B** entre as placas B e C, o elétron será acelerado, atingindo a placa B com energia cinética de 13,0 eV, mas não alcançará a placa A.
- C** entre C e B, o elétron será desacelerado pelo campo elétrico aí existente e não atingirá a superfície B.
- D** entre C e B, o elétron será desacelerado pelo campo elétrico, mas atingirá a superfície B com energia cinética de 13,0 eV.
- E** na região entre C e B, o elétron será desacelerado, atingindo a placa B com energia cinética de 5,0 eV. Uma vez na região entre B e A, será acelerado, atingindo a superfície A com energia cinética de 25 eV.

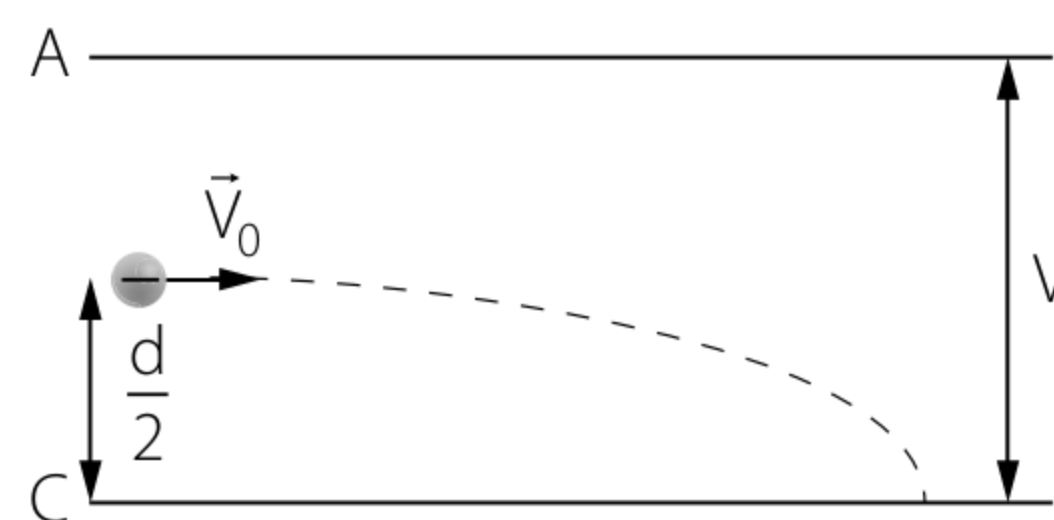
142 ITA 1985 Uma esfera condutora de raio 0,500 cm é elevada a um potencial de 10,0 V. Uma segunda esfera, bem afastada da primeira, tem raio 1,00 cm e está a um potencial de 15,0 V. Elas são ligadas por um fio de capacitância desprezível. Sabendo que o meio no qual a experiência é realizada é homogêneo e isotrópico, podemos afirmar que os potenciais finais das esferas são:

- A** 12,5 V e 12,5 V.
- B** 13,3 V e 13,3 V.
- C** 8,33 V para a primeira e 16,7 V para a segunda.
- D** 16,7 V para a primeira e 8,33 V para a segunda.

143 ITA 1981 Uma partícula de massa m e outra de massa 2 m têm cargas elétricas q de mesmo módulo, mas de sinais opostos. Estando inicialmente separadas de uma distância R, são soltas a partir do repouso. Nestas condições, quando a distância entre as partículas for R/2, desprezando a ação gravitacional terrestre, se $K = 1/4 \pi \epsilon_0$, pode-se afirmar que:

- A** ambas terão a mesma velocidade $v = q(k/3mR)^{1/2}$.
- B** ambas terão a mesma velocidade $v = q(k/mR)^{1/2}$.
- C** ambas terão a mesma velocidade $v = 2q (k / 3mR)^{1/2}$.
- D** uma terá velocidade $q(k/mR)^{1/2}$ e a outra terá velocidade de $2q(k/3mR)^{1/2}$.
- E** uma terá velocidade $q(k/3mR)^{1/2}$ e a outra terá velocidade $2q(k/3mR)^{1/2}$.

144 ITA 1983 Entre duas placas planas e paralelas, existe um campo elétrico uniforme, devido a uma diferença de potencial V aplicada entre elas. Um feixe de elétrons é lançado entre elas com velocidade inicial V_0 . A massa do elétron é m e sua carga é q. L é a distância horizontal que o elétron percorre para atingir uma das placas e d é a distância entre as placas.



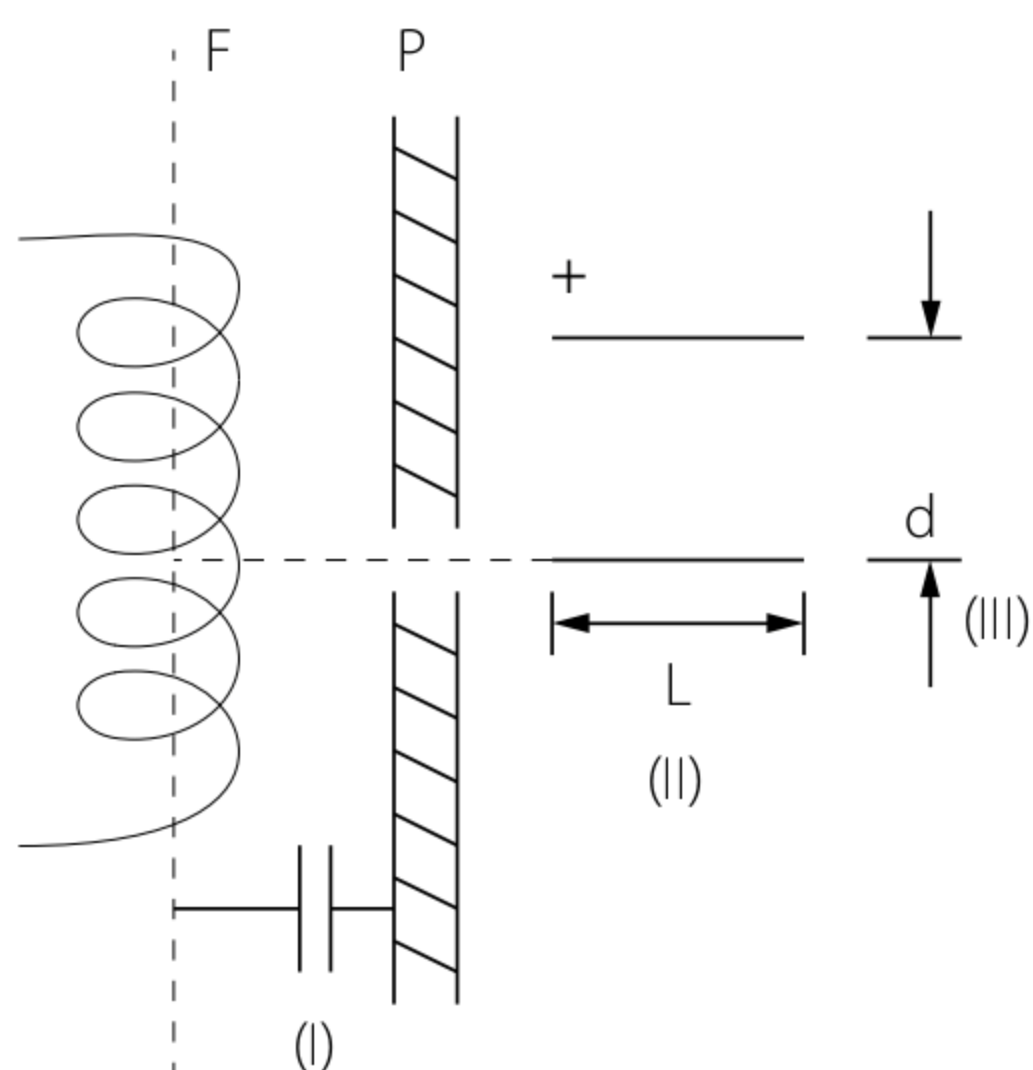
Com estes dados, a razão q/m é dada por:

- A** $V \cdot d / L V_0$
- B** $2 \cdot L^2 \cdot V_0 / V \cdot d$
- C** $V^2 \cdot L / d^2 \cdot V_0$
- D** $d^2 \cdot V_0^2 / V \cdot L^2$
- E** $V \cdot L / d^2 \cdot V_0$

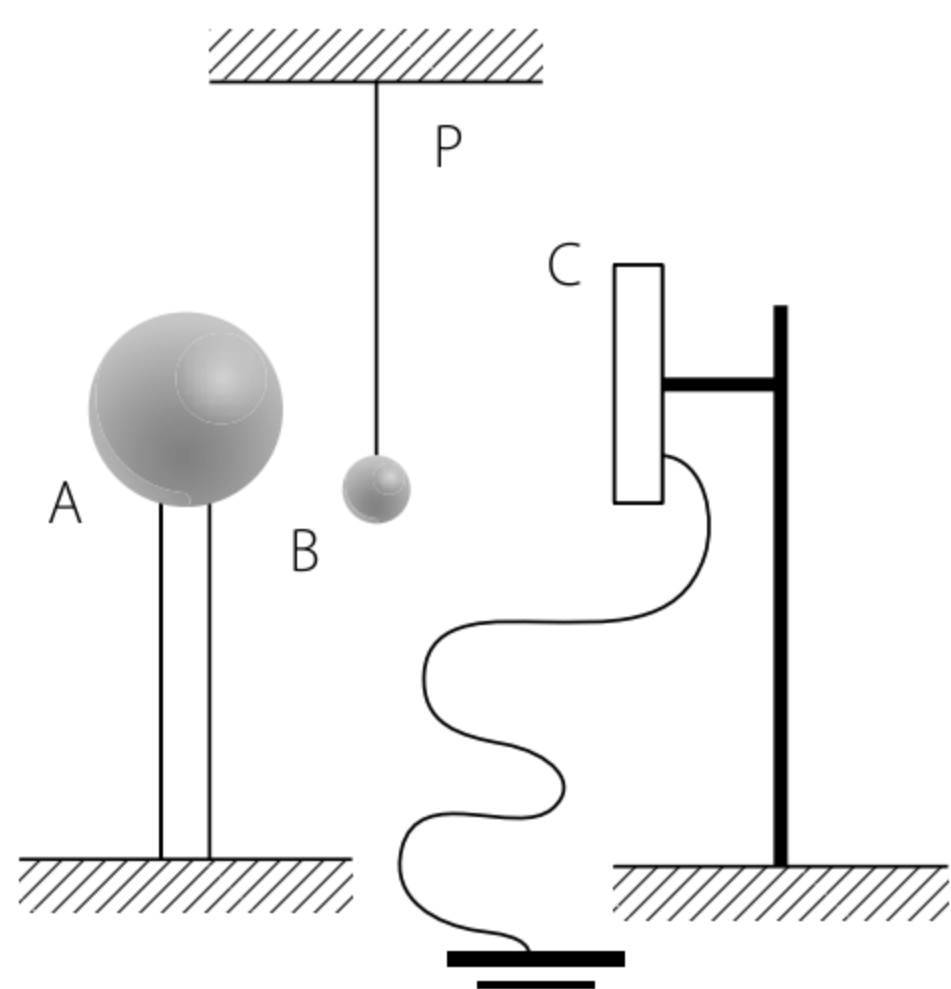
145 ITA 1983 Na questão anterior, a energia cinética do elétron ao atingir a placa será:

- A** $m \cdot V_0^2 [1 + (L/d)^2] / 2$
- B** $m \cdot V_0^2 / 2 + q \cdot V / 2$
- C** $q \cdot V [L/d + 1] / 2$
- D** $m \cdot V_0^2 / 2 + q \cdot V$
- E** $q \cdot V$

146 ITA 1987 Numa experiência de laboratório, elétrons são emitidos por um filamento metálico F, com velocidade inicial nula. Eles são acelerados através da região I por uma diferença de potencial V_1 de $25 \cdot 10^3$ V aplicada entre F e a placa furada P. Eles emergem do furo da placa com velocidade horizontal e penetram em II, onde são obrigados a atravessar o campo elétrico uniforme de um capacitor cujas placas têm comprimento $L = 5,0$ cm e estão separadas por uma distância $d = 0,50$ cm. Qual o máximo valor da tensão V_2 entre as placas do capacitor que ainda permite que algum elétron penetre na região III, onde não há campo elétrico?



147 IME 1979 A figura mostra, esquematicamente, uma campainha eletrostática; A e B são condutores esféricos, com diâmetros de 20 cm e 4 cm, respectivamente. B é suspenso de P por um fio isolante. A placa metálica C é ligada à Terra. A esfera A, carregada inicialmente a um potencial de 50 kV, atrai B que, após o contato, é repelida e se choca com a placa C, descarregando-se. A operação se repete enquanto o potencial de A for superior a 25 kV. Determine o número de vezes que B baterá em A.



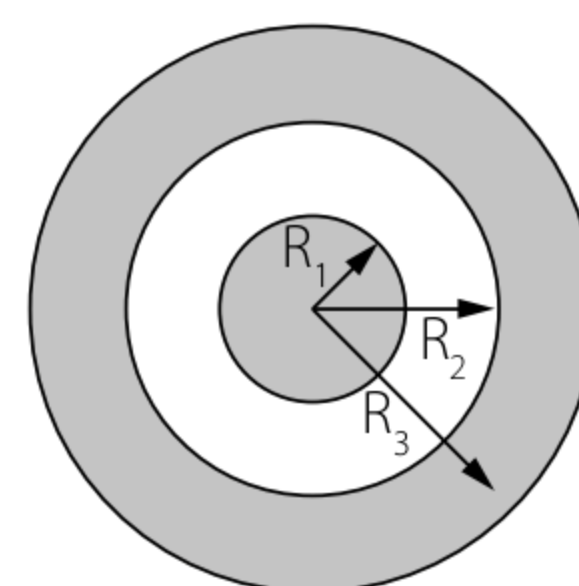
148 Duas esferas metálicas, A e B, de raio R e $3R$, respectivamente, são postas em contato. Inicialmente, A possui carga positiva $+2Q$ e B carga $-Q$. Após atingir o equilíbrio eletrostático, as novas cargas A e B passam a ser, respectivamente:

- | | | | | | |
|----------|-------------|----------|-------------|----------|--------------|
| A | $Q/2, Q/2$ | C | $3Q/2, Q/2$ | E | $4Q/3, -Q/3$ |
| B | $3Q/4, Q/4$ | D | $Q/4, 3Q/4$ | | |

149 Um condutor esférico oco, isolado, de raio interno R , em equilíbrio eletrostático, tem no seu interior uma pequena esfera de raio $r < R$, com carga positiva. Neste caso pode-se afirmar que:

- A** a carga elétrica na superfície externa do condutor é nula.
- B** a carga elétrica na superfície interna do condutor é nula.
- C** o campo elétrico no interior do condutor é nulo.
- D** o campo elétrico no exterior do condutor é nulo.
- E** todas as afirmativas acima estão erradas.

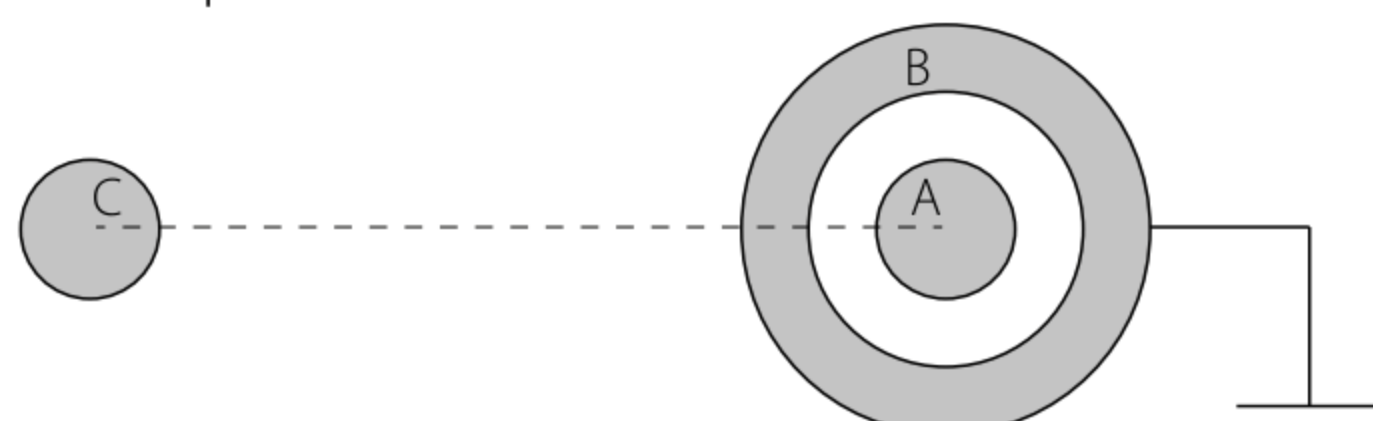
150 UFSCar Uma esfera metálica maciça de raio R_1 , carregada com uma carga elétrica $+q$, é colocada no centro de uma casca esférica metálica de raio interno R_2 e raio externo R_3 , carregada com uma carga elétrica $+2q$ (ver figura).



Com relação à distribuição de cargas, podemos afirmar que:

- A** a superfície da esfera menor ficará com uma carga $+q$, enquanto a casca esférica terá em sua superfície interna uma carga $+q$ e em sua superfície externa uma carga $+q$.
- B** a superfície da esfera menor ficará com uma carga nula, enquanto a casca esférica terá em sua superfície interna uma carga $+q$ e em sua superfície externa uma carga $+2q$.
- C** a superfície da esfera menor ficará com uma carga $+q$, enquanto a casca esférica terá em sua superfície interna uma carga $-q$ e em sua superfície externa uma carga $+3q$.
- D** a superfície da esfera menor ficará com uma carga $+q$, enquanto a casca esférica terá em sua superfície interna uma carga nula e em sua superfície externa uma carga $+2q$.

151 PUC-SP Dois condutores A e B são esféricos e concêntricos. O condutor A é maciço e tem raio de 2 cm e carga de $5 \mu\text{C}$. O condutor B, ligado à Terra, tem raio interno de 4 cm e raio externo de 5 cm. Um condutor C, inicialmente neutro, é aproximado do condutor B, sem tocá-lo. Nessas condições, podemos afirmar que, após a aproximação do condutor C, estabelecido o equilíbrio:



- A** C não sofre indução.
- B** a carga do condutor A passa a ser nula.
- C** a carga total do condutor B é nula.
- D** a carga induzida no condutor C é de $+\mu\text{C}$.
- E** A causará uma leve separação de cargas em C.

152 Uma esfera de raio $r_1 = 5$ cm está eletrizada com uma carga $Q_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ C. Uma segunda esfera, de raio $r_2 = 10$ cm, inicialmente neutra, é colocada em contato com a primeira, sendo afastada em seguida.

Determine:

- o potencial elétrico da primeira esfera antes do contato.
- seu novo potencial elétrico, após o contato com a segunda esfera.

Assinale a alternativa que corresponde às cargas das esferas de raios r_1 e r_2 , respectivamente, após o contato.

- A** 2/3 nC, 4/3 nC
- B** 1/3 nC, 5/3 nC
- C** 4/3 nC, 1/3 nC
- D** 2/3 nC, 2/3 nC
- E** 1 nC, 1 nC

153 Oito cargas de 1 mC ocupam os vértices de um cubo de lado 1 m. Nessas condições, determine a energia potencial elétrica do sistema formado por essas oito cargas (Utilize $\sqrt{2} = 3/2$ e $\sqrt{3} = 2$).

Se essa energia fosse utilizada para aquecer 1 kg de água, assinale a alternativa que corresponde à variação de temperatura sofrida por aquela massa de água, inicialmente à temperatura de 10 °C.

Dado: $c_{\text{água}} = 1$ cal/g °C e 1 cal ≈ 4 J

- A** 59,5 °C
- B** 49,5 °C
- C** 60 °C
- D** 30 °C
- E** 55 °C

154 Analise as afirmações abaixo.

- O campo elétrico no interior de um condutor esférico em equilíbrio eletrostático é proporcional à distância do centro do condutor ao ponto.
- A intensidade do campo elétrico no interior de um condutor eletrizado é proporcional ao seu volume.
- O potencial elétrico em um ponto qualquer de um condutor em equilíbrio eletrostático é o mesmo.
- No interior de um condutor esférico carregado, em equilíbrio eletrostático, o campo é nulo e o potencial elétrico tem valor constante, não nulo.
- As linhas de força do campo elétrico podem ser fechadas.
- Um condutor somente possui energia potencial quando está eletrizado.
- Dois condutores com cargas elétricas iguais possuem iguais quantidades de energia potencial elétrica.

VIII. À medida que caminhamos ao longo da linha de força e no seu sentido, o potencial elétrico vai diminuindo.

IX. As linhas de força do campo elétrico e as equipotenciais são sempre perpendiculares entre si.

X. A linha de força pode “nascer” e “morrer” no mesmo condutor em equilíbrio.

Justifique por que as afirmações VI, VII e X estão certas ou erradas.

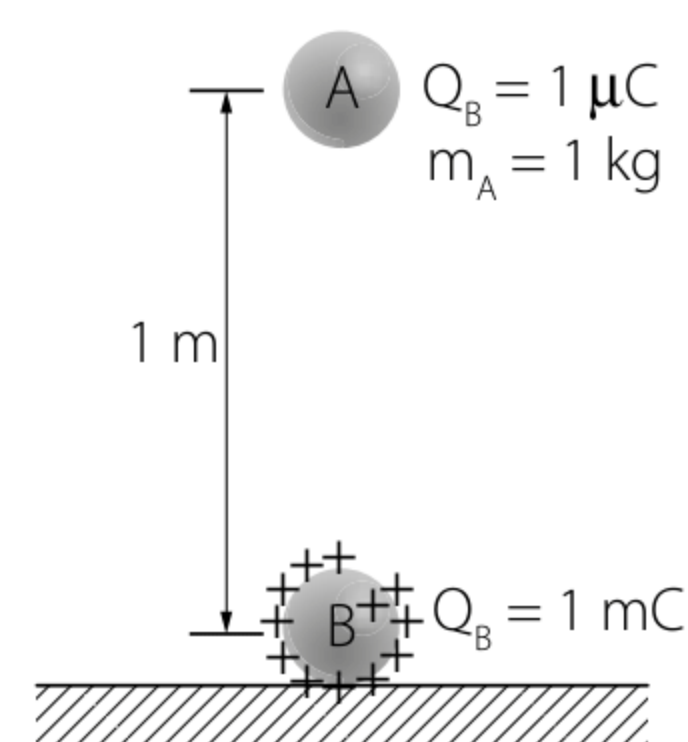
Assinale a alternativa que corresponde às afirmações corretas.

- A** III, VI, VII e X.
- B** I, II, VI e VII.
- C** III, IV, VIII e IX.
- D** III, IV, VIII e X.
- E** Todas estão corretas.

155 Considere um elétron sobre uma esfera uniformemente carregada de raio 1,0 cm e carga total $1,6 \cdot 10^{-15}$ C. Definindo-se velocidade de escape como sendo a velocidade inicial que o elétron deve ter para alcançar o infinito com velocidade nula, assinale a alternativa que corresponde, aproximadamente, à velocidade de escape que deverá ter o elétron na situação descrita (Utilize $\sqrt{2} = 3/2$; $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg).

- A** 20 km/s
- B** 30 km/s
- C** 35 km/s
- D** 24 km/s
- E** 40 km/s

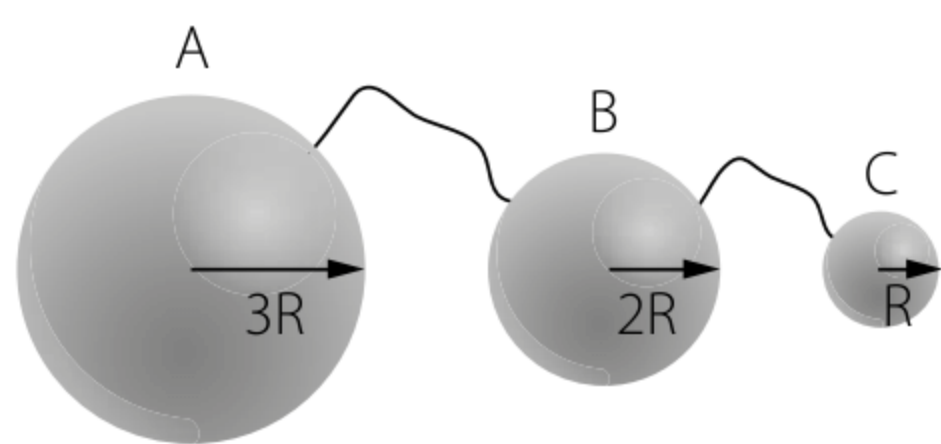
156 Considere o sistema a seguir:



O objeto B, esférico, está fixo no espaço e o objeto A, também esférico, é arremessado contra o objeto B com a velocidade de 2 m/s. Assinale a alternativa que corresponde à mínima distância alcançada, na situação da figura, entre os centros de A e de B.

- A** 60 cm
- B** 40 cm
- C** 50 cm
- D** 30 cm
- E** 10 cm

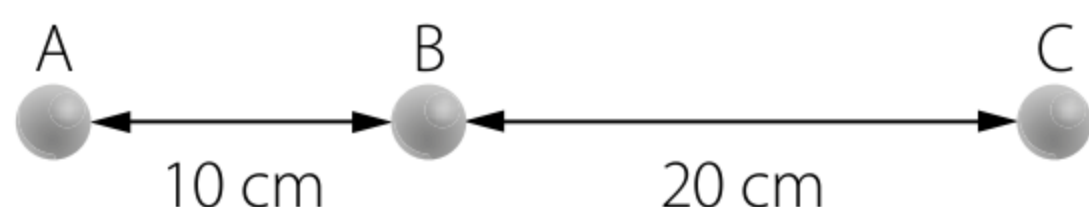
157 Três esferas condutoras de raios $3R$, $2R$ e R encontram-se ligadas por fios condutores.



Antes das ligações, a esfera A tinha carga Q e as esferas B e C tinham carga nula. Em relação à superfície das esferas, no equilíbrio, determine:

- se as afirmativas a seguir que estão corretas.
- por que a afirmativa I está certa ou errada.
 - As superfícies estão a um mesmo potencial.
 - As superfícies têm a mesma carga $Q/3$.
 - As superfícies têm o mesmo campo elétrico.
 - A superfície de maior carga tem o maior potencial.
 - A superfície de maior carga tem maior campo elétrico.
 - As superfícies têm o mesmo potencial, logo têm cargas diferentes.
 - As superfícies têm o mesmo potencial e isto implica que os campos elétricos destas superfícies são os mesmos.

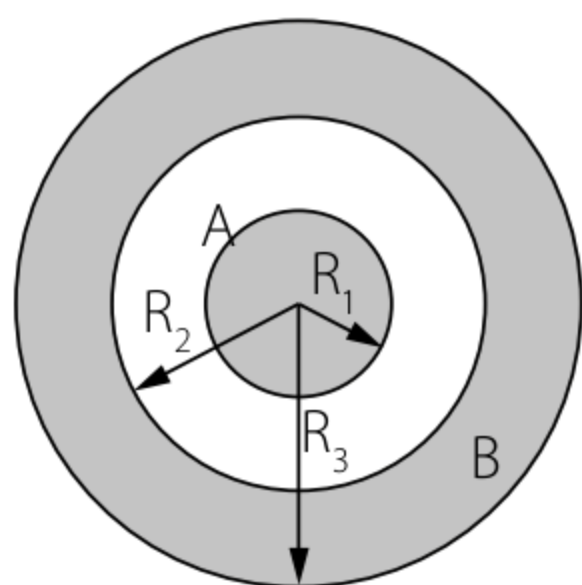
158 A figura abaixo mostra três pontos alinhados.



Em A foi fixada uma carga puntiforme $Q = 4 \mu\text{C}$ e em B foi abandonada uma carga $q = 1 \mu\text{C}$, que se desloca espontaneamente. Qual a energia cinética de q ao passar por C?

159 Um próton penetra com energia cinética $24 \cdot 10^{-6} \text{ J}$ numa região extensa de campo elétrico uniforme de intensidade $3 \cdot 10^4 \text{ N/C}$. A trajetória descrita é retilínea, com a partícula invertendo o sentido de movimento após percorrer uma distância d . Qual o valor de d ? (despreze interações gravitacionais)

160 Na figura abaixo, há dois condutores esféricos A e B concêntricos.



São dados:

$$R_1 = 60 \text{ cm}$$

$$R_2 = 90 \text{ cm}$$

$$R_3 = 120 \text{ cm}$$

Dado que a carga da esfera maciça (interna) é $q = -6 \mu\text{C}$ e a carga da esfera oca (externa) é $Q = 60 \mu\text{C}$, determine:

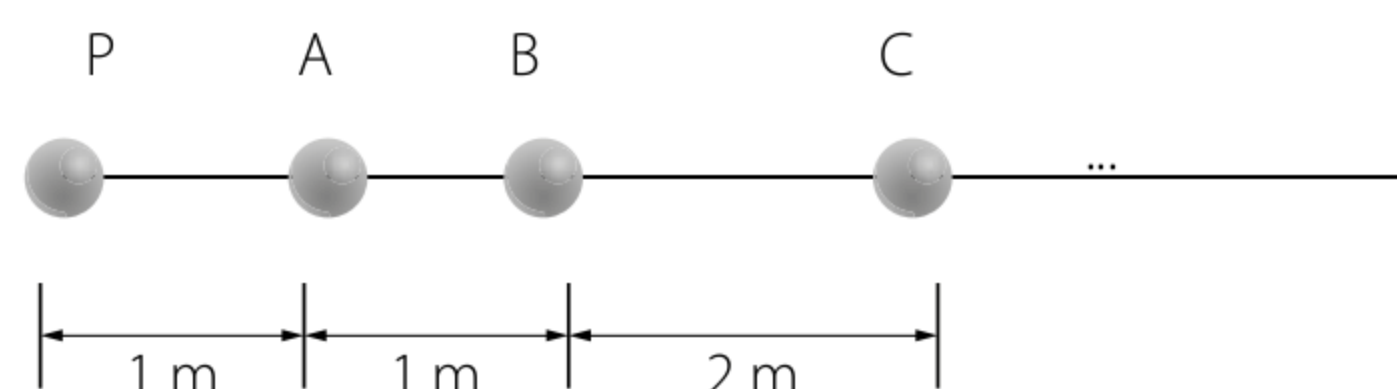
- o esboço do gráfico do potencial em função da distância (coloque no gráfico os valores mais significativos).
- o potencial no ponto P, que dista 45 cm do centro da esfera A.

161 As cargas puntiformes q_1 , q_2 e q_3 estão nos vértices de um triângulo equilátero de lado 2,5 m. Determine:

- a energia potencial eletrostática de carga, se $q_1 = q_2 = q_3 = 5 \mu\text{C}$.
- o trabalho realizado para transportar uma carga de $1 \mu\text{C}$ do infinito até o baricentro do triângulo formado pelas três cargas. (Considere o potencial nulo no infinito e $\sqrt{3} \approx 2$)

162 Uma esfera carregada com carga elétrica q é colocada sucessivamente em contato com um número infinito de esferas idênticas começando pela esfera situada em A.

As esferas estão inicialmente neutras e estão colocadas colinearmente nos pontos A, B, C, que distam entre si 2^n metros (com $n \geq 0$), conforme a figura a seguir.



Assinale a alternativa que corresponde ao potencial elétrico gerado no ponto P pelas infinitas esferas carregadas após o contato com a carga q .

A $K \cdot q$

B $\frac{K \cdot q}{2}$

C $\frac{2K \cdot q}{3}$

D $\frac{K \cdot q}{3}$

E $\frac{3K \cdot q}{2}$

163 Em relação à questão anterior, assinale a alternativa que corresponde ao módulo do campo elétrico no ponto P.

A $\frac{K \cdot q}{2}$

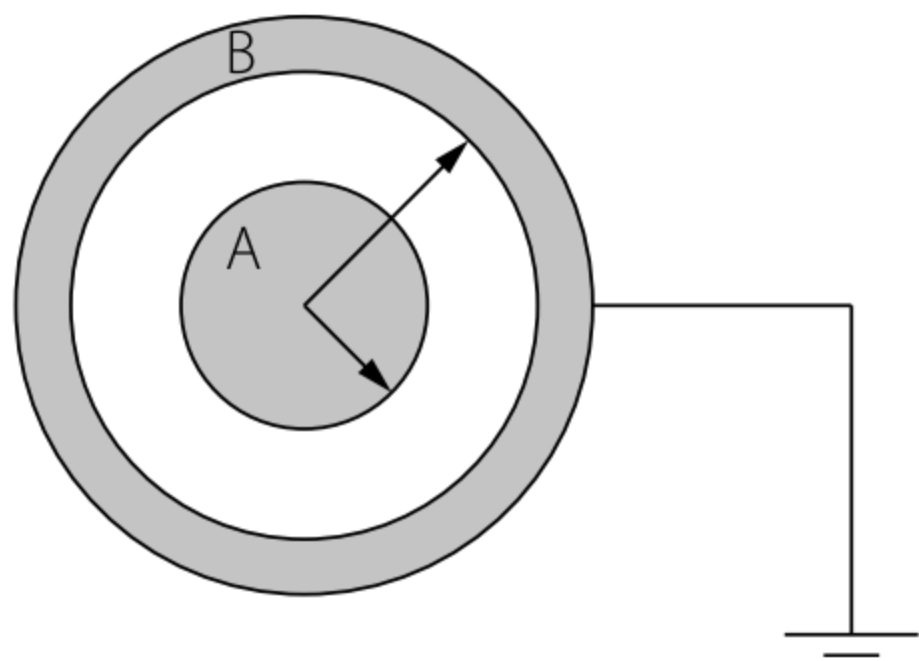
B $\frac{7K \cdot q}{4}$

C $\frac{2K \cdot q}{3}$

D $\frac{3K \cdot q}{2}$

E $\frac{4K \cdot q}{7}$

164 Na figura, há dois condutores esféricos, sendo um maciço A, de 30 cm de raio, e outro oco B, de raio interno igual a 80 cm e externo igual a 100 cm. O condutor A está eletrizado com carga igual a $+40 \mu\text{C}$, enquanto B está ligado à terra.



Determine:

- o potencial na esfera A.
- o potencial na esfera B.
- o potencial num ponto P, a 50 cm do centro das esferas.
- o esboço do gráfico do potencial, em função da distância do centro das esferas.

Se um corpo de massa $m = 2 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ e carga $1,2 \text{ nC}$ for abandonado da superfície de A, assinale a alternativa que corresponde à velocidade com a qual ele chegará à superfície interna de B, desprezando interações gravitacionais.

- 30 m/s
- 10 m/s
- 5 m/s
- 15 m/s
- 20 m/s

165 Considere um prisma reto, cujas bases são triângulos equiláteros de lado L , a altura deste prisma é $2L$ e em cada vértice deste prisma situa-se uma carga de $+Q$. Calcule a energia potencial elétrica armazenada por este sistema. (Considere $\sqrt{2} = \frac{3}{2}$ e $\sqrt{5} = \frac{5}{2}$)

$$\sqrt{2} = \frac{3}{2} \text{ e } \sqrt{5} = \frac{5}{2}$$

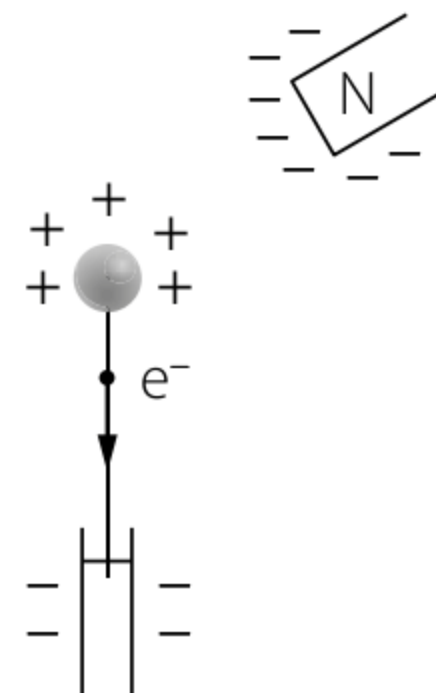
Sendo $L = 1 \text{ m}$ e $Q = 1 \text{ mC}$ e se toda a energia armazenada por este sistema fosse utilizada para elevar uma massa de água a uma altura de 10 m em 1 s, assinale a alternativa que corresponde à quantidade de água que poderia ser elevada e a potência dissipada nesse processo.

- 8910 kg; 891 kW
- 89,1 kg; 8,91 kW
- 891 kg; 89,1 kW
- 1000 kg; 100 kW
- 100 kg; 10 kW

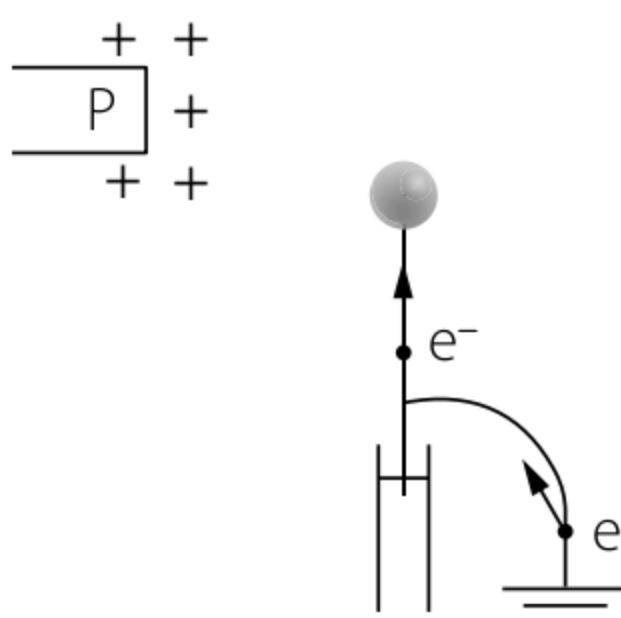
GABARITO

- A - positiva, B - neutra, C - positiva.
- A
- 0,192 MC

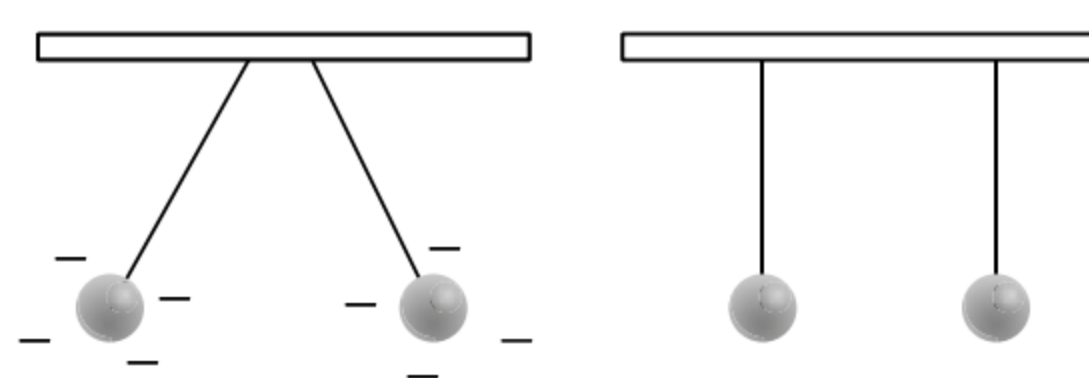
- pósitron
 - elétron
- $q = +729$
- Há um movimento de elétrons para as folhas, as quais se abrem, ficando a parte superior de eletroscópio positivamente carregada.



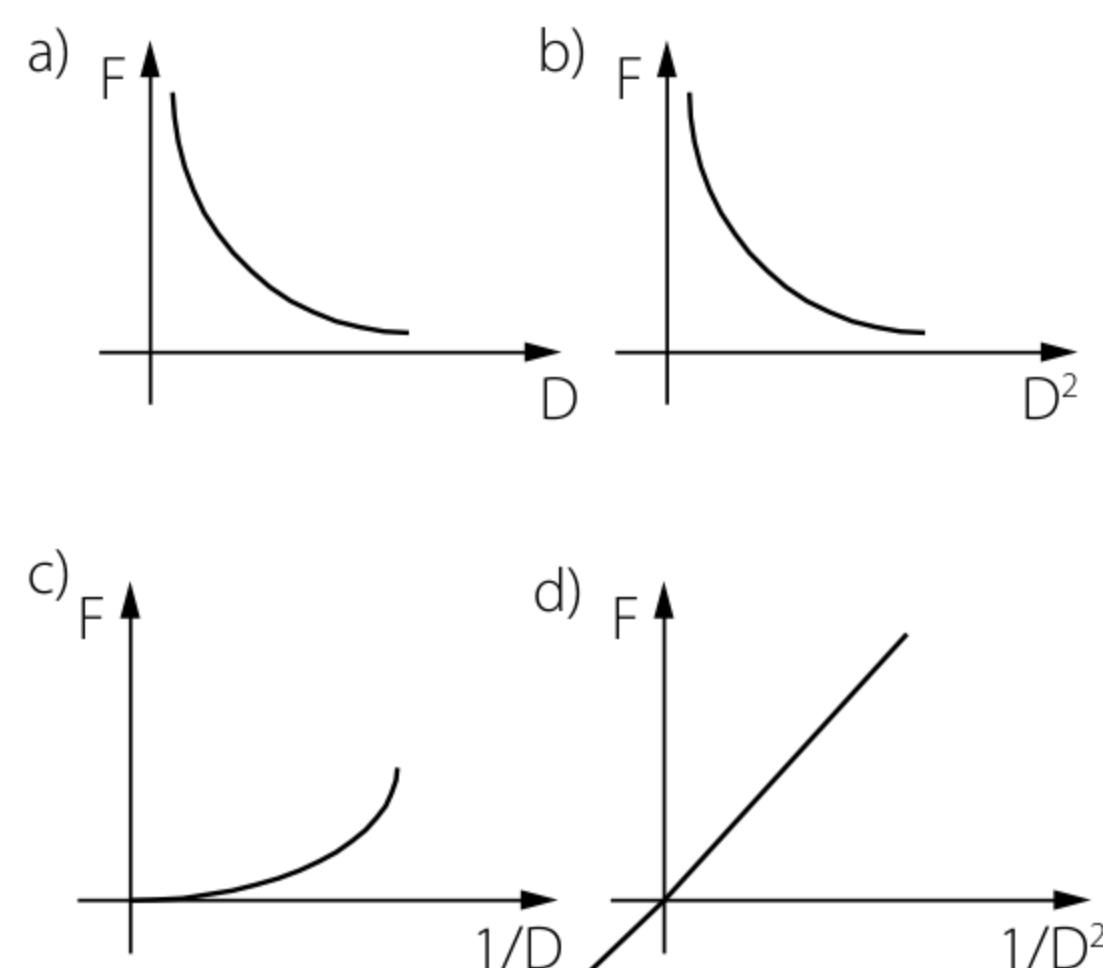
- Há um movimento de elétrons da Terra para o eletroscópio, ficando este negativamente carregado. As folhas permanecem fechadas.



- Negativo.
 - Fica negativo e há um escoamento de elétrons para a Terra; A
- D
- B
- $Q \cong 6 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 - $T \cong 0,1 \text{ N}$
- $q = Q/2$
- B
- -



- $Q_1 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ e $Q_2 = -3 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ ou $Q_1 = -3 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ e $Q_2 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ C}$
-



- E
- 4,0 cm

18. $Q = 5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

19. Impossível.

20. B

21. $T = 2\pi \sqrt{\frac{md^3}{2kq^2}}$

22. Demonstração.

23. Força Elétrica/Força Gravitacional = $2 \cdot 10^{39}$

24. Demonstração.

25. $1,6 \text{ cm}^3$

26. 10 kq/d^2

27. $\cong 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

28. $+3 \mu\text{C e } -1 \mu\text{C}$ ou $-3 \mu\text{C e } +1 \mu\text{C}$

29. $F = 155,9 \text{ N}$

30. 40

31. a) $X = 134 \text{ cm}$

b) Sim, pense!

32. $\cotg^3 \alpha$

33. $\alpha = 60^\circ$

34. Demonstração.

35. $m = 7,84 \text{ g}$

36. $X_n = \sqrt[3]{\frac{K \cdot q^2 \cdot L}{2^{(2n-1)} \cdot m \cdot g}}$

37. $q \approx 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

38. $q_1 = -\sqrt{3} \cdot q_2$

39. $F = 0,4 \cdot \sqrt{6} \text{ N}$

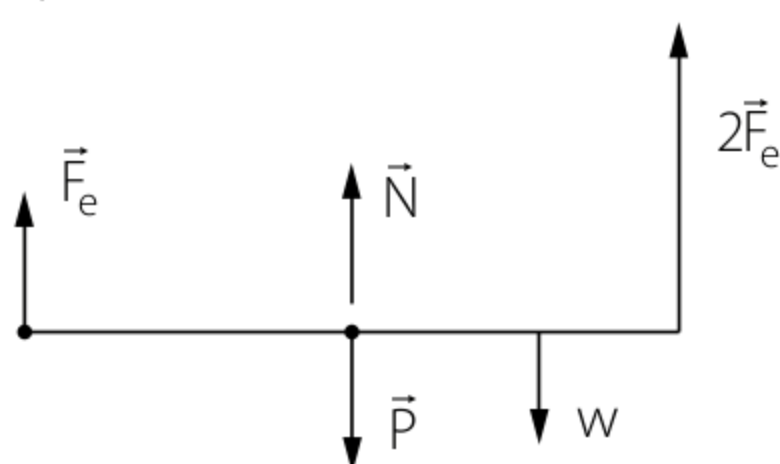
40. a) $m = h \cdot Q \cdot q \cdot k \cdot g^{-1} \cdot (h^2 + R^2)^{-3/2}$

b) $V_{\max} = R \cdot (g/h)^{1/2}$

41. $60\sqrt{2} \text{ N}$

42. $\frac{q_2}{q_1} = 9$

43. a)



b) $x = \frac{L}{2} \cdot \left(\frac{kq^2}{h^2w} - 1 \right); A$

44. $t = \frac{2d}{v}; B$

45. I. $F = \frac{10}{3} \cdot \sqrt{10 + 2\sqrt{3}} \text{ N};$ II. A

46. B

47. C

48. D

49. B

50. A

51. E

52. B

53. a) 2 N/C

b) $2\sqrt{10} \text{ m}$

54. a) $x = v_0 \cdot t; y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{M} \cdot t^2$

b) $y = \frac{q \cdot E}{2M \cdot v_0^2} \cdot x^2$ (Parábola)

c) $y_0 = \frac{q \cdot E}{2M \cdot v_0^2} \cdot d^2$

55. $Q = -5 \mu\text{C}$

56. $\frac{1}{2}$

57. E

58. C

59. $2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

60. $4,5 \cdot 10^2 \text{ N/C}$

61. $4 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

62. $|Q| = 10 \mu\text{C}$

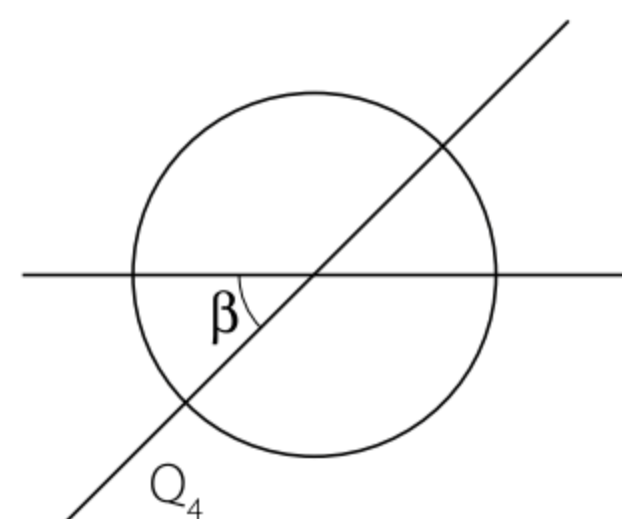
63. $4,4 \mu\text{C/m}^2$

64. $0,4\sqrt{2} \pi$

65. $+2 \mu\text{C}$

66. $Q \cong 2,1 \mu\text{C}$

67.



$\text{tg } \beta = 1/2$

$Q_4 = +Q \cdot \sqrt{5}$

68. $Q_1 = +14 \mu\text{C}; Q_3 = -22 \mu\text{C}$

69. $B = 0^\circ$

70. III

71. C

72. A

73. C

74. a) $34,56 \text{ N}; \theta = -10,3 \text{ graus}$

b) $(-8,34; 2,65) \text{ cm}$

75. E

76. D

77. A

78. a) $F = 10^7 \text{ N/C}$, vertical e descendente

b) $F = 30 \text{ N}$, vertical e descendente

79. a) $2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$, vertical para cima

b) $-0,4 \mu\text{C}$

80. $E = 6,9\pi \cdot 10^4 \text{ N/C}$

81. $E = \frac{2qa}{2\pi\epsilon_0 d^3}$ (d é a distância do ponto à origem)

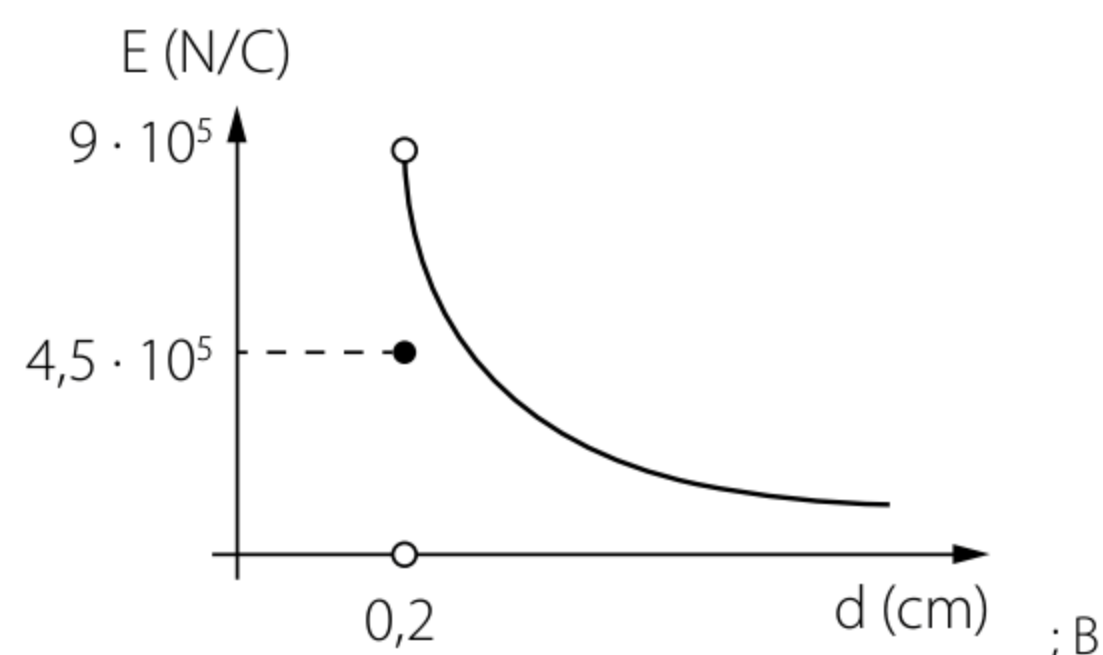
82. C

83. $1,25 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right) \text{ m}; D$

84. a) $Q_1 = +10 \mu\text{C}$ $Q_2 = +5 \mu\text{C}$

b) Indução elétrica; D

85.



86. 1,4 mN; C

87. a) $Q_A = -\frac{1}{8} \mu\text{C}$; $Q_B = -\frac{1}{2} \mu\text{C}$; $Q_C = -\frac{1}{4} \mu\text{C}$; $Q_D = -\frac{1}{8} \mu\text{C}$;

b) 5,625 N; A

88. (16, 20); D

89. D

90. a) $F = qe$

$9 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-9} E$

$E = 4,5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$, na direção e sentido de y positivo

b) $18 \cdot 10^{-4} \text{ N}$, na direção e sentido de y negativo

c) 20 nC

91. C

92. D

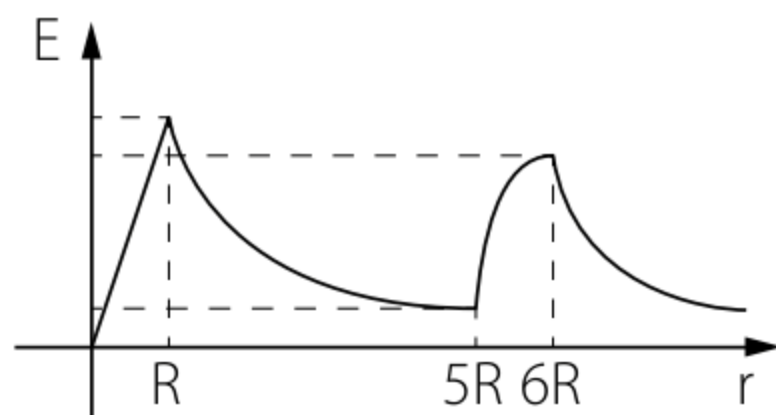
93. C

94. E

95. B

96. Nulo.

97.



98. $E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$

99. $\phi = \frac{+q}{6\epsilon_0}$

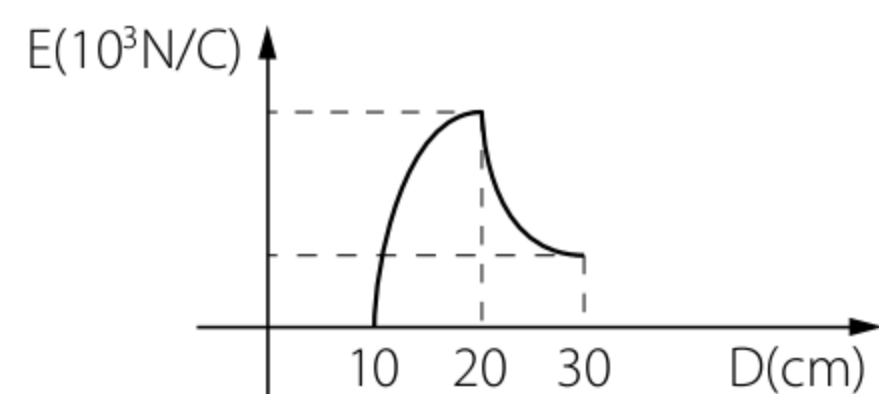
100. $\phi = \frac{+q}{8\epsilon_0}$

101. a) sim

b) negativa

102. $\phi = \frac{+Q}{4\epsilon_0}$

103.



104. a) $4 \cdot 10^6 \text{ N/C}$

b) zero.

105. Sugestão: substitua a cavidade vazia por cargas positivas e negativas e use superposição.

106. Demonstração.

107. Demonstração.

108. C

109. a) $2,5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$

b) Zero.

c) $4 \cdot 10^4 \text{ N/C}$

d) Zero.

110. A

111. Não; sim.

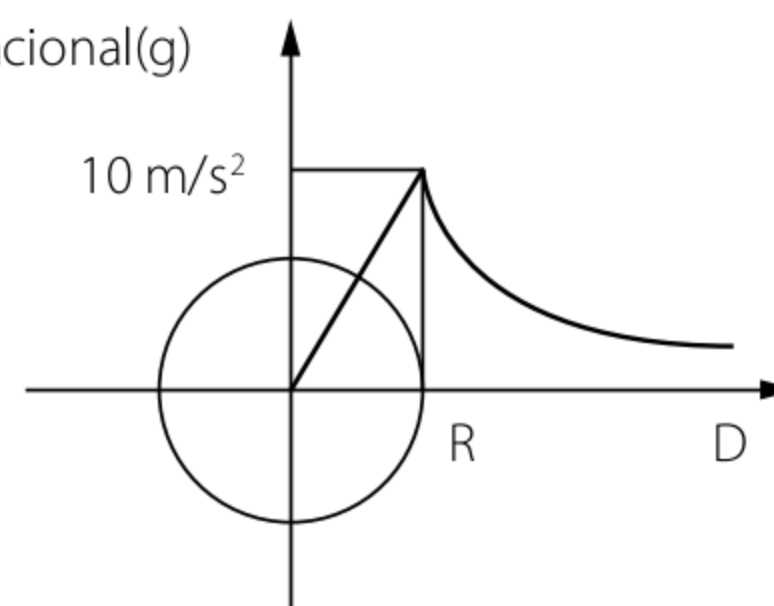
112. a) $-5q$

b) $+9q$

c) Não uniforme em todas as superfícies.

113.

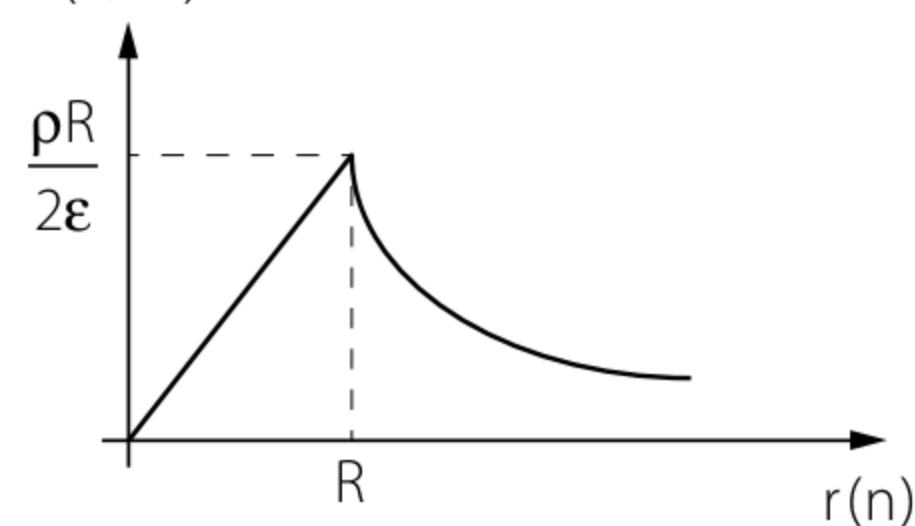
campo gravitacional(g)



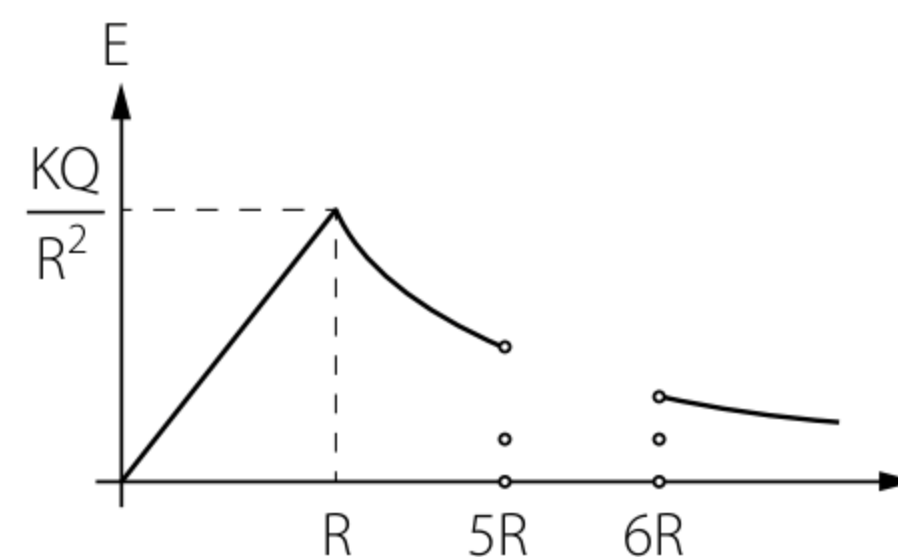
114. $R = 18 \text{ m}$; $Q = 81 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

115. a) $E_{\text{(interno)}} = \frac{\rho r}{2\epsilon}$ $E_{\text{(externo)}} = \frac{\rho R^2}{2r\epsilon}$

b) $E(\text{V/m})$



116.



117. A

118. B

119. A

120. Zero.

121. 4 m

122. a) $-5 \cdot 10^{-9} \text{ J}$

b) $+5 \cdot 10^{-9} \text{ J}$

123. 45 μJ

124. $2,4 \cdot 10^{-1} \text{ J}$

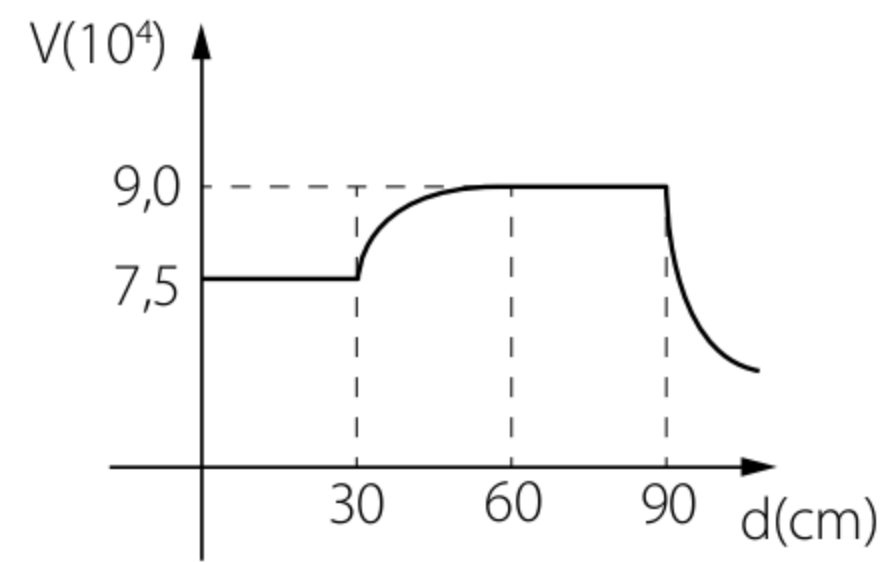
125. 162 J

126. $2,7 \cdot 10^{-8} \text{ J}$

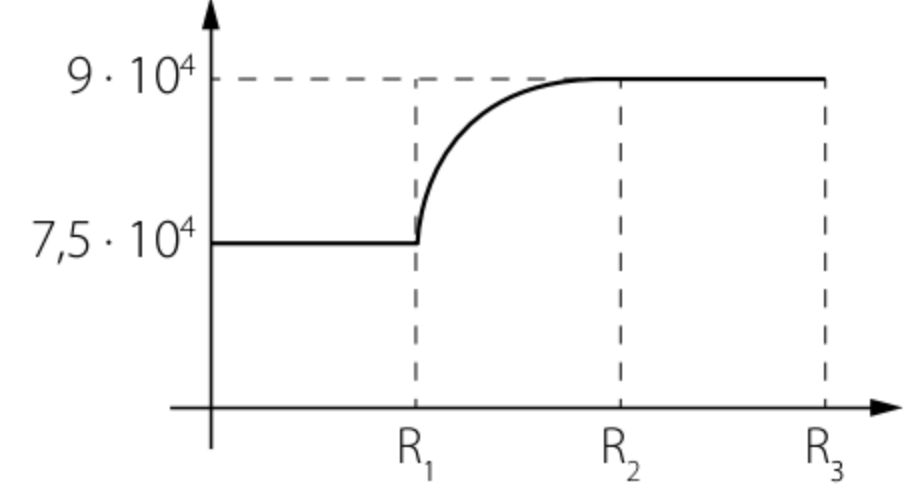
127. $7,1 \cdot 10^{-14} \text{ m}$

128. 3 cm

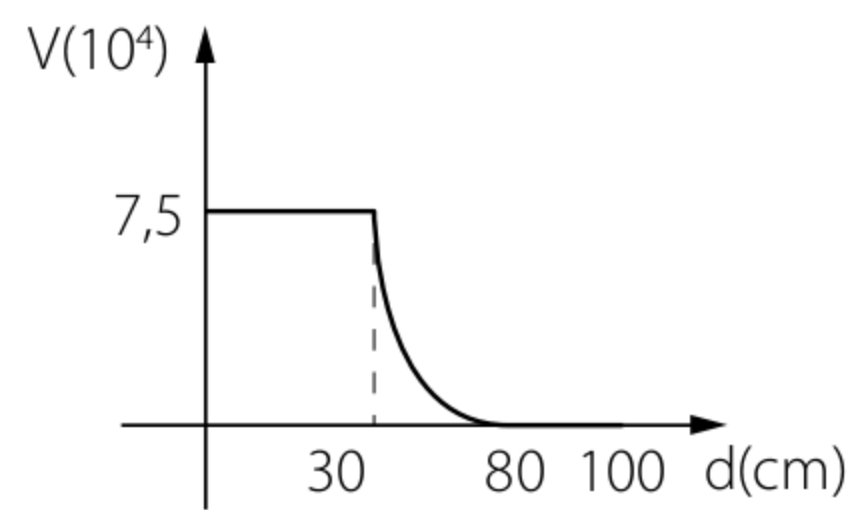
129. $Q_1 = +0,2 \mu\text{C}$; $Q_2 = -0,2 \mu\text{C}$; $Q_3 = +0,5 \mu\text{C}$



130.



131. a) $7,5 \cdot 10^4 \text{ V}$
b) Zero.
c) $2,7 \cdot 10^4 \text{ V}$
d)



132. D

133. D

134. C

135. C

136. A

137. a) 1380 J
b) 720 J
c) 2100 J

138. 360 J

139. $K \cdot Q^2$

140. $K \cdot Q^2$

141. E

142. B

143. E

144. D

145. B

146. $1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$

147. 4 vezes.

148. D

149. E

150. C

151. A

152. a) 360 V
b) 120V; A

153. 198000 J; B

154. C

155. D

156. A

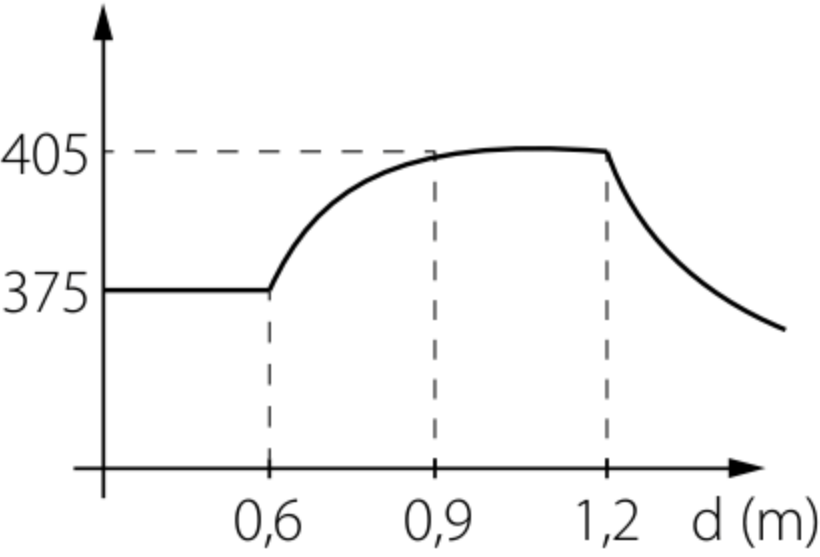
157. a) I e VI

b) A afirmativa I está correta, pois, quando é ligado um fio condutor entre as esferas, há um fluxo de carga entre elas, de forma a minimizar a energia, deixando suas superfícies com um mesmo potencial.

158. 0,24 J

159. $5 \cdot 10^9 \text{ m}$

160. a) $V(10^3 \text{ V})$



b) 375000 V

161. a) 0,27 J

b) 0,081 J

162. C

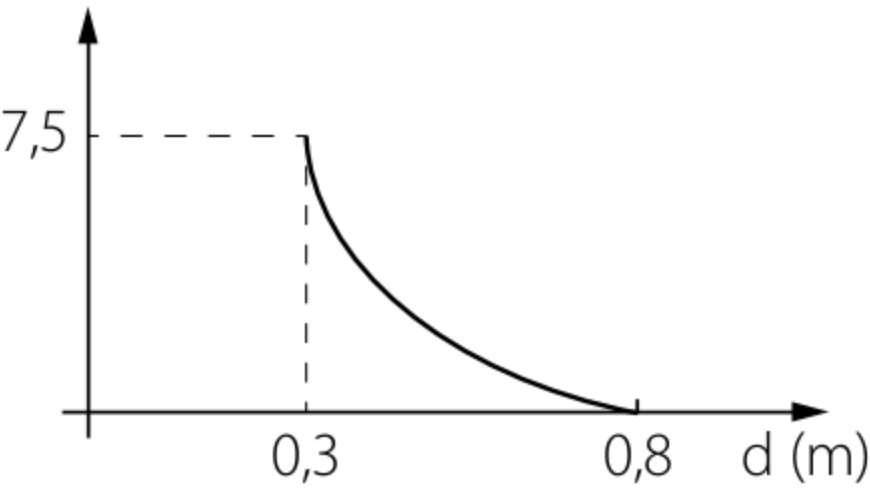
163. E

164. a) $7,5 \cdot 10^5 \text{ v}$

b) Zero.

c) 270000 V

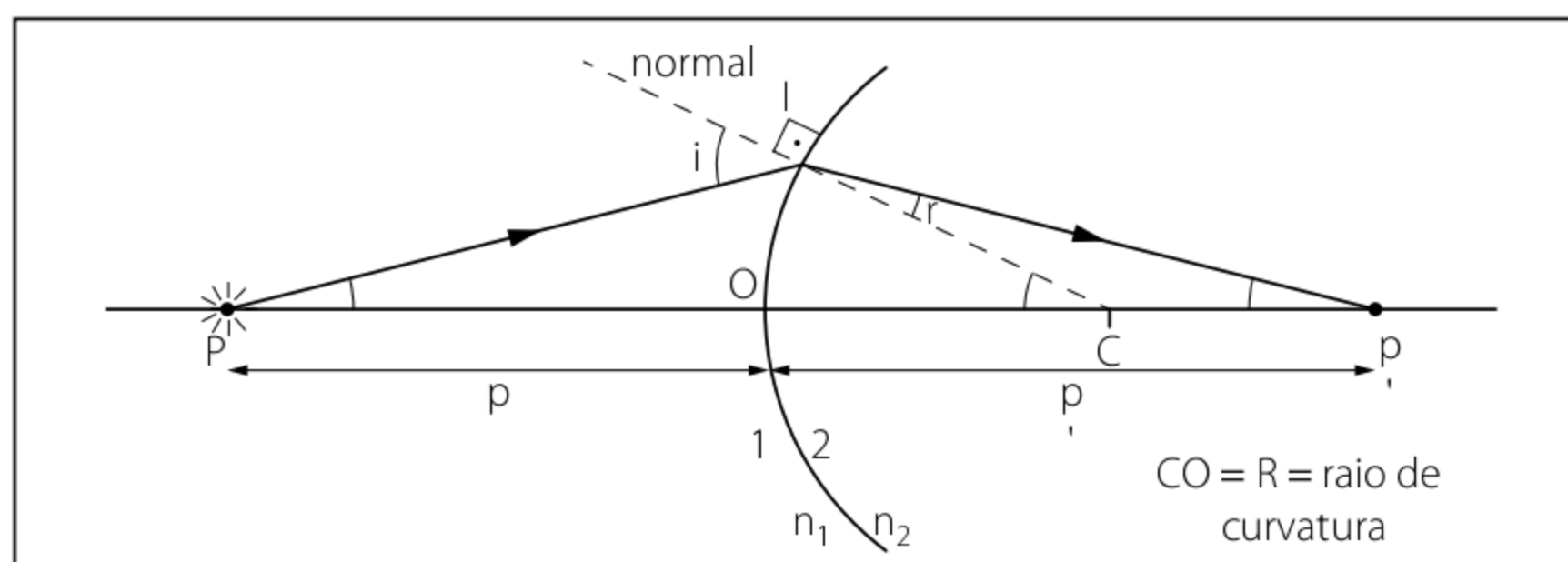
d) $V(10^5 \text{ V})$



165. 89100 J; C

1. Dioptro esférico

Consideremos uma superfície esférica separando dois meios homogêneos, (1) e (2), de índices de refração n_1 e n_2 . Vamos supor que $n_1 < n_2$. Tudo se passa como se fossem, por exemplo, o ar e o vidro. A figura abaixo nos mostra a formação da imagem de um ponto P em (1), por refração.



Dioptro esférico.

A refração obedece à Lei de Snell. Vale a equação:

$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$$

Como o ângulo de incidência é muito pequeno (condições de Gauss), podemos fazer:

$$\sin i \cong i \text{ e } \sin r \cong r \Rightarrow n_1 \cdot i \cong n_2 \cdot r \quad (I)$$

No triângulo PIC, temos:

$$i = \alpha + \beta$$

No triângulo CIP', temos:

$$\beta = r + \gamma \Rightarrow r = \beta - \gamma$$

Voltando com essas equações a (I), temos:

$$n_1 \cdot (\alpha + \beta) = n_2 \cdot (\beta - \gamma)$$

$$n_1 \cdot \alpha + n_1 \cdot \beta = n_2 \cdot \beta - n_2 \cdot \gamma$$

$$n_1 \cdot \alpha + n_2 \cdot \gamma = (n_2 - n_1) \beta \quad (II)$$

Como os ângulos α , β e γ são pequenos, podemos considerar OI retilíneo e perpendicular ao eixo principal do dioptro.

Voltando ao triângulo POI, onde α é muito pequeno, podemos escrever:

$$\tan \alpha = \frac{OI}{OP} \quad \tan \alpha \cong \alpha \Rightarrow \alpha \cong \frac{OI}{p} \quad (A)$$

No triângulo OIP', onde γ é muito pequeno, podemos escrever:

$$\tan \gamma = \frac{OI}{OP'} \text{ e } \tan \gamma \cong \gamma \Rightarrow \gamma \cong \frac{OI}{p'} \quad (B)$$

No triângulo OIC, onde β é muito pequeno, podemos escrever:

$$\tan \beta = \frac{OI}{OC} \text{ e } \tan \beta \cong \beta \Rightarrow \beta \cong \frac{OI}{R} \quad (C)$$

Substituindo as equações A, B e C em (II), vem:

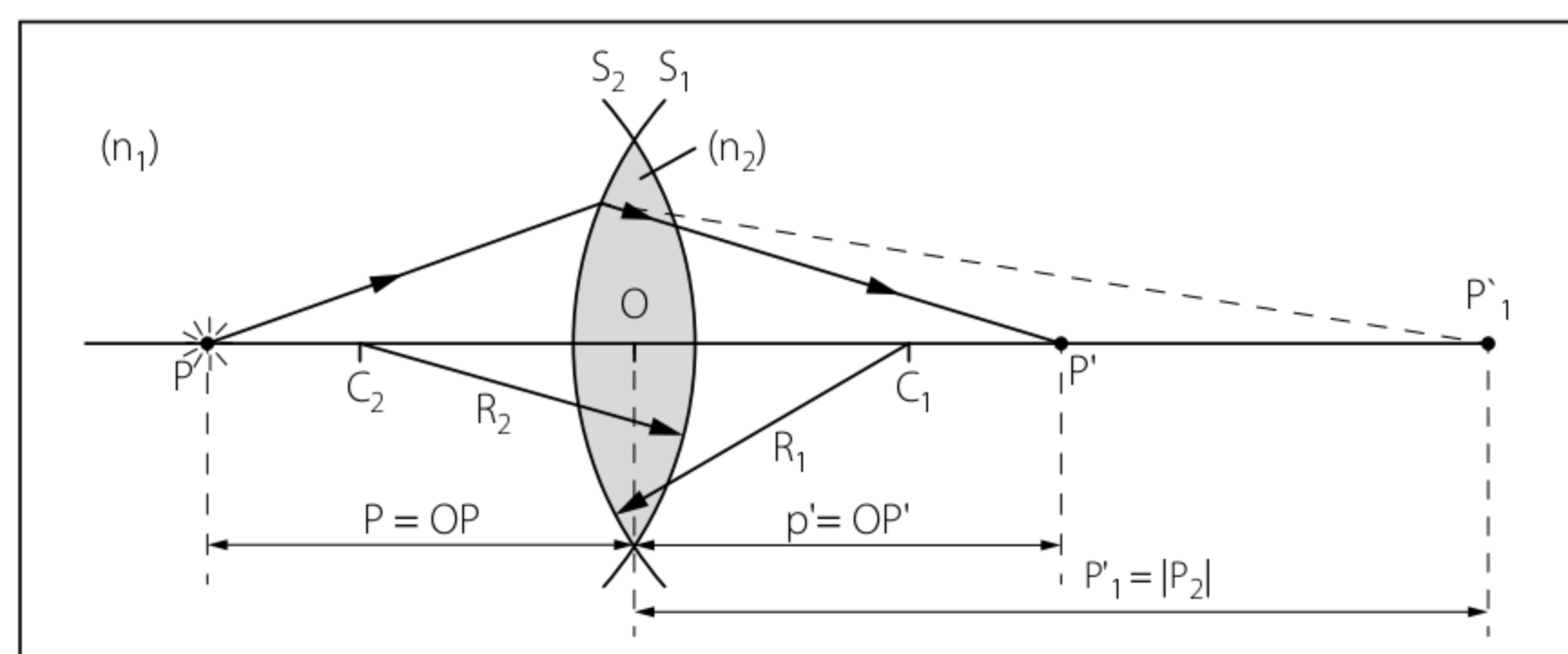
$$n_1 \cdot \frac{OI}{p} + n_2 \cdot \frac{OI}{p'} = (n_2 - n_1) \cdot \frac{OI}{R}$$

Simplificando, temos:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'} = (n_2 - n_1) \cdot \frac{1}{R}$$

2. Lente esférica

Uma lente esférica é um conjunto de dois dioptros esféricos, como o da figura abaixo.



Lente delgada (espessura desprezível).

A imagem P'_1 , do objeto P, conjugada pelo primeiro dioptro, de superfície S_1 , tem abscissa p'_1 . Vale:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'_1} = (n_2 - n_1) \cdot \frac{1}{R_1} \quad (III)$$

A imagem real P'_1 é objeto virtual para o dioptro de superfície S_2 . Ele conjuga a imagem final P' .

Temos, então, $p_2 = -p'_1$

$$\frac{n_2}{p_2} + \frac{n_1}{p'} = (n_2 - n_1) \cdot \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{n_2}{-p'_1} + \frac{n_1}{p'} = (n_2 - n_1) \cdot \frac{1}{R_2} \quad (IV)$$

Somemos as equações (III) e (IV) membro a membro:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'_1} + \frac{n_2}{-p'_1} + \frac{n_1}{p'} = (n_2 - n_1) \cdot \frac{1}{R_1} + (n_2 - n_1) \cdot \frac{1}{R_2}$$

Fazendo a simplificação, ao dividir por n_1 vem:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{p'} = (n_2 - n_1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

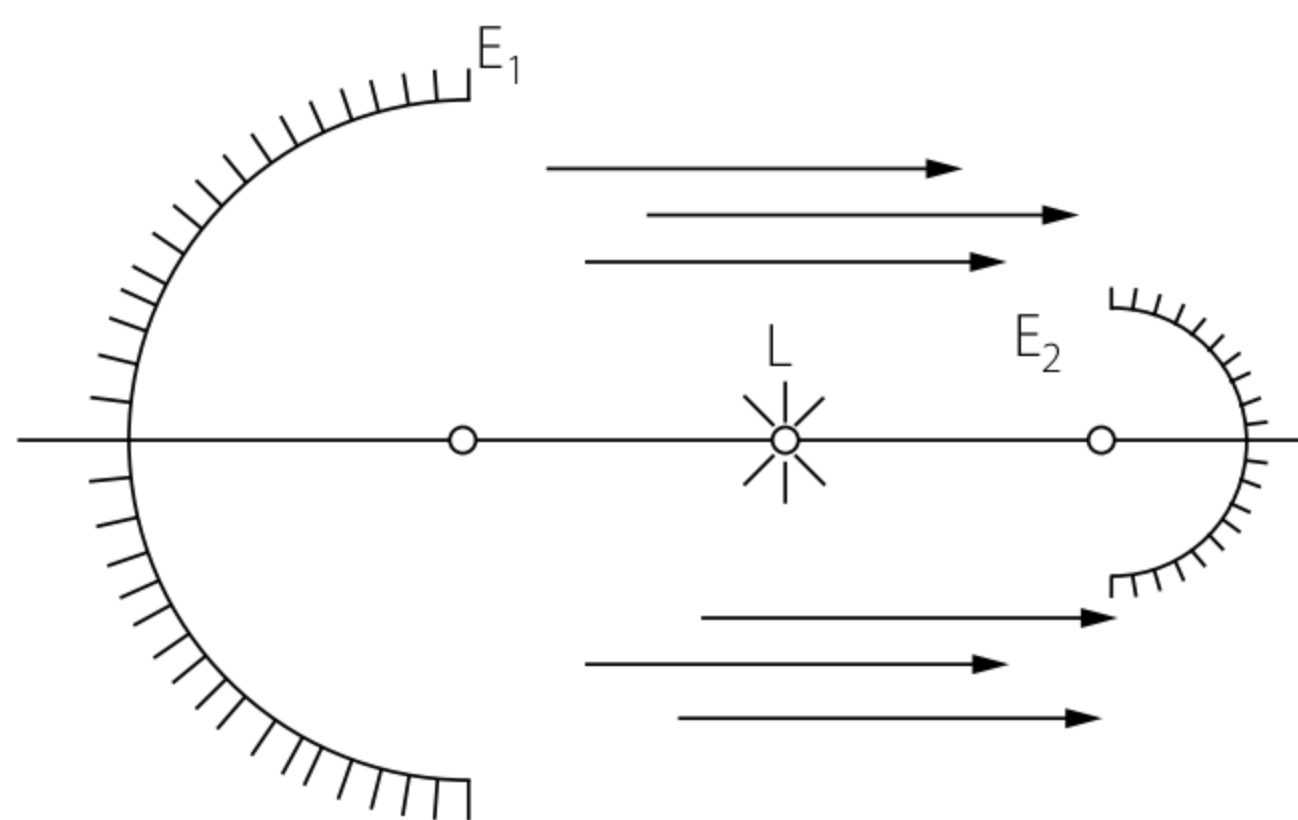
ou

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

1 Uma partícula M encontra-se inicialmente em repouso, a uma distância de 0,50 m de um espelho plano. A partir do instante $t = 0$, M adquire movimento uniformemente acelerado, numa direção perpendicular ao espelho plano, afastando-se do mesmo. Ao passar por um ponto B distante 2,0 m de seu ponto de partida, sua velocidade é de 1,0 m/s. Determine a função horária $S = f(t)$ da partícula, considerando a origem dos espaços no espelho e a orientação no sentido de afastamento dele.

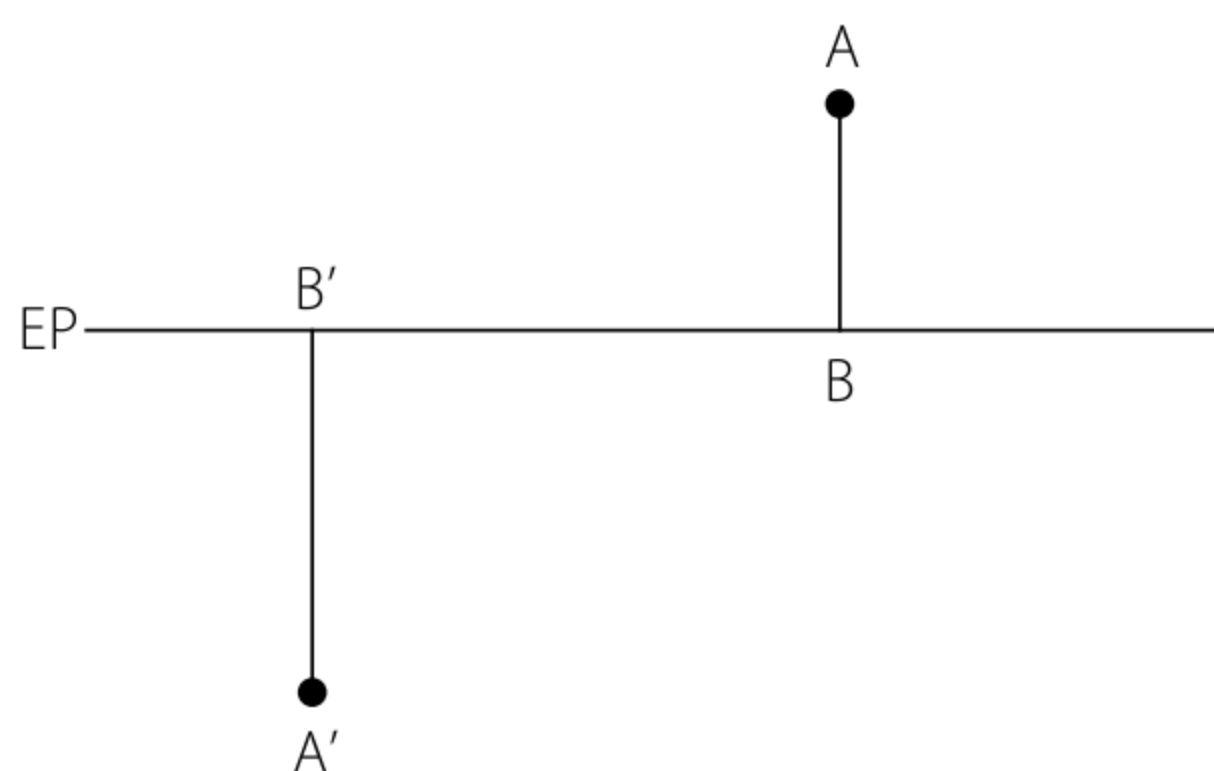
2 Um holofote é constituído por dois espelhos esféricos côncavos E_1 e E_2 , de modo que a quase totalidade da luz proveniente da lâmpada L seja projetada pelo espelho maior E_1 , formando um feixe de raios quase paralelos. Neste arranjo, os espelhos devem ser posicionados de forma que a lâmpada esteja aproximadamente:

- A nos focos dos espelhos E_1 e E_2 .
- B no centro de curvatura de E_2 e no vértice de E_1 .
- C no foco de E_2 e no centro de curvatura de E_1 .
- D nos centros de curvatura de E_1 e E_2 .
- E no foco de E_1 e no centro de curvatura de E_2 .



3 Utilizando-se um espelho esférico côncavo, projeta-se sobre uma parede a imagem de uma vela ampliada 2 vezes. A vela está a 2 m da parede. Determine a distância focal do espelho.

4 A figura representa um objeto AB e sua imagem A'B', ambos reais, obtida com o auxílio de um espelho esférico, de eixo principal EP. Determine graficamente a posição do espelho, seu foco principal e seu centro de curvatura.

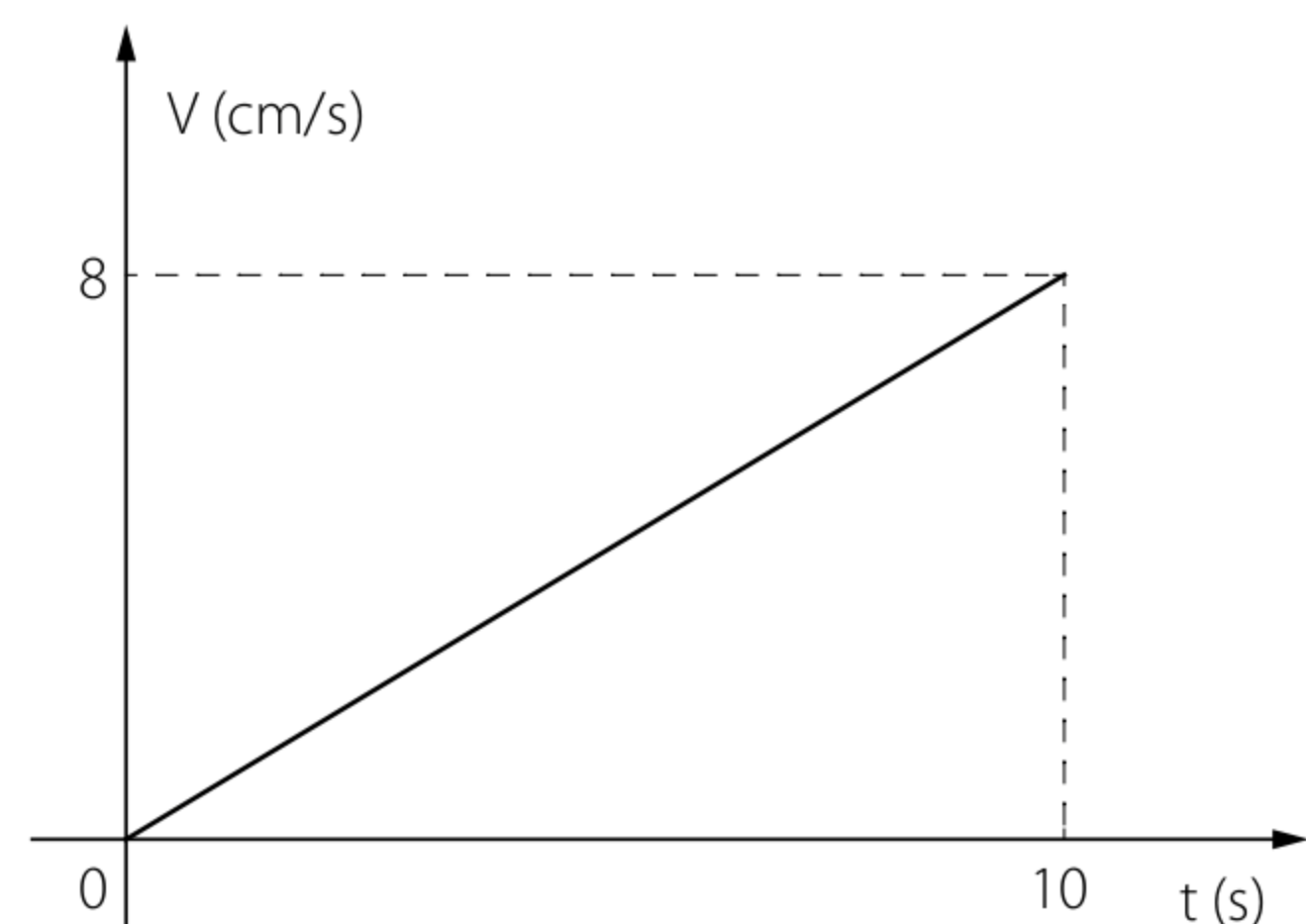


5 Um espelho convexo de raio de curvatura 20 cm está situado a 20 cm de um espelho côncavo de distância focal igual a 20 cm. Os espelhos estão montados coaxialmente e as superfícies refletoras se defrontam. Coloca-se um objeto no ponto médio do segmento que une os vértices dos dois espelhos. Localize a imagem fornecida pelo espelho convexo ao receber os raios luminosos que partem do objeto e são refletidos pelo espelho côncavo.

6 Dois espelhos esféricos de raios iguais a 60 cm, um côncavo e outro convexo, são associados coaxialmente com as superfícies refletoras se defrontando. De um mesmo objeto frontal situado entre os espelhos, o côncavo produz uma imagem real a 40 cm de distância de seu vértice e o convexo produz uma imagem a 20 cm de seu vértice. Determine a distância entre os espelhos.

7 A imagem do Sol é formada em um espelho esférico côncavo, de distância focal igual a 1 m. Considerando a distância do Sol à Terra 250 vezes maior que o diâmetro do Sol, calcule o tamanho do diâmetro da imagem formada.

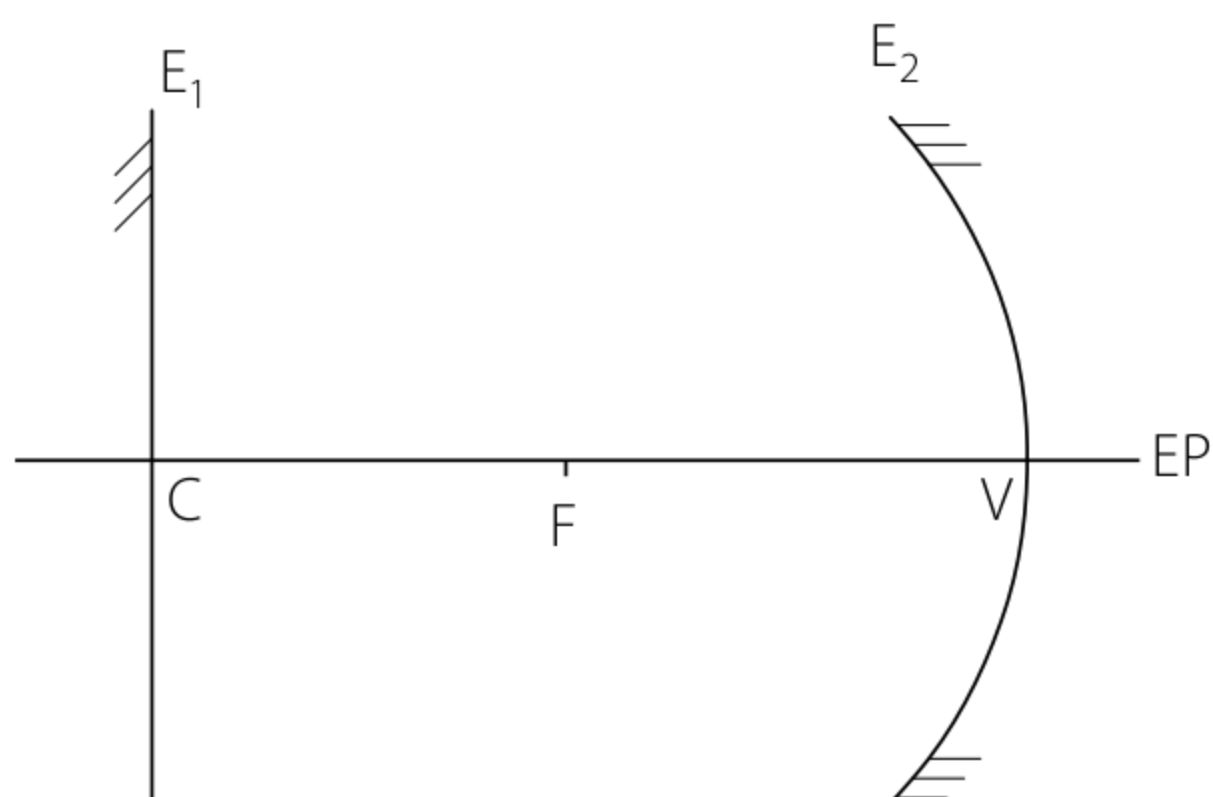
8 Considere um ponto material deslocando-se ao longo do eixo principal de um espelho côncavo de distância focal igual a 40 cm, a partir de seu vértice. A figura abaixo nos mostra como varia a velocidade do ponto material ao longo de sua trajetória. Com base nessas informações, determine:



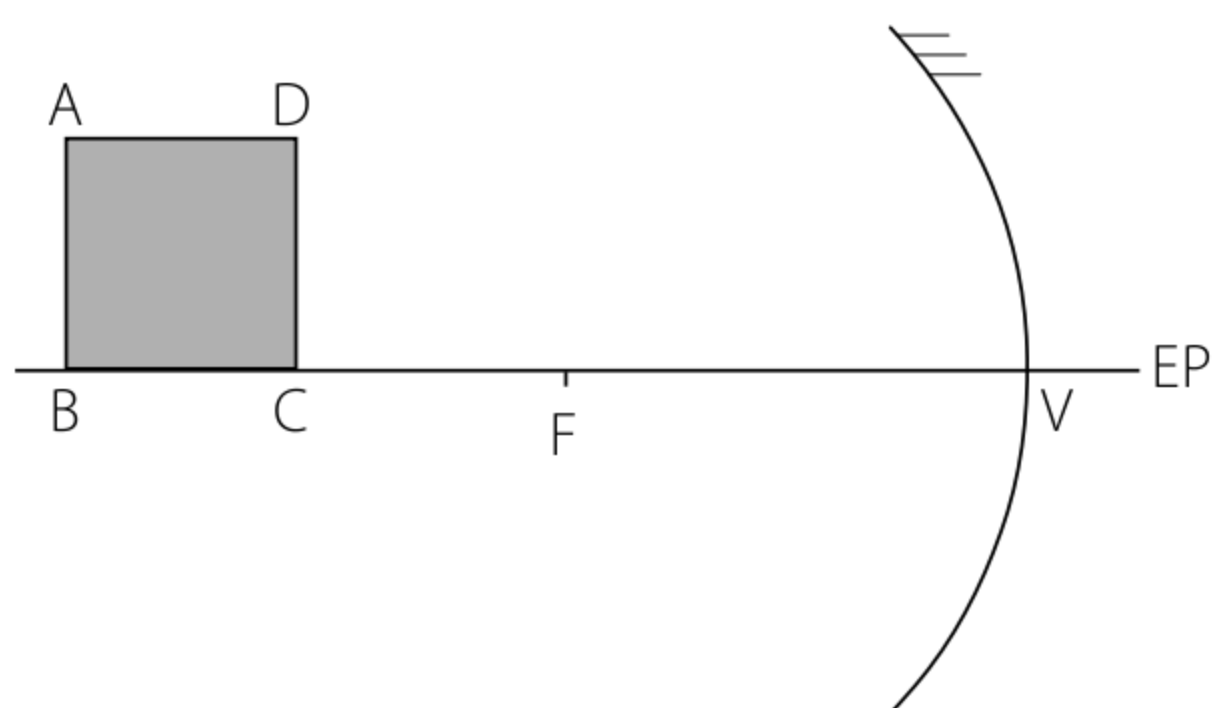
- a) a razão entre os módulos das velocidades médias V_{MO} do objeto e V_{MI} da imagem até o instante 10 s.
- b) qual deveria ser o raio de curvatura do espelho para que essa razão fosse igual a 1.

9 Considere a composição de espelhos a seguir, formada por dois espelhos E_1 e E_2 , onde E_1 é um espelho plano e E_2 um espelho esférico gaussiano côncavo de raio de curvatura R cm, C, F e V são respectivamente, em relação ao espelho esférico, o

centro de curvatura, o foco e o vértice do espelho. Determine, em função de R , a distância de um ponto objeto (fonte), à sua imagem formada por tripla reflexão, primeiramente no espelho E_1 , seguida de reflexão em E_2 e, posteriormente, novamente em E_1 . O ponto objeto está sobre o eixo principal do espelho esférico, a uma distância $R/4$ do espelho plano.



10 O quadrado ABCD da figura a seguir tem um lado BC apoiado sobre o eixo principal do espelho esférico, de centro de curvatura C e raio 16 cm. O lado do quadrado mede 8,0 cm. Determine a razão entre a área do quadrado ABCD e a área de sua imagem.



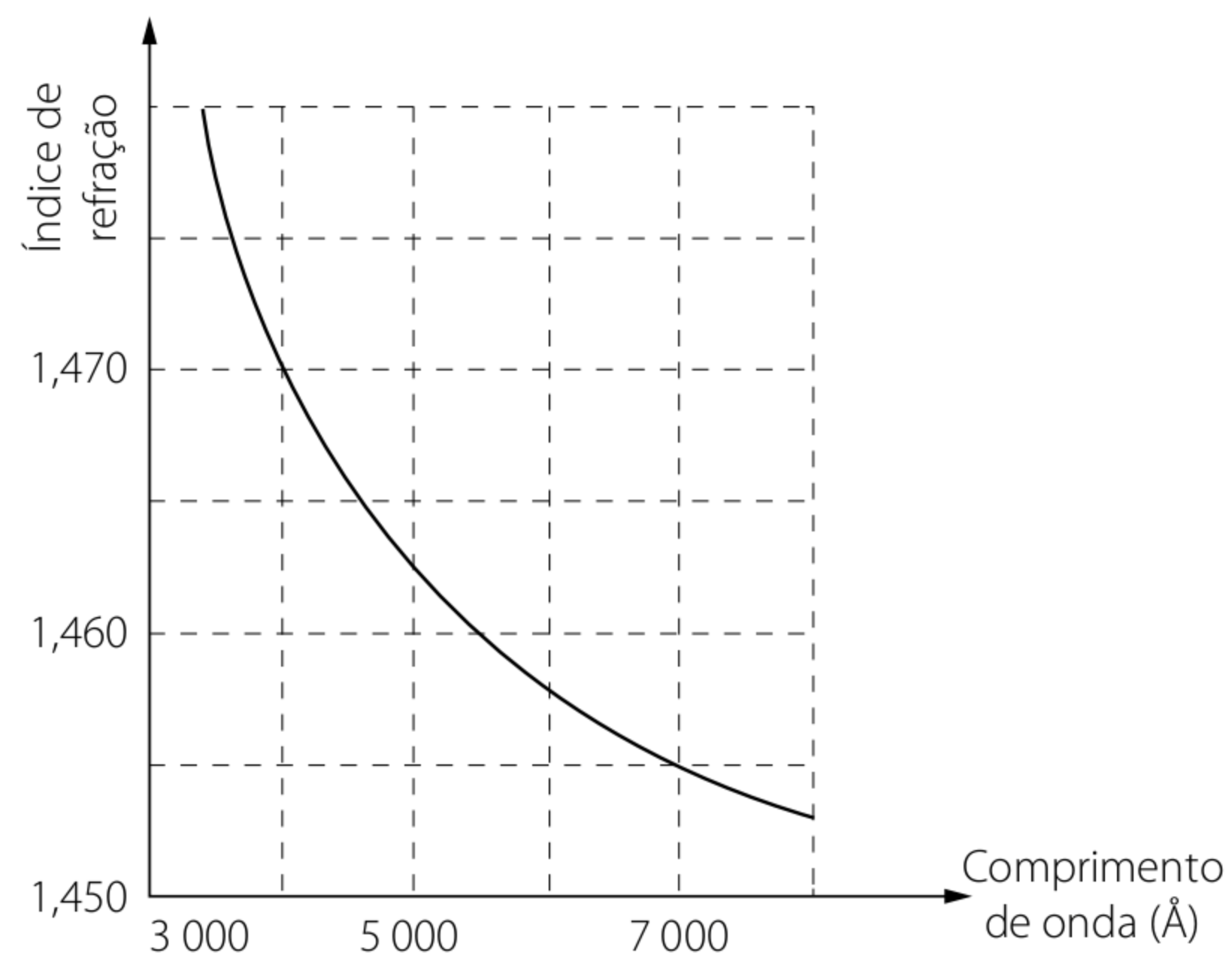
11 Uma vela acesa de 18 cm de comprimento é colocada sobre o eixo principal de um espelho esférico, a 60 cm do vértice. A imagem real correspondente forma-se a 30 cm do espelho. Determine:

- se o espelho é côncavo ou convexo.
- o comprimento da imagem.
- o traçado gráfico do objeto e de sua imagem conjugada pelo espelho.

12 Um espelho esférico côncavo é utilizado para projetar, sobre uma tela, a imagem do Sol. A distância focal do espelho é de 2,0 metros. Qual é, aproximadamente, a distância entre a imagem do Sol e o espelho?

13 Mackenzie Um objeto real se encontra diante de um espelho esférico côncavo, a 10 cm de seu vértice, sobre o eixo principal. O raio de curvatura desse espelho é de 40 cm. Se esse objeto se deslocar até o centro de curvatura do espelho, qual será a distância entre a imagem inicial e a imagem final?

14 O gráfico a seguir mostra como varia o índice de refração de um cristal em função do comprimento de onda da radiação, medido no vácuo:



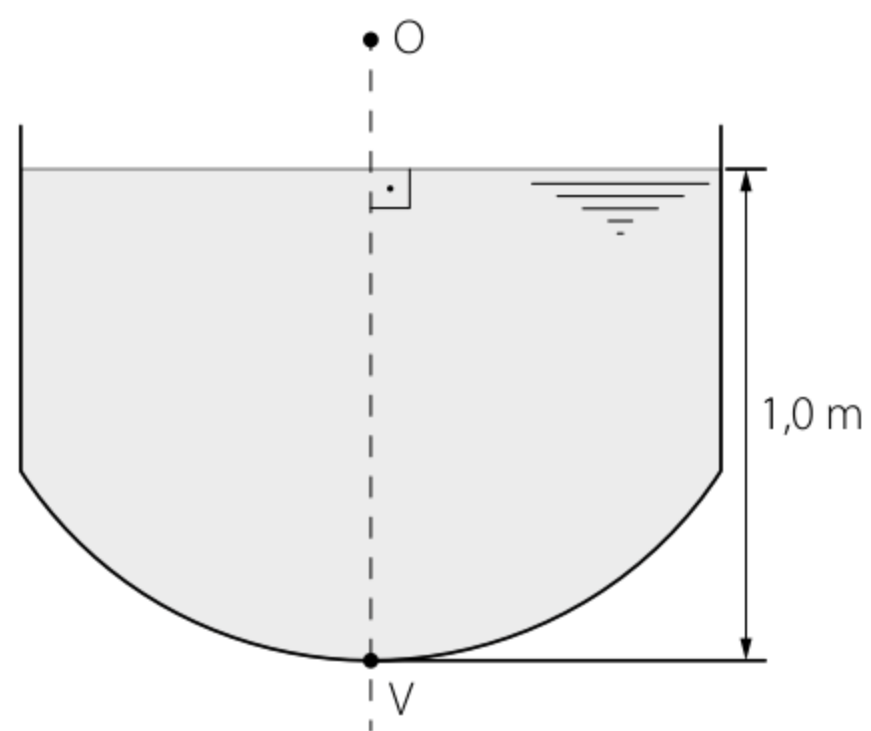
- Qual o índice de refração do cristal para uma radiação de 4000 Å?
- Qual radiação visível terá, no meio citado, a menor velocidade? Justifique.
- O que acontece com a luz branca quando atravessa obliquamente a fronteira entre o ar e o cristal?

15 Um feixe luminoso homogêneo penetra no interior de uma esfera transparente de índice de refração n , sob ângulo de incidência i ; ele sofre três reflexões e emerge ao ar. Calcular o ângulo θ que o raio emergente forma com o incidente, em função de i e do ângulo de refração r correspondente.

16 É dado um cubo de vidro, apoiado por uma de suas faces num plano horizontal. A uma das faces verticais cola-se um cartão de mesma altura que a face, porém mais largo do que ela. Expõe-se o sistema à luz solar de tal forma que os raios luminosos sejam paralelos às faces verticais normais ao cartão. Nestas condições, o cartão projeta duas sombras sobre o plano de apoio, uma interior ao cubo de vidro, outra exterior ao mesmo.

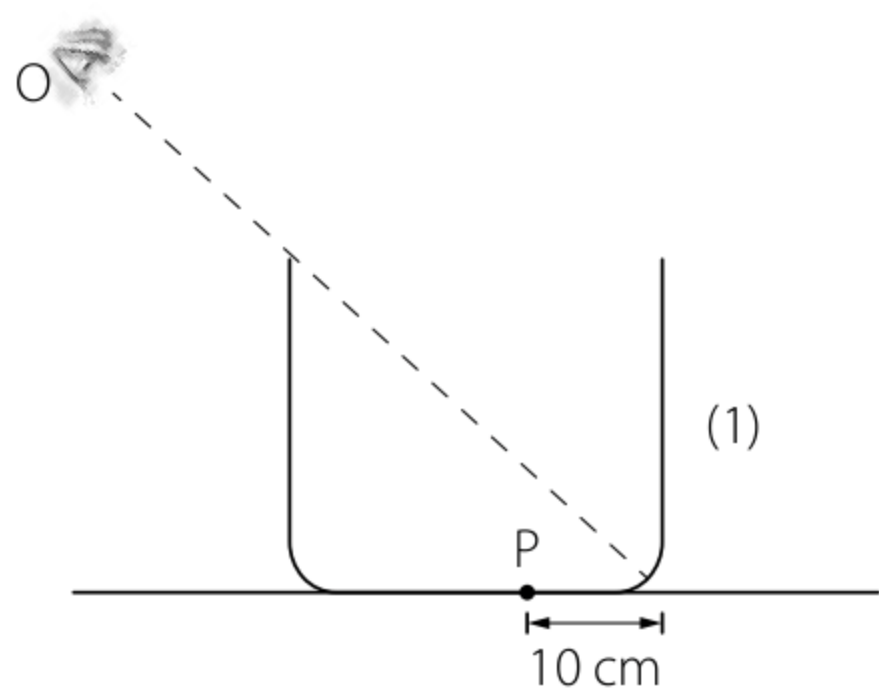
Pede-se determinar o ângulo de incidência da luz solar sobre o plano horizontal, para que a sombra externa ao cubo seja duas vezes mais longa do que a sombra interna, em função de n (índice de refração do cubo).

17 Na figura seguinte, tem-se um reservatório cujo fundo é constituído por um espelho esférico côncavo. O reservatório contém água, de índice de refração $4/3$, até a altura de $1,0\text{ m}$ em relação ao vértice V do espelho. Raios luminosos paralelos entre si, provenientes do Sol a pino, incidem normalmente na superfície líquida, refratando-se para o interior da água.



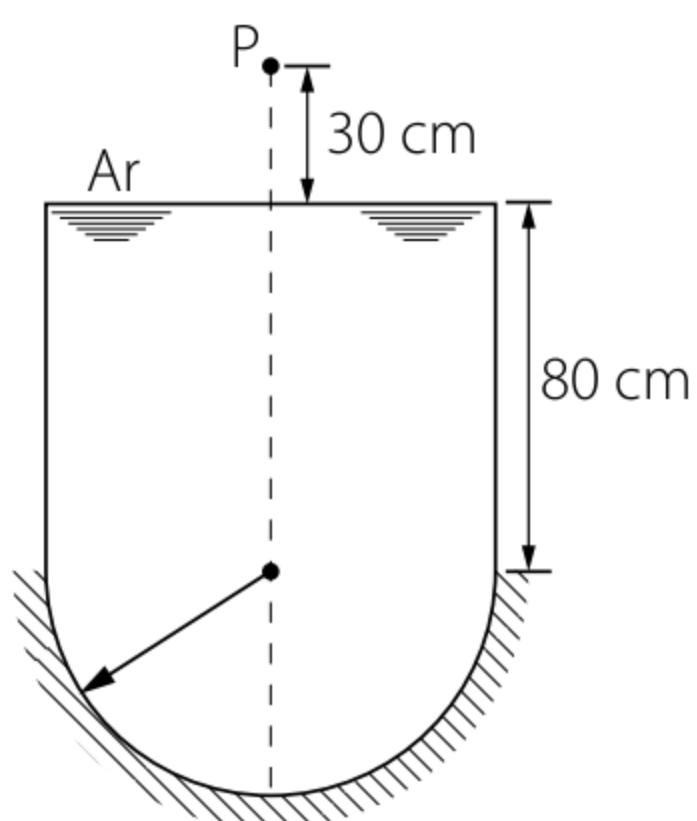
Sabendo-se que para um observador cujo globo ocular situa-se no ponto O a imagem do Sol conjugada pelo sistema parece estar a uma profundidade de 30 cm , calcular a distância focal do espelho.

18 Na figura, temos um recipiente cúbico de paredes opacas, vazio, de 40 cm de aresta:



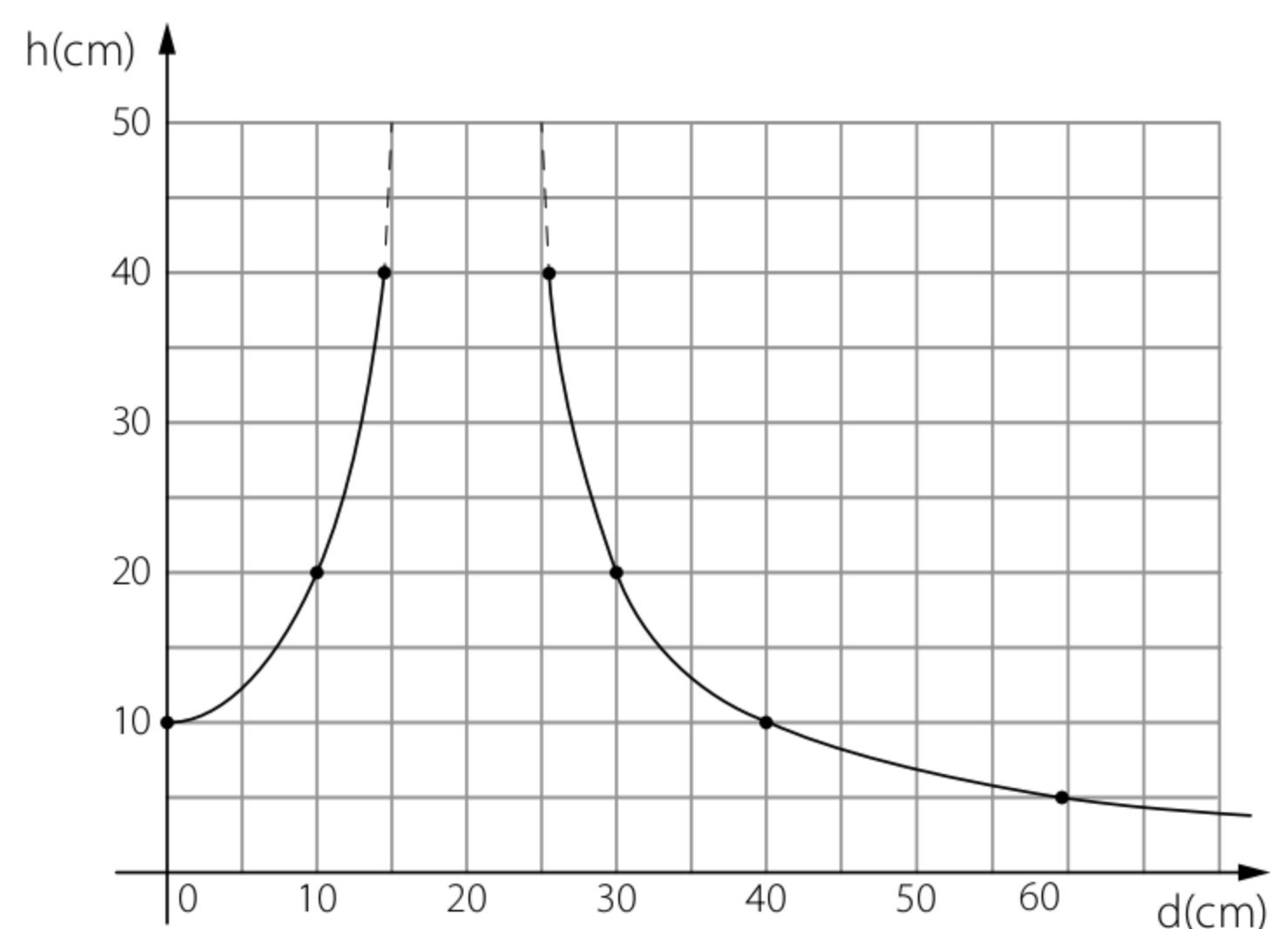
Na posição em que se encontra, o observador O não vê o fundo do recipiente, mas vê completamente a parede (1). Calcule a altura mínima da água que se deve despejar no recipiente, para que o observador passe a ver a partícula P . Adote o índice de refração da água em relação ao ar igual a $4/3$.

19 Consideremos um recipiente de base hemisférica, cheio de água. A base está extremamente recoberta de prata e seu raio vale 60 cm .



Admitamos que apenas raios paraxiais emitidos pela fonte P atravessam a fronteira ar-água e incidem na superfície hemisférica, que produz a imagem P' . Supondo o índice de refração da água igual a $4/3$, determine a posição de P' em relação à superfície livre da água.

20 Uma lente delgada conjuga uma imagem de altura h a um objeto (segmento de reta que intercepta perpendicularmente o eixo óptico principal da lente). No gráfico, o valor absoluto de h está representado em função da distância d entre o objeto e a lente:



Qual é a convergência da lente?

21 Uma lente delgada biconvexa tem raios de curvatura iguais. Essa lente, quando imersa no ar (índice de refração igual a 1), tem 6 di e quando imersa na água (índice de refração igual a $4/3$), tem 2 di . Nessas condições, podemos afirmar que os raios das superfícies diópticas que constituem essa lente são de:

- | | | |
|-----------------|----------------|---------------|
| A 100 cm | C 20 cm | E 5 cm |
| B 50 cm | D 10 cm | |

22 VUNESP-SP Dispondo-se de duas lentes convergentes de distâncias focais iguais a $1,00\text{ cm}$, colocadas a uma distância d uma da outra e com seus eixos principais coincidentes, pretende-se obter uma imagem virtual 100 vezes ampliada de um pequeno objeto colocado a $2,00\text{ cm}$ da primeira lente. Qual deve ser a distância entre as lentes?

23 Um anteparo acha-se a uma distância fixa de uma lente delgada, ocupando a posição de seu plano focal; a convergência da lente é de 8 dioptrias . Quer-se utilizar esse sistema para obter, sobre o anteparo, a imagem de um quadro com as dimensões lineares reduzidas a $1/5$. Pergunta-se:

- Qual deve ser a distância focal de uma segunda lente, a ser justaposta à primeira?
- Qual a distância do quadro ao anteparo?

24 Um ponto luminoso P situado sobre o eixo principal de uma lente convergente de 1 m de distância focal dá uma imagem real P_i a 11 m da lente.

- Qual a distância do ponto luminoso à lente?
- Os raios que formam essa imagem são interceptados por um espelho plano, inclinado de 45° sobre o eixo principal, e que secciona o eixo principal num ponto O tal que

$\overline{OP_i} = 5 \text{ m}$; em seguida, são recebidos por um espelho côncavo W, com centro em O, e raio de curvatura igual a 5 m. Procurar a imagem final do ponto P através de todo o sistema, e traçar a marcha de um pequeno feixe luminoso proveniente de P.

- c) No instante $t = 0 \text{ s}$, faz-se girar o espelho plano em torno do eixo O, normal ao plano da figura. Ele efetua $N = 50\,000$ rotações por segundo. Neste mesmo instante $t = 0 \text{ s}$, a fonte luminosa emite um único pulso de duração muito pequena $\Delta t \rightarrow 0 \text{ s}$. A imagem final gerada pelo espelho côncavo W sofre um deslocamento vertical de 0,1 mm. Deduza, através dessa experiência, a velocidade de propagação da luz.

Obs.: o pulso é colimado e se propaga apenas na direção horizontal. Utilize, se necessário, $\arccos(0,99995) \approx 0,01$.

25 Uma lente delgada convergente de 10 cm de distância focal dá uma imagem real de um objeto, sobre um anteparo situado a 50 cm da lente. Entre a lente e o anteparo, no meio da distância que os separa, coloca-se uma lente divergente de distância focal igual a 5 cm.

Determine a nova posição do objeto para que sua imagem continue sobre o anteparo.

26 Duas lentes delgadas são postas à distância de 90 cm uma da outra, com eixos principais coincidentes. Uma é convergente, e tem distância focal igual a 60 cm; a outra é divergente. Um filamento incandescente é colocado a 140 cm da primeira lente. Seus raios, após atravessarem as duas lentes, definem uma imagem de mesmo tamanho que o objeto, sobre um anteparo. Demonstrar que as duas lentes têm distâncias focais iguais, em módulo.

27 Um objeto retilíneo de comprimento y e um anteparo E estão paralelamente à distância d um do outro. Colocamos entre eles uma lente delgada convergente L_1 , cujo eixo é normal ao objeto, e obtemos em E uma imagem de altura $|y'| = 2 \cdot |y|$. A seguir intercalamos entre L_1 e E uma lente delgada divergente L_2 , de distância focal igual à de L_1 , em valor absoluto. Nestas condições recebemos no anteparo E, deslocado de 20 cm, e situado no plano focal objeto de L_2 , a imagem y'' dada pelas duas lentes L_1 e L_2 . Pede-se:

- a) A distância l entre as duas lentes.
b) A distância d do objeto ao anteparo E em sua primeira posição.

28 Um objeto acha-se à distância de 1 m de uma lente divergente D de potencial igual a 1 dioptria. Atrás da lente D dispõe-se uma lente convergente C, de potência igual a 2 dioptrias, de tal modo que os eixos principais das duas lentes coincidam. Pede-se:

- a) A distância entre os centros óticos das duas lentes, para que o sistema produza uma imagem final real de grandeza igual à do objeto.
b) A distância D do objeto à imagem.

29 Considere os dois senhores usuários de óculos representados a seguir. Devido às suas lentes corretivas, o da figura 1 aparenta ter os olhos muito pequenos em relação ao tamanho do seu rosto, ocorrendo o oposto com o da figura 2.

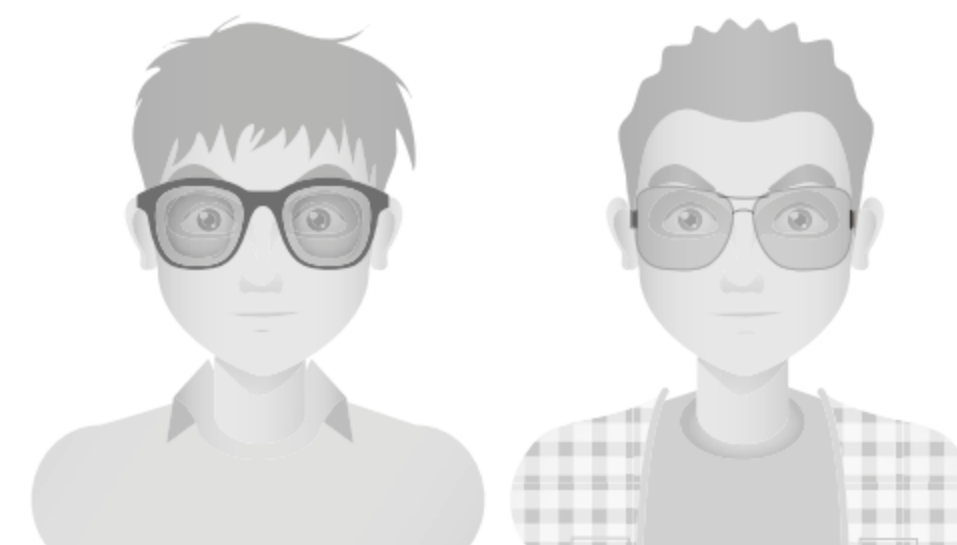


Figura 1

Figura 2

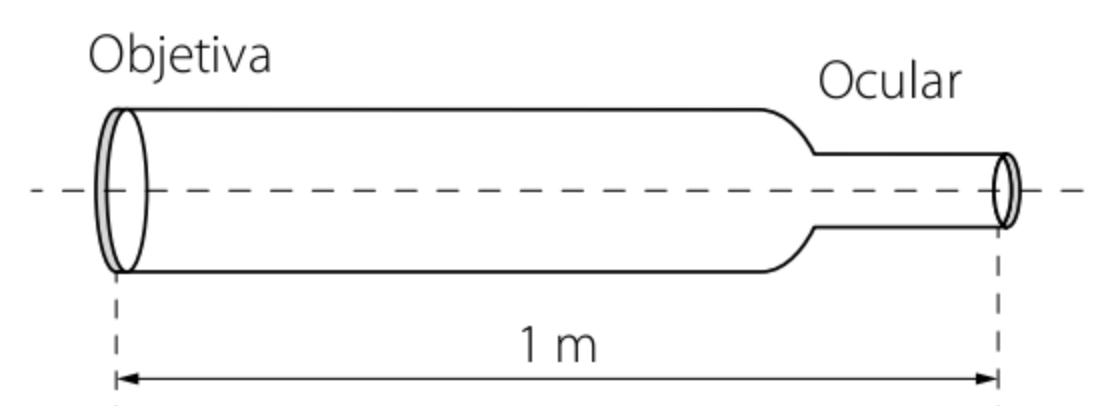
É correto concluir que:

- A** o senhor da figura 1 é míope e usa lentes convergentes.
B o senhor da figura 1 é hipermetrope e usa lentes divergentes.
C o senhor da figura 2 é míope e usa lentes divergentes.
D o senhor da figura 2 é hipermetrope e usa lentes convergentes.
E os dois senhores têm o mesmo defeito visual.

30 É sabido que para o olho emetrope o ponto remoto situa-se no "infinito". Um garoto de vista normal coloca as lentes de contato de sua irmã, cuja convergência é de +2,0 di. Nessas condições, qual passa a ser sua distância máxima de visão distinta?

31 Uma luneta é constituída por uma objetiva e uma ocular, associadas coaxialmente e acopladas a um tubo, cujo interior é fosco. Com o uso do referido instrumento, focaliza-se um corpo celeste e a imagem final visada pelo observador forma-se a 60 cm da ocular. Sabendo-se que a objetiva e a ocular têm distâncias focais de 80 cm e 20 cm, respectivamente, calcular o comprimento da luneta (distância entre a objetiva e a ocular).

32 O esquema abaixo ilustra uma luneta rudimentar, em que tanto a objetiva como a ocular são sistemas refratores convergentes. O instrumento está focalizado para um astro muito afastado, e sua objetiva dista 1 m da ocular, cuja abscissa focal vale 4 cm. Sabendo que a imagem final visada pelo observador situa-se a 12 cm da ocular, calcule a abscissa focal da objetiva.



33 Um projetor rudimentar fornece, para um *slide* quadrado de 5,0 cm de lado, uma imagem também quadrada, porém com 50 cm de lado. Sabendo que a objetiva do projetor é constituída pela justaposição de duas lentes com vergências de $-1,0$ di e $+6,0$ di, calcule:

- a distância do *slide* ao centro óptico da objetiva.
- a distância da tela ao centro óptico da objetiva.

34 PUC-SP Uma luneta foi construída com duas lentes convergentes de distâncias focais respectivamente iguais a 100 cm e 10 cm. Uma pessoa de vista normal regula a luneta para observar a Lua e depois focaliza um objeto situado a 20 metros de distância. Para tanto, deve deslocar a ocular de aproximadamente:

- 10 cm, aproximando-a da objetiva.
- 10 cm, afastando-a da objetiva.
- 5 cm, aproximando-a da objetiva.
- 5 cm, afastando-a da objetiva.
- 1 cm, afastando-a da objetiva.

35 Uma lupa de distância focal igual a 5,0 cm é utilizada por um estudante para a observação de um inseto de 2,0 mm de comprimento, situado sobre uma superfície iluminada. Sabe-se que a distância mínima de visão distinta do estudante vale 25 cm e que o inseto é colocado a 4,0 cm da lupa.

- A que distância da lupa deverá o estudante dispor seu globo ocular, para perceber a imagem do inseto com tamanho máximo?
- Qual o aumento linear transversal fornecido pela lupa e qual o comprimento da imagem do inseto?

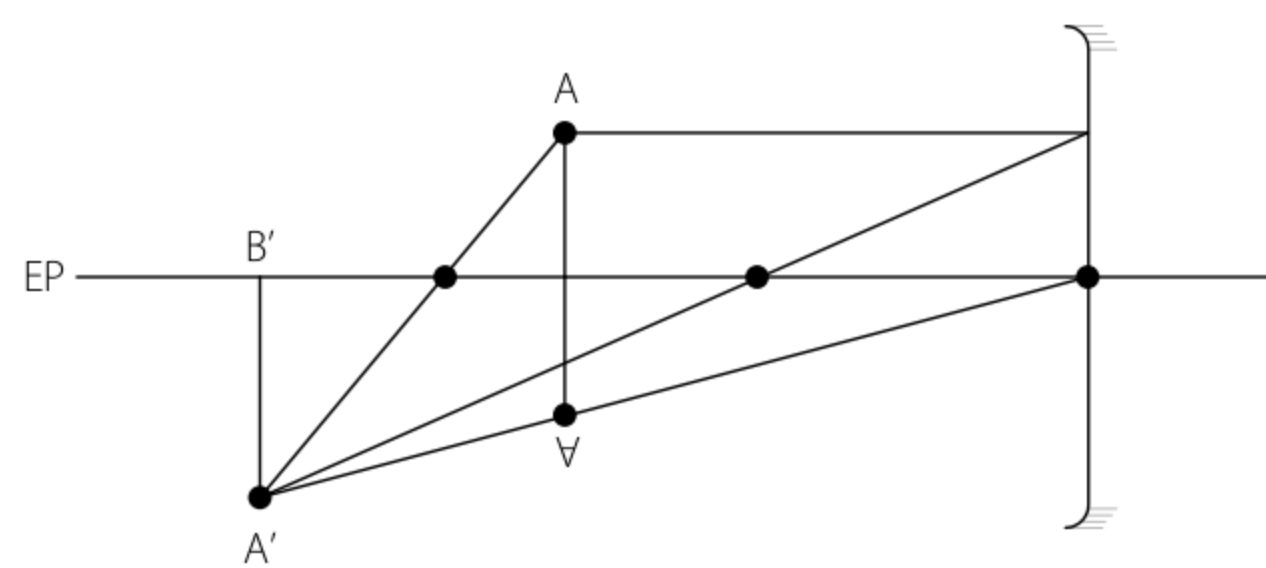
36 Uma objetiva fotográfica é constituída de duas lentes delgadas justapostas, uma biconvexa de *crown*, e outra convexo-côncava de *flint*. Os raios de curvatura das faces da lente convergente, e da face côncava da lente divergente, são iguais em módulo. O raio de curvatura da face convexa da lente divergente é duas vezes maior. Os índices de refração valem:

$n_c = 1,52$ para o *crown*, e $n_f = 1,68$ para o *flint*.

A distância focal da objetiva mede $f = 15$ cm. Pedem-se:

- O módulo R do raio de curvatura das faces da lente convergente.
- A distância focal individual de cada lente.

4.



5. -8 cm

6. 180 cm

7. 4 mm

8. a) 0

b) 40 cm ou $R \rightarrow \infty$

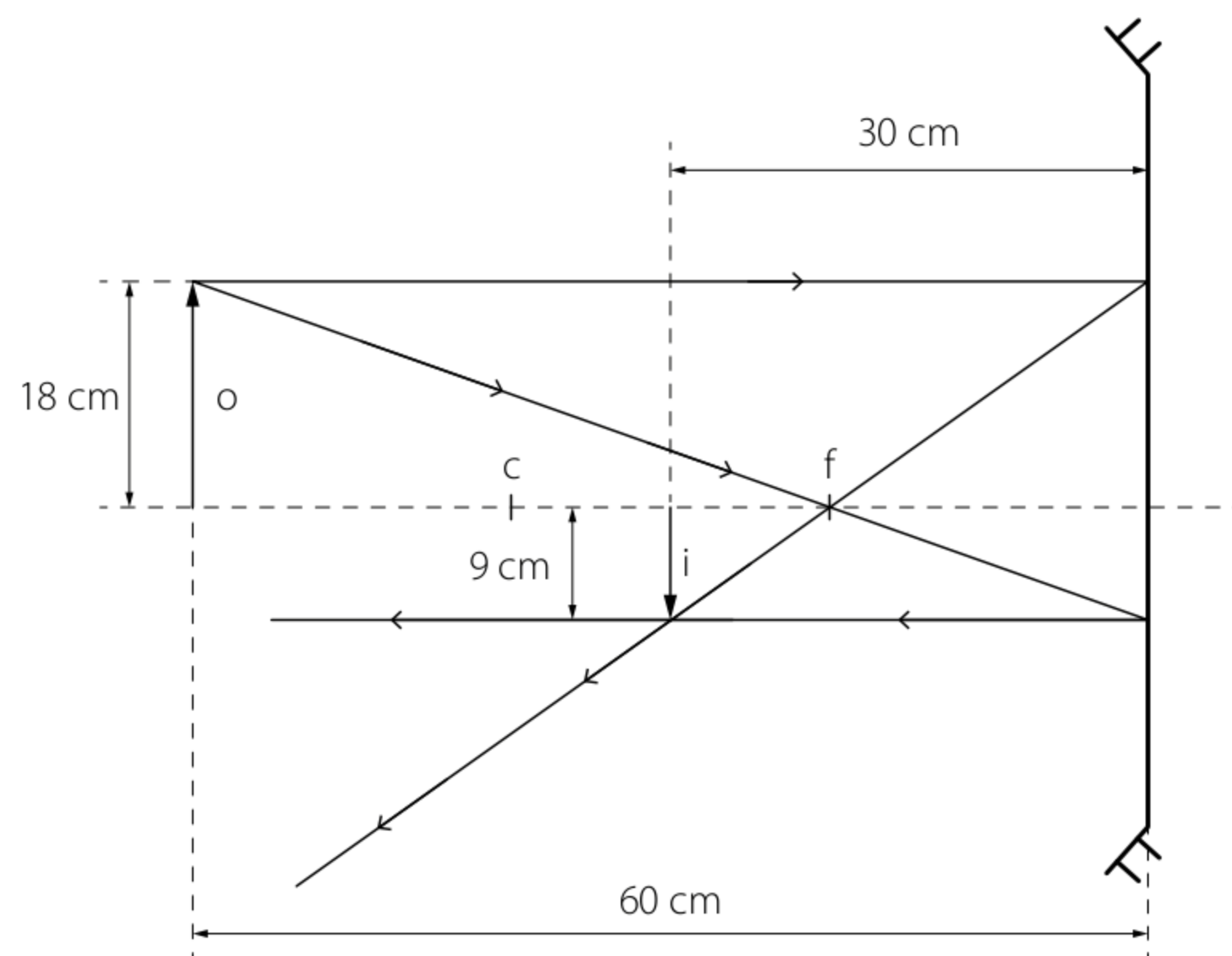
9. $5R/12$

10. $8/3$

11. a) O espelho é côncavo.

b) O comprimento da imagem é 9 cm (e a orientação é invertida em relação à orientação do objeto).

c)



12. 2 m

13. 60 cm

14. a) 1,47

b) Violeta.

c) Dispersão.

15. $\pi - 2(4\hat{r} - \hat{i})$

16. $\beta = \arcsen \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}$

17. 60 cm

18. $\cong 26$ cm

19. 104 cm

20. 5,0 di

21. C

22. 2,99 cm

23. a) 62,5 cm

b) 75 cm

GABARITO

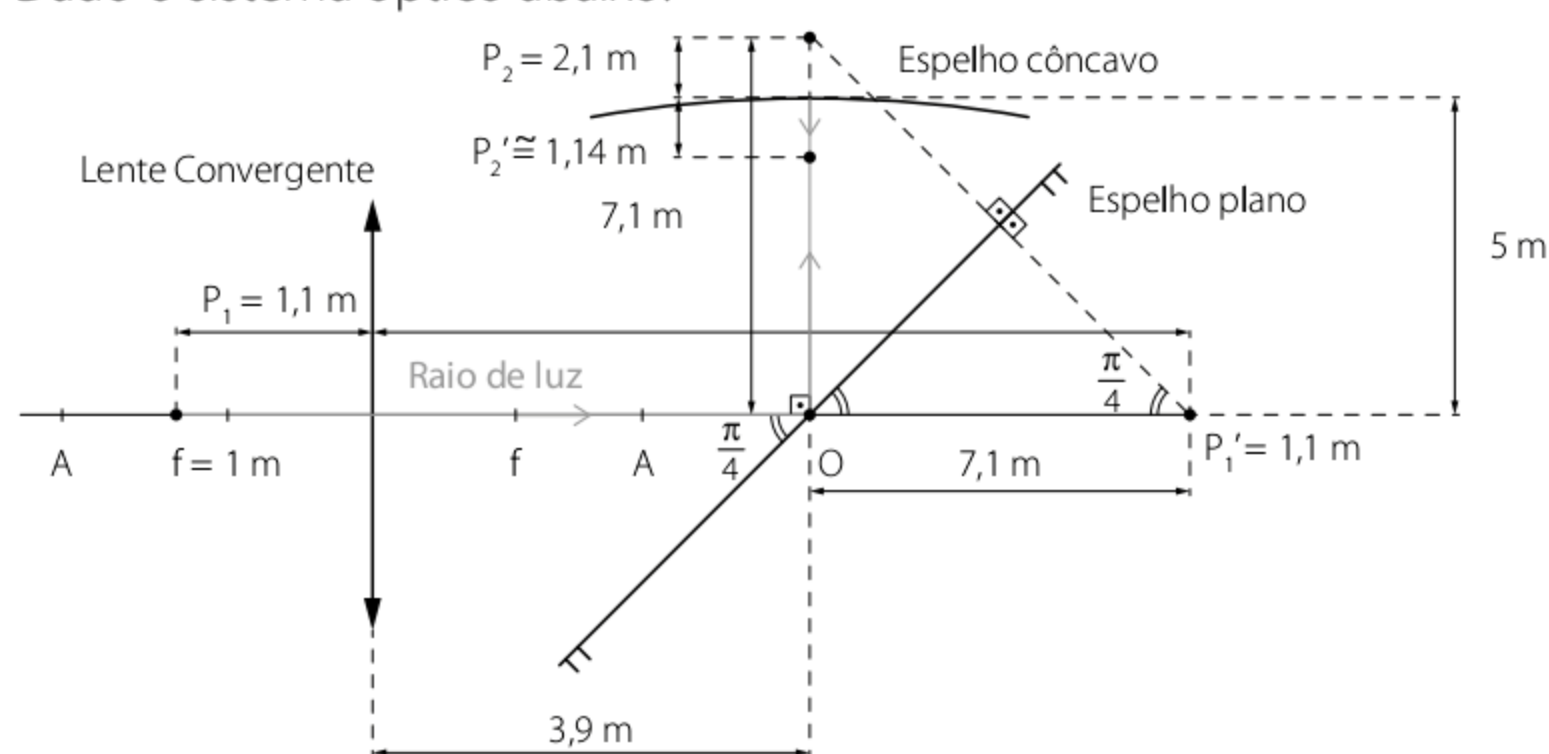
1. $s = 0,5 + \frac{1}{8}t^2$

2. E

3. $4/3$ m

24. a) 1,1 m

b) Dado o sistema óptico abaixo:



$\overline{OP} = 5 \text{ m}$ e Raio do espelho côncavo $= 5 \text{ m} \Rightarrow f_{ec} = +2,5 \text{ m}$

Temos que o objeto do sistema espelho côncavo é virtual com distância até o vértice de 2,1 m. Assim:

$$\frac{1}{f_{ec}} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{2,5} = -\frac{1}{2,1} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow p_2' = \frac{525}{460} \approx 1,14 \text{ m}$$

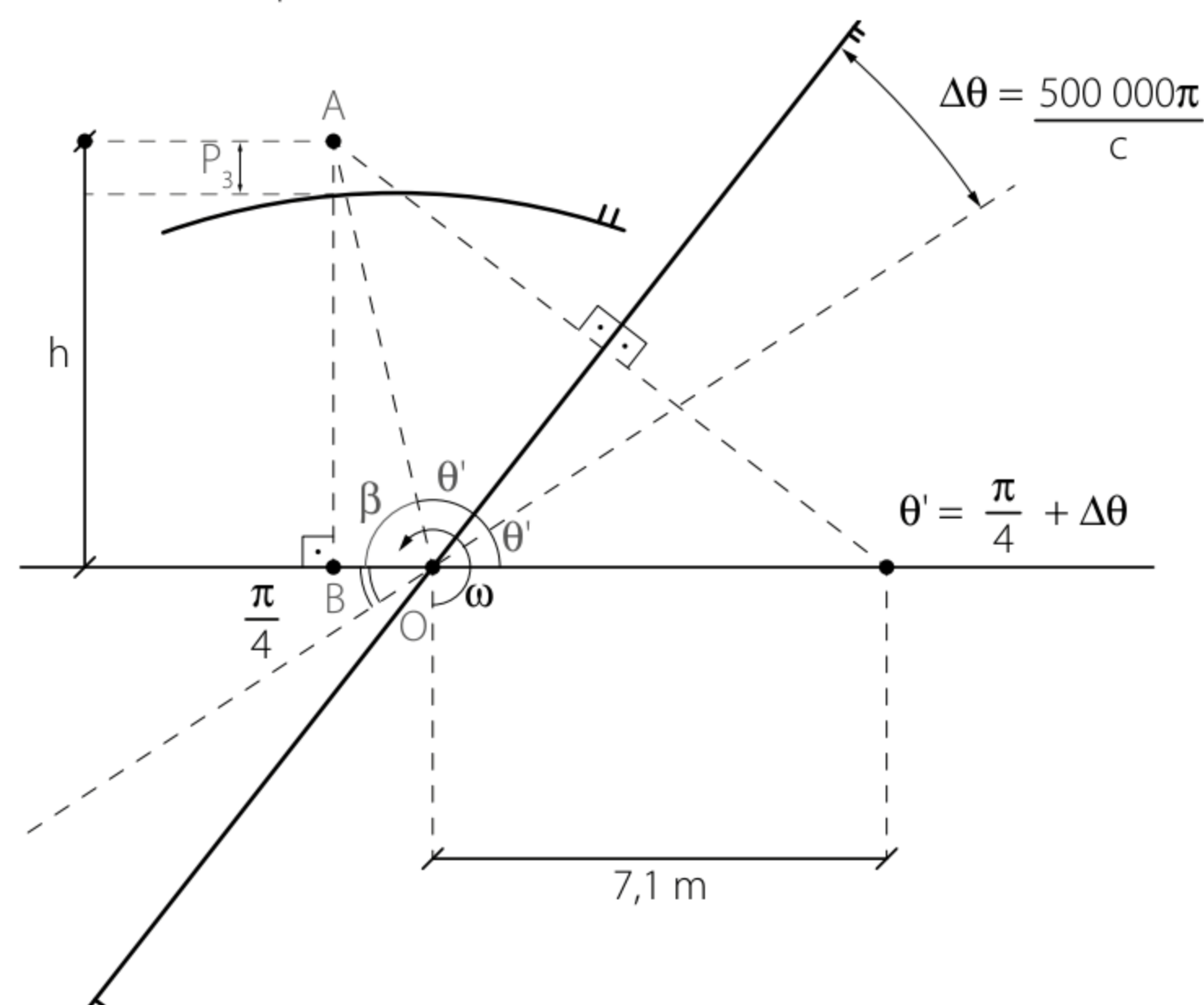
c) A partir de $t = 0 \text{ s}$, temos que o pulso de luz irá se propagar um $\Delta S = 5 \text{ m}$ até a superfície do espelho plano. Sendo assim:

$$c = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{c}$$

Temos também que, nesse mesmo Δt calculado acima, o espelho plano terá rotacionado um ângulo $\Delta\theta$ (vamos assumir rotação anti-horária). Assim:

$$\Delta\theta = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta\theta = 2\pi \cdot 50000 \Delta t \Rightarrow \Delta\theta = 100000\pi \cdot \frac{5}{c} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{500000\pi}{c} \text{ rad}$$

Dessa forma, após Δt , temos:



$$\text{Temos que: } \beta = \pi - 2\theta' = \pi - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{1000000\pi}{c} \right) = \frac{\pi}{2} - \frac{10^6\pi}{c}$$

Aplicando lei dos senos no triângulo retângulo ABO, temos:

$$\frac{\sin(\beta)}{h} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{7,1} \Rightarrow h = 7,1 \cdot \sin(\beta) \Rightarrow h = 7,1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{10^6\pi}{c}\right) \Rightarrow h = 7,1 \cdot \cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right)$$

Temos que a nova distância do objeto do espelho côncavo ao seu vértice será:

$$p_3 = -h + 5 \Rightarrow p_3 = -7,1 \cdot \cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right) + 5 \text{ (pois o objeto é virtual)}$$

Assim, temos que a nova posição da imagem final será dada por:

$$\frac{1}{f_{ec}} = \frac{1}{p_3} + \frac{1}{p_3'} \Rightarrow \frac{1}{2,5} = \frac{1}{-7,1 \cdot \cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right) + 5} + \frac{1}{p_3'} \Rightarrow \frac{1}{p_3'} = \frac{1}{2,5} + \frac{1}{7,1 \cdot \cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right) + 5} \Rightarrow p_3' = \frac{7,1 \cdot \cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right) - 5}{\frac{71}{25} \cdot \cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right) - 1}$$

Sabendo que $p_3' - p_2' = -0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, temos, com o resultado obtido no item b):

$$\left[-10^{-4} + \frac{525}{460} \right] \cdot \left[\frac{71}{25} \cdot \cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right) - 1 \right] = 7,1 \cdot \cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right) - 5 \Rightarrow \cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right) \approx 0,999952319$$

$$\arccos\left(\cos\left(\frac{10^6\pi}{c}\right)\right) \approx \arccos(0,999952319)$$

$$\frac{10^6\pi}{c} \approx 0,01 \Rightarrow c \approx 3,217 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

25. 15,22 cm
26. $f = -60 \text{ cm}$
27. a) 100 cm
b) 180 cm
28. a) 0,25 m
b) 2,75 m
29. D
30. 50 cm
31. 95 cm
32. 97 cm
33. a) 22 cm
b) 2,2 m
34. D
35. a) 5 cm
b) 5 e 10 mm
36. a) 10,5 cm
b) 10,1 cm e $-30,86 \text{ cm}$

MÓDULO 1 - FÍSICA

Caso não sejam fornecidos dados nas questões, considere os seguintes:

Aceleração da gravidade: 10 m/s^2

Calor específico da água: $4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Massa específica da água: $1,0 \text{ g/cm}^3$

Constante gravitacional: $6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$

Massa da terra: $6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$

Velocidade da luz: $3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$

$1 \text{ atm} = 1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

$1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$

$\pi = 3,14$

Velocidade do som no ar: 340 m/s

Constante universal dos gases: $8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

Permissividade do vácuo: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$

Massa do elétron em repouso: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Carga elementar: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Constante elétrica do vácuo: $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

MÓDULOS ITA / IME

Frente 1 – ITA

1 ITA 1989 Um objeto de massa $m = 1,0 \text{ kg}$ é lançado de baixo para cima, na vertical, com velocidade inicial $\vec{v}_0$. Ao passar por uma posição y_1 ele está com velocidade $\vec{v}_1 = 4,0 \text{ m/s}$ e numa posição y_2 sua velocidade é $\vec{v}_2 = 2,0 \text{ m/s}$. Desprezada a resistência do ar, o trabalho realizado pela força da gravidade (W_g) entre y_1 e y_2 e o deslocamento ($y_2 - y_1$) são, respectivamente:

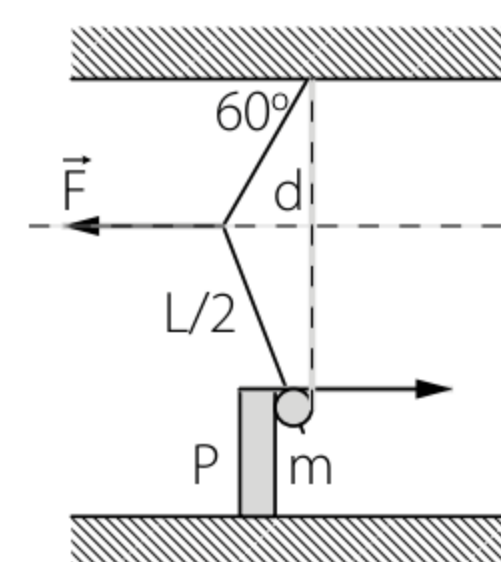
Dado: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

	$W_g \text{ (J)}$	$y_2 - y_1 \text{ (m)}$
A	6,1	6,0
B	-6,0	$5,9 \cdot 10^{-1}$
C	1,0	$6,1 \cdot 10^{-1}$
D	-1,0	$1,0 \cdot 10^{-1}$
E	-6,0	$6,1 \cdot 10^{-1}$

2 ITA 1985 Três blocos B_1 , B_2 e B_3 de mármore, de mesma massa específica d e mesma área de secção transversal A têm alturas respectivamente iguais a h_1 , h_2 e h_3 , sendo $h_1 > h_2 > h_3$. Eles estão inicialmente no solo horizontal, repousando sobre suas bases. Em seguida são empilhados, formando uma coluna de altura $h = h_1 + h_2 + h_3$. A aceleração da gravidade é g . Quanto ao trabalho realizado na operação de empilhar, podemos afirmar que:

- A é nulo, porque a força peso é conservativa
- B é máximo se o bloco B_1 for colocado no alto, o bloco B_2 no meio e o bloco B_3 em baixo
- C é mínimo se o bloco B_3 estiver em cima, o bloco B_1 no meio e o bloco B_2 em baixo.
- D é igual a $\frac{dgA}{2} \cdot [h^2 - (h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)]$
- E é igual a $dgAh^2$

3 ITA 1992 Na figura abaixo, a massa esférica M pende de um fio de comprimento L , mas está solicitada para a esquerda por uma força F que mantém a massa apoiada contra uma parede vertical P , sem atrito.



- a) Calcule o trabalho W realizado pela força F para fazer subir lentamente ($v \cong 0$) a massa M em termos da variação da energia potencial de M , desde a posição em que o fio está na vertical até a situação indicada no desenho;
- b) Verifique se é possível calcular esse trabalho como o produto de F , já calculada, pelo deslocamento d .

	a)	b)
A	$0,29 \text{ Mg}\ell$	Não
B	$0,13 \text{ Mg}\ell$	Sim
C	$0,50 \text{ Mg}\ell$	Não
D	$0,13 \text{ Mg}\ell$	Não
E	$0,29 \text{ Mg}\ell$	Sim

4 ITA 1985 Uma queda d'água escoa 120 m^3 de água por minuto e tem $10,0 \text{ m}$ de altura. A massa específica da água é de $1,00 \text{ g/cm}^3$ e a aceleração da gravidade é de $9,81 \text{ m/s}^2$. A potência mecânica da queda d'água é:

- A $2,00 \text{ W}$
- B $235 \cdot 10^5 \text{ W}$
- C 196 kW
- D $3,13 \cdot 10^3 \text{ N}$
- E $1,96 \cdot 10^2 \text{ W}$

5 ITA 1986 Um automóvel de massa igual a 500kg é acelerado uniformemente a partir do repouso até uma velocidade de 40 m/s em 10s. A potência desenvolvida por este automóvel ao completar estes 10 primeiros segundos será, em kW:

- A 160 C 40 E 3
B 80 D 20

6 ITA 1987 Um motor a explosão tem potência de 50 kW e recebe, por hora, através da combustão da gasolina, $2,1 \cdot 10^6$ kJ. Seu rendimento e a potência dissipada por ele são, respectivamente:

- A 8,6% e $5,80 \cdot 10^2$ kW. D 9,4% e $5,3 \cdot 10^2$ kW.
B 9,4% e 50 kW. E 91% e 50 kW.
C 8,6% e $5,3 \cdot 10^2$ kW.

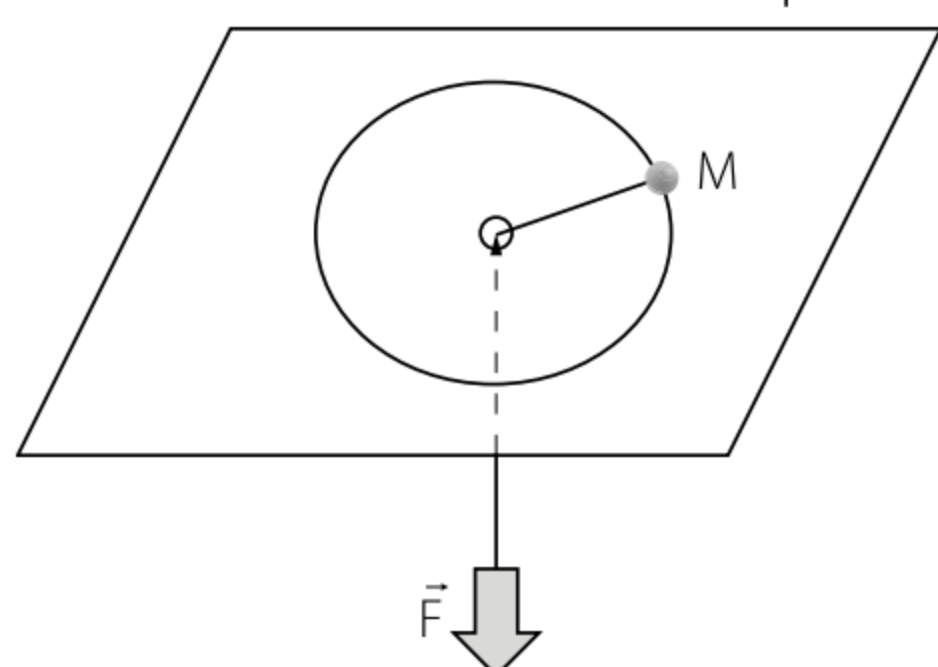
7 ITA 1998 Um bloco maciço requer uma potência P para ser empurrado, com uma velocidade constante, para subir uma rampa inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal. O mesmo bloco requer uma potência Q quando empurrado com a mesma velocidade em uma região plana de mesmo coeficiente de atrito. Supondo que a única fonte de dissipação seja o atrito entre o bloco e a superfície, conclui-se que o coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície é:

- A $\frac{Q}{P}$ C $\frac{Q \sin \theta}{P - Q}$ E $\frac{Q \sin \theta}{P - Q \cos \theta}$
B $\frac{Q}{P - Q}$ D $\frac{Q}{P - Q \cos \theta}$

8 ITA 2007 Projetado para subir com velocidade média constante a uma altura de 32 m em 40 s, um elevador consome a potência de 8,5 kW de seu motor. Considere que seja de 370 kg a massa do elevador vazio e a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$. Nessas condições, o número máximo de passageiros, de 70 kg cada um, a ser transportado pelo elevador é:

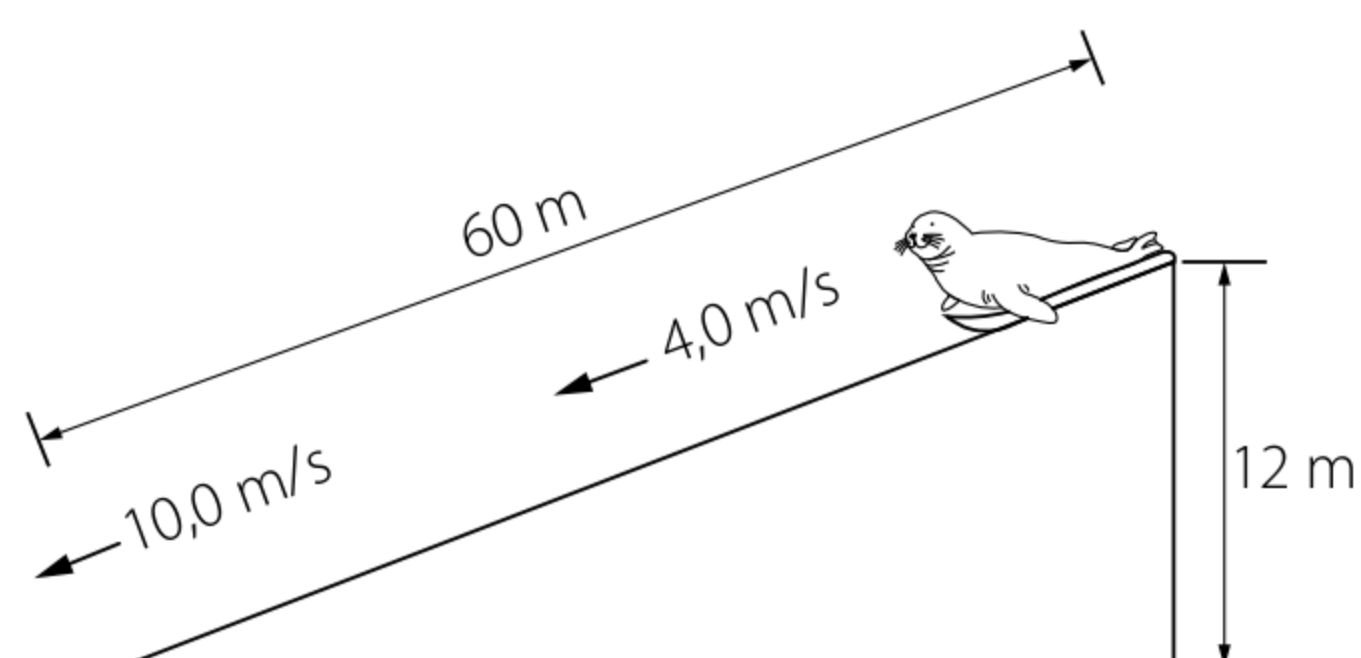
- A 7 C 9 E 11
B 8 D 10

9 ITA 2002 Um corpo de massa M, mostrado na figura, é preso a um fio leve, inextensível, que passa através de um orifício central de uma mesa lisa. Considere que inicialmente o corpo se move ao longo de uma circunferência, sem atrito. O fio é, então, puxado para baixo, aplicando-se uma força $\vec{F}$, constante, a sua extremidade livre. Podemos afirmar que:



- A o corpo permanecerá ao longo da mesma circunferência.
B a força $\vec{F}$ não realiza trabalho, pois é perpendicular à trajetória.
C a potência instantânea de $\vec{F}$ é nula.
D o trabalho de $\vec{F}$ é igual à variação da energia cinética do corpo.
E o corpo descreverá uma trajetória elíptica sobre a mesa.

10 ITA 1988 Uma foca de 30 kg sobre um trenó de 5 kg, com uma velocidade inicial de 4,0 m/s inicia a descida de uma montanha de 60 m de comprimento e 12 m de altura, atingindo a parte mais baixa da montanha com a velocidade de 10,0 m/s. A energia mecânica que é transformada em calor será: (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A 8400 J
B 4200 J
C 2730 J
D 1470 J
E Impossível de se determinar sem o conhecimento do coeficiente de atrito cinético entre o trenó e a superfície da montanha.

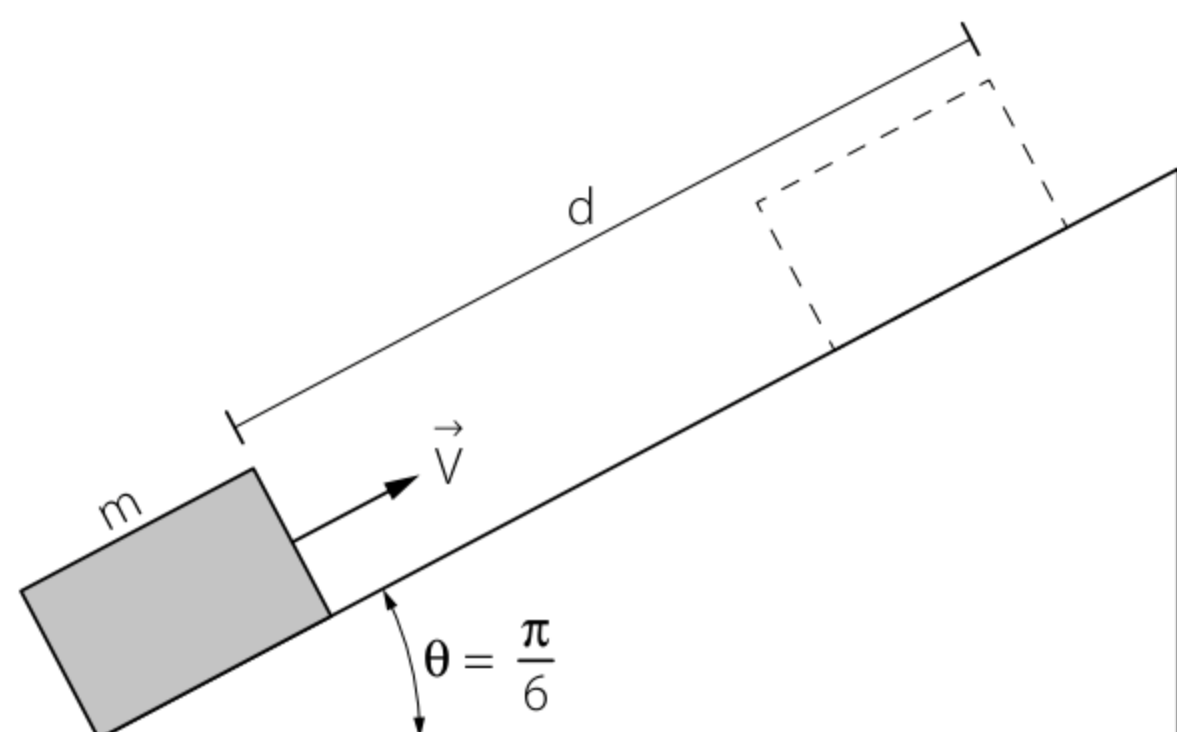
11 ITA 1995 Um pingo de chuva de massa $5,0 \cdot 10^{-5}$ kg cai com velocidade constante de uma altitude de 120 m, sem que a sua massa varie, num local onde a aceleração da gravidade g é 10 m/s^2 . Nessas condições, a força de atrito F_a do ar sobre a gota e a energia E_a dissipada durante a queda são, respectivamente:

- A $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ N}$; $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ J}$
B $1,0 \cdot 10^{-3} \text{ N}$; $1,0 \cdot 10^{-1} \text{ J}$
C $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ N}$; $5,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
D $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ N}$; $6,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
E $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ N}$; 0

12 ITA 2001 Uma partícula está submetida a uma força com as seguintes características: seu módulo é proporcional ao módulo da velocidade da partícula e atua numa direção perpendicular àquela do vetor velocidade. Nessas condições, a energia cinética da partícula deve:

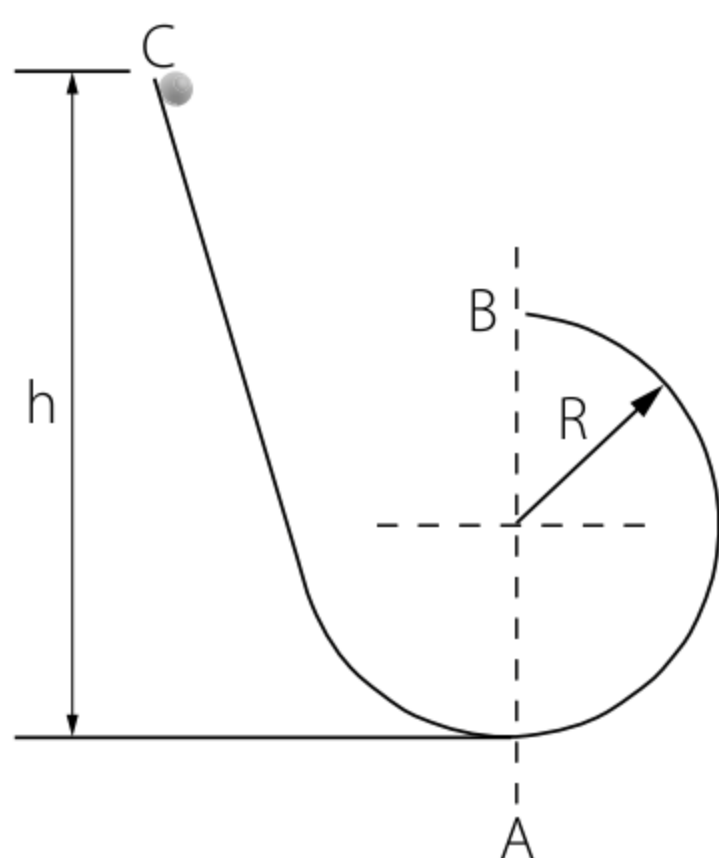
- A crescer linearmente com o tempo.
B crescer quadraticamente com o tempo.
C diminuir linearmente com o tempo.
D diminuir quadraticamente com o tempo.
E permanecer inalterada.

13 ITA 1986 Da posição mais baixa de um plano inclinado, lança-se um bloco de massa 5kg com uma velocidade de 4 m/s no sentido ascendente. O bloco retorna a este ponto com uma velocidade de 3 m/s. O ângulo do plano inclinado é de 30° . Calcule a distância "d" percorrida pelo bloco em sua ascensão.



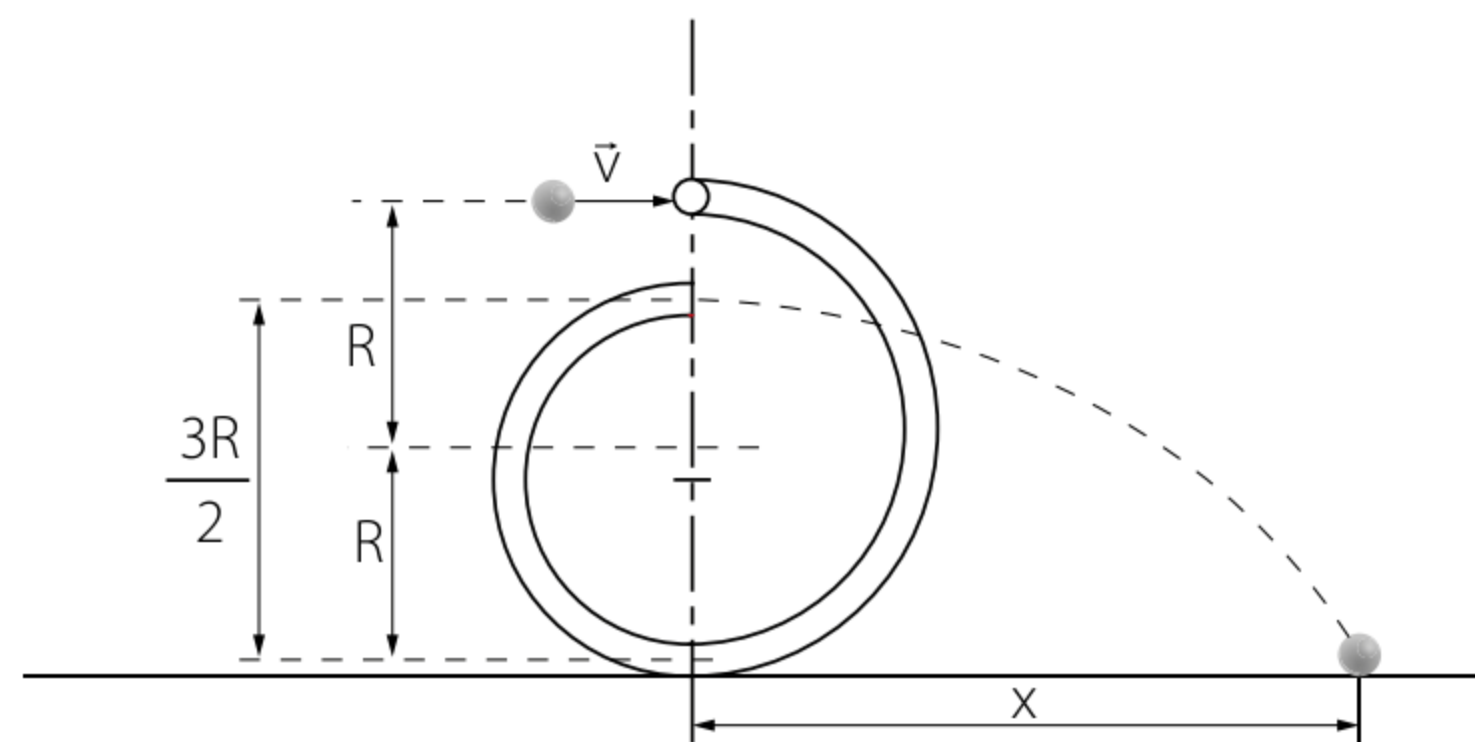
- A 0,75m
- B 1m
- C 1,75m
- D 2m
- E nenhum dos valores acima

14 ITA 1987 A figura representa uma pista sem atrito cuja seção vertical forma, a partir do ponto mais baixo A, uma semicircunferência de raio R. Um objeto de massa m é abandonado a partir de uma altura h que é a mínima que ainda lhe permite atingir o ponto B situado na vertical de A. Sendo T_1 o trabalho da força peso e T_2 o trabalho da reação da pista ao longo dessa trajetória CAB, podemos afirmar, a respeito de h, T_1 e T_2 que:



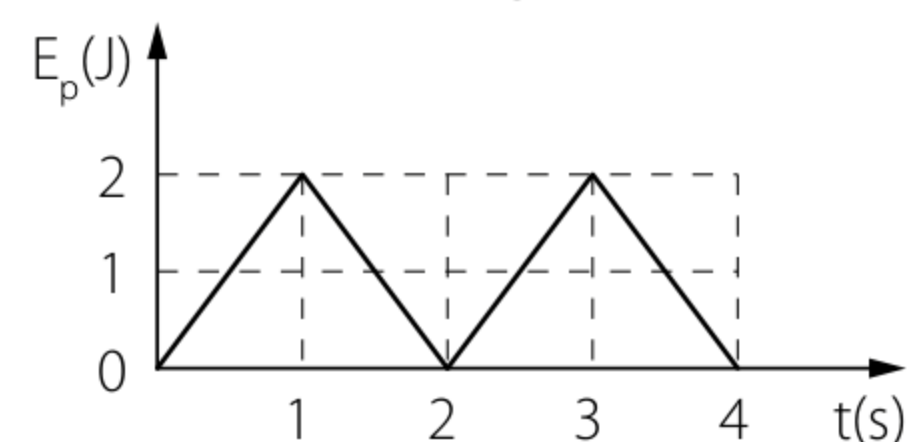
- A $h = 5R/2$; T_1 e T_2 só podem ser calculados conhecendo-se a forma detalhada da pista.
- B $h = 5R/2$; $T_1 = mgR/2$; T_2 só pode ser calculado conhecendo-se a forma detalhada da pista.
- C $h = 3R/2$; $T_1 = -mgR/2$; $T_2 = 0$
- D $h = 5R/2$; $T_1 = mgR/2$; $T_2 = 0$
- E $h = 3R/2$; $T_1 = mgR/2$; $T_2 = -mgR/2$

15 ITA 1990 Uma pequena esfera penetra com velocidade v em um tubo oco, recurvado, colocado num plano vertical, como mostra a figura, num local onde a aceleração da gravidade é g. Supondo que a esfera percorra a região interior ao tubo sem atrito e acabe saindo horizontalmente pela extremidade, pergunta-se: que distância x, horizontal, ela percorrerá até tocar o solo?

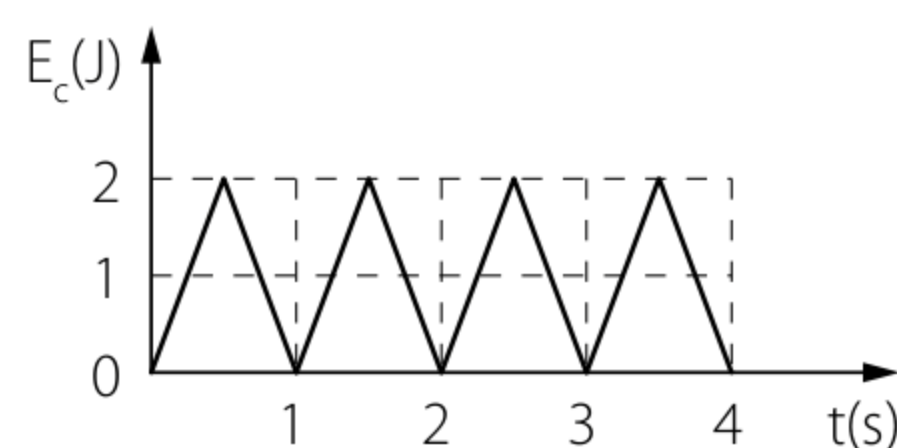


- A $x = \sqrt{\frac{3R^2}{g} \left(\frac{v^2}{R} + g^2 R \right)}$
- B $x = \sqrt{\frac{3R^2}{g}}$
- C $x = v \sqrt{\frac{3R^2}{g}}$
- D $x = \sqrt{\frac{3R}{g} (v^2 + gR)}$
- E outro valor

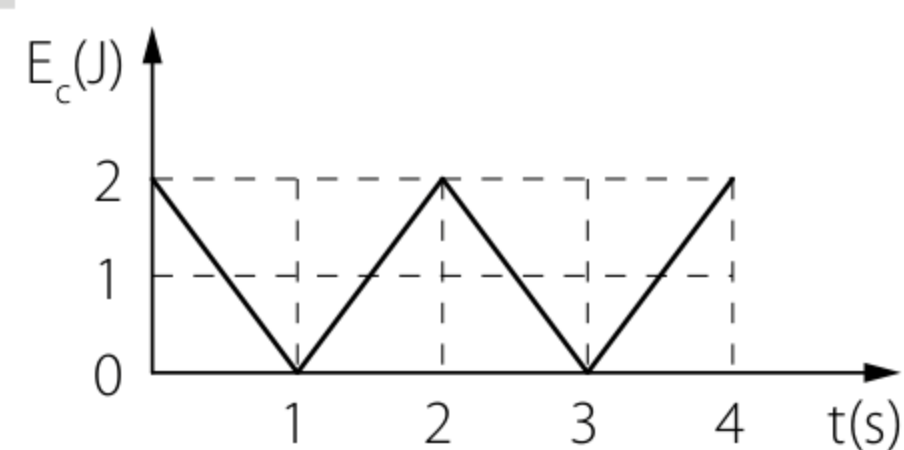
16 ITA 1993 Suponha uma partícula que se move sob a ação de uma força conservativa. A variação da energia potencial (E_p) com respeito ao tempo (t) é mostrada na figura a seguir. Qual dos gráficos seguintes pode representar a energia cinética da partícula?



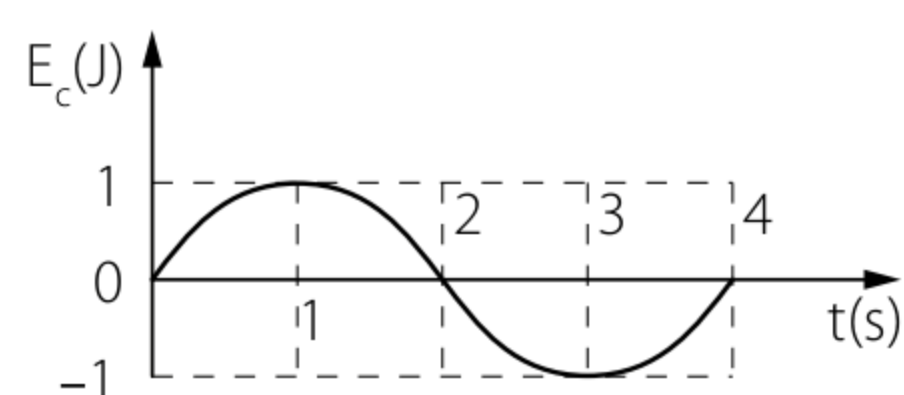
A



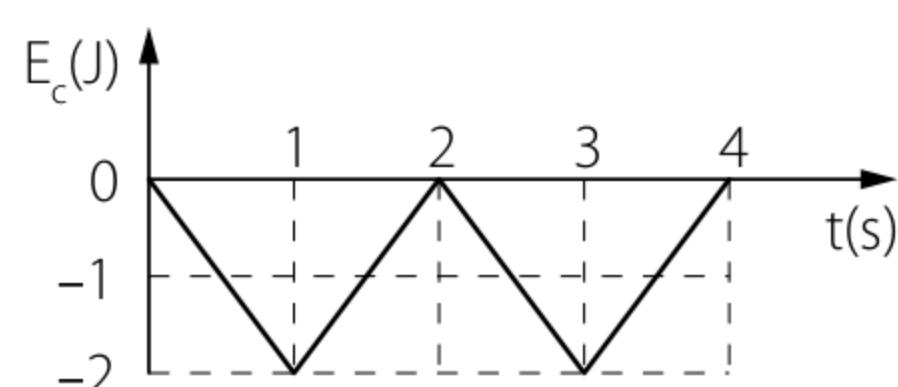
B



C

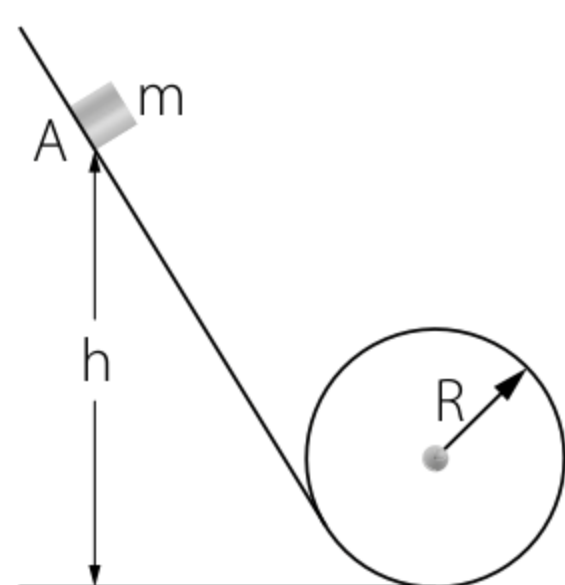


D



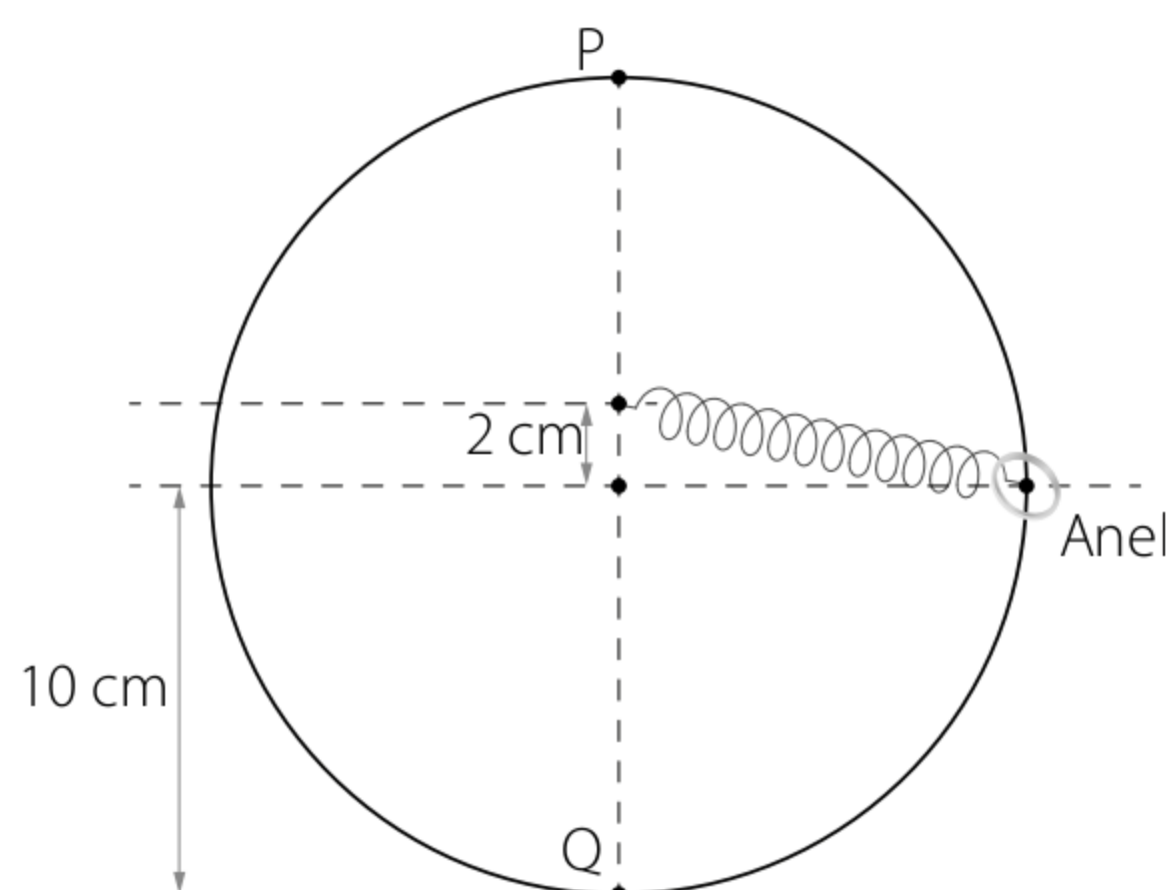
E Mais de um gráfico mostrado anteriormente pode representar a energia cinética da partícula.

17 ITA 1995 A figura ilustra um carrinho de massa m percorrendo um trecho de uma montanha russa. Desprezando-se todos os atritos que agem sobre ele e supondo que o carrinho seja abandonado em A, o menor valor de h para que o carrinho efetue a trajetória completa é:



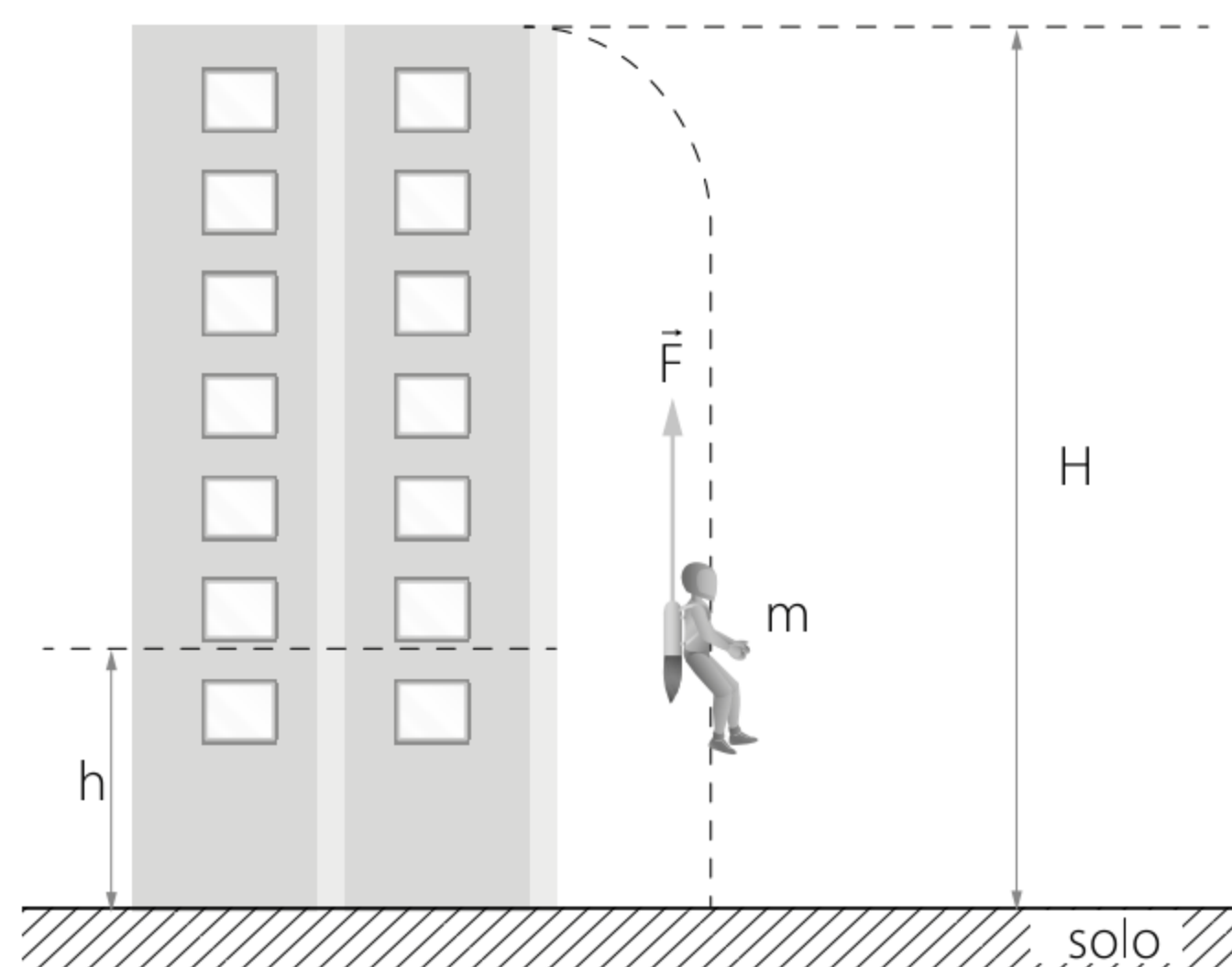
- A $3R/2$
- B $5R/2$
- C $2R$
- D $\sqrt{5gR/2}$
- E $3R$

18 ITA 2006 Um anel de peso 30 N está preso a uma mola e desliza sem atrito num fio circular situado num plano vertical, conforme mostrado na figura. Considerando que a mola não se deforma quando o anel se encontra na posição P e que a velocidade do anel seja a mesma nas posições P e Q, a constante elástica da mola deve ser de:

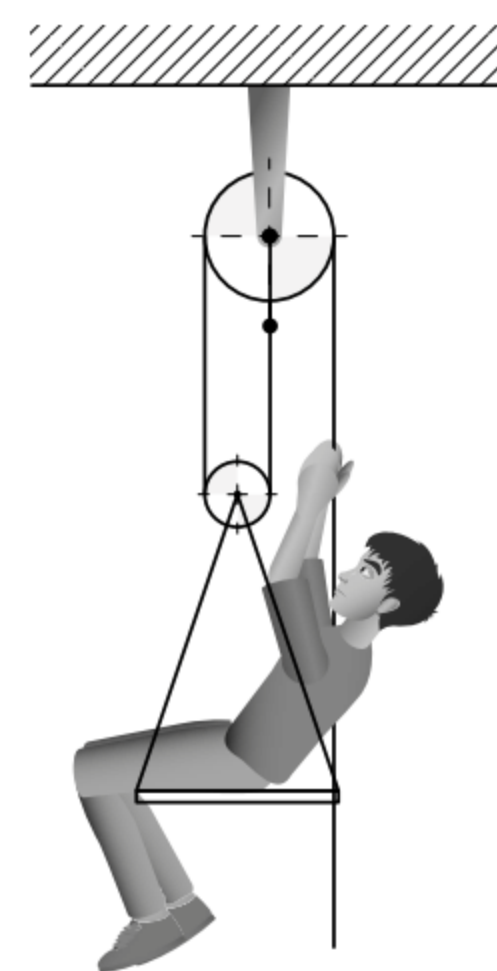


- A $3,0 \cdot 10^3\text{ N/m}$
- B $4,5 \cdot 10^3\text{ N/m}$
- C $7,5 \cdot 10^3\text{ N/m}$
- D $1,2 \cdot 10^4\text{ N/m}$
- E $3,0 \cdot 10^4\text{ N/m}$

19 ITA 2007 Equipado com um dispositivo a jato, o homem-foguete da figura cai livremente do alto de um edifício até uma altura h , onde o dispositivo a jato é acionado. Considere que o dispositivo forneça uma força vertical para cima de intensidade constante F . Determine a altura h para que o homem pouse no solo com velocidade nula. Expresse sua resposta como função da altura h , da força F , da massa m do sistema homem-foguete e da aceleração da gravidade g , desprezando a resistência do ar e a alteração da massa m no acionamento do dispositivo.

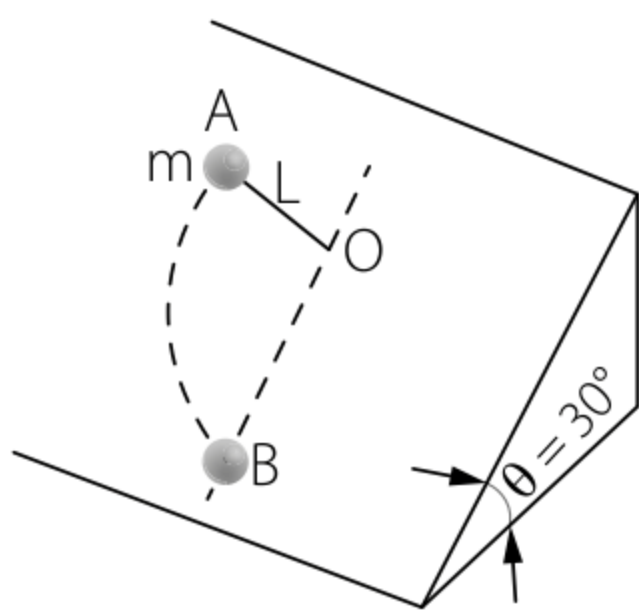


20 ITA 1987 Um homem cuja massa é 70 kg está sentado sobre um andaime pendurado num sistema de roldanas. Ele se eleva puxando a corda que passa pela roldana fixa, conforme a figura. Considerando $g = 9,8\text{ m/s}^2$, desprezando os atritos, resistências e a massa do andaime e supondo que o homem se eleva muito lentamente, calcular:



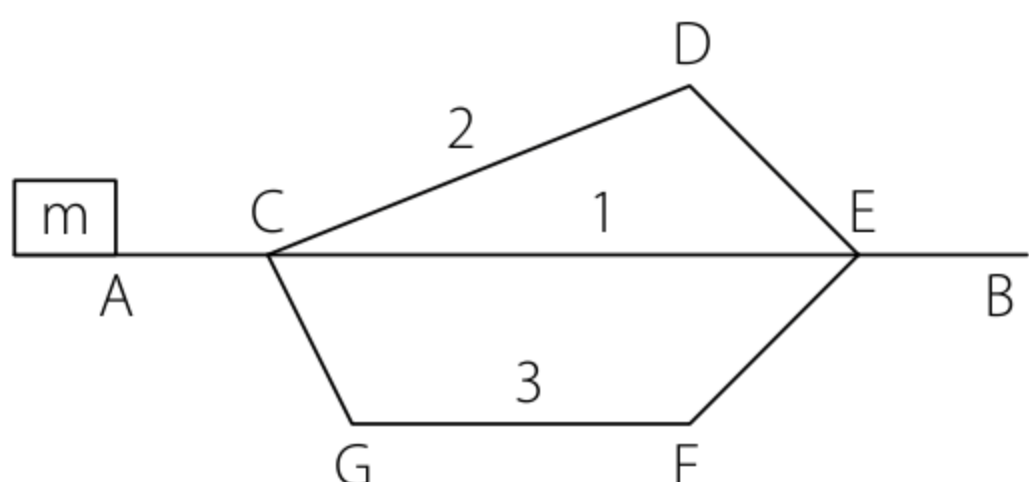
- a) a força que ele precisa exercer.
- b) o acréscimo em sua energia total quando ele se eleva de 50 cm .
- c) o deslocamento do ponto de aplicação de cada uma das forças aplicadas ao sistema homem + andaime e, a partir daí, o trabalho de cada uma dessas forças.

21 ITA 1988 Um fio de comprimento $L = 1,0$ m tem fixo em uma das extremidades um corpo de massa $m = 2,0$ kg, enquanto que a outra extremidade acha-se presa no ponto O de um plano inclinado, como mostra a figura. O plano inclinado forma um ângulo $\theta = 30^\circ$ com o plano horizontal. O coeficiente de atrito entre o corpo e a superfície do plano inclinado é $\mu = 0,25$. Inicialmente, o corpo é colocado na posição A, em que o fio está completamente esticado e paralelo ao plano horizontal. Em seguida abandona-se o corpo com velocidade inicial nula. Calcular a energia dissipada por atrito, correspondente ao arco $\widehat{AB}$, sendo B a posição mais baixa que o corpo pode atingir. ($g = 10$ m/s²)



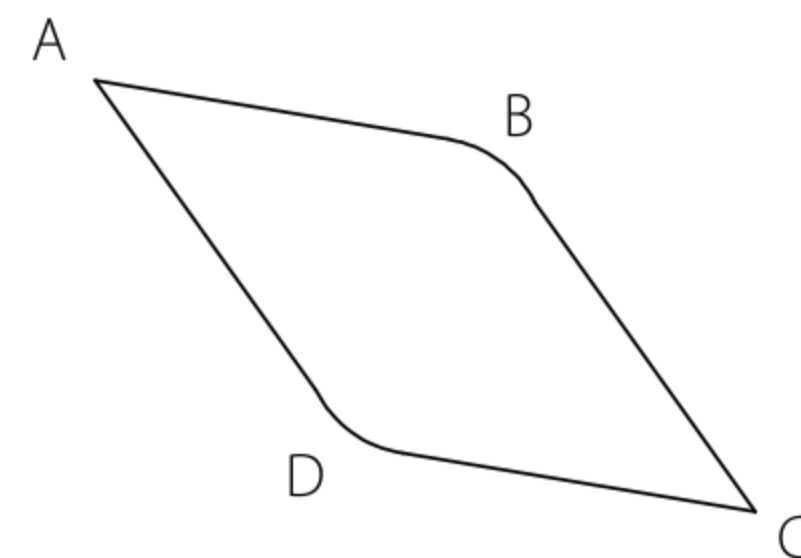
- A 6,8 J
- B 4,3 J
- C 3,1 J
- D 10,0 J
- E 16,8 J

22 ITA 1994 Na figura, o objeto de massa m quando lançado horizontalmente do ponto A com velocidade v_A atinge o ponto B após percorrer quaisquer dos três caminhos contidos num plano vertical (ACEB, ACDEB, ACGFEB). Sendo g a aceleração gravitacional e μ o coeficiente de atrito em qualquer trecho; τ_1, τ_2, τ_3 e V_{B1}, V_{B2}, V_{B3} os trabalhos realizados pela força de atrito e as velocidades no ponto B, correspondentes aos caminhos 1, 2 e 3 podemos afirmar que:



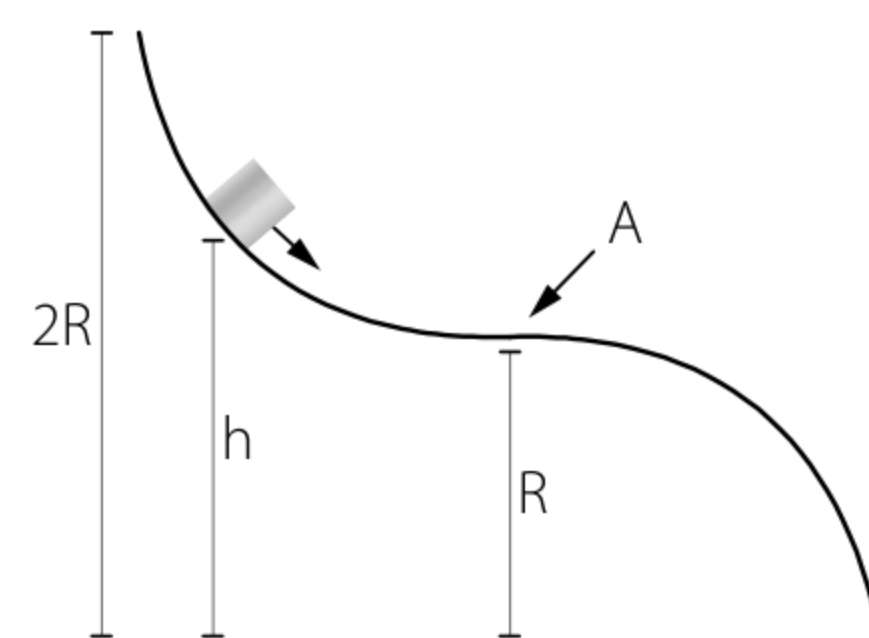
- A $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3$ e $V_{B3} < V_{B2} < V_{B1}$.
- B $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3$ e $V_{B3} = V_{B2} = V_{B1}$.
- C $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$ e $V_{B3} < V_{B2} < V_{B1}$.
- D $\tau_1 < \tau_2 > \tau_3$ e $V_{B3} > V_{B2} > V_{B1}$.
- E $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$ e $V_{B3} = V_{B2} = V_{B1}$.

23 ITA 1997 No arranjo mostrado abaixo, do ponto A largamos com velocidade nula duas pequenas bolas que se moverão sob a influência da gravidade em um plano vertical, sem rolamento ou atrito, uma pelo trecho ABC e a outra pelo trecho ADC. As partes AD e BC dos trechos são paralelas e as partes AB e DC também. Os vértices B de ABC e D de ADC são suavemente arredondados para que cada bola não sofra uma brusca mudança na sua trajetória. Pode-se afirmar que:



- A a bola que se move pelo trecho ABC chega ao ponto C primeiro.
- B a bola que se move pelo trecho ADC chega ao ponto C primeiro.
- C as duas bolas chegam juntas ao ponto C.
- D a bola de maior massa chega primeiro (e se tiverem a mesma massa, chegam juntas).
- E é necessário saber as massas das bolas e os ângulos relativos à vertical de cada parte dos trechos para responder.

24 ITA 1997 Um pequeno bloco, solto com velocidade nula a uma altura h , move-se sob o efeito da gravidade e sem atrito sobre um trilho em forma de dois quartos de círculo de raio R que se tangenciam, como mostra a figura. A mínima altura inicial h que acarreta a saída do bloco, do trilho, após o ponto A é:



- A $\frac{4R}{3}$
- B $\frac{5R}{4}$
- C $\frac{3R}{2}$
- D $\frac{5R}{3}$
- E $2R$

25 ITA 1998 Um *bungee jumper* de 2 m de altura e 100 kg de massa pula de uma ponte usando uma *bungee cord*, de 18 m de comprimento quando não alongada, constante elástica de 200 N/m e massa desprezível, amarrada aos seus pés. Na sua descida, a partir da superfície da ponte, a corda atinge a extensão máxima sem que ele toque nas rochas embaixo. Das opções abaixo, a menor distância entre a superfície da ponte e as rochas é:

- A 26 m
- B 31 m
- C 36 m
- D 41 m
- E 46 m

26 ITA 2000 Deixa-se cair continuamente areia de um reservatório a uma taxa de 3,0 kg/s diretamente sobre uma esteira que se move na direção horizontal com velocidade $\vec{V}$. Considere que a camada de areia depositada sobre a esteira se locomove com a mesma velocidade $\vec{V}$, devido ao atrito. Desprezando a existência de quaisquer outros atritos, conclui-se que a potência em watts, requerida para manter a esteira movendo-se a 4,0 m/s, é

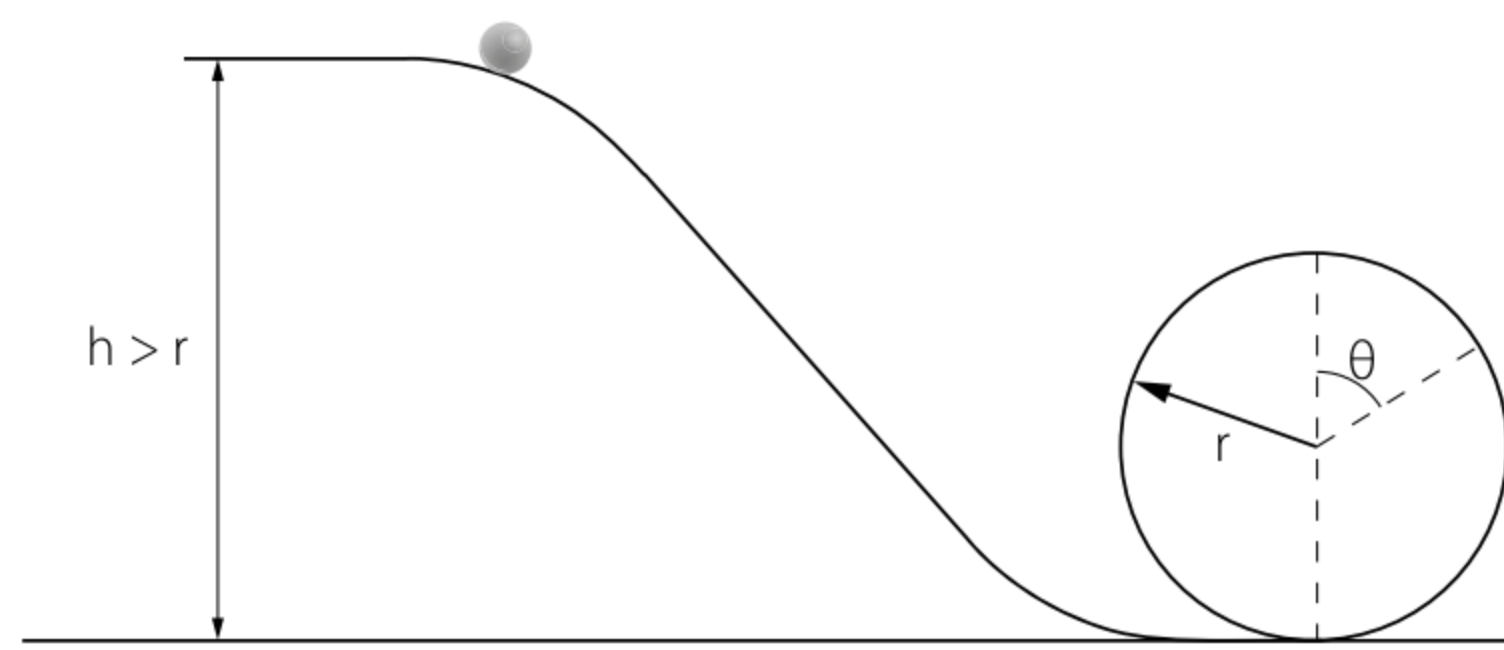


- A 0
- B 3
- C 12
- D 24
- E 48

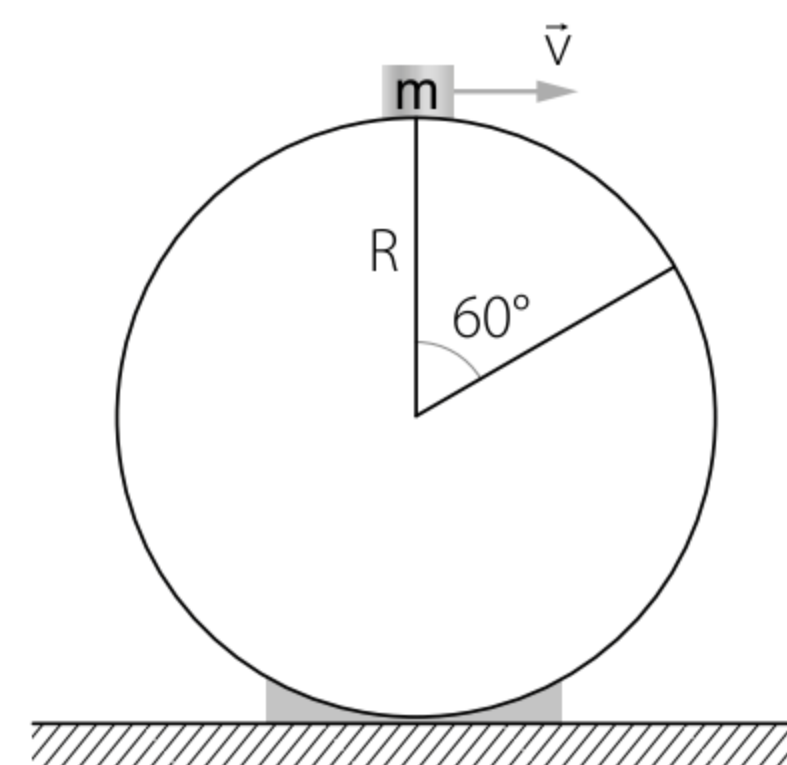
27 ITA 2001 Um bloco com massa de 0,20 kg, inicialmente em repouso, é derrubado de uma altura de $h = 1,20$ m sobre uma mola cuja constante de força é $k = 19,6$ N/m. Desprezando a massa da mola, a distância máxima que a mola será comprimida é:

- A 0,24 m
- B 0,32 m
- C 0,48 m
- D 0,54 m
- E 0,60 m

28 ITA 2002 Uma massa é liberada a partir do repouso de uma altura h acima do nível do solo e desliza sem atrito em uma pista que termina em um *loop* de raio r , conforme indicado na figura. Determine o ângulo θ relativo à vertical e ao ponto em que a massa perde o contato com a pista. Expresse sua resposta como função da altura h , do raio r e da aceleração da gravidade g .

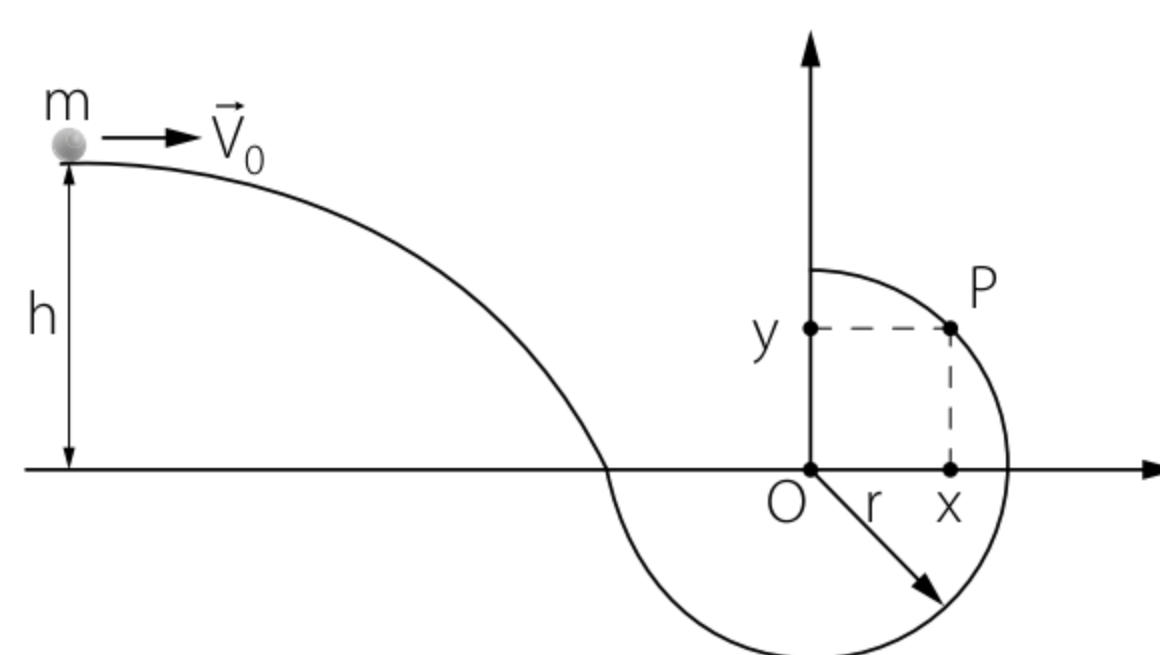


29 ITA 2005 Um objeto pontual de massa m desliza com velocidade inicial $\vec{v}$, horizontal, do topo de uma esfera em repouso, de raio R . Ao escorregar pela superfície, o objeto sofre uma força de atrito de módulo constante dado por $f = 7 mg/4\pi$. Para que o objeto se desprenda da superfície esférica após percorrer um arco de 60° (veja figura), sua velocidade inicial deve ter o módulo de:



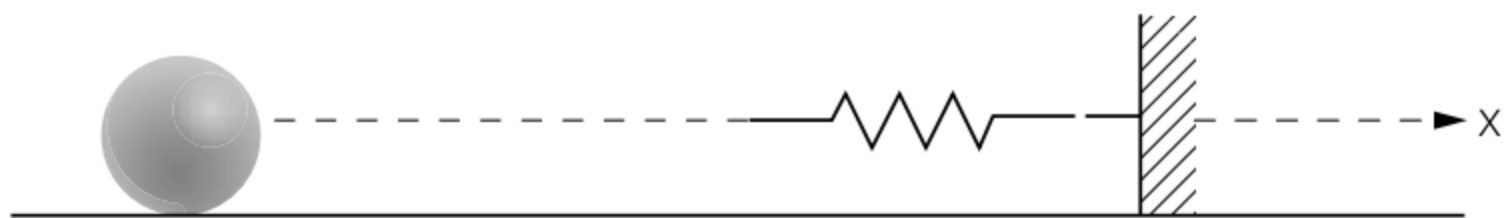
- A $\sqrt{\frac{2gR}{3}}$
- B $\sqrt{\frac{3gR}{2}}$
- C $\frac{\sqrt{6gR}}{2}$
- D $3\sqrt{\frac{gR}{2}}$
- E $3\sqrt{gR}$

30 ITA 2007 Um corpo de massa m e velocidade v_0 a uma altura h desliza sem atrito sobre uma pista que termina em forma de semicircunferência de raio r , conforme indicado na figura. Determine a razão entre as coordenadas x e y do ponto P na semicircunferência, onde o corpo perde o contato com a pista. Considere a aceleração da gravidade g .

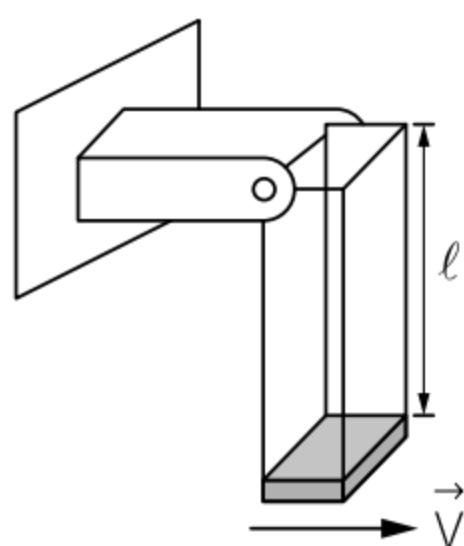


Frente 1 – IME

31 IME 1987 Uma partícula de massa igual a 4,0 kg move-se no eixo x segundo a equação $x = 2t^2 - 3t$, onde “ x ” é medido em metros e t em segundos. No tempo $t = 3$ s a partícula choca-se contra uma mola de massa desprezível e coeficiente de mola $k = 400$ N/cm, conforme figura abaixo. Determine a coordenada máxima, $x_{\max}$, atingida pela partícula.

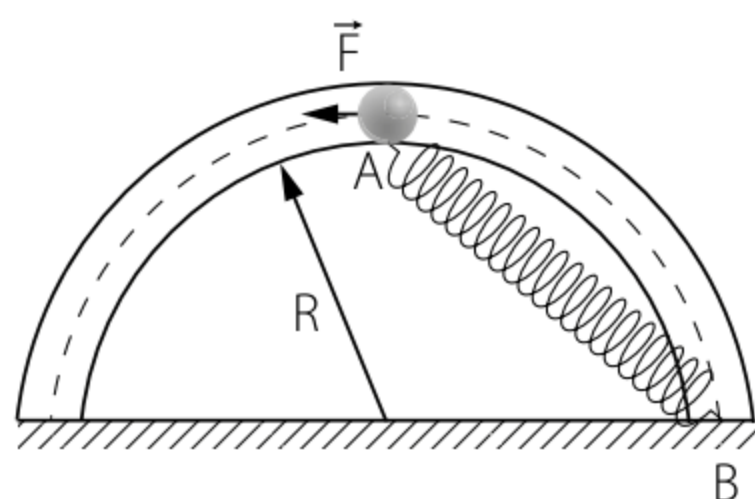


32 IME 1992 A figura mostra um tubo de comprimento ℓ e seção reta quadrangular, de um material extremamente leve (massa desprezível). O tubo é suspenso por uma articulação que o deixa livre para girar num plano vertical. No fundo do tubo é colocado um bloco de massa m . Determine a velocidade horizontal v a ser dada inicialmente à extremidade inferior do tubo, para que o bloco comece a deslizar em seu interior exatamente no instante em que o ângulo descrito pelo tubo for de 120° . Despreze todo e qualquer atrito.



33 IME 1992 Um bloco de massa m encontra-se em repouso no ponto A situado sobre uma canaleta lisa, de raio R . Embora o bloco esteja ligado a uma mola de rigidez K , massa desprezível e comprimento livre $R/\sqrt{2}$, fixada ao ponto B, ele permanece em equilíbrio devido à ação de uma força F . Entretanto, num dado instante, a força F é retirada. Admitindo-se que as espiras da mola sejam infinitamente finas, de modo que o bloco alcance o ponto B, determine a sua velocidade neste ponto.

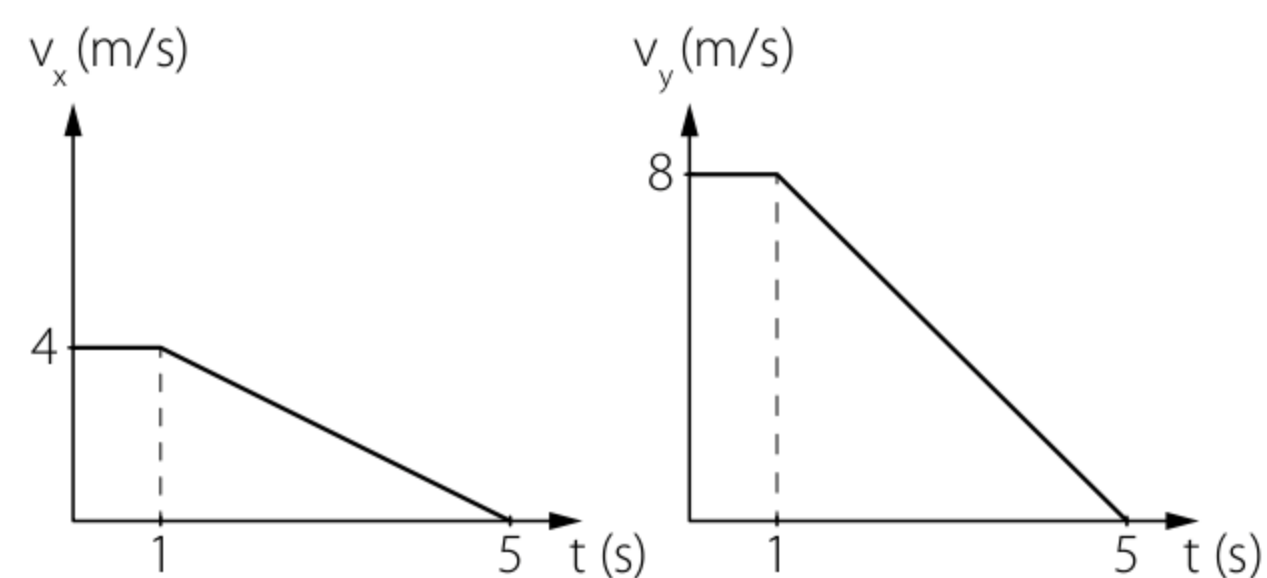
Dado: aceleração da gravidade g .



34 IME 2001 A velocidade de um corpo de 20 g está ilustrada nos gráficos abaixo, onde v_x representa a componente de velocidade na direção x , v_y a componente na direção y e t o tempo decorrido em segundos. Sabe-se que toda a energia perdida pelo corpo serve para aquecer 300 g de água. Determi-

ne a variação da temperatura da água durante os 4 primeiros segundos de observação.

Dado: $1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}$

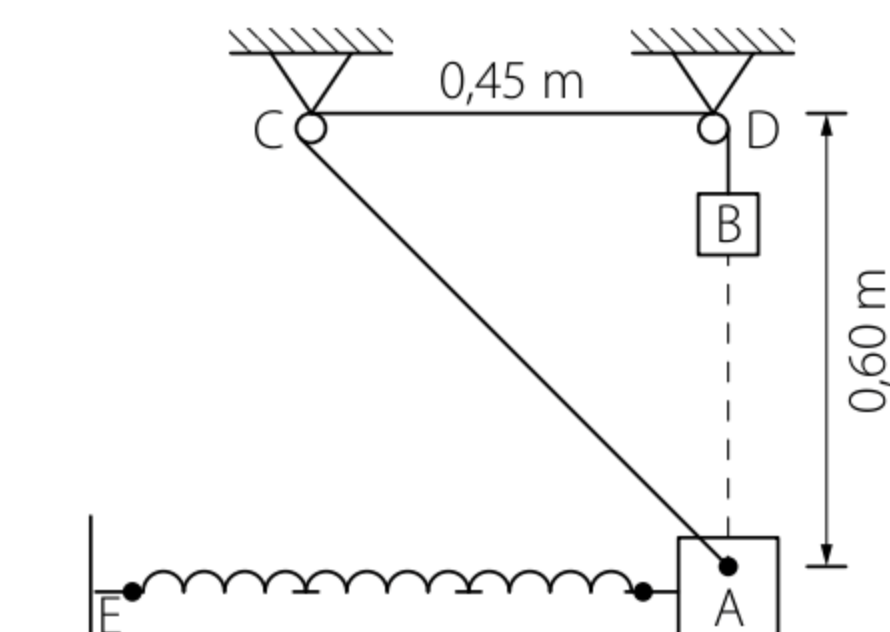


35 IME 1987 Na figura abaixo, o corpo A tem 15 kg de massa e o corpo B tem 7 kg. A constante elástica da mola é de 8 N/m. Não há atrito no plano horizontal nem nas polias. Quando o sistema é liberado, na posição mostrada, o corpo A está parado e a mola apresenta uma força de tração de 60 N. Para o instante em que corpo A passa sob a polia C, determine:

a) a velocidade do corpo A;

b) a tração na corda;

Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$

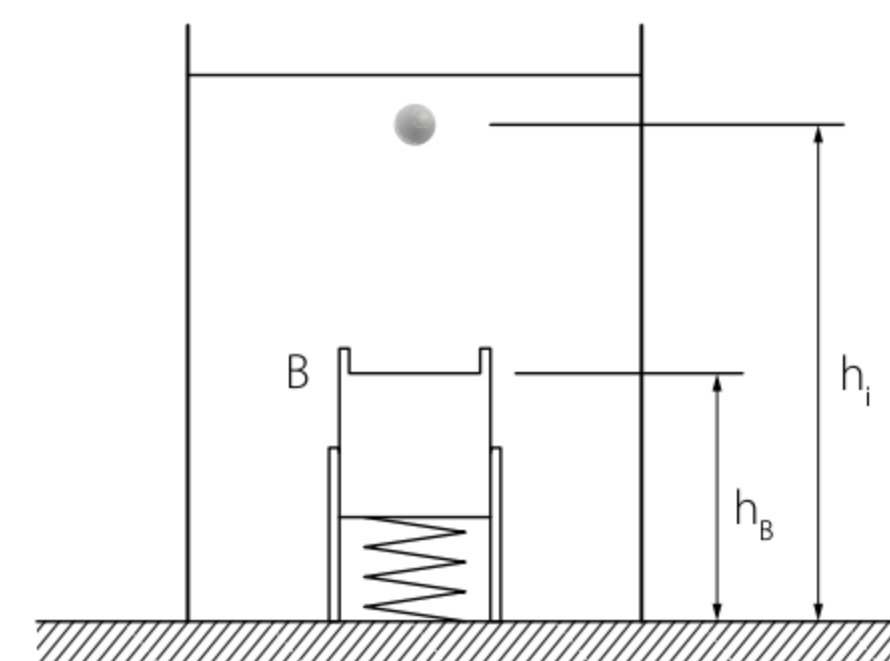


36 IME 2002 Um corpo de massa m e volume v encontra-se imerso em um líquido com massa específica ρ , de acordo com a figura a seguir. Este corpo é solto a partir de uma altura h_i e desloca-se até atingir o anteparo B, fazendo com que a mola com constante elástica k altere seu comprimento em um valor máximo igual a x . Considere o sistema conservativo e tomando como referência a base do recipiente:

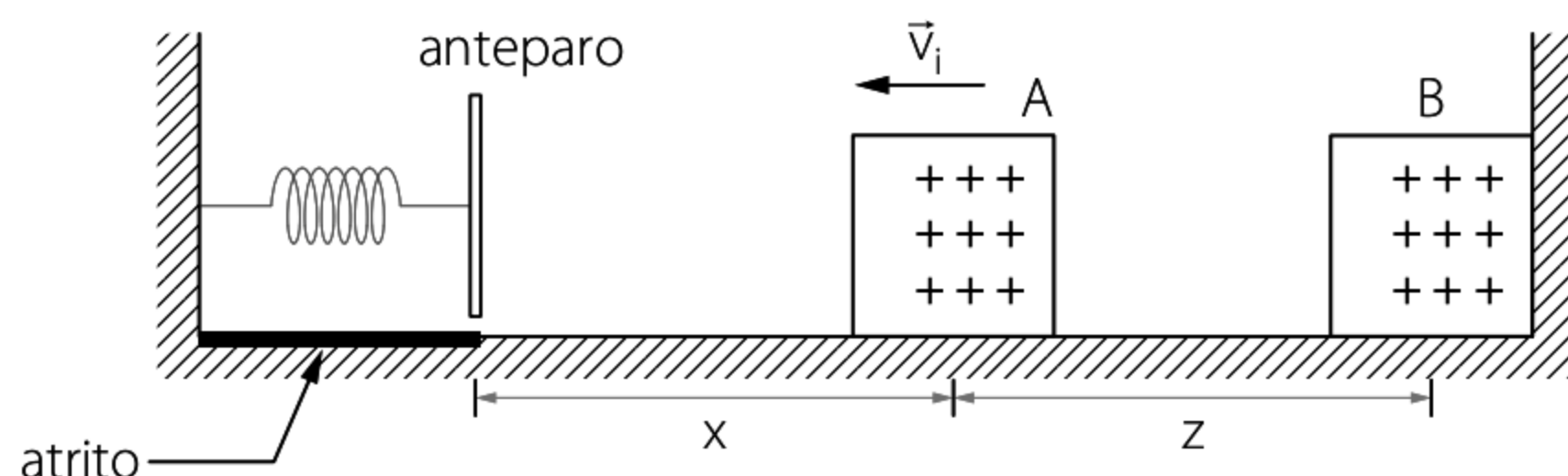
a) esboce, em um mesmo gráfico, as curvas das energias cinética e potencial gravitacional do corpo, além da energia potencial elástica da mola em função da altura h do corpo.

b) determine a expressão de cada uma dessas energias em função da altura h do corpo para o instante em que o mesmo é solto, para o instante em que atinge o anteparo na altura h_B , além do instante em que a mola alcança sua deformação máxima x .

Obs.: despreze as massas da mola e do anteparo.



37 IME 2003 A figura ilustra a situação inicial, em que dois blocos, considerados puntiformes e carregados eletricamente com cargas $Q_A = +5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ e $Q_B = +4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$, encontram-se afastados pela distância z . O bloco A desloca-se com velocidade $v_i = 5 \text{ m/s}$ e dista x do anteparo. O bloco B encontra-se afixado na parede e o conjunto mola-anteparo possui massa desprezível. Sabendo que a superfície entre o bloco B e o anteparo não possui atrito, e que na região à esquerda do anteparo o coeficiente de atrito dinâmico da superfície é $\mu_c = 0,5$, determine:



- A velocidade com que o bloco A atinge o anteparo.
- A compressão máxima y da mola, considerando para efeito de cálculo que $z + x + y \cong z + x$.
- A energia dissipada até o momento em que a mola atinge sua deformação máxima.

Dados: Constante eletrostática $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

Constante de elasticidade da mola = 52 N/m

Distância z entre os dois blocos = 9 m

Distância x entre o bloco A e o anteparo = 11 m

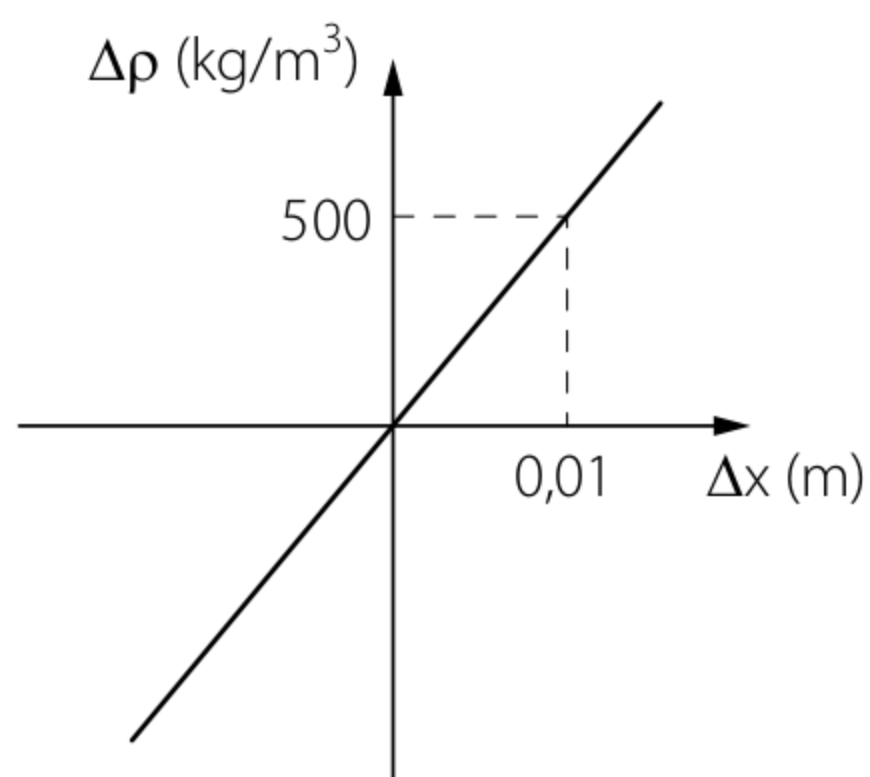
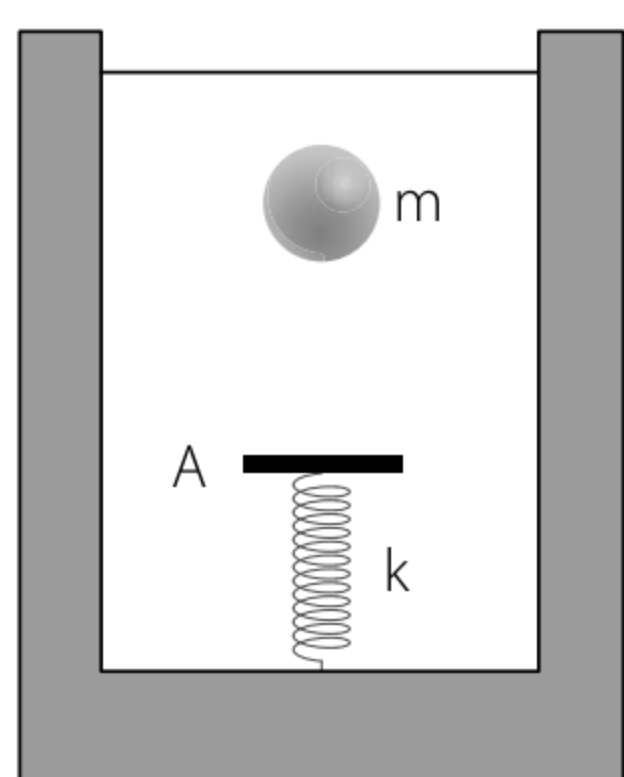
Massa do bloco A = 2 kg

Aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$

38 IME 2005 Um corpo de massa m e volume $v = 1 \text{ m}^3$, imerso em um líquido de massa específica ρ_0 , é solto, inicia o movimento vertical, atinge o anteparo A e provoca uma deformação máxima x na mola de constante elástica k . Em seguida, o procedimento é repetido, porém com líquidos de massa específica ρ_1 diferente de ρ_0 . O gráfico abaixo mostra a relação entre a variação da massa específica do líquido $\Delta\rho$ e a variação da deformação máxima da mola Δx .

- Construa o gráfico da deformação máxima da mola x em função da diferença entre as massas específicas do corpo e do líquido $\Delta\rho_{\text{CL}}$.
- Determine o valor de x para $\Delta\rho_{\text{CL}} = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Dado: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2



Frente 1 – IME 1ª Fase

39 IME 1ª Fase 2007 A constante elástica da mola de uma espingarda é $k = 1 \text{ N/cm}$. Para atirar um projétil de $0,5 \text{ g}$ com velocidade de 50 m/s , o comprimento de compressão da mola, em cm, deverá ser:

- | | | | | | |
|----------|------|----------|-------|----------|-------|
| A | 1,12 | C | 6,25 | E | 12,50 |
| B | 1,25 | D | 11,20 | | |

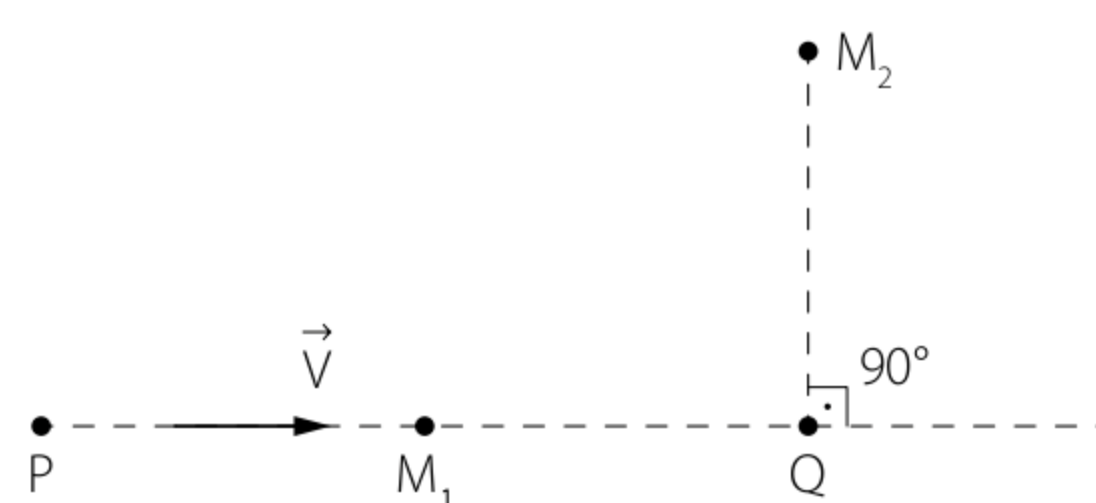
Frente 2 – ITA

40 ITA 1988 Três turistas, reunidos num mesmo local e dispondo de uma bicicleta que pode levar somente duas pessoas de cada vez, precisam chegar ao centro turístico o mais rápido possível. O turista A leva o turista B, de bicicleta, até um ponto X do percurso e retorna para apanhar o turista C, que vinha caminhando ao seu encontro. O turista B, a partir de X, continua a pé sua viagem rumo ao centro turístico.

Os três chegam simultaneamente ao centro turístico.

A velocidade média como pedestre é v_1 , enquanto como ciclista é v_2 . Com que velocidade média os turistas farão o percurso total?

41 ITA 2007 Considere que num tiro de revólver, a bala percorre trajetória retilínea com velocidade V constante, desde o ponto inicial P até o alvo Q. Mostrados na figura, o aparelho M_1 registra simultaneamente o sinal sonoro do disparo e o do impacto da bala no alvo, o mesmo ocorrendo com o aparelho M_2 . Sendo V_s a velocidade do som no ar, então a razão entre as respectivas distâncias dos aparelhos M_1 e M_2 em relação ao alvo Q é



- | | | | | | |
|----------|---|----------|---|----------|---|
| A | $\frac{V_s \cdot (V - V_s)}{V^2 - V_s^2}$ | C | $\frac{V \cdot (V - V_s)}{V_s^2 - V^2}$ | E | $\frac{V_s \cdot (V - V_s)}{V^2 - V_s^2}$ |
| B | $\frac{V_s \cdot (V_s - V)}{V^2 - V_s^2}$ | D | $\frac{V_s \cdot (V + V_s)}{V^2 - V_s^2}$ | | |

42 ITA 1996 Um automóvel a 90 km/h passa por um guarda num local em que a velocidade máxima é de 60 km/h . O guarda começa a perseguir o infrator com a sua motocicleta, mantendo aceleração constante até que atinge 108 km/h em 10 s e continua com essa velocidade até alcançá-lo, quando lhe faz sinal para parar. Pode-se afirmar que:

- o guarda levou 15 s para alcançar o carro.
- o guarda levou 60 s para alcançar o carro.
- a velocidade do guarda ao alcançar o carro era de 25 m/s .

- D** o guarda percorreu 750 m desde que saiu em perseguição até alcançar motorista infrator.
- E** nenhuma das respostas acima é correta.

43 ITA 2001 Um elevador está descendo com velocidade constante. Durante este movimento, uma lâmpada, que o iluminava, desprende-se do teto e cai. Sabendo que o teto está a 3,0 m de altura acima do piso do elevador, o tempo que a lâmpada demora para atingir o piso é:

- A** 0,61 s
- B** 0,78 s
- C** 1,54 s
- D** infinito, pois a lâmpada só atingirá o piso se o elevador sofrer uma desaceleração.
- E** indeterminado, pois não se conhece a velocidade do elevador.

44 ITA 1992 Dois automóveis, que correm em estradas retas e paralelas, têm posições a partir de uma origem comum, dadas por:

$$x_1 = (30 \cdot t) \text{ m}$$

$$x_2 = (1,0 \cdot 10^3 + 0,2 \cdot t^2) \text{ m}$$

Calcule o(s) instante(s) t (t') em que os dois automóveis devem estar lado a lado.

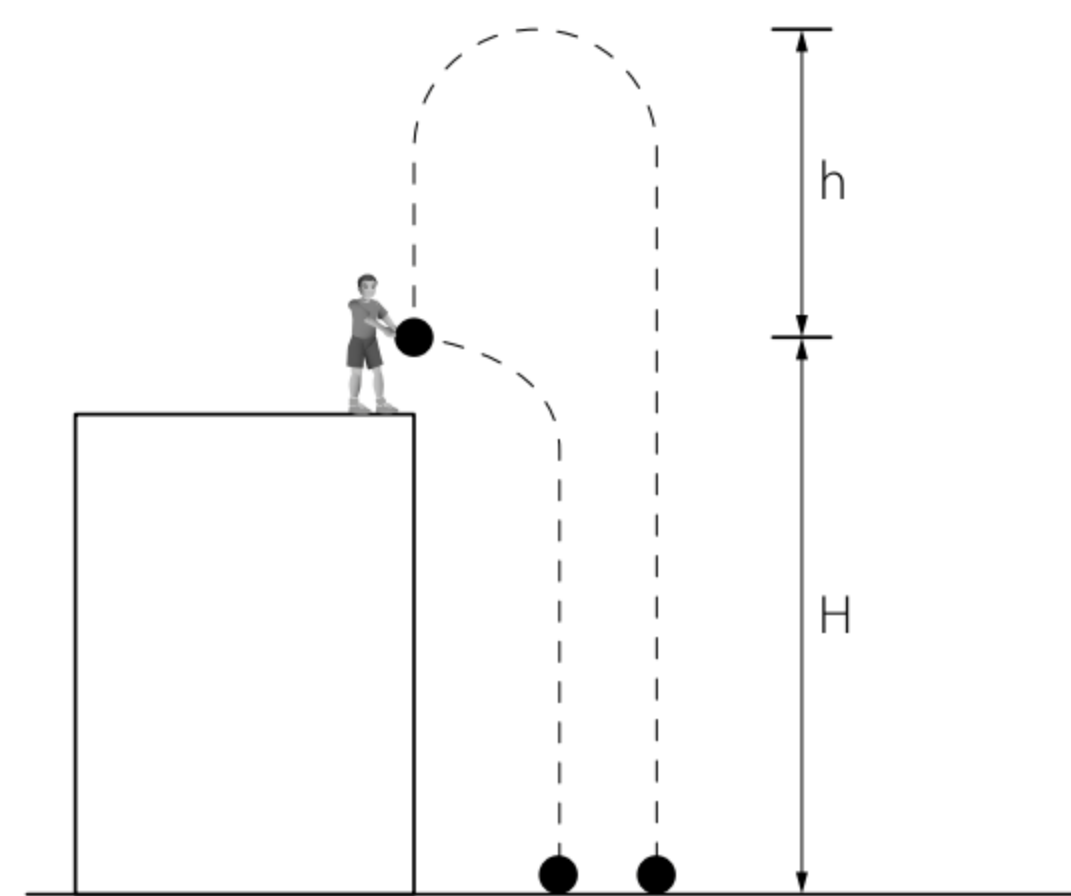
- | | t (s) | t' (s) |
|----------|----------------------------|----------|
| A | 100 | 100 |
| B | 2,5 | 7,5 |
| C | 50 | 100 |
| D | 25 | 75 |
| E | Nunca ficarão lado a lado. | |

45 ITA 2002 Billy sonha que embarcou em uma nave espacial para viajar até o distante planeta Gama, situado a 10,0 anos-luz da Terra. Metade do percurso é percorrido com aceleração de 15 m/s^2 , e o restante com desaceleração de mesma magnitude. Desprezando a atração gravitacional e efeitos relativistas, estime o tempo total em meses de ida e volta da viagem do sonho de Billy. Justifique detalhadamente.

46 ITA 2005 Um avião de vigilância aérea está voando a uma altura de 5,0 km, com velocidade de $50\sqrt{10} \text{ m/s}$ no rumo norte, e capta no radiogoniômetro um sinal de socorro vindo da direção noroeste, de um ponto fixo no solo. O piloto então liga o sistema de pós-combustão da turbina, imprimindo uma aceleração constante de $6,0 \text{ m/s}^2$. Após $40\sqrt{10} / 3 \text{ s}$, mantendo a mesma direção, ele agora constata que o sinal está chegando da direção oeste. Neste instante, em relação ao avião, o transmissor do sinal se encontra a uma distância de

- | | |
|-----------------|----------------|
| A 5,2 km | D 13 km |
| B 6,7 km | E 28 km |
| C 12 km | |

47 ITA 2006 À borda de um precipício de um certo planeta, no qual se pode desprezar a resistência do ar, um astronauta mede o tempo t_1 que uma pedra leva para atingir o solo, após deixada cair de uma altura H . A seguir, ele mede o tempo t_2 que uma pedra também leva para atingir o solo, após ser lançada para cima até uma altura h , como mostra a figura. Assinale a expressão que dá a altura H .



- A** $H = \frac{t_1^2 t_2^2 h}{2(t_2^2 - t_1^2)^2}$
- B** $H = \frac{t_1 t_2 h}{4(t_2^2 - t_1^2)}$
- C** $H = \frac{2 t_1^2 t_2^2 h}{(t_2^2 - t_1^2)^2}$
- D** $H = \frac{4 t_1 t_2 h}{(t_2^2 - t_1^2)}$
- E** $H = \frac{4 t_1^2 t_2^2 h}{(t_2^2 - t_1^2)^2}$

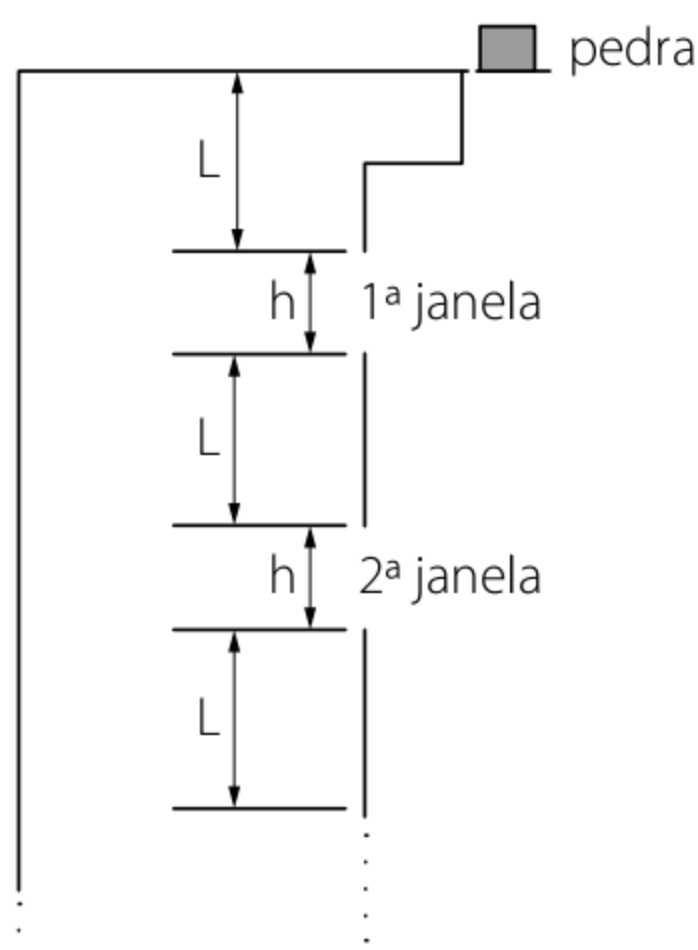
48 ITA 1994 Um motociclista trafega numa estrada reta e nivelada atrás de um caminhão de 4,00 m de largura, perpendicularmente à carroceria. Ambos estão trafegando à velocidade constante de 72 km/h quando o caminhão se detém instantaneamente, devido a uma colisão. Se o tempo de reação do motociclista for 0,50 s, a que distância mínima ele deverá estar trafegando para evitar o choque apenas com mudança de trajetória? Considere o coeficiente de atrito entre o pneumático e o solo $\mu = 0,80$, aceleração gravitacional $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ e que a trajetória original o levaria a colidir-se no meio da carroceria.

- A** 19,6 m
- B** 79,3 m
- C** 69,3 m
- D** 24,0 m
- E** 14,0 m

49 ITA 2001 Uma partícula, partindo do repouso, percorre no intervalo de tempo t uma distância D . Nos intervalos de tempo seguintes, todos iguais a t , as respectivas distâncias percorridas são iguais a $3D$, $5D$, $7D$ etc. A respeito desse movimento pode-se afirmar que:

- A** a distância da partícula desde o ponto em que inicia seu movimento cresce exponencialmente com o tempo.
- B** a velocidade da partícula cresce exponencialmente com o tempo.
- C** a distância da partícula desde o ponto em que inicia seu movimento é diretamente proporcional ao tempo elevado ao quadrado.
- D** a velocidade da partícula é diretamente proporcional ao tempo elevado ao quadrado.
- E** nenhuma das opções acima está correta.

50 ITA 2003 A partir do repouso, uma pedra é deixada cair da borda no alto de um edifício. A figura mostra a disposição das janelas, com as pertinentes alturas h e distâncias L que se repetem igualmente para as demais janelas, até o térreo. Se a pedra percorre a altura h da primeira janela em t segundos, quanto tempo levará para percorrer, em segundos, a mesma altura h da quarta janela? (Despreze a resistência do ar).



- A** $\left[\left(\sqrt{L+h} - \sqrt{L} \right) / \left(\sqrt{2L+2h} - \sqrt{2L+h} \right) \right] t$.
- B** $\left[\left(\sqrt{2L+2h} - \sqrt{2L+h} \right) / \left(\sqrt{L+h} - \sqrt{L} \right) \right] t$.
- C** $\left[\left(\sqrt{4(L+h)} - \sqrt{3(L+h)+L} \right) / \left(\sqrt{L+h} - \sqrt{L} \right) \right] t$.
- D** $\left[\left(\sqrt{4(L+h)} - \sqrt{3(L+h)+L} \right) / \left(\sqrt{2L+2h} - \sqrt{2L+h} \right) \right] t$.
- E** $\left[\left(\sqrt{3(L+h)} - \sqrt{2(L+h)+L} \right) / \left(\sqrt{L+h} - \sqrt{L} \right) \right] t$.

51 ITA 1987 Uma gota de água cai verticalmente através do ar, de tal forma que sua altura h medida em metros a partir do solo varia com o tempo (em s) de acordo com a equação:

$$h = 0,90 - 0,30t - 9,3 \cdot 10^{-2} e^{-3,2t}$$

Podemos afirmar que sua velocidade em $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ obedece à lei:

- A** $v = -9,8 \cdot 10^2 t$
- B** $v = -30 + 28,83 e^{-3,2t}$
- C** $v = -30 + 30 e^{-3,2t}$
- D** $v = 30 e^{-3,2t}$
- E** $v = 30 - 9,3 e^{-3,2t}$

Frente 2 – IME

52 IME 1989 Um carro de corrida de fórmula 1 parte do repouso, atinge a velocidade de 216 km/h , freia e para no tempo total de 30 segundos. O coeficiente de atrito entre as rodas e a estrada, que é explorado ao limite durante a frenagem, é $\mu = 0,5$. Sabendo que as acelerações, no período de velocidade crescente e no período de frenagem, são constantes, determine:

- a aceleração durante o período em que a velocidade está aumentando;
- a distância total percorrida ao longo dos 30 segundos.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

Frente 3 – ITA

53 ITA 1996 No campeonato mundial de arco e flecha, dois concorrentes discutem sobre a Física que está contida na arte do arqueiro. Surge então a seguinte dúvida: quando o arco está esticado, no momento do lançamento da flecha, a força exercida sobre a corda pela mão do arqueiro é igual à:

- força exercida pela sua outra mão sobre a madeira do arco.
- tensão da corda.
- força exercida sobre a flecha pela corda no momento em que o arqueiro larga a corda.

Neste caso:

- A** todas as afirmativas são verdadeiras.
- B** todas as afirmativas são falsas.
- C** somente I e III são verdadeiras.
- D** somente I e II são verdadeiras.
- E** somente II é verdadeira.

54 ITA 1988 Uma pessoa de massa m_1 encontra-se no interior de um elevador de massa m_2 . Quando na ascensão, o sistema encontra-se submetido a uma força de intensidade $F_{\text{resultante}}$, o assoalho do elevador atua sobre a pessoa com uma força de contato dada por:

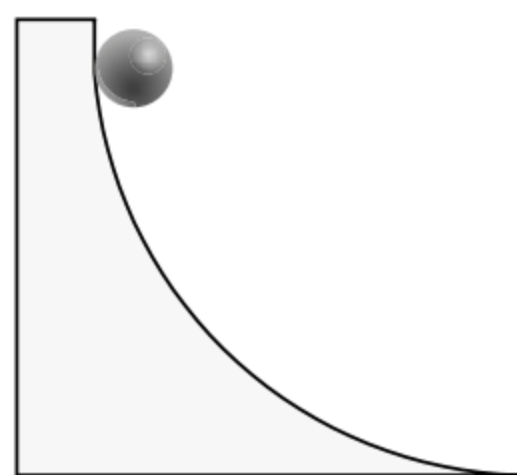
$$F = F_{\text{resultante}}$$

- A** $\frac{m_1 F}{m_1 + m_2} + m_1 g$
- B** $\frac{m_1 F}{m_1 + m_2} - m_1 g$
- C** $\frac{m_1 F}{m_1 + m_2}$
- D** $\frac{(m_1 + m_2)}{m_2} F$
- E** $\frac{m_2 F}{m_1 + m_2}$

55 ITA 1996 Fazendo compras num supermercado, um estudante utiliza dois carrinhos. Empurra o primeiro, de massa m , com uma força F , horizontal, o qual, por sua vez, empurra outro de massa M sobre um assoalho plano e horizontal. Se o atrito entre os carrinhos e o assoalho puder ser desprezado, pode-se afirmar que a força que está aplicada sobre o segundo carrinho é:

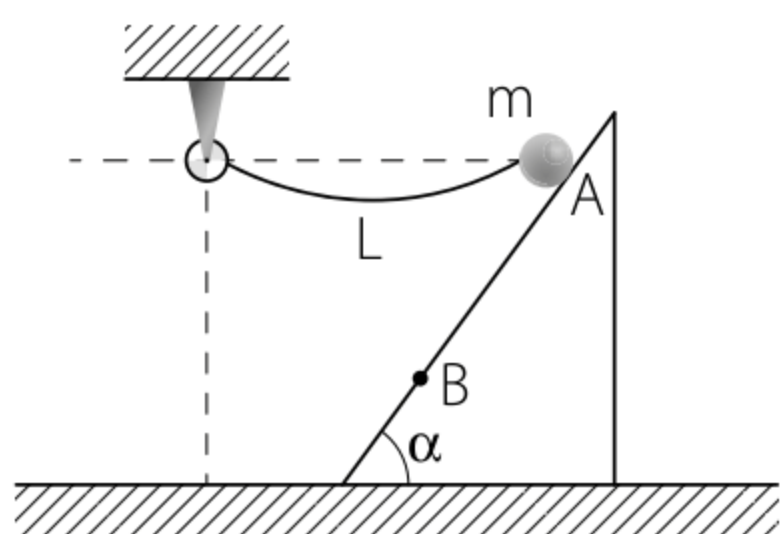
- A** F
- B** $\frac{MF}{m+M}$
- C** $\frac{F(m+M)}{M}$
- D** $\frac{F}{2}$
- E** Outra expressão diferente.

56 ITA 1998 Considere uma partícula maciça que desce uma superfície côncava e sem atrito, sob a influência da gravidade, como mostra a figura. Na direção do movimento da partícula, ocorre que:



- A** a velocidade e a aceleração crescem.
- B** a velocidade cresce e a aceleração decresce.
- C** a velocidade decresce e a aceleração cresce.
- D** a velocidade e a aceleração decrescem.
- E** a velocidade e a aceleração permanecem constantes.

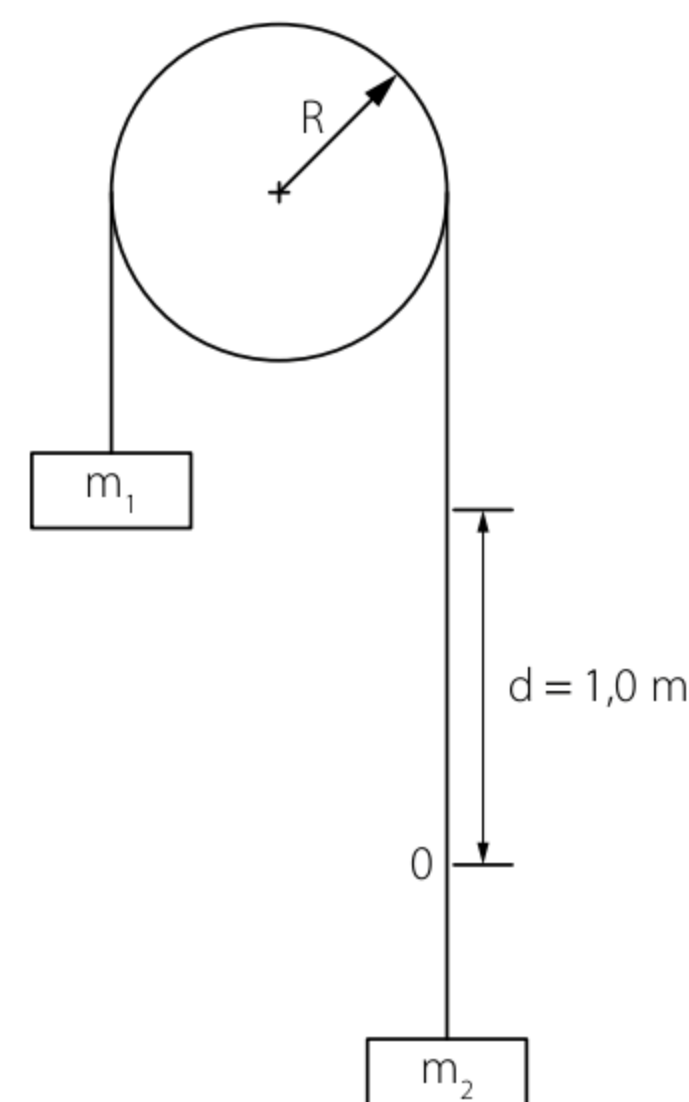
57 ITA 1999 Um pêndulo é constituído por uma partícula de massa m suspensa por um fio de massa desprezível, flexível e inextensível, de comprimento L . O pêndulo é solto a partir do repouso, na posição A, e desliza sem atrito ao longo de um plano de inclinação α , como mostra a figura. Considere que o corpo abandona suavemente o plano no ponto B, após percorrer uma distância d sobre ele.



A tração no fio, no instante em que o corpo deixa o plano, é:

- A** $mg(d/L) \cdot \cos \alpha$
- B** $mg \cdot \cos \alpha$
- C** $3mg(d/L) \cdot \sin \alpha$
- D** $mg(d/L) \cdot \sin \alpha$
- E** $3mg$

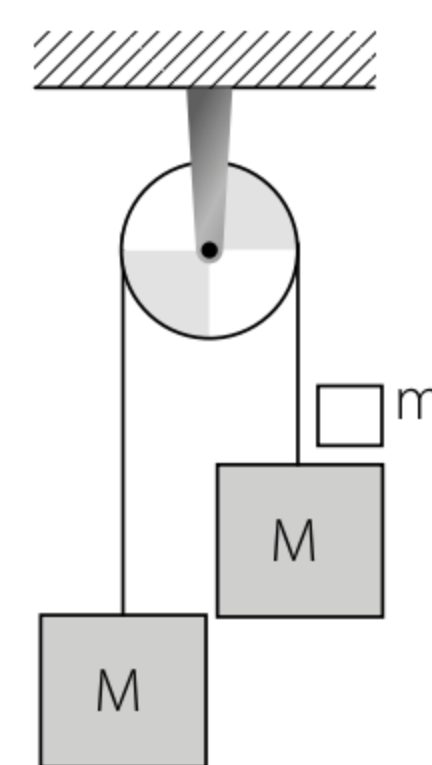
58 ITA 1986 Na figura a seguir, as duas massas $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ e $m_2 = 2,0 \text{ kg}$ estão ligadas por um fio de massa desprezível que passa por uma polia também de massa desprezível, e raio R .



Inicialmente, m_2 é colocada em movimento ascendente, gastando $0,2s$ para percorrer a distância $d = 1,0m$ indicada. Nessas condições, m_2 passará novamente pelo ponto "O" após aproximadamente

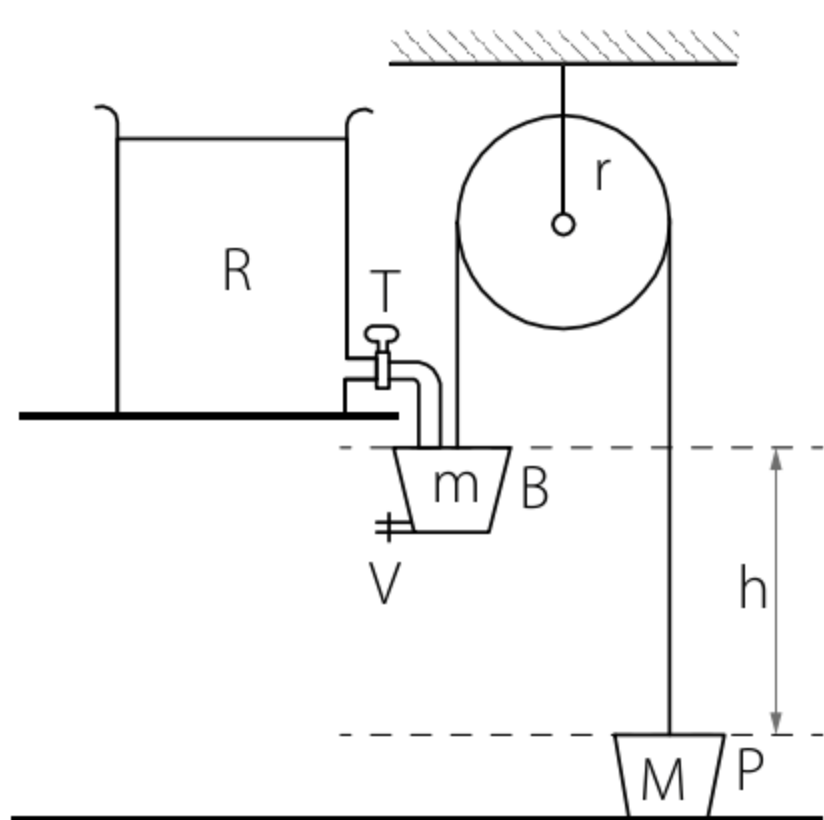
- A** $0,4s$
- B** $1,4s$
- C** $1,6s$
- D** $2,8s$
- E** $3,2s$

59 ITA 1996 Dois blocos de massa M estão unidos por um fio de massa desprezível que passa por uma roldana com um eixo fixo. Um terceiro bloco de massa m é colocado suavemente sobre um dos blocos, como mostra a figura. Com que força esse pequeno bloco de massa m pressionará o bloco sobre o qual foi colocado?

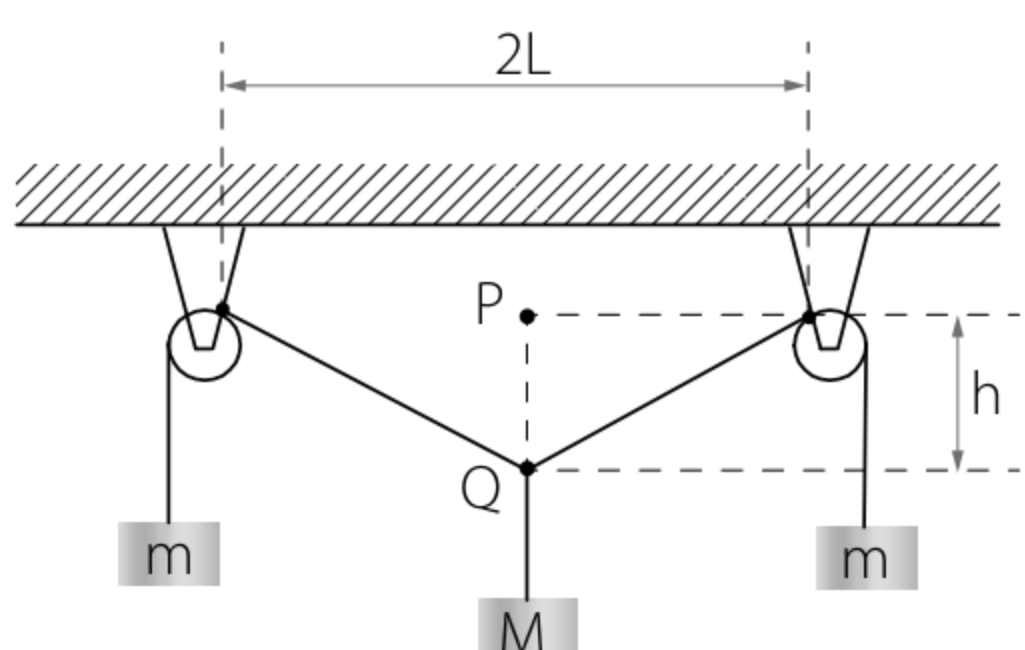


- A** $\frac{2mMg}{2M+m}$
- B** mg
- C** $(m-M)g$
- D** $\frac{mg}{2M+m}$
- E** Outra expressão.

60 ITA 1989 A figura representa um sistema mecânico com as seguintes características: r é uma roldana de massa desprezível que pode girar sem atrito; B é um balde de massa m e P é um peso de massa M tal que $m = 0,8M$; B e P são ligados por uma corda apoiada em r , mas que não escorrega sobre a roldana; R é um reservatório que contém água e uma torneira T , que é acionada quando o balde a toca; o balde por sua vez possui uma válvula que se abre em contato com o solo permitindo a saída de toda a água; o balde cheio tem massa $m_c = 1,2M$. A amplitude do movimento é $h = 4,0$ m. Sabendo-se que as operações de enchimento e de esvaziamento do balde demoram um tempo $\Delta t = 5,0$ s cada uma e que o movimento só se processa com o balde cheio ou vazio, calcule o período completo desse movimento periódico.



61 ITA 2007 No arranjo mostrado na figura com duas polias, o fio inextensível e sem peso sustenta a massa M e, também, simetricamente, as duas massas m , em equilíbrio estático. Desprezando o atrito de qualquer natureza, o valor h da distância entre os pontos P e Q vale:



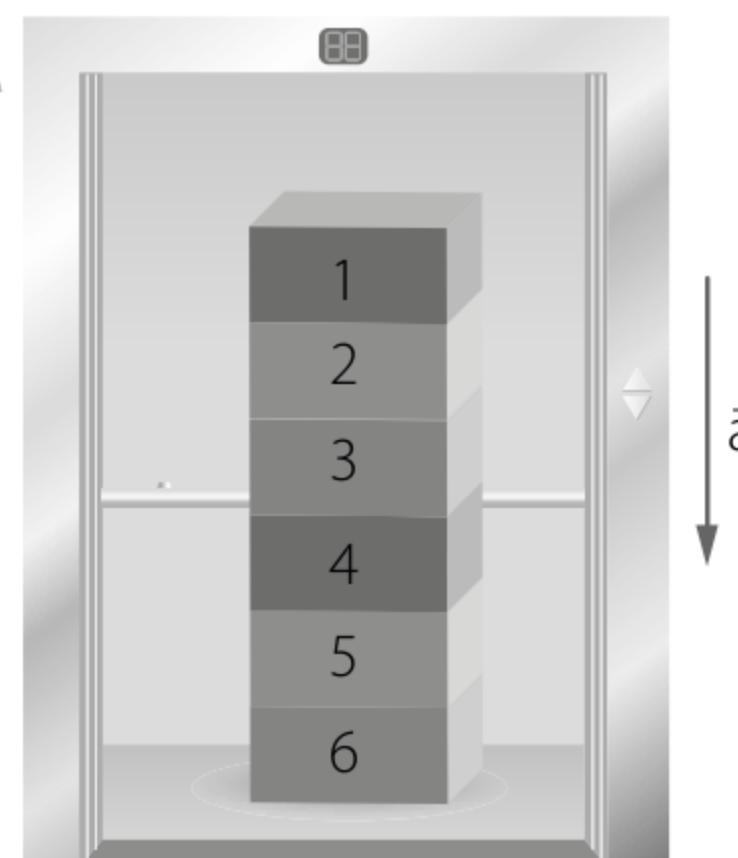
A $\frac{ML}{\sqrt{4m^2 - M^2}}$
 B L
 C $\frac{ML}{\sqrt{M^2 - 4m^2}}$

D $\frac{mL}{\sqrt{4m^2 - M^2}}$
 E $\frac{ML}{\sqrt{2m^2 - M^2}}$

62 ITA 1994 Duas massas, m e M , estão unidas uma à outra por meio de uma mola de constante k . Dependurando-as de modo que M fique no extremo inferior, o comprimento da mola é ℓ_1 . Invertendo as posições das massas, o comprimento da mola passa a ser ℓ_2 . O comprimento ℓ_0 da mola quando não submetido a forças é:

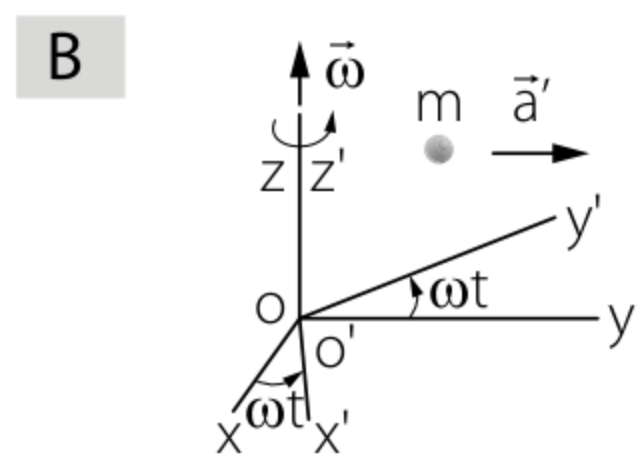
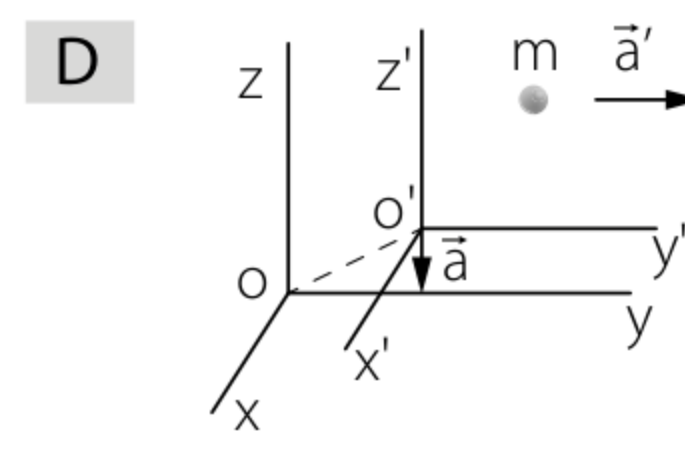
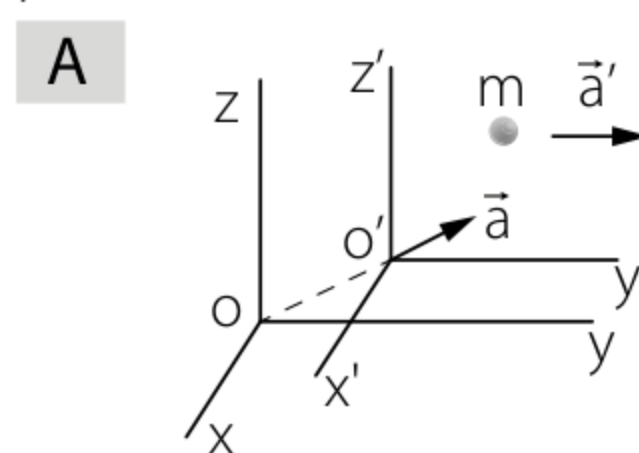
A $\ell_0 = (m \ell_1 - M \ell_2) / (m - M)$
 B $\ell_0 = (M \ell_1 + m \ell_2) / (m - M)$
 C $\ell_0 = (M \ell_1 + m \ell_2) / (m + M)$
 D $\ell_0 = (m \ell_1 + M \ell_2) / (m + M)$
 E $\ell_0 = (M \ell_1 + m \ell_2) / (m - M)$

63 ITA 2000 Uma pilha de seis blocos iguais, de mesma massa m , repousa sobre o piso de um elevador, como mostra a figura. O elevador está subindo em movimento uniformemente retardado com uma aceleração de módulo a . O módulo da força que o bloco 3 exerce sobre o bloco 2 é dado por:

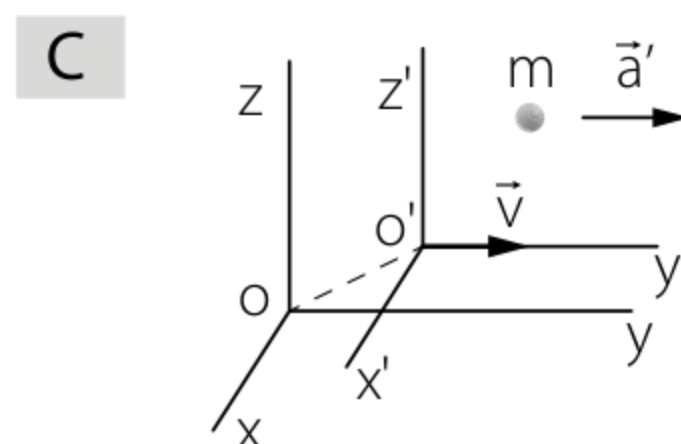


A $3m(g + a)$
 B $3m(g - a)$
 C $2m(g + a)$
 D $2m(g - a)$
 E $m(2g - a)$

64 ITA 1989 As figuras representam sistemas de eixos, um dos quais (O, x, y, z) é inercial e o outro (O', x', y', z') está em movimento relativamente ao primeiro. $\vec{v}$, $\vec{a}$ e $\vec{\omega}$ representam respectivamente: velocidade, aceleração e velocidade angular, todas constantes. Observadores ligados aos referenciais (O', x', y', z') observam, nos seus referenciais, uma partícula de massa m dotada de aceleração $\vec{a}'$. Qual dos observadores poderá escrever a expressão $\vec{F} = m \cdot \vec{a}'$, onde $\vec{F}$ é a força que atua na partícula de massa m , medida no referencial inercial (O, x, y, z) ?



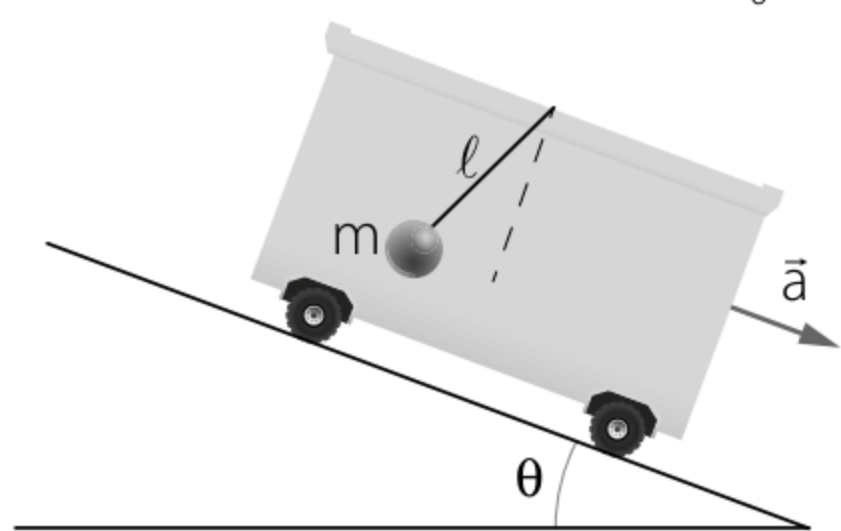
E Nenhum deles poderá escrever a expressão $\vec{F} = m \cdot \vec{a}'$.



65 ITA 1995 Um pêndulo simples no interior de um avião tem a extremidade superior do fio fixa no teto. Quando o avião está parado o pêndulo fica na posição vertical. Durante a corrida para a decolagem a aceleração a do avião foi constante e o pêndulo fez um ângulo θ com a vertical. Sendo g a aceleração da gravidade, a relação entre a , θ e g é:

- A $g^2 = (1 - \sec^2 \theta) \cdot a^2$
- B $g^2 = (a^2 + g^2) \cdot \sin^2 \theta$
- C $a = g \cdot \tan \theta$
- D $a = g \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$
- E $g^2 = a^2 \cdot \sin^2 \theta + g^2 \cdot \cos^2 \theta$

66 ITA 2005 Considere uma rampa de ângulo θ com a horizontal sobre a qual desce um vagão, com aceleração $\vec{a}$, em cujo teto está dependurada uma mola de comprimento ℓ , de massa desprezível e constante de mola k , tendo uma massa m fixada na sua extremidade. Considerando que ℓ_0 é o comprimento natural da mola e que o sistema está em repouso com relação ao vagão, pode-se dizer que a mola sofreu uma variação de comprimento $\Delta \ell = \ell - \ell_0$ dada por:



- A $\Delta \ell = \frac{mg \sin \theta}{k}$
- B $\Delta \ell = \frac{mg \cos \theta}{k}$
- C $\Delta \ell = \frac{mg}{k}$
- D $\Delta \ell = \frac{m\sqrt{a^2 - 2ag \cos \theta + g^2}}{k}$
- E $\Delta \ell = \frac{m\sqrt{a^2 - 2ag \sin \theta + g^2}}{k}$

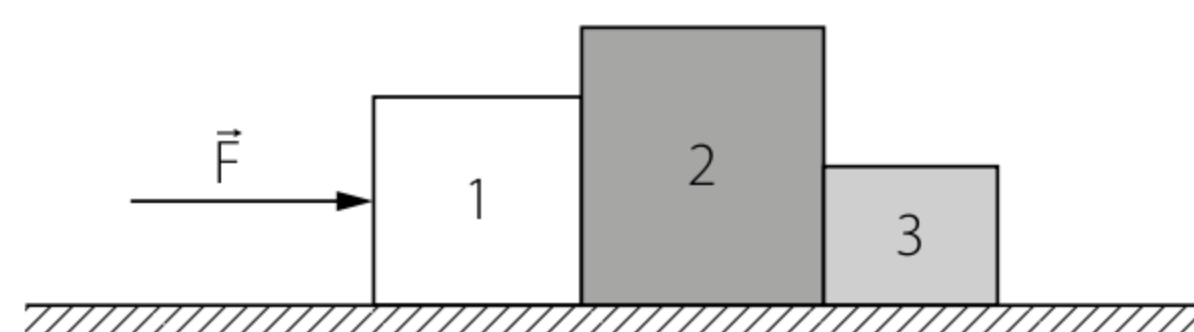
67 ITA 1989 Um corpo desliza sobre um plano inclinado, cujo coeficiente de atrito de deslizamento é $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Qual deve ser o ângulo do plano com a horizontal para que a velocidade do corpo se mantenha constante?

- A 15°
- B 30°
- C 45°
- D 60°
- E 75°

68 ITA 1989 No caso da questão anterior, qual deve ser o módulo da força $\vec{F}$ que aplicada ao corpo, paralelamente ao plano, conduz o corpo para cima com velocidade constante?

- A $\frac{\sqrt{2}}{2} mg$
- B $\frac{\sqrt{3}}{3} mg$
- C $\frac{1}{2} mg$
- D mg
- E $\frac{2\sqrt{3}}{3} mg$

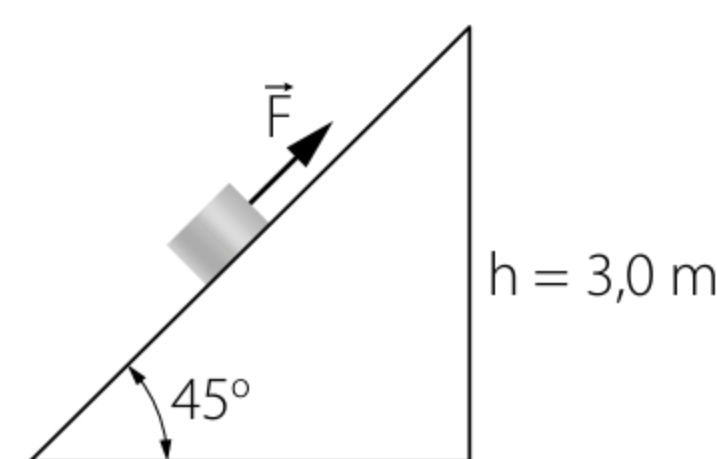
69 ITA 1990 A figura a seguir representa três blocos de massas $M_1 = 1,00 \text{ kg}$, $M_2 = 2,50 \text{ kg}$ e $M_3 = 0,50 \text{ kg}$, respectivamente. Entre os blocos e o piso que os apoia existe atrito, cujos coeficientes cinético e estático são, respectivamente, 0,10 e 0,15, e a aceleração da gravidade vale $10,0 \text{ m/s}^2$.



Se ao bloco M_1 for aplicada uma força F horizontal de $10,00 \text{ N}$, pode-se afirmar que a força que o bloco 2 aplica sobre o bloco 3 vale:

- A $0,25 \text{ N}$
- B $10,00 \text{ N}$
- C $2,86 \text{ N}$
- D $1,25 \text{ N}$
- E Nenhuma das anteriores.

70 ITA 1992 Um bloco de massa igual a $5,0 \text{ kg}$ é puxado para cima por uma força $F = 50 \text{ N}$ sobre o plano inclinado da figura, partindo do repouso. Use $g = 10 \text{ m/s}^2$. O coeficiente de atrito cinético plano-bloco é $\mu = 0,25$.

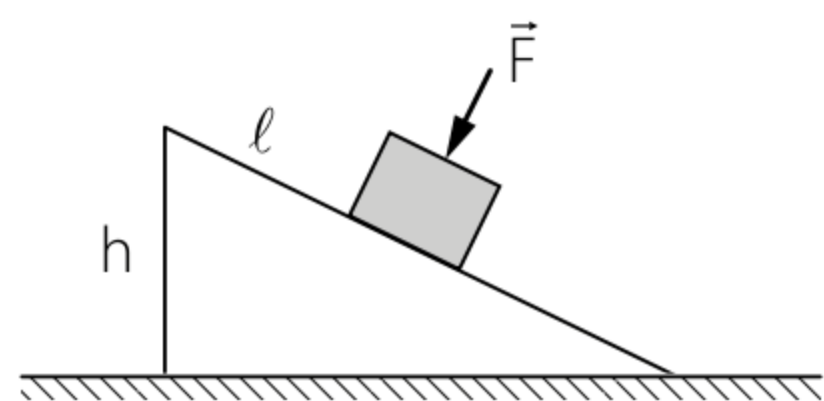


- a) Calcule a energia cinética com que o bloco chega ao topo do plano.
- b) Calcule a aceleração do bloco.
- c) Escreva a velocidade do bloco em função do tempo.

	$E_c \text{ (J)}$	$a \text{ (m/s}^2\text{)}$	$v \text{ (m/s)}$
A	20	1,0	$0,5 \cdot t^2$
B	25	1,2	$0,6 \cdot t^2$
C	50	2,4	$1,2 \cdot t$
D	25	1,2	$1,2 \cdot t$
E	15	1,0	$0,4 \cdot t$

71 ITA 1993 Um pequeno bloco de madeira de massa $m = 2,0 \text{ kg}$ se encontra sobre um plano inclinado que está fixo no chão, como mostra a figura. Qual é a força F com que devemos pressionar o bloco sobre o plano para que ele permaneça em equilíbrio? O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície do plano inclinado é $\mu = 0,40$.

Dados: comprimento do plano inclinado, $\ell = 1,0 \text{ m}$; altura, $h = 0,6 \text{ m}$; aceleração da gravidade, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| A $F = 13,7 \text{ N}$ | D $F = 11,2 \text{ N}$ |
| B $F = 15,0 \text{ N}$ | E $F = 10,7 \text{ N}$ |
| C $F = 17,5 \text{ N}$ | |

72 ITA 1993 Um corpo de peso P desliza sobre uma superfície de comprimento ℓ , inclinada com relação à horizontal de um ângulo α . O coeficiente de atrito cinético entre o corpo e a superfície é μ e a velocidade inicial do corpo é igual a zero. Quanto tempo demora o corpo para alcançar o final da superfície inclinada?

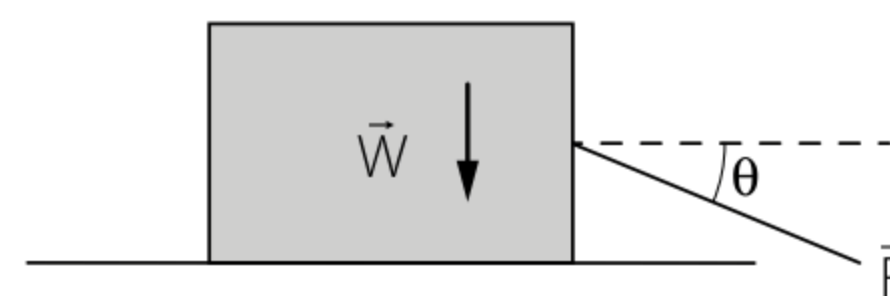
Dado: g (aceleração da gravidade)

- | |
|---|
| A $\sqrt{\frac{2\ell}{g}}$ |
| B $\sqrt{\frac{3\ell}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}}$ |
| C $\sqrt{\frac{2\ell}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}}$ |
| D $\sqrt{\frac{3\ell}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}$ |
| E $\sqrt{\frac{2\ell}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}$ |

73 ITA 1995 Dois blocos de massas $m_1 = 3,0 \text{ kg}$ e $m_2 = 5,0 \text{ kg}$ deslizam sobre um plano, inclinado 60° com relação à horizontal, encostados um no outro com o bloco 1 acima do bloco 2. Os coeficientes de atrito cinético entre o plano inclinado e os blocos são $\mu_{1c} = 0,4$ e $\mu_{2c} = 0,6$, respectivamente, para os blocos 1 e 2. Considerando a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, a aceleração a_1 do bloco 1 e a força F_{12} que o bloco 1 exerce sobre o bloco 2 são, respectivamente:

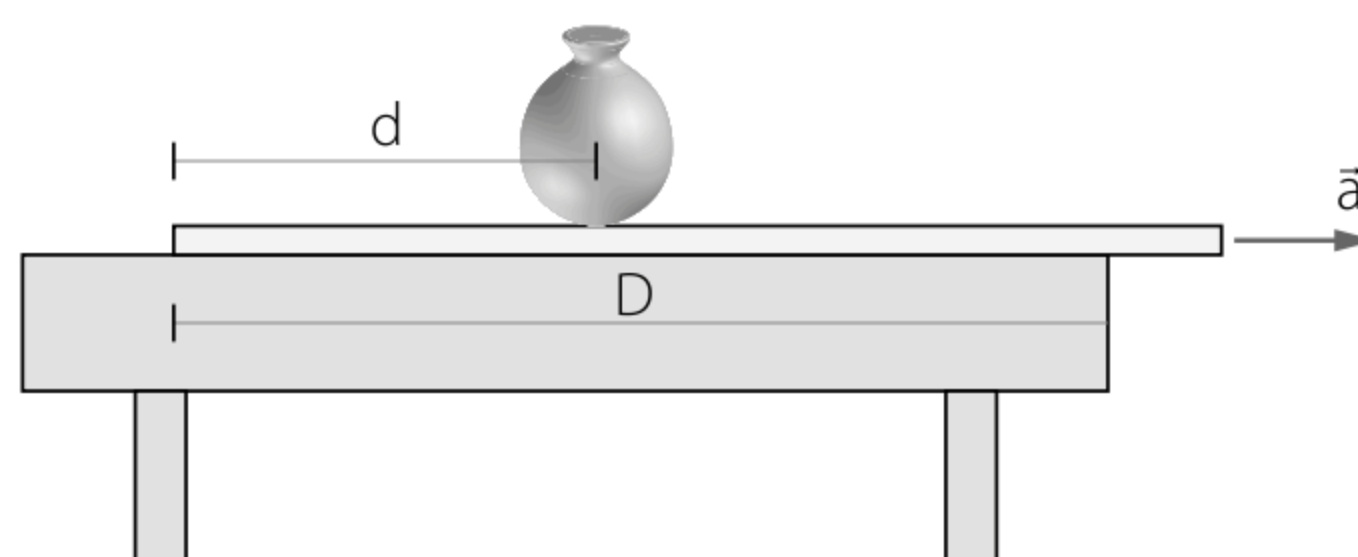
- | | |
|--|--|
| A $6,0 \text{ m/s}^2; 2,0 \text{ N}$ | D $8,5 \text{ m/s}^2; 26 \text{ N}$ |
| B $0,46 \text{ m/s}^2; 3,2 \text{ N}$ | E $8,5 \text{ m/s}^2; 42 \text{ N}$ |
| C $1,1 \text{ m/s}^2; 17 \text{ N}$ | |

74 ITA 1998 Um caixote de peso W é puxado sobre um trilho horizontal por uma força de magnitude F que forma um ângulo θ em relação à horizontal, como mostra a figura. Dado que o coeficiente de atrito estático entre o caixote e o trilho é μ , o valor mínimo de F , a partir de qual seria possível mover o caixote, é:



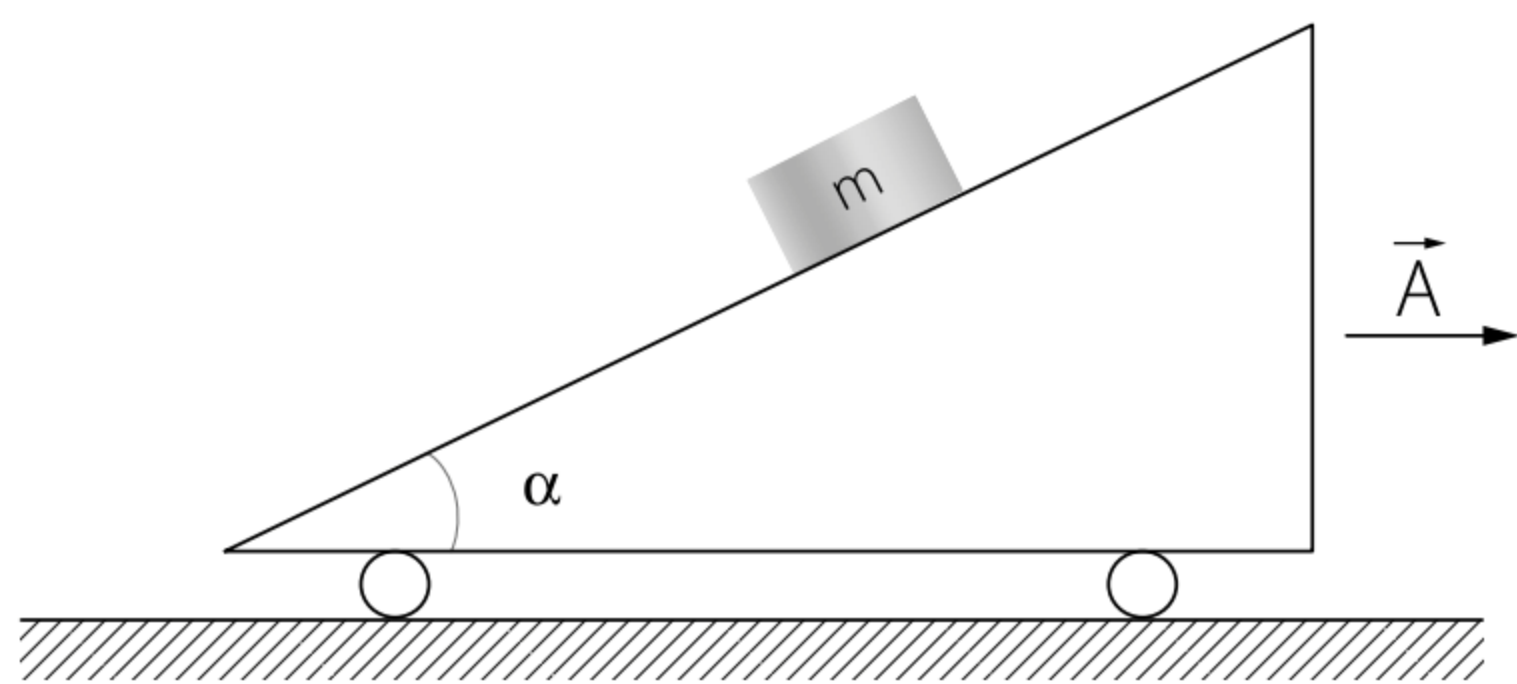
- | |
|--|
| A $\frac{2W}{1-\mu}$ |
| B $\frac{W\sin\theta}{1-\mu\tan\theta}$ |
| C $\frac{\mu W\sin\theta}{1-\mu\tan\theta}$ |
| D $\frac{\mu W\sec\theta}{1-\mu\tan\theta}$ |
| E $(1-\mu\tan\theta)W$ |

75 ITA 1997 Um antigo vaso chinês está a uma distância d da extremidade de um forro sobre uma mesa. Essa extremidade, por sua vez, se encontra a uma distância D de uma das bordas da mesa, como mostrado na figura. Inicialmente tudo está em repouso. Você apostou que consegue puxar o forro com uma aceleração constante a (veja figura), de tal forma que o vaso não caia da mesa. Considere que ambos os coeficientes de atrito, estático e cinético, entre o vaso e o forro tenham o valor μ e que o vaso pare no momento que toca na mesa. Você ganhará a aposta se a magnitude da aceleração estiver dentro da faixa:

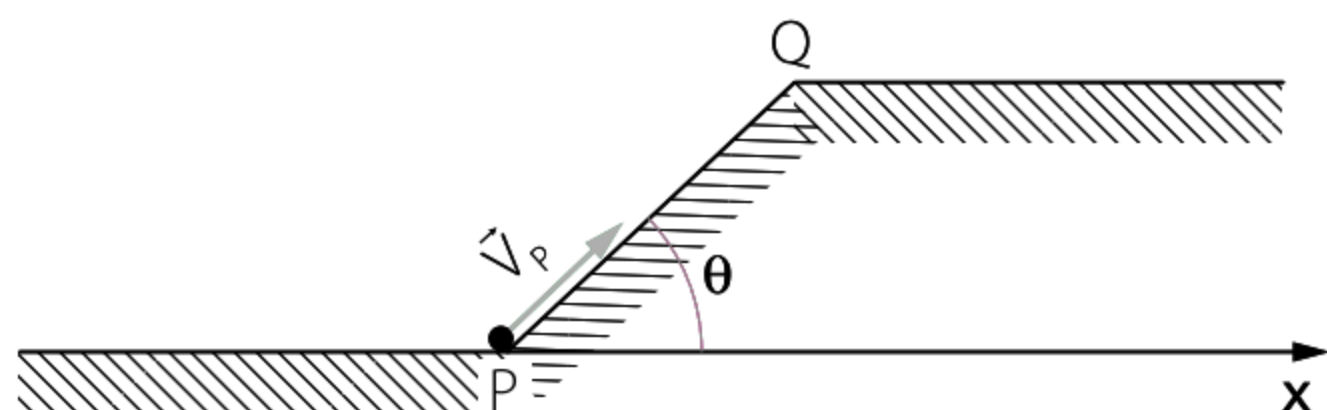


- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| A $a < \frac{d}{D}\mu g$ | D $a > \frac{D}{d}\mu g$ |
| B $a > \frac{d}{D}\mu g$ | E $a > \frac{D}{D-d}\mu g$ |
| C $a > \mu g$ | |

76 ITA 2003 Na figura, o carrinho com rampa movimentar-se com uma aceleração constante $\bar{A}$. Sobre a rampa repousa um bloco de massa m . Se μ é o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a rampa, determine o intervalo para o módulo de $\bar{A}$ no qual o bloco permanecerá em repouso sobre a rampa.

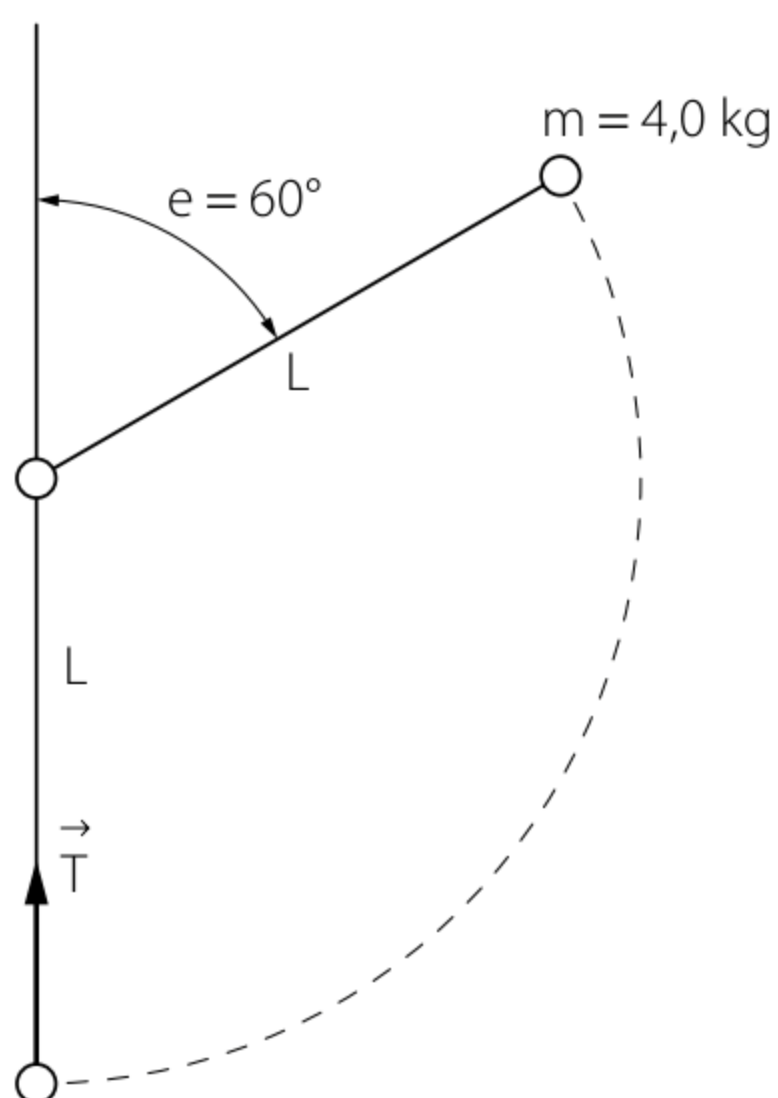


77 ITA 2007 A partir do nível P, com velocidade inicial de 5 m/s, um corpo sobe a superfície de um plano inclinado PQ de 0,8 m de comprimento. Sabe-se que o coeficiente de atrito cinético entre o plano e o corpo é igual a $\frac{1}{3}$. Considere a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin \theta = 0,8$, $\cos \theta = 0,6$ e que o ar não oferece resistência. O tempo mínimo de percurso do corpo para que se torne nulo o componente vertical de sua velocidade é:



- | | |
|-----------------|-----------------|
| A 0,20 s | D 0,44 s |
| B 0,24 s | E 0,48 s |
| C 0,40 s | |

78 ITA 1986 Uma haste rígida de comprimento "L" e massa desprezível é suspensa por uma das extremidades de tal maneira que a mesma possa oscilar sem atrito. Na outra extremidade da haste acha-se fixado um bloco de massa igual a 4kg. A haste é abandonada no repouso, quando a mesma faz um ângulo de 60° com a vertical.



Nessas condições, o módulo da tração sobre a haste, quando o bloco passa pela posição mais baixa, vale

- | | |
|----------------|----------------|
| A 40 N | D 190 N |
| B 80 N | E 210 N |
| C 160 N | |

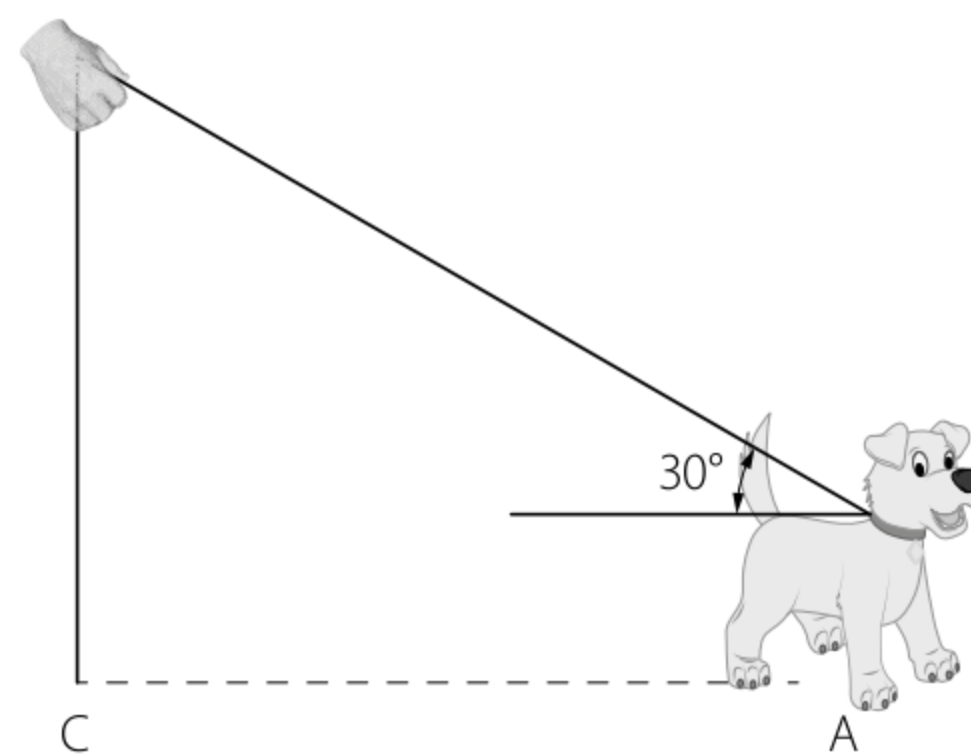
79 ITA 1992 Uma carga puntiforme $-Q_1$ de massa m percorre uma órbita circular de raio R em torno de outra carga $+Q_2$ fixa no centro do círculo. A velocidade angular ω de $-Q_1$ é

- | |
|---|
| A $\omega = \frac{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot Q_1 \cdot Q_2}{m \cdot R}$ |
| B $\omega = \sqrt{\frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot R^3}}$ |
| C $\omega = \left[\frac{Q_1 \cdot Q_2 \cdot R^3}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \right]^2$ |
| D $\omega = \frac{m \cdot R}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \frac{Q_1}{Q_2}$ |
| E $\omega = \frac{m \cdot R}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \frac{Q_2}{Q_1}$ |

80 ITA 1996 Para um avião executar uma curva nivelada (sem subir ou descer) e equilibrada, o piloto deve incliná-lo com respeito à horizontal (à maneira de um ciclista em uma curva), de um ângulo θ . Se $\theta = 60^\circ$, a velocidade da aeronave é 100 m/s e a aceleração local da gravidade é $9,5 \text{ m/s}^2$, qual é aproximadamente o raio da curvatura?

- | |
|------------------|
| A 600 m |
| B 750 m |
| C 200 m |
| D 350 m |
| E 1 000 m |

81 ITA 1985 O cachorrinho da figura tem massa 10kg e move-se num terreno horizontal numa trajetória de raio de curvatura igual a 1m. Num dado instante, sua velocidade é de 0,36 km/h e ele exerce contra o solo forças de 0,10N (dirigida de A para o centro de curvatura C) e de 0,50 N (tangencial). Sabendo que a mão do dono está na vertical erguida do centro de curvatura, podemos afirmar que a tensão na guia e a aceleração tangencial do cachorrinho valem respectivamente:



- | |
|---|
| A zero e $5 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$ |
| B 0,23 N e $5 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$ |
| C 196 N e $5 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$ |
| D 0,11 N e $0,01 \text{ ms}^{-2}$ |
| E 0,23 N e $0,01 \text{ ms}^{-2}$ |

82 ITA 1988 Um pêndulo simples é constituído de um fio de comprimento L , ao qual se prende um corpo de massa m . Porém, o fio não é suficientemente resistente, suportando, no máximo uma tensão igual a $1,4\,mg$, sendo g a aceleração da gravidade local. O pêndulo é abandonado de uma posição em que o fio forma um ângulo α com a vertical. Quando o pêndulo atinge a posição vertical, rompe-se o fio. Pode-se mostrar que:

- A** $\cos \alpha = 1,0$ **C** $\sin \alpha = 0,8$ **E** $\cos \alpha = 0,8$
B $\cos \alpha = 0,4$ **D** $\sin \alpha = 0,4$

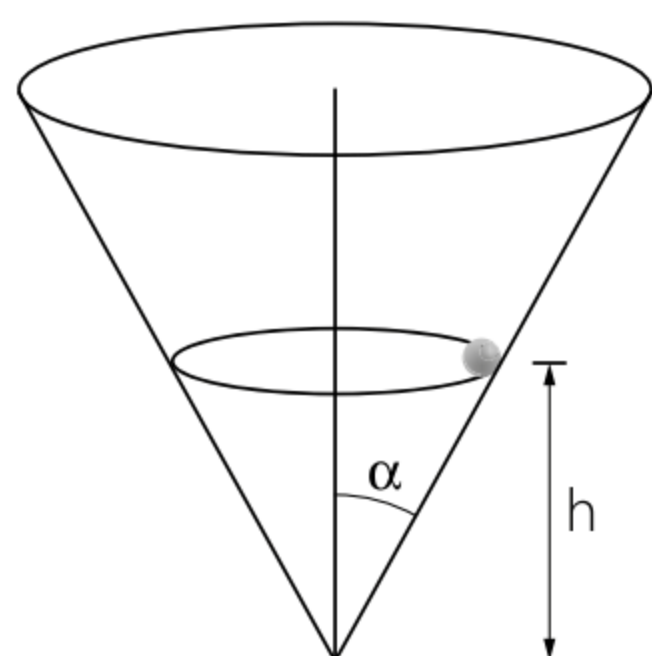
83 ITA 1988 Um motoqueiro efetua uma curva de raio de curvatura de 80 m a 20 m/s num plano horizontal. A massa total (motoqueiro + moto) é de 100 kg . Se o coeficiente de atrito estático entre o pavimento e o pneu da moto vale $0,6$, podemos afirmar que: a máxima força de atrito estático f_a e a tangente trigonométrica do ângulo de inclinação θ , da moto em relação à vertical, serão dados, respectivamente, por:

	$f_a(\text{N})$	$\text{tg}\theta$
A	500	0,5
B	600	0,5
C	500	0,6
D	600	0,6
E	500	0,3

84 ITA 1989 Uma pedra de massa m presa a um barbante de comprimento L é mantida em rotação num plano vertical. Qual deve ser a menor velocidade tangencial da pedra no topo da trajetória (v_m) para que o barbante ainda se mantenha esticado? Qual será a tensão (T) no barbante quando a pedra estiver no ponto mais baixo da trajetória?

	v_m	T
A	$\sqrt{gL}$	$6mg$
B	$\sqrt{gL}$	mg
C	gL^2	$2mg$
D	$2\sqrt{gL}$	$\sqrt{2}\,mg$
E	$\sqrt{gL}$	0

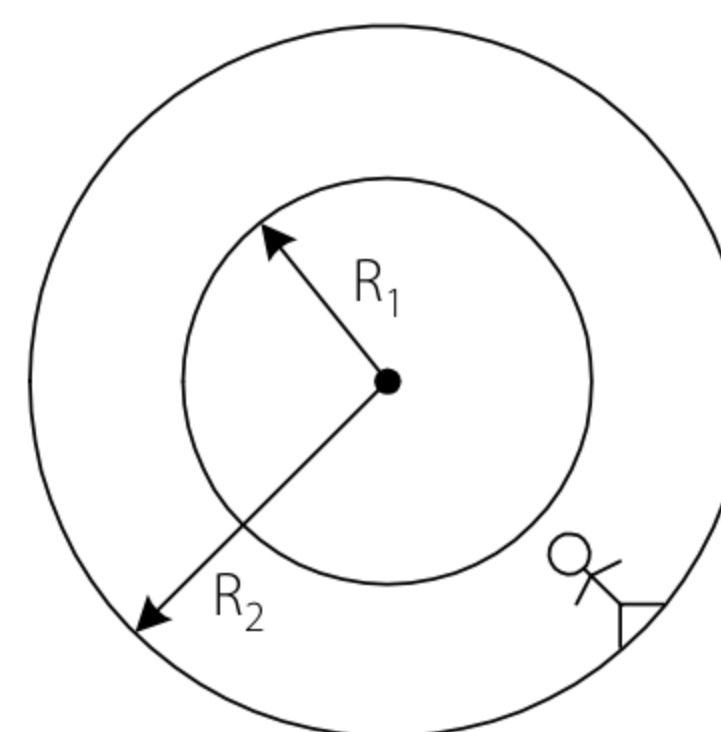
85 ITA 1997 Uma massa puntual se move, sob a influência da gravidade e sem atrito, com velocidade angular ω em um círculo a uma altura $h \neq 0$ na superfície interna de um cone que forma um ângulo α com seu eixo central, como mostrado na figura.



A altura h da massa em relação ao vértice do cone é:

- A** $\frac{g}{\omega^2}$ **C** $\frac{g \cdot \cotg \alpha}{\omega^2 \cdot \sin \alpha}$
B $\frac{g \cdot 1}{\omega^2 \cdot \sin \alpha}$ **D** $\frac{g}{\omega^2} \cotg^2 \alpha$
E inexistente, pois a única posição de equilíbrio é $h = 0$.

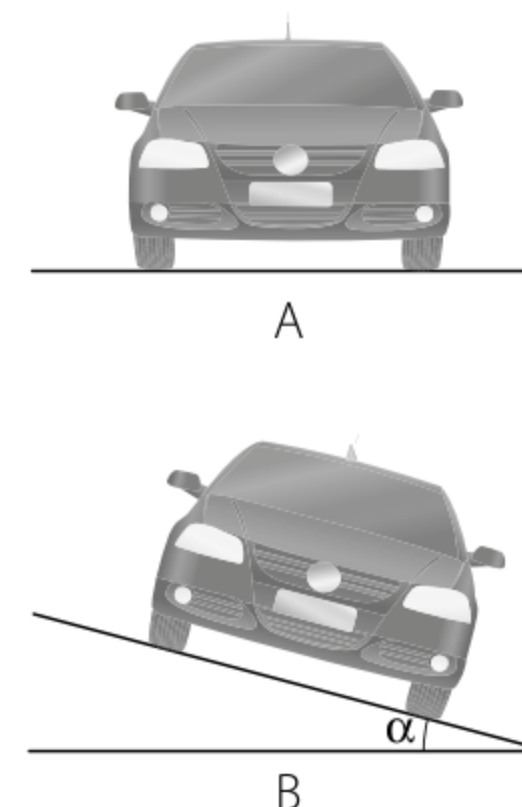
86 ITA 2006 Uma estação espacial em forma de um toroide, de raio interno R_1 , e externo R_2 , gira, com período P , em torno do seu eixo central, numa região de gravidade nula. O astronauta sente que seu “peso” aumenta de 20% , quando corre com velocidade constante $\vec{v}$ no interior desta estação, ao longo de sua maior circunferência, conforme mostra a figura.



Assinale a expressão que indica o módulo dessa velocidade.

- A** $v = \left(\sqrt{\frac{6}{5}} - 1 \right) \frac{2\pi R_2}{P}$ **D** $v = \left(\frac{5}{6} + 1 \right) \frac{2\pi R_2}{P}$
B $v = \left(1 - \sqrt{\frac{5}{6}} \right) \frac{2\pi R_2}{P}$ **E** $v = \left(\frac{6}{5} - 1 \right) \frac{2\pi R_2}{P}$
C $v = \left(\sqrt{\frac{5}{6}} + 1 \right) \frac{2\pi R_2}{P}$

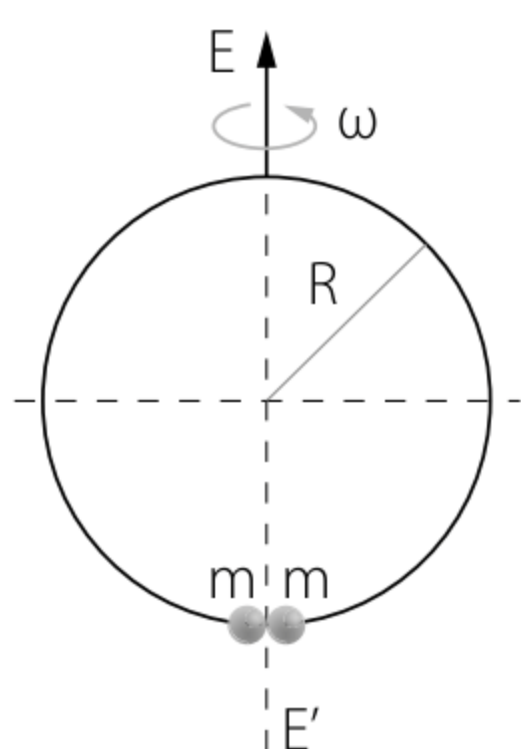
87 ITA 1987 Para que um automóvel percorra uma curva horizontal de raio dado, numa estrada horizontal, com uma certa velocidade, o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista deve ter no mínimo um certo valor μ (fig. A). Para que o automóvel percorra uma curva horizontal, com o mesmo raio e com a mesma velocidade acima, numa estrada com sobrelevação (fig. B), sem ter tendência a derrapar, o ângulo de sobrelevação deve ter o valor α .



Podemos afirmar que:

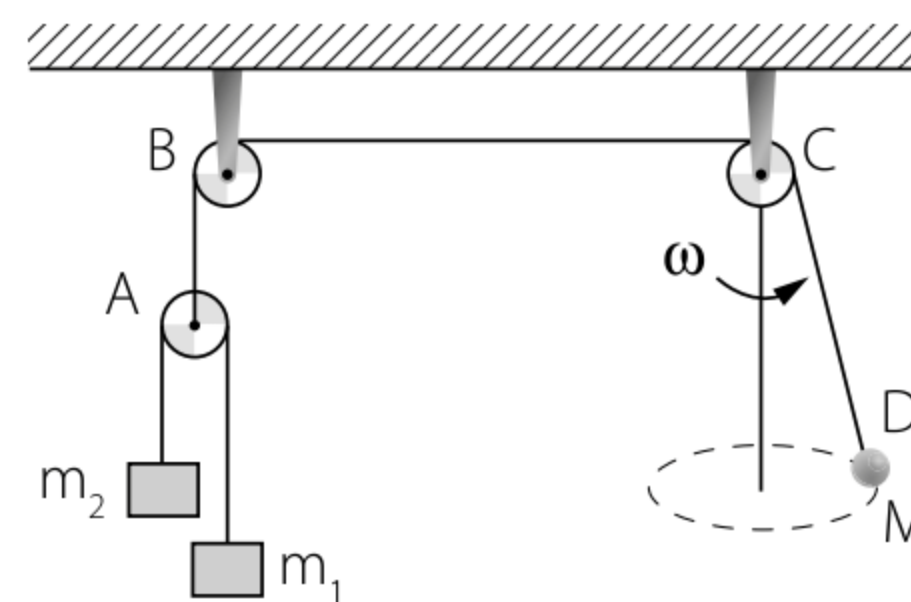
- A $\alpha = \text{arc tg } \mu$
- B $\alpha = 45^\circ$
- C $\alpha = \text{arc sen } \mu$
- D $\alpha = 0$
- E $\alpha = \mu$ (em radianos)

88 ITA 1992 Um aro metálico circular e duas esferas são acoplados conforme ilustra a figura a seguir. As esferas dispõem de um furo diametral que lhes permite circular pelo aro. O aro começa a girar, a partir do repouso, em torno do diâmetro vertical EE' , que passa entre as esferas, até atingir uma velocidade angular constante ω . Sendo R o raio do aro, m a massa de cada esfera e desprezando-se os atritos, pode-se afirmar que:



- A as esferas permanecem na parte inferior do aro porque esta é a posição de mínima energia potencial.
- B as esferas permanecem a distâncias r de EE' tal que, se 2θ for o ângulo central cujo vértice é o centro do aro e cujos lados passam pelos centros das esferas, na posição de equilíbrio estável, então $\tan \theta = \omega^2 r / g$, estando as esferas abaixo do diâmetro horizontal do aro.
- C as esferas permanecem a distâncias r de EE' tal que, se 2θ for o ângulo central cujo vértice é o centro do aro e cujos lados passam pelos centros das esferas, na posição de equilíbrio estável, então $\tan \theta = \omega^2 r / g$, estando as esferas acima do diâmetro horizontal do aro.
- D as alternativas (B) e (C) anteriores estão corretas.
- E a posição de maior estabilidade ocorre quando as esferas estão nos extremos de um mesmo diâmetro.

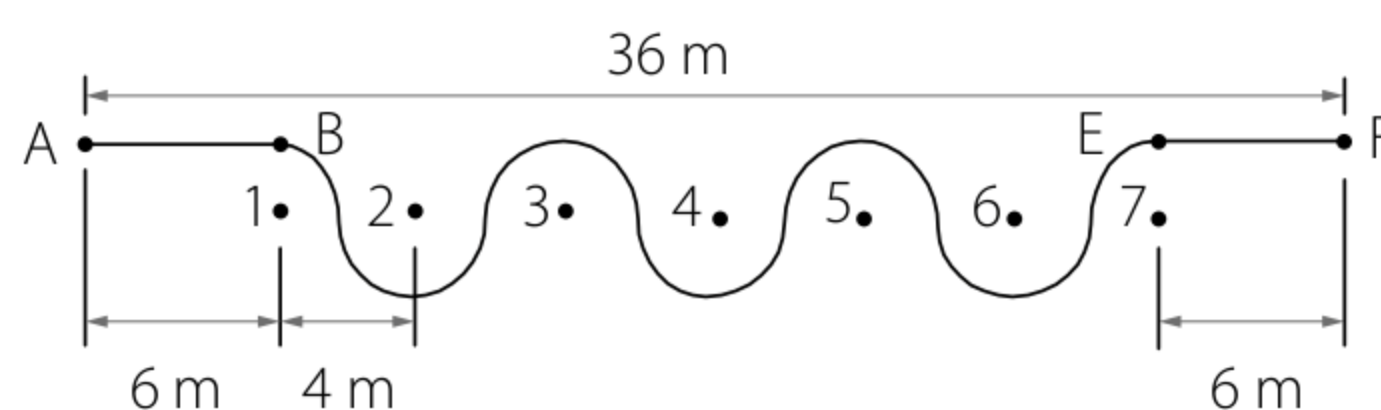
89 ITA 1994 Um fio tem presa uma massa M numa das extremidades e, na outra, uma polia que suporta duas massas, $m_1 = 3,00 \text{ kg}$ e $m_2 = 1,00 \text{ kg}$, unidas por um outro fio, como mostra a figura. Os fios têm massas desprezíveis e as polias são ideais. Se $\overline{CD} = 0,80 \text{ m}$ e a massa M gira com velocidade angular constante $\omega = 5,00 \text{ rad/s}$ numa trajetória circular em torno do eixo vertical passando por C , observa-se que o trecho ABC do fio permanece imóvel.



Considerando a aceleração gravitacional $g = 10,0 \text{ m/s}^2$, a massa M deverá ser:

- A 3,00 kg
- B 4,00 kg
- C 0,75 kg
- D 1,50 kg
- E 2,50 kg

90 ITA 2004 A figura representa o percurso de um ciclista, num plano horizontal, composto de dois trechos retilíneos (AB e EF), cada um com $6,0 \text{ m}$ de comprimento, e de um trecho sinuoso intermediário formado por arcos de circunferências de mesmo diâmetro, igual a $4,0 \text{ m}$, cujos centros se encontram numerados de 1 a 7. Considere pontual o sistema ciclista-bicicleta e que o percurso é completado no menor tempo, com velocidade escalar constante.

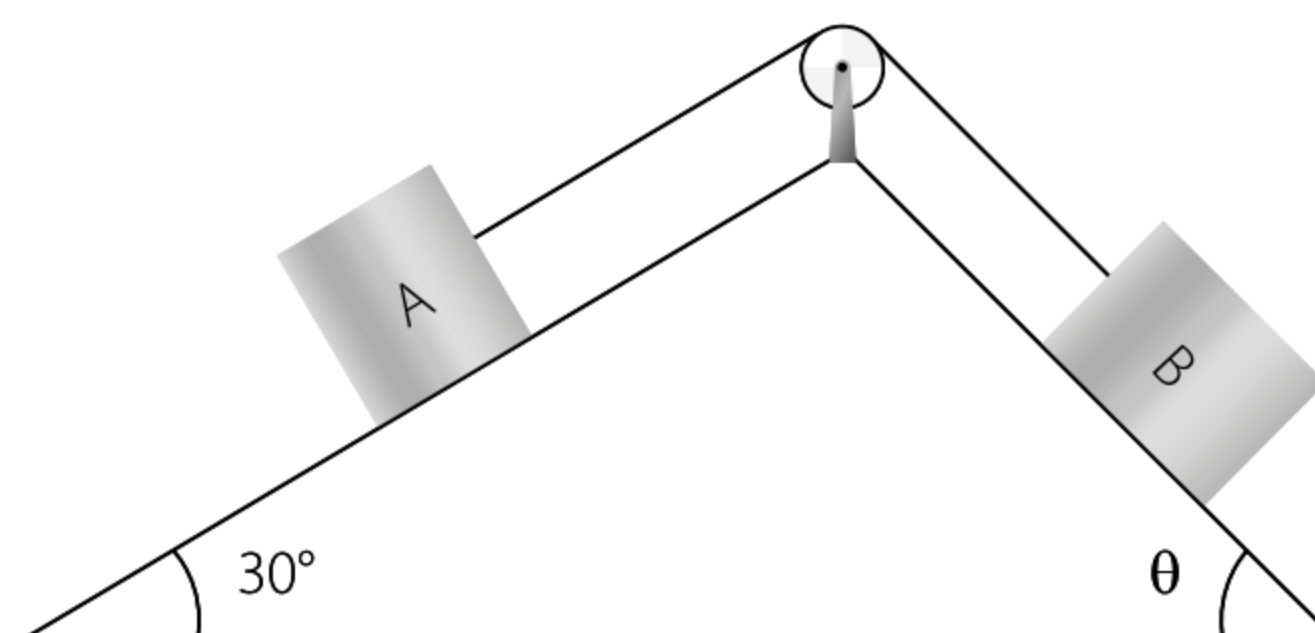


Se o coeficiente de atrito estático com o solo é $\mu = 0,80$, assinale a opção correta que indica, respectivamente, a velocidade do ciclista, o tempo despendido no percurso e a frequência de zigue-zague no trecho BE .

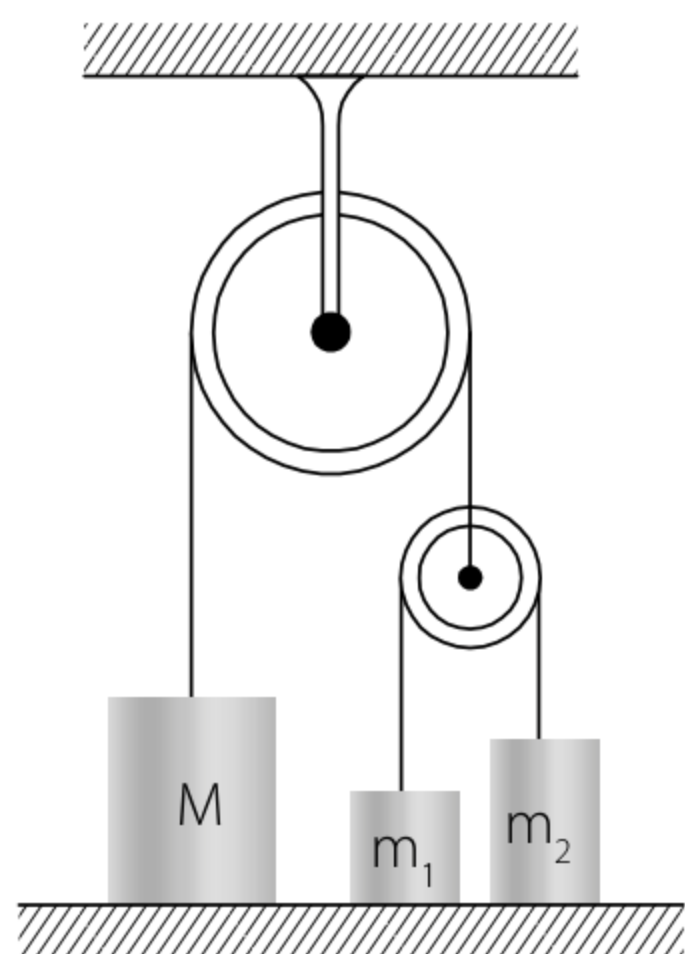
- A 6,0 m/s 6,0 s $0,17 \text{ s}^{-1}$
- B 4,0 m/s 12 s $0,32 \text{ s}^{-1}$
- C 9,4 m/s 3,0 s $0,22 \text{ s}^{-1}$
- D 6,0 m/s 3,1 s $0,17 \text{ s}^{-1}$
- E 4,0 m/s 12 s $6,0 \text{ s}^{-1}$

Frente 3 – IME

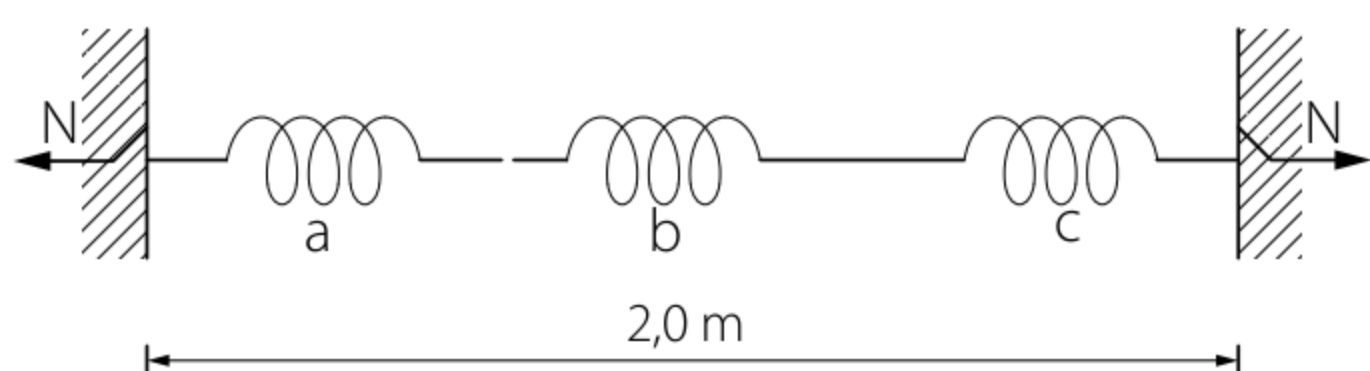
91 IME 1998 Na figura a seguir os objetos A e B pesam, respectivamente, 40 N e 30 N e estão apoiados sobre planos lisos, ligados entre si por uma corda inextensível, sem peso, que passa por uma polia sem atrito. Determinar o ângulo θ e a tensão na corda quando houver equilíbrio.



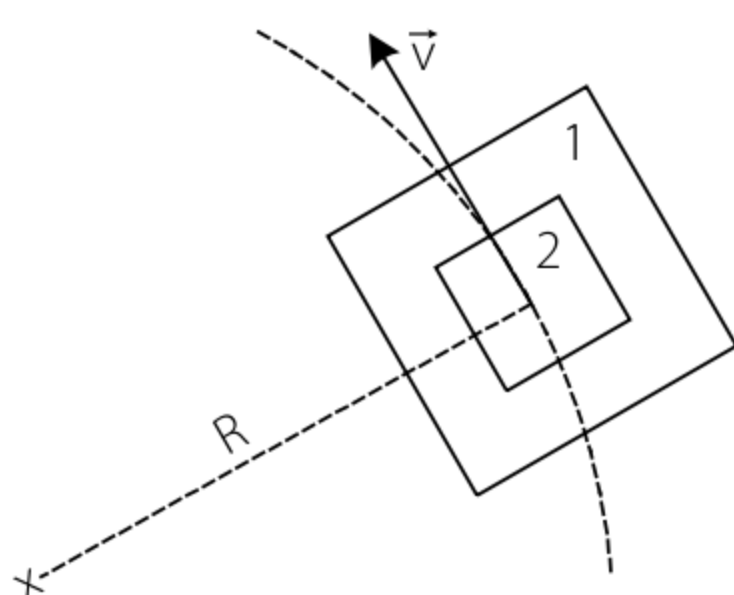
92 IME 2002 Sejam M , m_1 e m_2 as massas dos blocos homogêneos dispostos conforme a figura a seguir, inicialmente apoiados sobre uma placa horizontal. Determine a aceleração do bloco de massa m_1 , em relação à roldana fixa, após a retirada da placa, sabendo que $M = m_1 + m_2$ e $m_1 < m_2$. Considere que não há atrito no sistema e despreze o peso das polias e das cordas que unem os blocos.



93 IME 1986 Três molas, a, b e c, têm comprimento natural $\ell_a = 0,5$ m, $\ell_b = 0,6$ m e $\ell_c = 0,7$ m, e constante elástica $k_a = 10$ N/m, $k_b = 15$ N/m e $k_c = 18$ N/m, respectivamente. Elas são ligadas entre si e estiradas entre duas paredes distantes 2,0 metros uma da outra, onde as extremidades são fixadas, conforme figura a seguir. Qual o comprimento de cada uma das molas estiradas, em equilíbrio?



94 IME 1996 De acordo com a figura abaixo, o veículo 1, de massa total M , descreve uma trajetória circular de raio R , com uma velocidade tangencial e constante v . Estabeleça a possibilidade do veículo 1 ser considerado como um referencial inercial para o movimento do veículo 2 no seu interior.



95 IME 1988 Um elevador parte do repouso e sobe com aceleração constante igual a 2 m/s² em relação a um observador fixo, localizado fora do elevador. Quando sua velocidade atinge o valor $v = 6$ m/s, uma pessoa que está dentro do elevador larga um pacote de uma altura $h = 2,16$ m, em relação ao

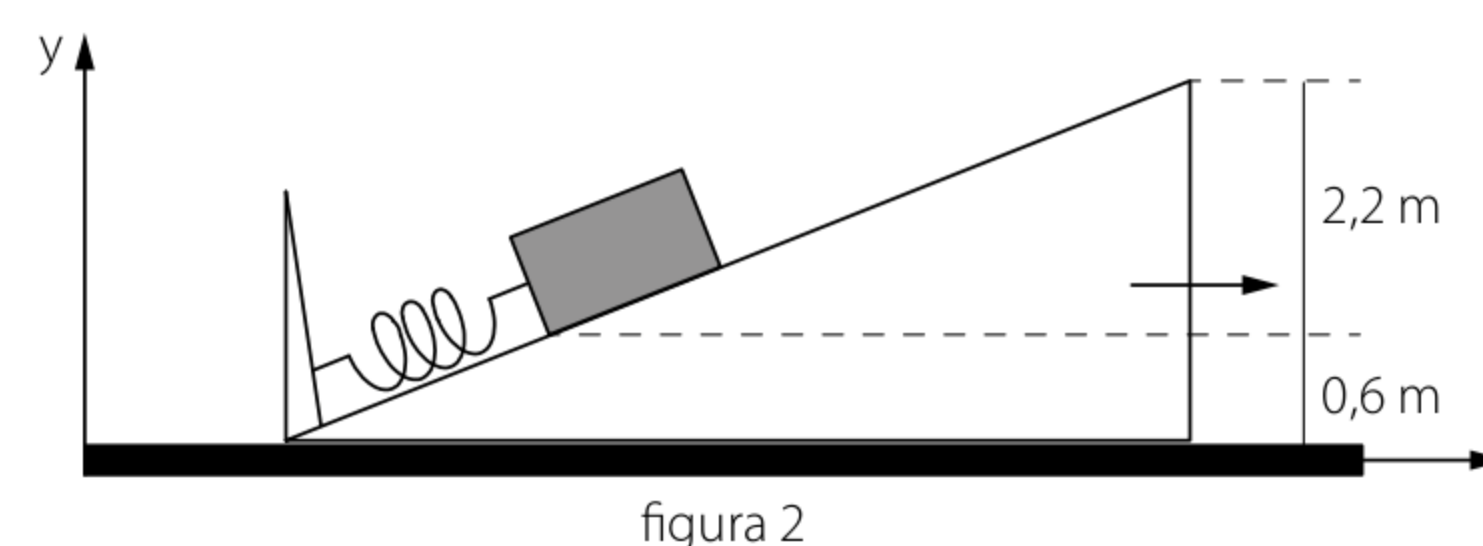
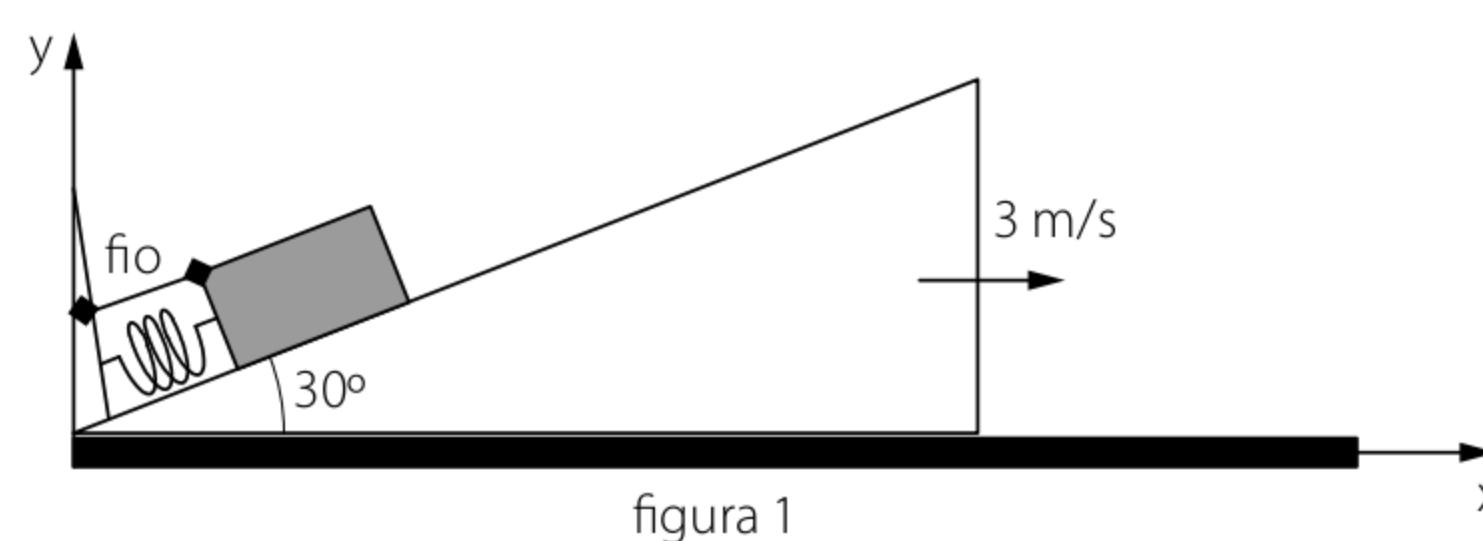
piso do elevador. Considerando que o elevador continue em seu movimento acelerado ascendente, determine para o observador fixo e para o localizado no interior do elevador:

- o tempo de queda;
- o espaço total percorrido pelo pacote até que este encontre o piso do elevador;
- se o pacote entra em movimento descendente.

Obs.: Considere $g = 10$ m/s².

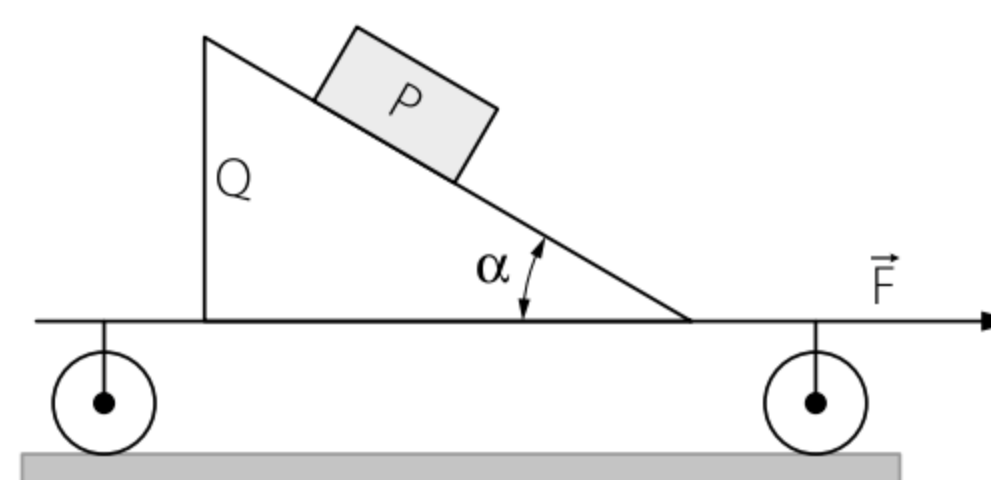
96 IME 2000 Um aluno observa um bloco de 50 g que está obrigado, por um fio inextensível e de massa desprezível, a comprimir em 5 cm uma mola com constante elástica de 20 N/cm, conforme a figura 1. Todo o conjunto (bloco, mola e plano inclinado) movimenta-se com velocidade de 3 m/s para a direita, em relação ao aluno. O fio é cortado, o bloco se desloca e é liberado da mola a partir do instante que esta não é mais contraída (instante representado na figura 2). O aluno necessita saber a respeito da velocidade do bloco em relação ao referencial xy , em que está localizado. Para tal, faça o gráfico das componentes da velocidade nesse referencial, desde o instante que o bloco é liberado até ele atingir o chão.

Dado: aceleração da gravidade $g = 10$ m/s².



97 IME 1988 Um carro de peso Q , provido de uma rampa fixa e inclinada de ângulo α , suporta um bloco de peso P . O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a rampa vale μ . Não há atrito entre o carro e o chão. Determine:

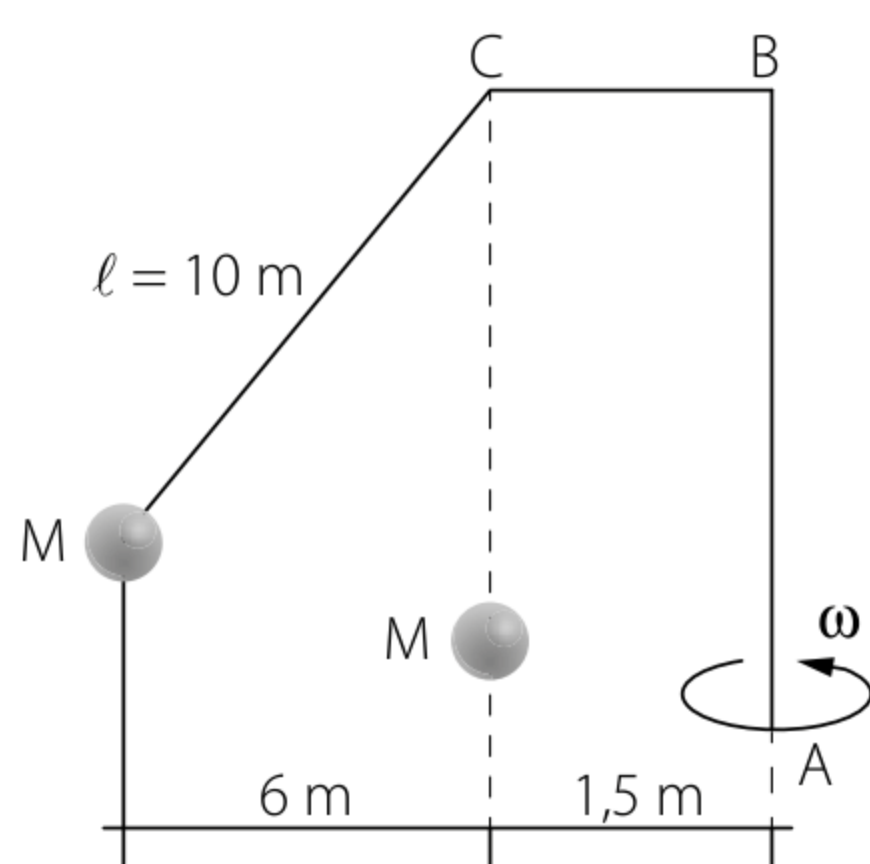
- o maior valor da aceleração com a qual o carro pode ser movimentado sem que o corpo comece a subir a rampa.
- a intensidade F da força horizontal correspondente.



Dados: $P = 100 \text{ N}$ $Q = 500 \text{ N}$
 $\mu = 0,5$ $\cos \alpha = 0,8$
 $\sin \alpha = 0,6$ $g = 10 \text{ m/s}^2$

98 IME 1994 Uma pequena esfera suspensa por um fio ideal que está preso ao teto de um vagão. O trem faz uma curva plana horizontal de raio r , com velocidade v constante. Determine o ângulo θ que o fio forma com a direção vertical.

99 IME 1989 Uma massa $M = 20 \text{ kg}$ é suspensa por um fio de comprimento $\ell = 10 \text{ m}$, inextensível e sem peso, conforme mostra a figura. A barra ABC gira em torno do seu eixo vertical com velocidade angular constante de forma que o fio atinge a posição indicada.

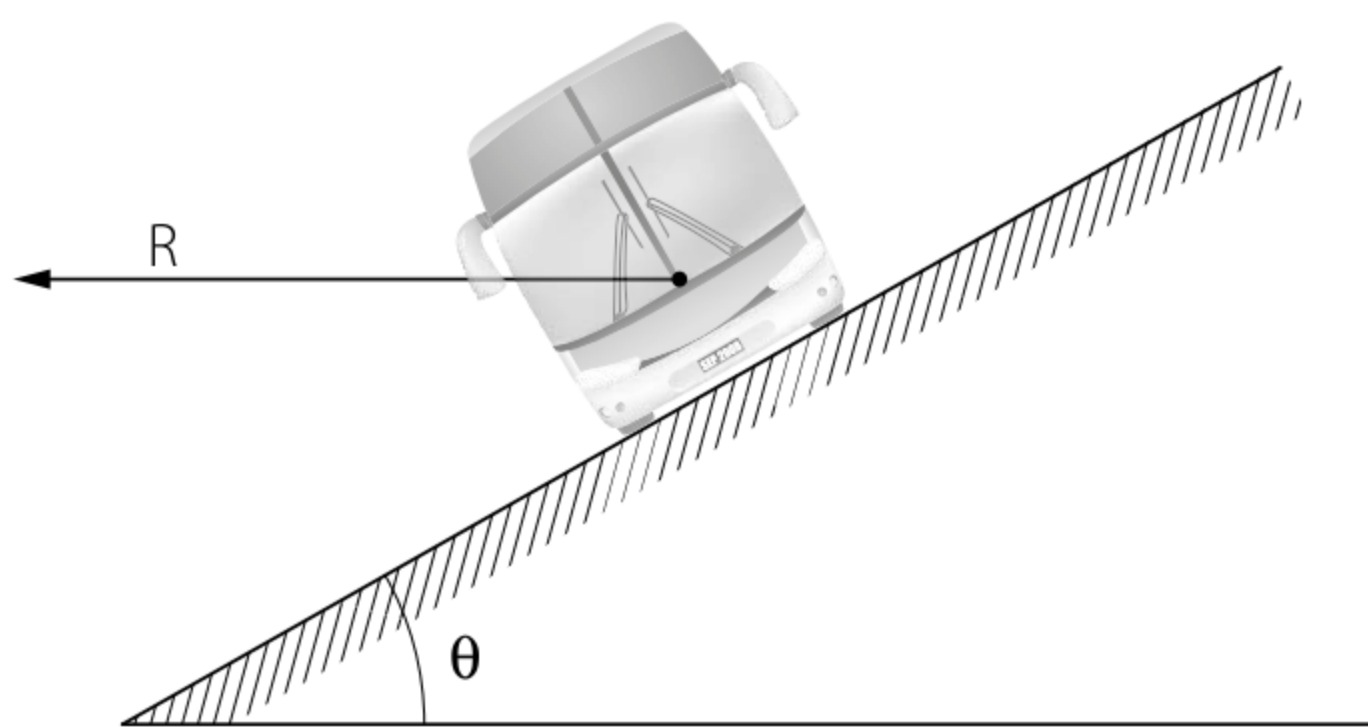


Determine:

- a velocidade angular da barra;
- a tração no fio.

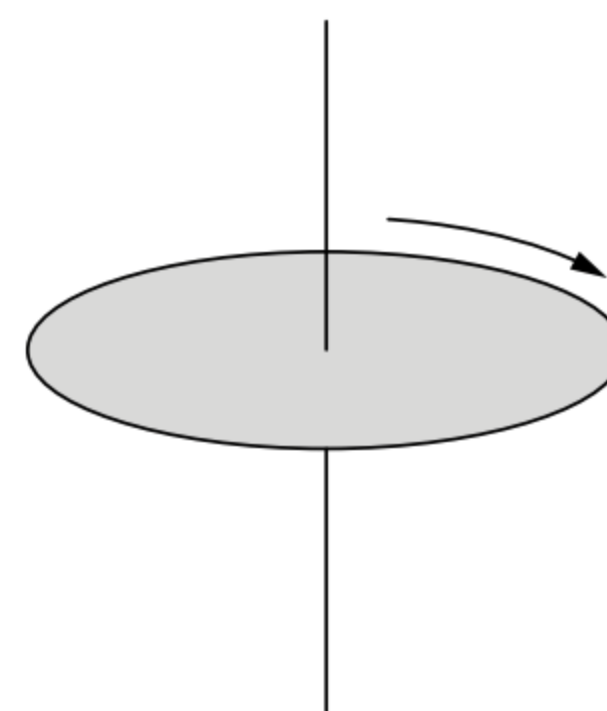
Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

100 IME 1993 Considere o veículo de massa M percorrendo uma curva inclinada, de ângulo θ , com raio R constante, a uma velocidade V . Supondo que o coeficiente de atrito dos pneus com o solo seja μ , calcule as velocidades mínima e máxima com que este veículo pode percorrer esta curva, sem deslizamento.



101 IME 1997 Um disco rotativo, paralelo ao solo, é mostrado na figura. Um inseto de massa $m = 1,0 \text{ g}$ está pousado no disco a $12,5 \text{ cm}$ do eixo de rotação. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático do inseto com a superfície do disco é $\mu_e = 0,8$, determine qual o valor mínimo da velocidade angular, em rpm (rotações por minuto), necessário para arremessar o inseto para fora do disco.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

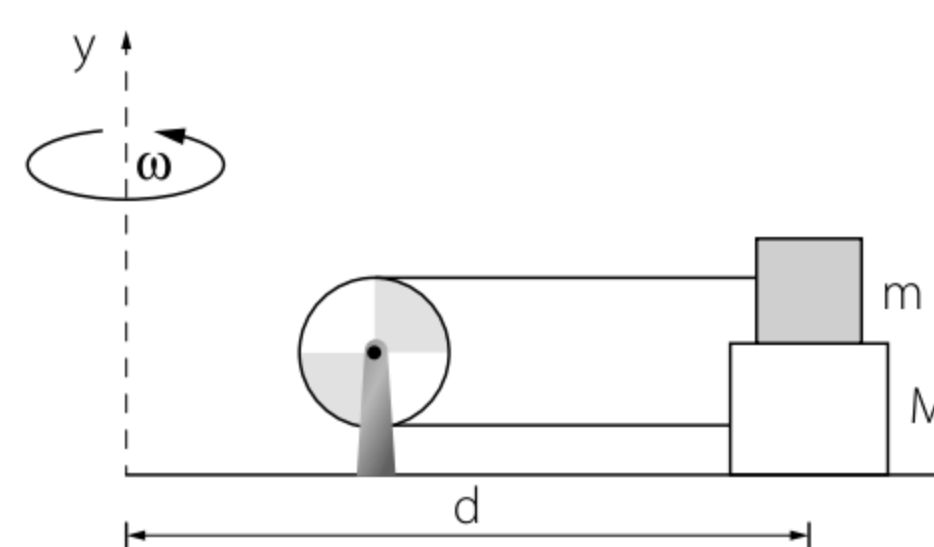


102 IME 1996 Uma mesa giratória tem velocidade angular constante ω , em torno do eixo y . Sobre esta mesa, encontram-se dois blocos, de massas m e M , ligados por uma corda inelástica que passa por uma roldana fixa à mesa, conforme a figura. Considerando que não existe atrito entre a mesa e o bloco M , determine o coeficiente de atrito mínimo entre os dois blocos para que não haja movimento relativo entre eles.

Considere d a distância dos blocos ao eixo de rotação.

Despreze as massas da roldana e da corda.

Dado: $M > m$.



Frente 3 – IME 1ª Fase

103 IME 1ª Fase 2007 Um peso está suspenso por uma corda no teto de um elevador. A tração na corda é maior quando o elevador está:

- subindo com uma velocidade constante de 1 m/s .
- descendo com uma velocidade constante de 1 m/s .
- subindo com uma aceleração constante de 1 m/s^2 .
- descendo com uma aceleração constante de 1 m/s^2 .
- parado.

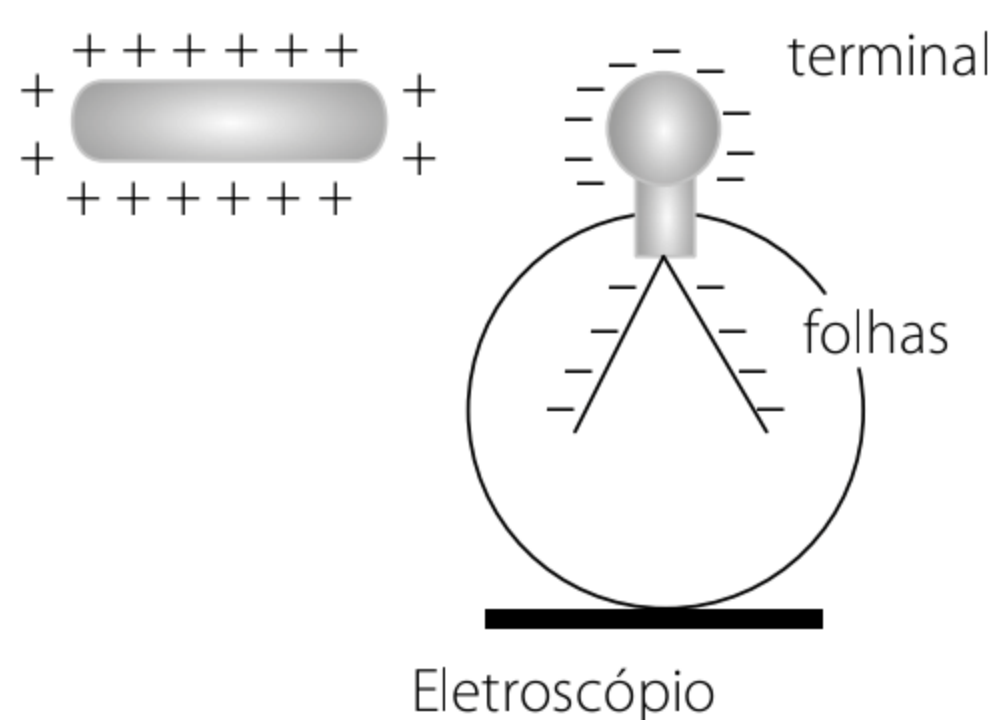
Frente 4 – ITA

104 ITA 1986 Duas esferas metálicas A e B, de raios R e $3R$ respectivamente, são postas em contato. Inicialmente A possui carga positiva $+2Q$ e B carga $-Q$.

Após atingir o equilíbrio eletrostático, as novas cargas de A e B passam a ser, respectivamente,

- $Q/2$ e $Q/2$
- $3Q/4$ e $Q/4$
- $3Q/2$ e $Q/2$
- $Q/4$ e $3Q/4$
- $4Q/3$ e $-Q/3$

105 ITA 1996 Um objeto metálico carregado positivamente, com carga $+Q$, é aproximado de um eletroscópio de folhas, que foi previamente carregado negativamente com carga igual a $-Q$.



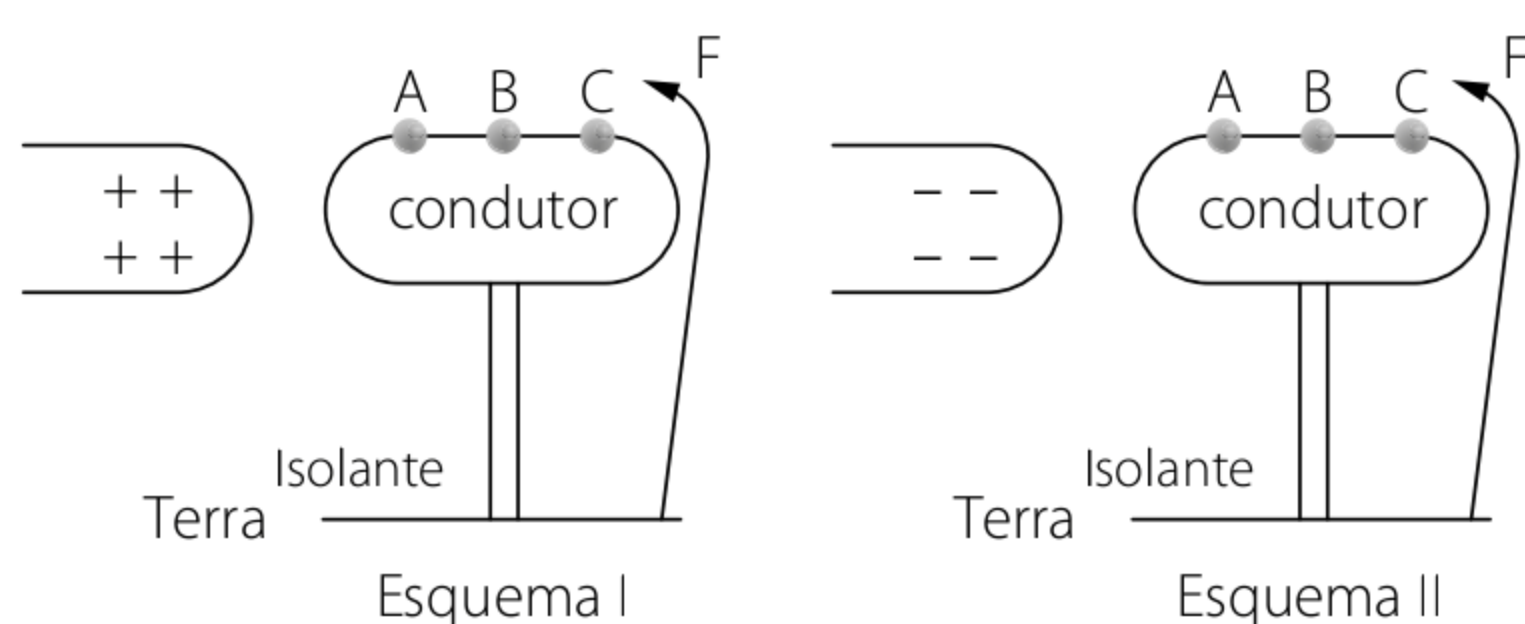
- I. À medida que o objeto for se aproximando do eletroscópio, as folhas vão se abrindo além do que já estavam.
- II. À medida que o objeto for se aproximando, as folhas permanecem como estavam.
- III. Se o objeto tocar o terminal externo do eletroscópio, as folhas devem necessariamente fechar-se.

Neste caso, pode-se afirmar que:

- A somente a afirmativa I é correta.
- B as afirmativas II e III são corretas.
- C afirmativas I e III são corretas.
- D somente a afirmativa III é correta.
- E nenhuma das afirmativas é correta.

106 ITA 1988 Deseja-se carregar negativamente um condutor metálico pelo processo de indução eletrostática.

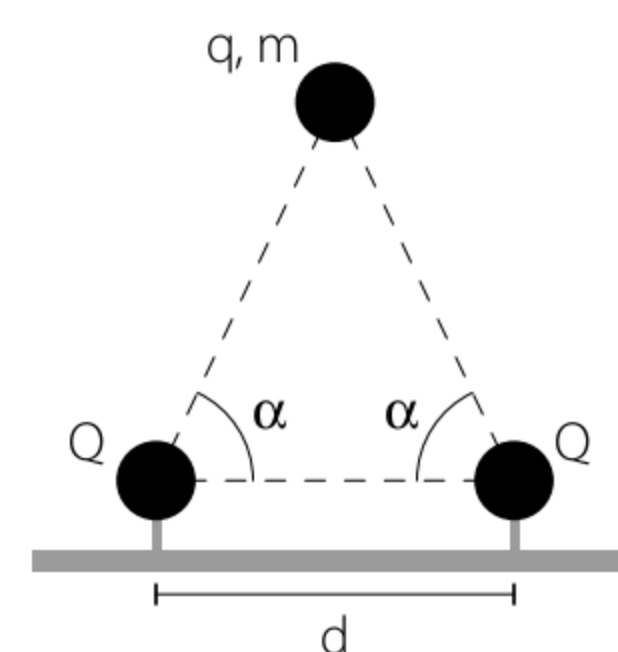
Nos esquemas I e II, o condutor foi fixado na haste isolante. F é um fio condutor que nos permite fazer o contato com a Terra nos pontos A, B e C do condutor. Devemos utilizar:



- A o esquema I e ligar necessariamente F em C, pois as cargas positivas aí induzidas atrairão elétrons da Terra, enquanto que se ligarmos em A os elétrons aí induzidos, pela repulsão eletrostática, irão impedir a passagem de elétrons para a região C.
- B o esquema II e ligar necessariamente F em A, pois as cargas positivas aí induzidas atrairão elétrons da Terra, enquanto que se ligarmos em C os elétrons aí induzidos, pela repulsão eletrostática, irão impedir a passagem de elétrons para a região A.
- C qualquer dos esquemas I ou II, desde que liguemos F respectivamente em C, e em A.

- D o esquema I, onde a ligação de F com o condutor poderá ser efetuada em qualquer ponto do condutor, pois os elétrons fluirão da Terra ao condutor até que o mesmo atinja o potencial da Terra.
- E o esquema II, onde a ligação de F com o condutor poderá ser efetuada em qualquer ponto do condutor, pois os elétrons fluirão da Terra ao condutor, até que o mesmo atinja o potencial da Terra.

107 ITA 1997 Uma pequena esfera de massa m e carga q , sob a influência da gravidade e da interação eletrostática, encontra-se suspensa por duas cargas Q fixas, colocadas a uma distância d no plano horizontal, como mostrado na figura. Considere que a esfera e as duas cargas fixas estejam no mesmo plano vertical, e que sejam iguais a α os respectivos ângulos entre a horizontal e cada reta passando pelos centros das cargas fixas e da esfera. A massa da esfera é então:

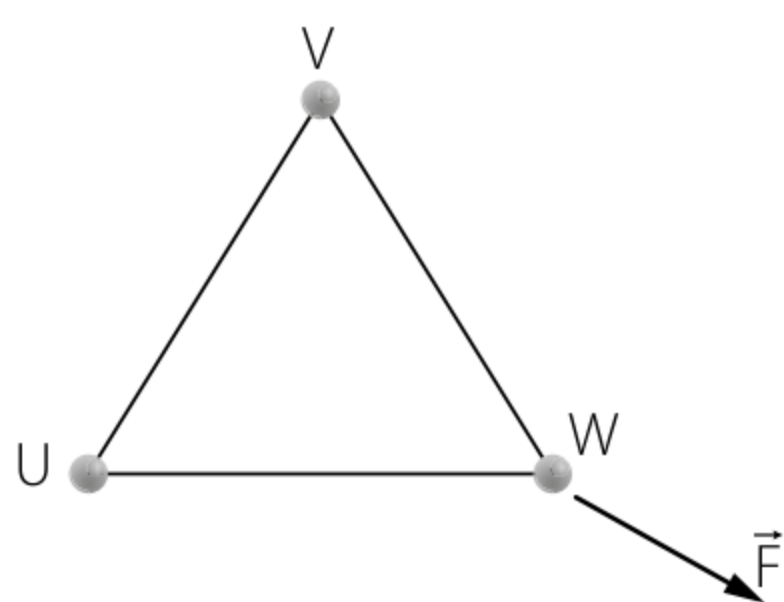


- A $\frac{4}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{d^2} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{g}$
- B $\frac{4}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{d} \cdot \frac{\sin \alpha}{g}$
- C $\frac{8}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{d^2} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{g}$
- D $\frac{8}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{d^2} \cdot \frac{\cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha}{g}$
- E $\frac{4}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{d^2} \cdot \frac{\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{g}$

108 ITA 1993 Duas esferas condutoras, de massa m , bem pequenas, estão igualmente carregadas. Elas estão suspensas num mesmo ponto, por dois longos fios de seda, de massas desprezíveis e de comprimentos iguais a L . As cargas das esferas são tais que elas estarão em equilíbrio quando a distância entre elas é igual a a ($a \ll L$). Num instante posterior, uma das esferas é descarregada. Qual será a nova distância b ($b \ll L$) entre as esferas, quando após se tocarem o equilíbrio entre elas for novamente restabelecido?

- A $b = \frac{a}{2}$
- B $b = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$
- C $b = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
- D $b = \frac{a}{\sqrt[3]{4}}$
- E $b = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

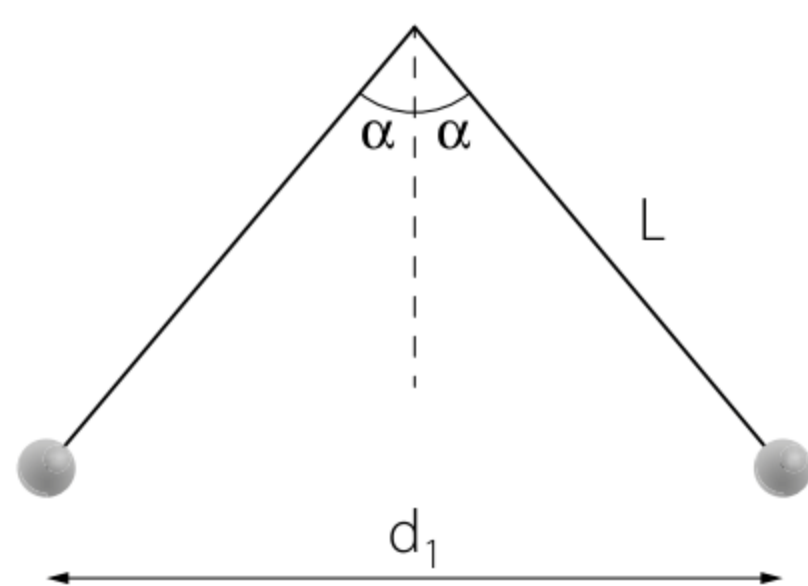
109 ITA 1998 Três cargas elétricas puntiformes estão nos vértices U, V e W de um triângulo equilátero. Suponha-se que a soma das cargas é nula e que a força sobre a carga localizada no vértice W é perpendicular à reta UV e aponta para fora do triângulo, como mostra a figura.



Conclui-se que:

- A** as cargas localizadas em U e V são de sinais contrários e de valores absolutos iguais.
- B** as cargas localizadas nos pontos U e V têm valores absolutos diferentes e sinais contrários.
- C** as cargas localizadas nos pontos U e V têm o mesmo valor absoluto, com uma delas de sinal diferente das demais.
- D** as cargas localizadas nos pontos U e V têm o mesmo valor absoluto e o mesmo sinal.
- E** a configuração descrita é fisicamente impossível.

110 ITA 2001 Duas partículas têm massas iguais a m e cargas iguais a Q . Devido a sua interação eletrostática, elas sofrem uma força F quando estão separadas de uma distância d . Em seguida, estas partículas são penduradas, a partir de um mesmo ponto, por fios de comprimento L e ficam equilibradas quando a distância entre elas é d_1 .



A cotangente do ângulo α que cada fio forma com a vertical, em função de m , g , d , d_1 , F e L , é:

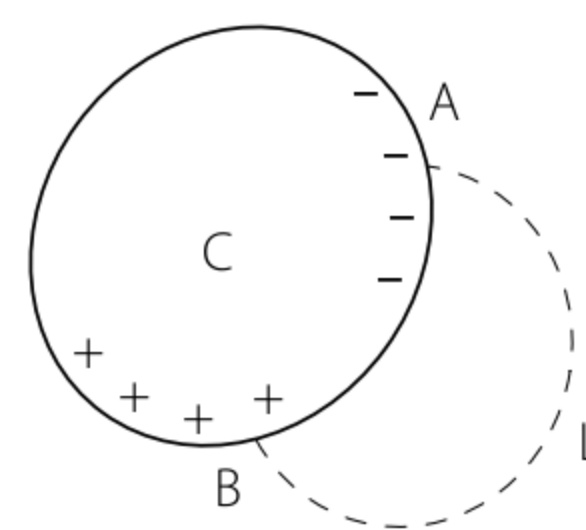
- A** $m g d_1 / (F d)$
- B** $m g L d_1 / (F d^2)$
- C** $m g d_1^2 / (F d^2)$
- D** $m g d^2 / (F d_1^2)$
- E** $(F d^2) / (m g d_1^2)$

111 ITA 1985 Considere um campo eletrostático cujas linhas de força são curvilíneas. Uma pequena carga de prova, cujo efeito sobre o campo é desprezível, é abandonada num ponto do mesmo, no qual a intensidade do vetor campo elétrico é diferente de zero.

Sobre o movimento ulterior dessa partícula, podemos afirmar que:

- A** não se moverá porque o campo é eletrostático
- B** percorrerá necessariamente uma linha de força
- C** não percorrerá uma linha de força
- D** percorrerá necessariamente uma linha reta
- E** terá necessariamente um movimento oscilatório

112 ITA 1988 Na figura, C é um condutor em equilíbrio eletrostático, que se encontra próximo de outros objetos eletricamente carregados. Considere a curva tracejada L que une os pontos A e B da superfície do condutor. Pode-se afirmar que

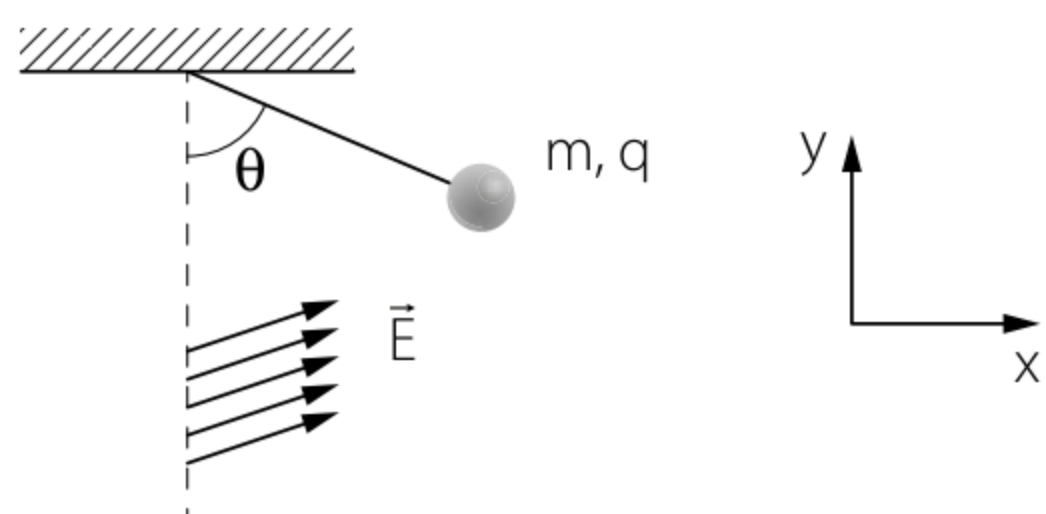


- A** a curva L não pode representar uma linha de força do campo elétrico
- B** a curva L pode representar uma linha de força, sendo que o ponto B está a um potencial mais baixo que o ponto A
- C** a curva L pode representar uma linha de força, sendo que o ponto B está a um potencial mais alto que o ponto A
- D** a curva L pode representar uma linha de força, desde que L seja ortogonal à superfície do condutor nos pontos A e B
- E** a curva L pode representar uma linha de força, desde que a carga total do condutor seja nula

113 ITA 1990 Um condutor esférico oco, isolado, de raio interno R , em equilíbrio eletrostático, tem no seu interior uma pequena esfera de raio $r < R$, com carga positiva. Neste caso pode-se afirmar que:

- A** a carga elétrica na superfície externa do condutor é nula.
- B** a carga elétrica na superfície interna do condutor é nula.
- C** o campo elétrico no interior do condutor é nulo.
- D** o campo elétrico no exterior do condutor é nulo.
- E** todas as afirmativas acima estão erradas.

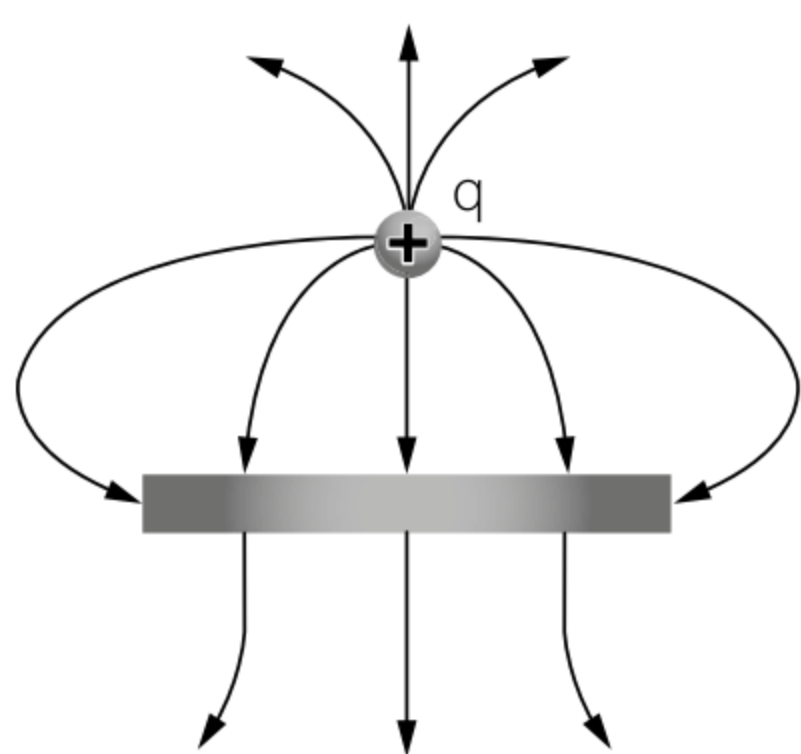
114 ITA 1999 Uma esfera homogênea de carga q e massa m de 2 g está suspensa por um fio de massa desprezível em um campo elétrico cujas componentes x e y têm intensidades $E_x = \sqrt{3} \cdot 10^5$ N/C e $E_y = 1 \cdot 10^5$ N/C, respectivamente, como mostra a figura a seguir.



Considerando que a esfera está em equilíbrio para $\theta = 60^\circ$, qual é a força de tração no fio?

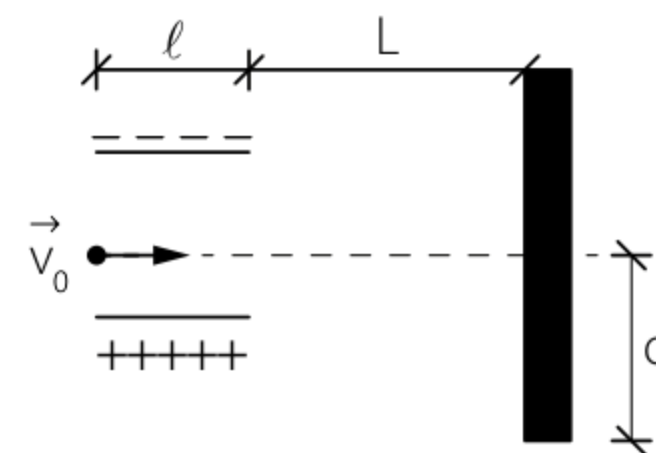
- A $9,80 \cdot 10^{-3}$ N
- B $1,96 \cdot 10^{-2}$ N
- C nula.
- D $1,70 \cdot 10^{-3}$ N
- E $7,17 \cdot 10^{-3}$ N

115 ITA 2000 A figura mostra uma carga positiva q puntiforme próxima de uma barra de metal. O campo elétrico nas vizinhanças da carga puntiforme e da barra está representado pelas linhas de campo mostradas na figura. Sobre o módulo da carga da barra $|Q_{\text{bar}}|$, comparativamente ao módulo da carga puntiforme positiva $|q|$, e sobre a carga líquida da barra Q_{bar} , respectivamente, pode-se concluir que:



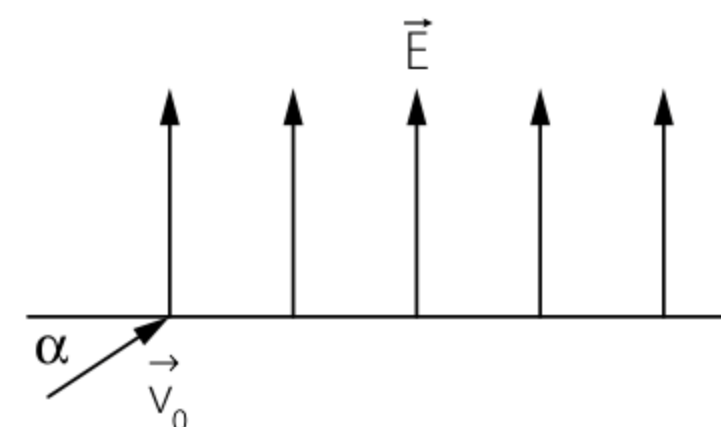
- A $|Q_{\text{bar}}| > |q|$ e $Q_{\text{bar}} > 0$
- B $|Q_{\text{bar}}| < |q|$ e $Q_{\text{bar}} < 0$
- C $|Q_{\text{bar}}| = |q|$ e $Q_{\text{bar}} = 0$
- D $|Q_{\text{bar}}| > |q|$ e $Q_{\text{bar}} < 0$
- E $|Q_{\text{bar}}| < |q|$ e $Q_{\text{bar}} > 0$

116 ITA 1993 Duas placas planas e paralelas, de comprimento ℓ , estão carregadas e servem como controladoras de elétrons em um tubo de raios catódicos. A distância das placas até a tela do tubo é L . Um feixe de elétrons de massa m penetra entre as placas com uma velocidade v_0 , como mostra a figura. Qual é o campo elétrico entre as placas se o deslocamento do feixe da tela do tubo é igual a d ?



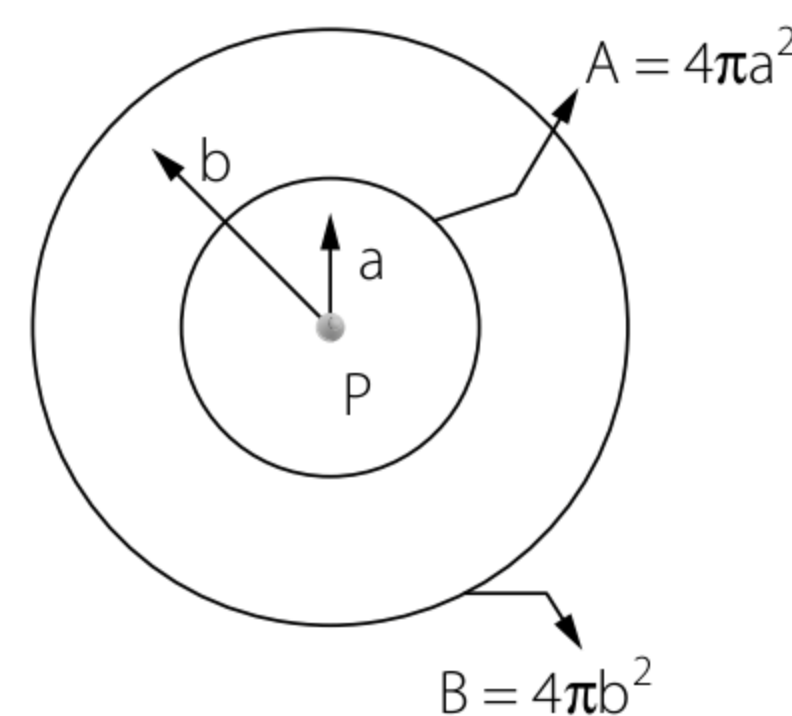
- A $E = m v_0^2 d / \left[e \ell \left(L - \frac{\ell}{2} \right) \right]$
- B $E = m v_0^2 / \left[e \ell \left(L + \frac{\ell}{2} \right) \right]$
- C $E = m v_0^2 d / \left[e \ell \left(L + \frac{\ell}{2} \right) \right]$
- D $E = m v_0^2 d / \left[e \ell \left(m L + \frac{\ell}{2} \right) \right]$
- E $E = m v_0^2 d / \left[e \ell \left(m L - \frac{\ell}{2} \right) \right]$

117 ITA 1994 Numa região onde existe um campo elétrico uniforme $E = 1,0 \cdot 10^2$ N/C dirigido verticalmente para cima, penetra um elétron com velocidade inicial $V_0 = 4,0 \cdot 10^5$ m/s segundo uma direção que faz um ângulo de 30° com a horizontal como mostra a figura. Sendo a massa do elétron $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg e a carga $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C podemos afirmar que:



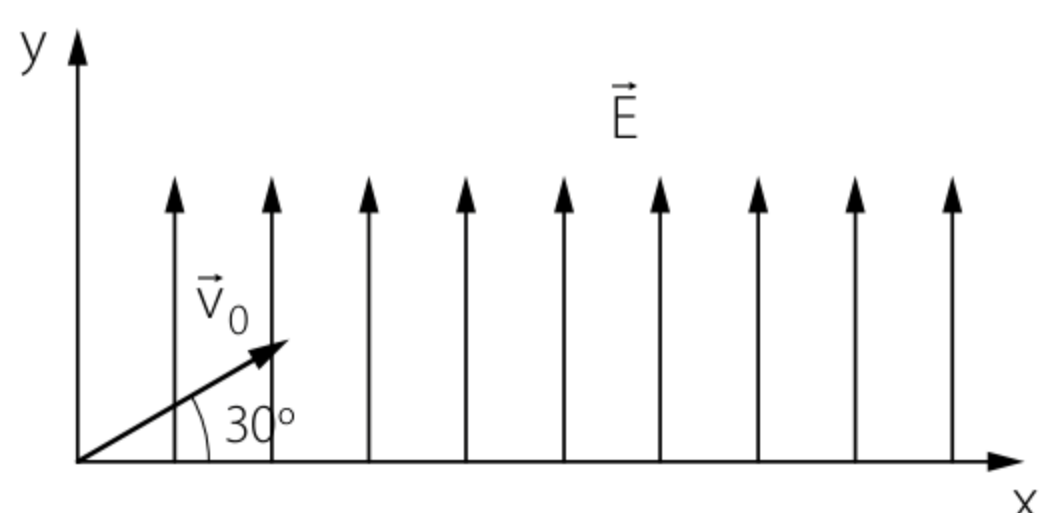
- A O tempo de subida do elétron será $1,14 \cdot 10^{-8}$ s.
- B O alcance horizontal do elétron será $5,0 \cdot 10^{-1}$ m.
- C A aceleração do elétron será $2,0$ m/s².
- D O elétron será acelerado continuamente para cima até escapar do campo elétrico.
- E O ponto mais elevado alcançado pelo elétron será $5,0 \cdot 10^{-1}$ m.

118 ITA 1999 Uma carga puntual P é mostrada na figura abaixo com duas superfícies gaussianas A e B, de raios a e $b = 2a$, respectivamente. Sobre o fluxo elétrico que passa pelas superfícies de áreas A e B, pode-se concluir que:



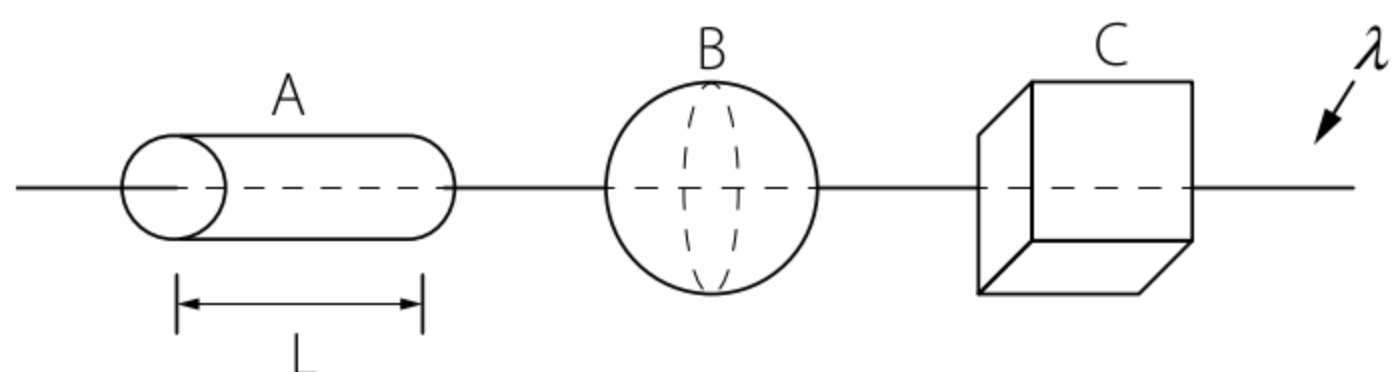
- A** o fluxo elétrico que atravessa a área B é duas vezes maior que o fluxo que passa pela área A.
- B** o fluxo elétrico que atravessa a área B é a metade do fluxo que passa pela área A.
- C** o fluxo elétrico que atravessa a área B é 1/4 do fluxo que passa pela área A.
- D** o fluxo elétrico que atravessa a área B é quatro vezes maior que o fluxo que passa pela área A.
- E** o fluxo elétrico que atravessa a área B é igual ao fluxo que atravessa a área A.

119 ITA 1999 No instante $t = 0$ s, um elétron é projetado em um ângulo de 30° em relação ao eixo x, com velocidade v_0 de $4 \cdot 10^5$ m/s, conforme o esquema a seguir. Considerando que o elétron se move num campo elétrico constante $E = 100$ N/C, o tempo que o elétron levará para cruzar novamente o eixo x é de:



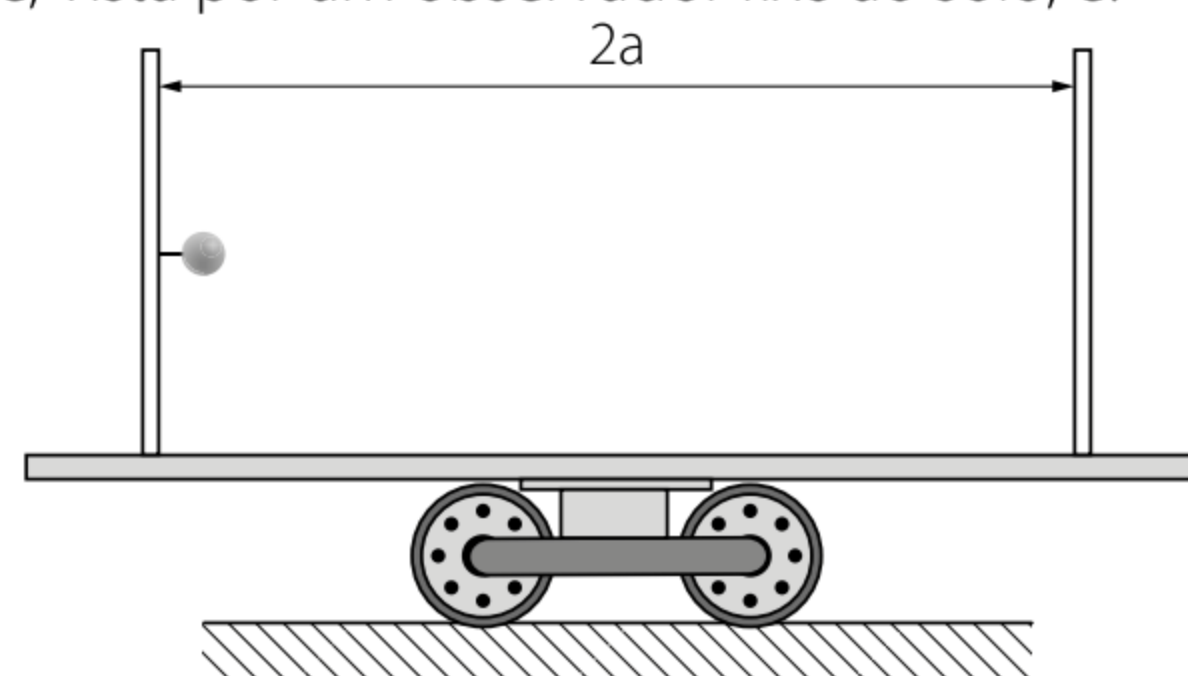
- A** 10 ns
- B** 15 ns
- C** 23 ns
- D** 12 ns
- E** 18 ns

120 ITA 2000 Um fio de densidade linear de carga positiva λ atravessa três superfícies fechadas A, B e C, de formas, respectivamente, cilíndrica, esférica e cúbica, como mostra a figura. Sabe-se que A tem comprimento $L =$ diâmetro de B = comprimento de um lado de C, e que o raio da base de A é a metade do raio da esfera B. Sobre o fluxo do campo elétrico, ϕ , através de cada superfície fechada, pode-se concluir que:



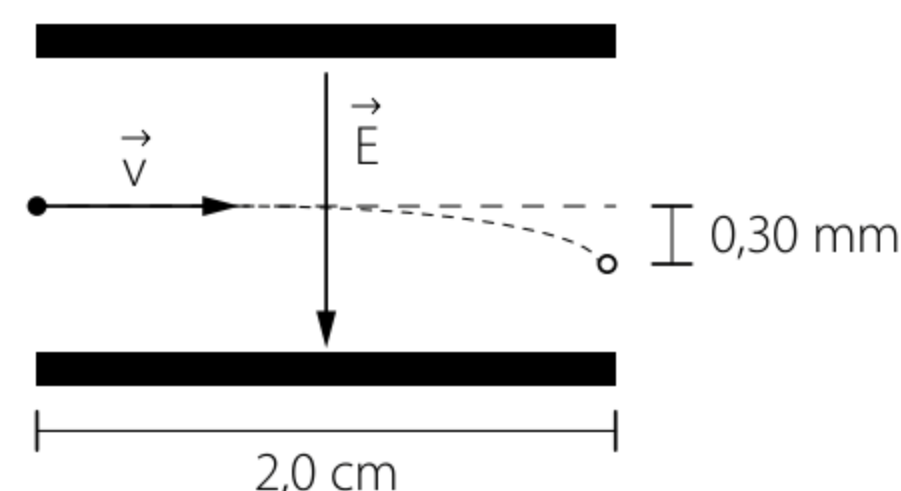
- A** $\phi_A = \phi_B = \phi_C$
- B** $\phi_A > \phi_B > \phi_C$
- C** $\phi_A < \phi_B < \phi_C$
- D** $\phi_A / 2 = \phi_B = \phi_C$
- E** $\phi_A = 2\phi_B = \phi_C$

121 ITA 2001 Um capacitor plano é formado por duas placas paralelas, separadas entre si de uma distância $2a$, gerando em seu interior um campo elétrico uniforme E . O capacitor está rigidamente fixado em um carrinho que se encontra inicialmente em repouso. Na face interna de uma das placas encontra-se uma partícula de massa m e carga q presa por um fio curto e inextensível. Considere que não haja atritos e outras resistências a qualquer movimento e que seja M a massa do conjunto capacitor mais carrinho. Por simplicidade, considere ainda a inexistência da ação da gravidade sobre a partícula. O fio é rompido subitamente e a partícula move-se em direção à outra placa. A velocidade da partícula no momento do impacto resultante, vista por um observador fixo ao solo, é:



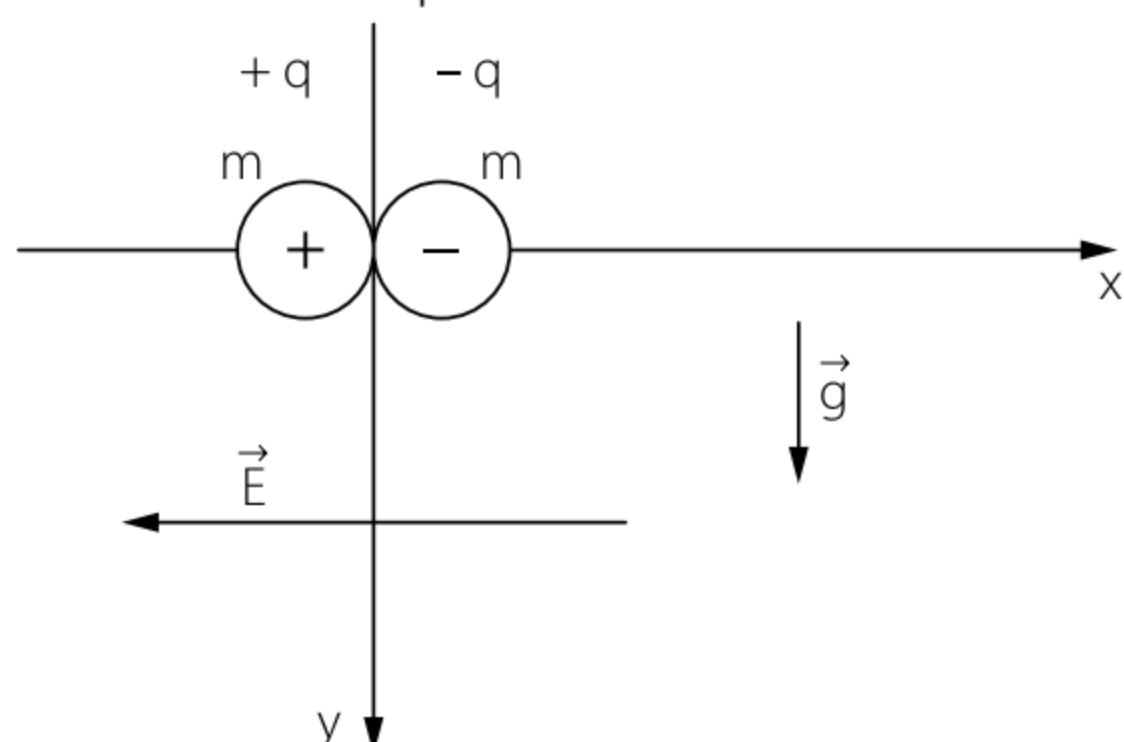
- A** $\sqrt{\frac{4qEMa}{m(M+m)}}$ **C** $\sqrt{\frac{qEa}{(M+m)}}$ **E** $\sqrt{\frac{4qEa}{m}}$
- B** $\sqrt{\frac{2qEMa}{m(M+m)}}$ **D** $\sqrt{\frac{4qEMa}{M(M+m)}}$

122 ITA 2005 Em uma impressora a jato de tinta, gotas de certo tamanho são ejetadas de um pulverizador em movimento, passam por uma unidade eletrostática onde perdem alguns elétrons, adquirindo uma carga q , e, a seguir, se deslocam no espaço entre placas planas paralelas eletricamente carregadas, pouco antes da impressão. Considere gotas de raio igual a $10 \mu\text{m}$ lançadas com velocidade de módulo $v = 20$ m/s entre placas de comprimento igual a $2,0$ cm, no interior das quais existe um campo elétrico vertical uniforme, cujo módulo é $E = 8,0 \cdot 10^4$ N/C (veja figura). Considerando que a densidade da gota seja de 1000 kg/m^3 e sabendo-se que a mesma sofre um desvio de $0,30$ mm ao atingir o final do percurso, o módulo da sua carga elétrica é de



- A** $2,0 \cdot 10^{-14} \text{ C}$ **D** $3,1 \cdot 10^{-11} \text{ C}$
- B** $3,1 \cdot 10^{-14} \text{ C}$ **E** $1,1 \cdot 10^{-10} \text{ C}$
- C** $6,3 \cdot 10^{-14} \text{ C}$

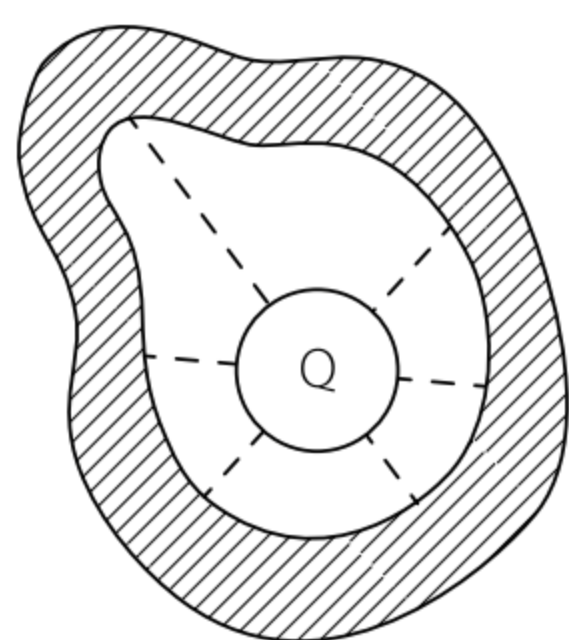
123 ITA 2007 Duas cargas pontuais $+q$ e $-q$, de massas iguais m , encontram-se inicialmente na origem de um sistema cartesiano xy e caem devido ao próprio peso a partir do repouso, bem como devido à ação de um campo elétrico horizontal e uniforme $\vec{E}$, conforme mostra a figura. Por simplicidade, despreze a força coulombiana atrativa entre as cargas e determine o trabalho realizado pela força peso sobre as cargas ao se encontrarem separadas entre si por uma distância horizontal d .



124 ITA 1985 Uma esfera condutora de raio 0,500 cm é elevada a um potencial de 10,0 V. Uma segunda esfera, bem afastada da primeira, tem raio 1,00 cm e está ao potencial 15,0 V. Elas são ligadas por um fio de capacitância desprezível. Sabendo que o meio no qual a experiência é realizada é homogêneo e isotrópico, podemos afirmar que os potenciais finais da primeira e da segunda esfera são, respectivamente,

- A 12,5 V e 12,5 V
- B 8,33 V e 16,7 V
- C 16,7 V e 8,33 V
- D 13,3 V e 13,3 V
- E 0 V e 25,0 V

125 ITA 1987 A figura representa um condutor oco e um outro condutor de forma esférica dentro da cavidade do primeiro, ambos em equilíbrio eletrostático. Sabe-se que o condutor interno tem carga total $+Q$. Podemos afirmar que:



- A Não há campo elétrico dentro da cavidade.
- B As linhas de força dentro da cavidade são retas radiais em relação à esfera, como na figura.
- C A carga na superfície interna do condutor oco é $-Q$ e as linhas de força são perpendiculares a essa superfície.
- D A carga na superfície interna do condutor oco é $-Q$ e as linhas de força tangenciam essa superfície.
- E Não haverá diferença de potencial entre os dois condutores se a carga total do condutor oco também for igual a zero.

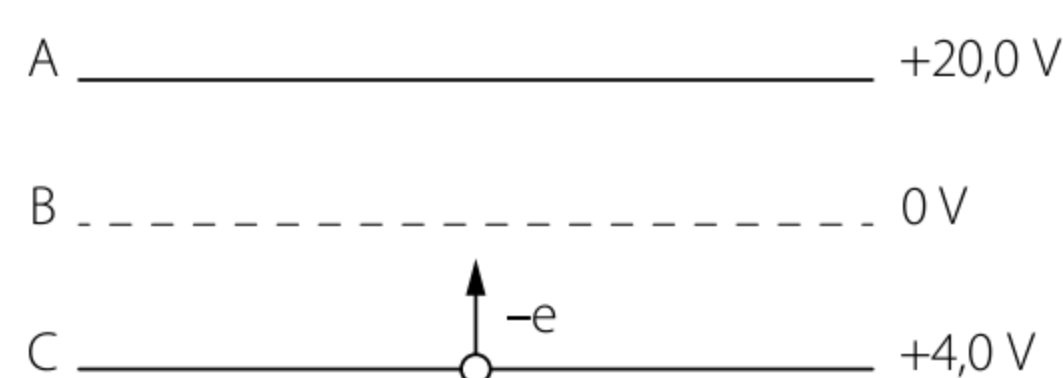
126 ITA 1993 Entre as armaduras de um capacitor plano com as placas horizontais, existe uma diferença de potencial V . A separação entre as armaduras é d . Coloca-se uma pequena carga Q , de massa m entre as armaduras e esta fica em equilíbrio. A aceleração da gravidade é g . Qual é o valor da carga Q ?

- A $Q = m^2 \cdot g \cdot d^{-1} / V$
- B $Q = V \cdot d / m$
- C $Q = m \cdot g \cdot d / V$
- D $Q = V \cdot g \cdot d / m$
- E $Q = g \cdot d / (V \cdot m)$

127 ITA 2002 Um dispositivo desloca, com velocidade constante, uma carga de 1,5 C por um percurso de 20,0 cm através de um campo elétrico uniforme de intensidade $2,0 \cdot 10^3$ N/C. A força eletromotriz do dispositivo é:

- A $60 \cdot 10^3$ V
- B $40 \cdot 10^3$ V
- C 600 V
- D 400 V
- E 200 V

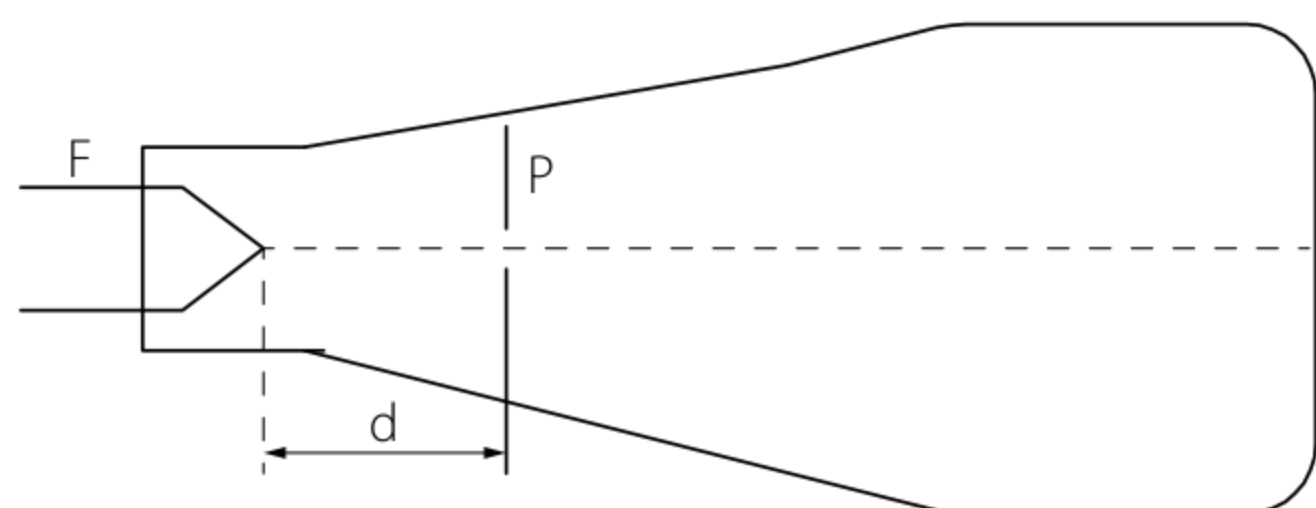
128 ITA 1988 A, B e C são superfícies que se acham, respectivamente, a potenciais de +20V, 0V e +4V. Um elétron é projetado a partir da superfície C no sentido ascendente com uma energia cinética inicial de 9,0 eV. A superfície B é porosa e permite a passagem de elétrons.



Podemos afirmar que:

- A na região entre C e B, o elétron será acelerado pelo campo elétrico até atingir a superfície A com uma energia cinética de 33,0 eV. Uma vez na região entre B e A, será desacelerado, atingindo a superfície A com uma energia cinética de 13,0 eV.
- B entre as placas C e B, o elétron será acelerado, atingindo a placa B com energia cinética igual a 13,0 eV, mas não alcançará a placa A.
- C entre C e B, o elétron será desacelerado pelo campo elétrico aí existente e não atingirá a superfície B.
- D na região entre C e B o elétron será desacelerado, mas atingirá a superfície B com uma energia cinética de 5,0 eV. Ao atravessar B, uma vez na região entre B e A, será acelerado até atingir a superfície A com uma energia cinética de 25,0 eV.
- E entre as placas C e B, o elétron será desacelerado, atingindo a superfície B com uma energia cinética de 5,0 eV. Uma vez na região entre B e A, será desacelerado até atingir a superfície A com uma energia cinética de 15,0 eV.

129 ITA 1990 Num tubo de raios catódicos tem-se um filamento F que libera elétrons quando aquecido, e uma placa aceleradora P que é mantida num potencial mais alto que o filamento. O filamento fica a uma distância d da placa. A placa tem, ainda, um orifício que permite a passagem dos elétrons que vão se chocar com uma tela que fluoresce quando os mesmos a atingem. Nestas condições:

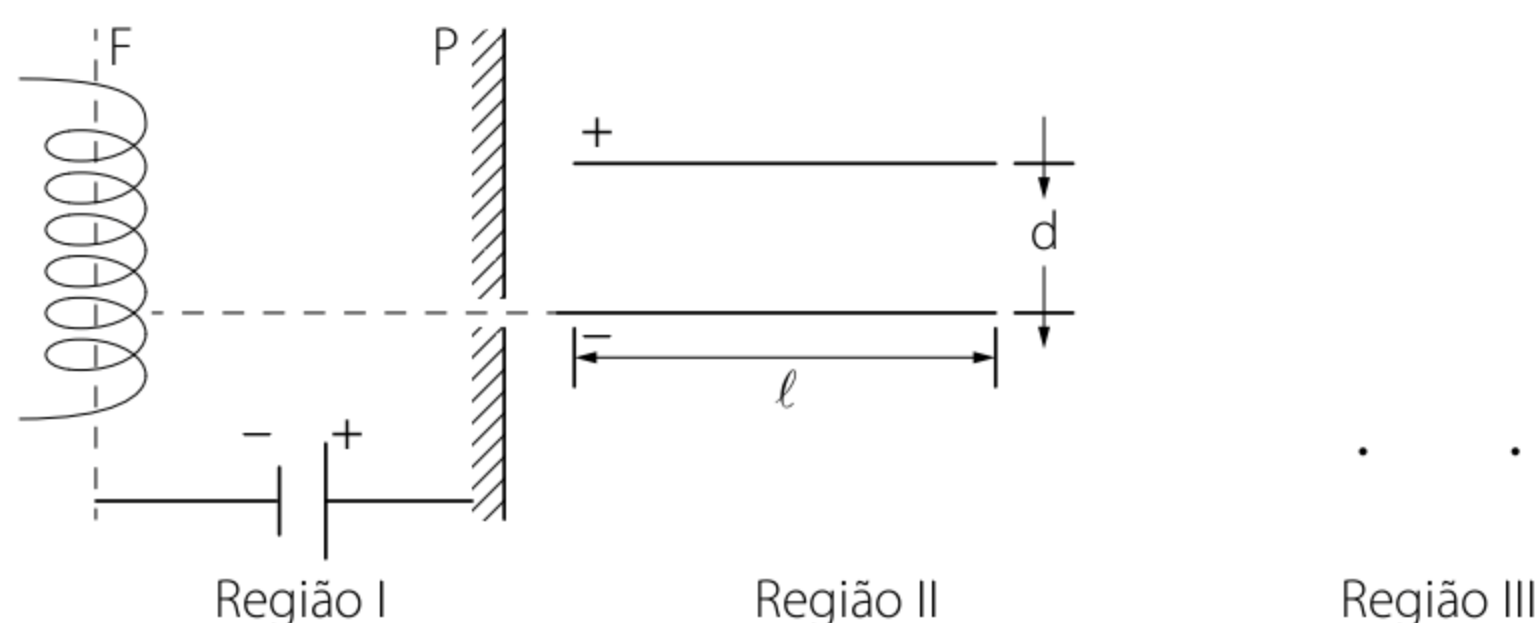


- A** se aumentarmos a distância d entre o filamento e a placa P, a energia cinética com que os elétrons chegam à placa aumenta.
- B** o aumento da distância d faz com que a energia cinética dos elétrons diminua.
- C** a energia cinética dos elétrons não depende da distância entre o filamento e a placa, mas só de V , a diferença de potencial entre o filamento e placa aceleradora.
- D** a energia cinética dos elétrons só depende da temperatura do filamento.
- E** nenhuma das afirmativas acima é verdadeira.

130 ITA 2002 Uma esfera metálica isolada, de 10,0 cm de raio, é carregada no vácuo até atingir o potencial $U = 9,0$ V. Em seguida, ela é posta em contato com outra esfera metálica isolada, de raio $R_2 = 5,0$ cm. Após atingido o equilíbrio, qual das alternativas abaixo melhor descreve a situação física? É dado que $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

- A** A esfera maior terá carga de $0,66 \cdot 10^{-10} \text{ C}$.
- B** A esfera maior terá um potencial de 4,5 V.
- C** A esfera menor terá uma carga de $0,66 \cdot 10^{-10} \text{ C}$.
- D** A esfera menor terá um potencial de 4,5 V.
- E** A carga total é igualmente dividida entre as 2 esferas.

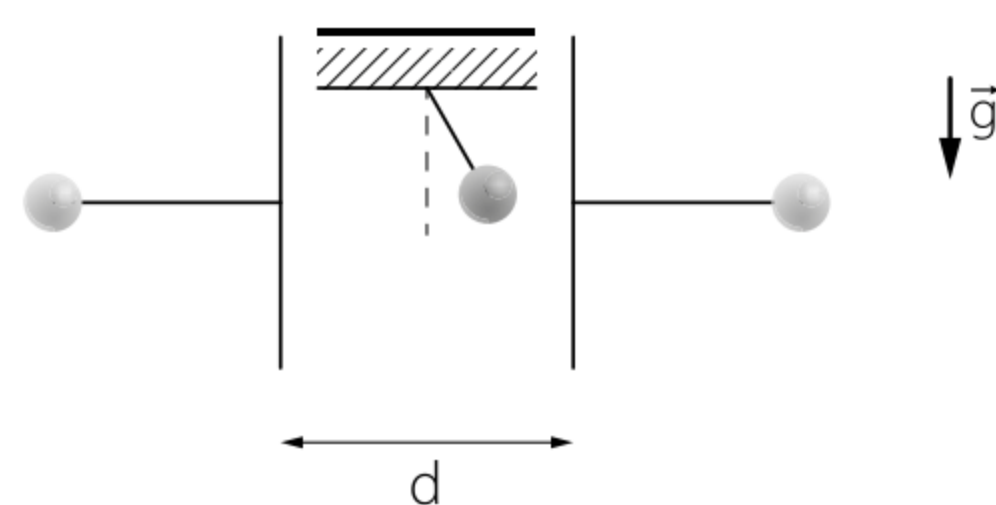
131 ITA 1987



Numa experiência de laboratório, elétrons são emitidos por um filamento metálico F, com velocidade inicial praticamente nula.

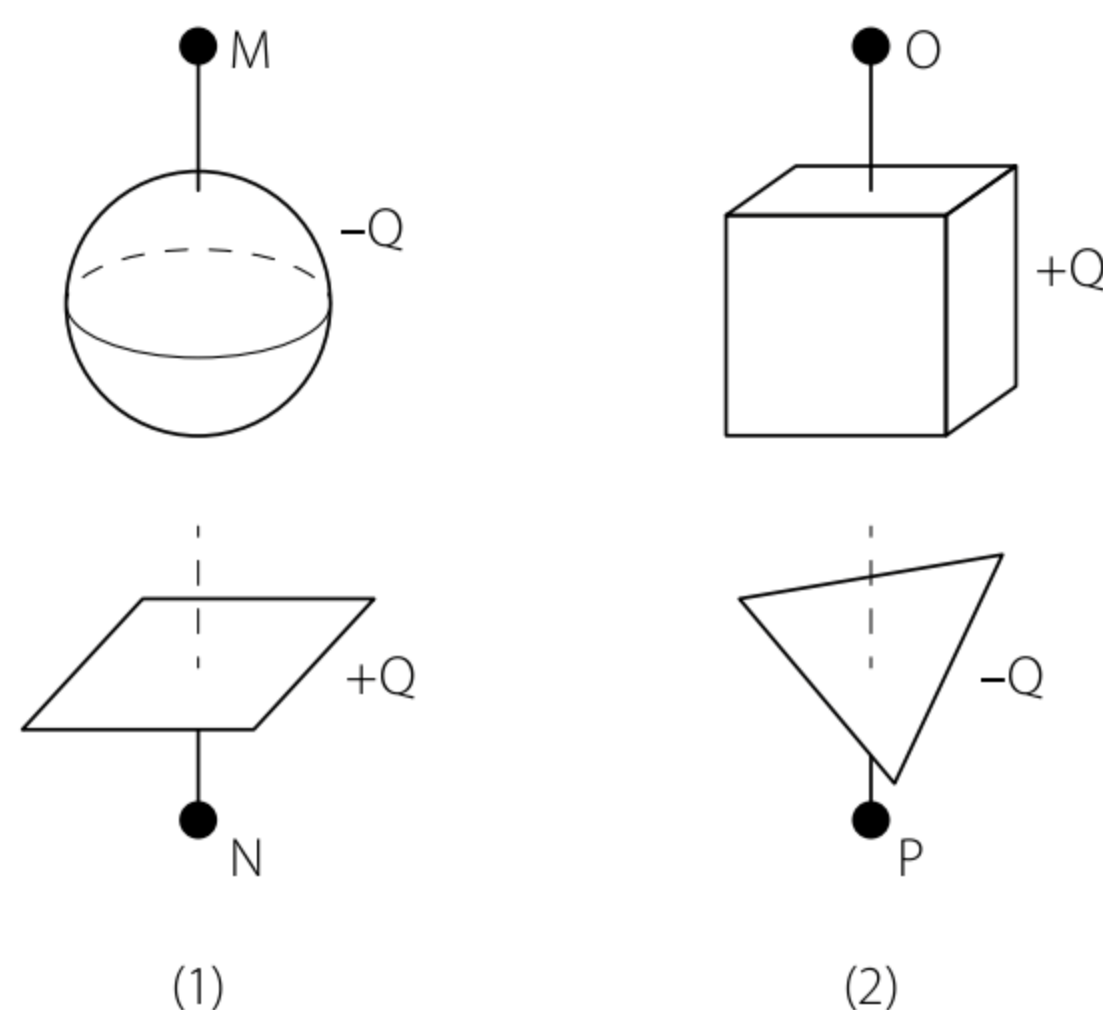
Eles são acelerados através da região I por uma diferença de potencial V_1 de $25 \cdot 10^3 \text{ V}$ aplicada entre F e a placa perfurada P. Eles emergem do furo da placa com velocidade horizontal e penetram na região II, onde são obrigados a atravessar o campo elétrico uniforme de um capacitor cujas placas têm comprimento $\ell = 5,0 \text{ cm}$ e estão separadas por uma distância $d = 0,50 \text{ cm}$, conforme a figura. Qual é o máximo valor da tensão V_2 entre as placas do capacitor que ainda permite que algum elétron atinja a região III onde não há campo elétrico?

132 ITA 2001 Uma esfera de massa m e carga q está suspensa por um fio frágil e inextensível, feito de um material eletricamente isolante. A esfera se encontra entre as placas paralelas de um capacitor plano, como mostra a figura. A distância entre as placas é d , a diferença de potencial entre as mesmas é V e esforço máximo que o fio pode suportar é igual ao quádruplo do peso da esfera. Para que a esfera permaneça imóvel, em equilíbrio estável, é necessário que:



- A** $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 < 15mg$
- B** $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 < 4(mg)^2$
- C** $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 < 15(mg)^2$
- D** $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 < 16(mg)^2$
- E** $\left(\frac{qV}{d}\right)^2 > 15mg$

133 ITA 2003 A figura mostra dois capacitores, **1** e **2**, inicialmente isolados um do outro, carregados com uma mesma carga Q . A diferença de potencial (ddp) do capacitor **2** é a metade da ddp do capacitor **1**. Em seguida, as placas negativas dos capacitores são ligadas à Terra e, as positivas, ligadas uma a outra por um fio metálico, longo e fino.



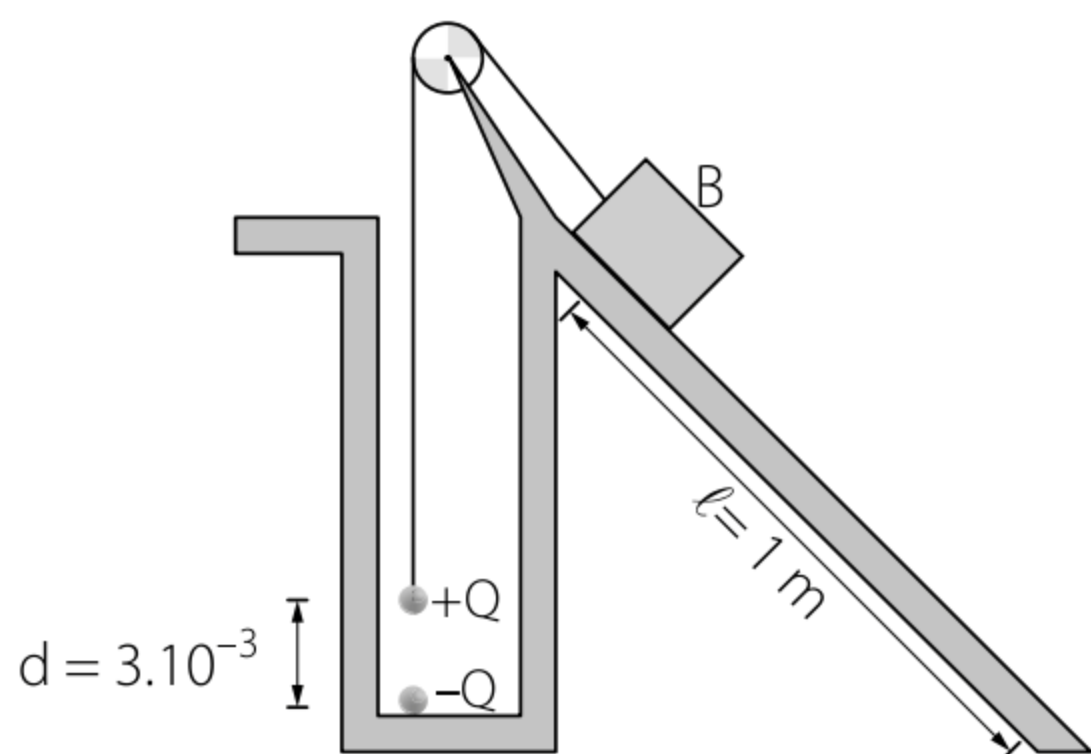
Pode-se afirmar que:

- A** antes das ligações, a capacitância do capacitor **1** é maior do que a do capacitor **2**.
- B** após as ligações, as capacitâncias dos dois capacitores aumentam.
- C** após as ligações, o potencial final em **N** é maior do que o potencial em **O**.
- D** a ddp do arranjo final entre **O** e **P** é igual a $\frac{2}{3}$ da ddp inicial do capacitor **1**.
- E** a capacitância equivalente do arranjo final é igual a duas vezes à capacitância do capacitor **1**.

Frente 4 – IME

134 IME 1992 Um pequeno bloco B de massa 0,002 kg é mantido em repouso no alto de uma rampa pela tração de um fio isolante elétrico, ligado a uma carga elétrica positiva Q, de massa desprezível, afastada de $3 \cdot 10^{-3}$ m de uma carga negativa de valor igual, fixada no fundo de um poço (ver figura). Calcule o valor das cargas sabendo que, se o fio for cortado, o bloco levará 2 s para chegar ao fim da rampa, deslizando sem atrito (despreze a massa do fio.)

Dado: Valor da constante da Lei de Coulomb = $9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.



135 IME 1996 Uma esfera de plástico, maciça, é eletrizada, ficando com uma densidade de carga superficial $\sigma = +0,05 \text{ coulombs/m}^2$. Em consequência, se uma carga puntiforme $q = +1 \mu \text{ coulomb}$ fosse colocada exteriormente a 3 metros do centro da esfera, sofreria uma repulsão de $0,02 \pi \text{ newtons}$. A esfera é descarregada e cai livremente de uma altura de 750 metros, adquirindo ao fim da queda uma energia de $0,009 \pi \text{ joules}$. Determine a massa específica do plástico da esfera.

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$

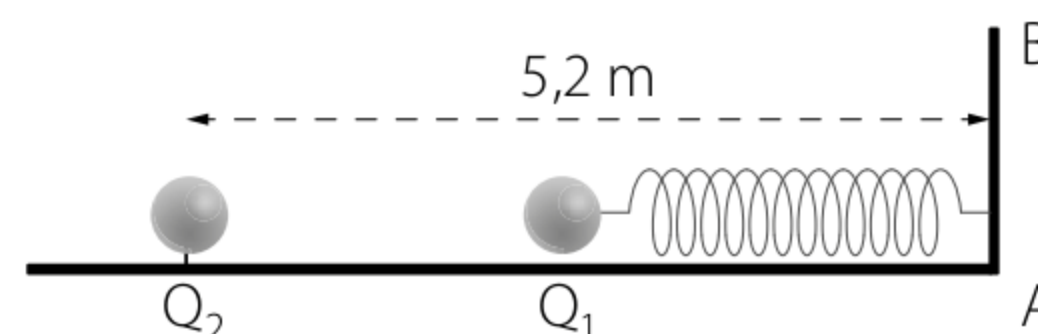
136 IME 1999 No extremo de uma mola feita de material isolante elétrico está presa uma pequena esfera metálica com carga Q_1 . O outro extremo da mola está preso no anteparo AB. Fixa-se uma outra esfera idêntica com carga Q_2 , à distância de 5,2 m do anteparo, conforme a figura abaixo, estando ambas as esferas e a mola colocadas sobre um plano de material dielétrico, perfeitamente liso. Em consequência, a mola alonga-se 20% em relação ao seu comprimento original, surgindo entre as esferas uma força de 0,9 N.

Determine qual deve ser o valor de Q_2 para que a mola se alongue 120% em relação ao seu comprimento original.

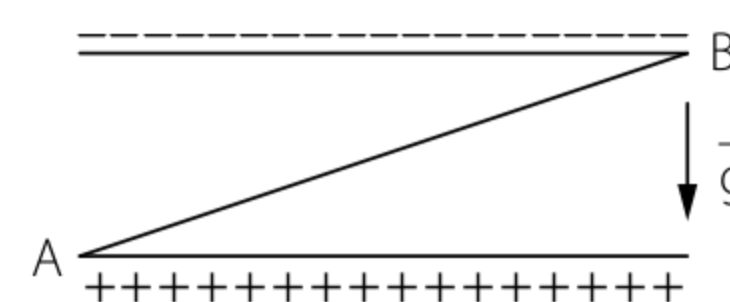
Dados: constante eletrostática do ar $\cong 9 \cdot 10^9$ (unidades do SI);

$$Q_1 = +40 \mu\text{C};$$

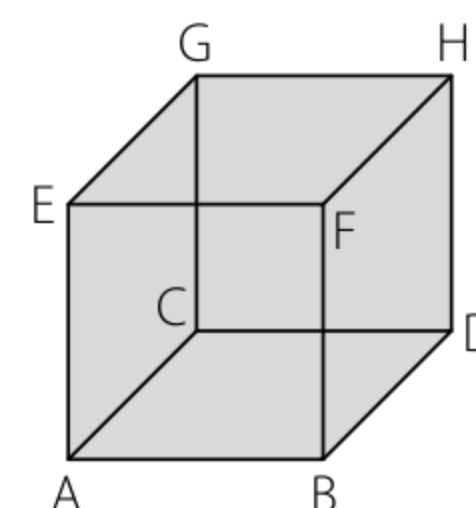
$$Q_2 = -40 \mu\text{C}.$$



137 IME 1986 Uma partícula, de massa **m** e de carga elétrica positiva **q**, é lançada do ponto **A**, chegando ao ponto **B** através de uma trajetória retilínea. A aceleração gravitacional é **g** e o campo elétrico, entre as placas, é constante. Determine, em função de **m**, **g** e **q**, a intensidade do campo elétrico entre as placas.



138 IME 1994 Um cubo de 4 centímetros de aresta, feito de material dielétrico, tem a face inferior (ABCD) e a face superior (EFGH) cobertas por finas placas metálicas quadradas, entre as quais há uma tensão elétrica de 173 volts (a placa superior é a de potencial mais positivo). Calcule o trabalho necessário para levar uma partícula de massa desprezível, carregada com $+2 \times 10^{-6} \text{ Coulombs}$, do ponto "A" para o ponto "H".



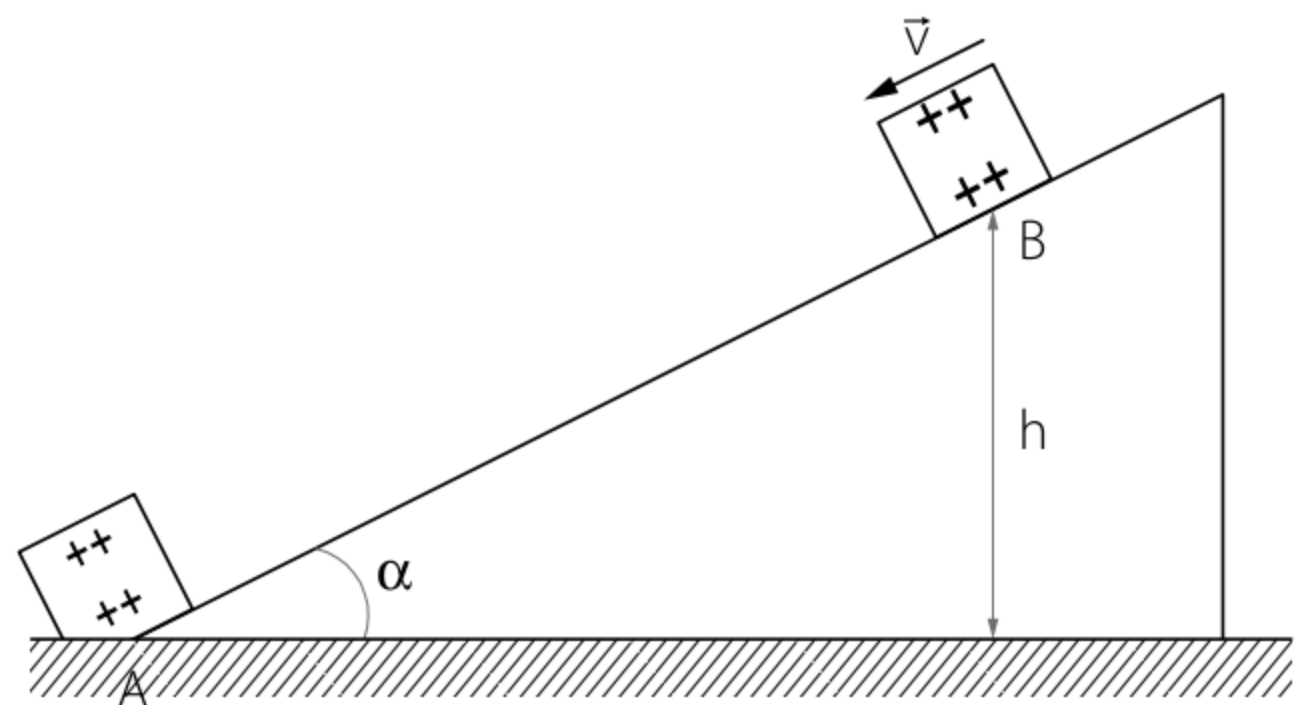
139 IME 2002 Sobre um plano inclinado sem atrito e com ângulo $\alpha = 30^\circ$, ilustrado na figura a seguir, encontram-se dois blocos carregados eletricamente com cargas $q_1 = +2 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ e $q_2 = +\frac{1}{9} \cdot 10^{-4} \text{ C}$. Sabe-se que o bloco 1 está fixado na posição A e que o bloco 2 é móvel e possui massa $m_2 = 0,1 \text{ kg}$. Num certo instante, o bloco 2 encontra-se a uma altura $h = 8 \text{ m}$ e desloca-se com velocidade linear $v = \sqrt{90} \cong 9,49 \text{ m/s}$, como mostra a figura abaixo. Determine:

- a) as distâncias mínima e máxima entre os dois blocos;
- b) a máxima velocidade linear que o bloco 2 atinge.

Obs.: para fins de cálculo, considere os blocos puntiformes.

Dados: Aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$

Constante eletrostática $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$



Frente 5 – ITA

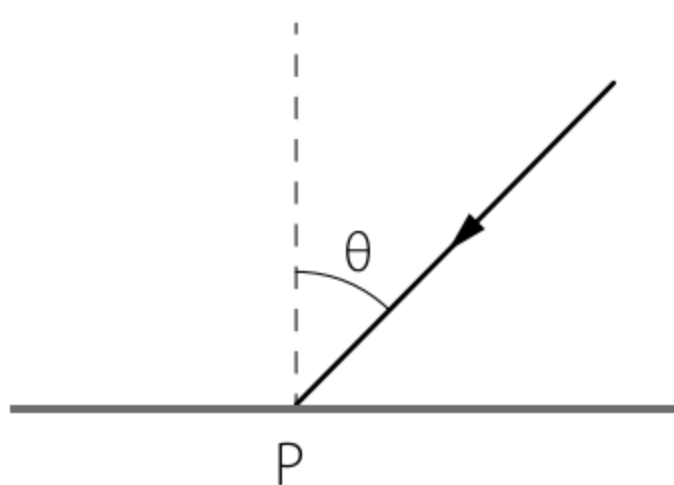
140 ITA 1991 Um edifício iluminado pelos raios solares projeta uma sombra de comprimento $L = 72,0$ m. Simultaneamente, uma vara vertical de $2,50$ m de altura, colocada ao lado do edifício projeta uma sombra de comprimento $\ell = 3,00$ m. Qual é a altura do edifício?

- A 90,0 m
- B 86,0 m
- C 60,0 m
- D 45,0 m
- E nenhuma das anteriores.

141 ITA 1992 Qual dos conjuntos de cores está em ordem decrescente de comprimentos de onda?

- A Verde, azul, vermelho.
- B Amarelo, laranja, vermelho.
- C Azul, violeta, vermelho.
- D Verde, azul, violeta.
- E Violeta, azul, verde.

142 ITA 1993 Um raio luminoso incide com um ângulo θ em relação à normal, sobre um espelho plano refletor. Se esse espelho girar de um ângulo igual a θ em torno de um eixo que passa pelo ponto P e é perpendicular ao plano da figura, qual o ângulo de rotação do raio refletido?



- A θ
- B $3,5 \theta$
- C $2,1 \theta$
- D $2,0 \theta$
- E $4,0 \theta$

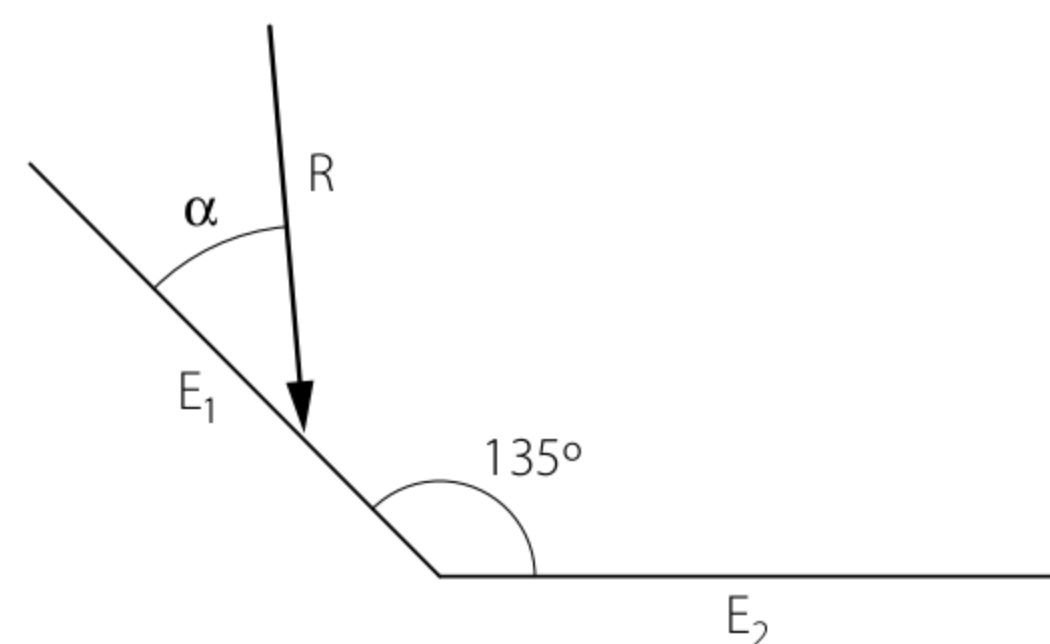
143 ITA 2004 Ao olhar-se num espelho plano, retangular, fixado no plano de uma parede vertical, um homem observa a imagem de sua face tangenciando as quatro bordas do espelho, isto é, a imagem de sua face encontra-se ajustada ao tamanho do espelho. A seguir, o homem afasta-se, perpendicularmente à parede, numa certa velocidade em relação ao espelho, continuando a observar sua imagem. Nestas condições, pode-se afirmar que essa imagem

- A torna-se menor que o tamanho do espelho tal como visto pelo homem.
- B torna-se maior que o tamanho do espelho tal como visto pelo homem.
- C continua ajustada ao tamanho do espelho tal como visto pelo homem.
- D desloca-se com o dobro da velocidade do homem.
- E desloca-se com metade da velocidade do homem.

144 ITA 2007 Um raio de luz de uma lanterna acesa em A ilumina o ponto B, ao ser refletido por um espelho horizontal sobre a semirreta DE da figura, estando todos os pontos num mesmo plano vertical. Determine a distância entre a imagem virtual da lanterna A e o ponto B. Considere $AD = 2$ m, $BE = 3$ m e $DE = 5$ m.



145 ITA 1998 Considere a figura a seguir onde E_1 e E_2 são dois espelhos planos que formam um ângulo de 135° entre si. Um raio luminoso R incide com um ângulo α em E_1 e outro R' (não mostrado) emerge de E_2 . Para $0 < \alpha < \pi/4$, conclui-se que:



- A R' pode ser paralelo a R dependendo de α .
- B R' é paralelo a R qualquer que seja α .
- C R' nunca é paralelo a R.
- D R' só é paralelo a R se o sistema estiver no vácuo.
- E R' será paralelo a R qualquer que seja o ângulo entre os espelhos.

146 ITA 2001 Considere as seguintes afirmações:

- I. Se um espelho plano transladar de uma distância d ao longo da direção perpendicular a seu plano, a imagem real de um objeto fixo transladará de $2d$.
- II. Se um espelho plano girar de um ângulo α em torno de um eixo fixo perpendicular à direção de incidência da luz, o raio refletido girará de um ângulo 2α .
- III. Para que uma pessoa de altura h possa observar seu corpo inteiro em um espelho plano, a altura deste deve ser de no mínimo $2h/3$.

Então, podemos dizer que:

- A** apenas I e II são verdadeiras.
- B** apenas I e III são verdadeiras.
- C** apenas II e III são verdadeiras.
- D** todas são verdadeiras.
- E** todas são falsas.

147 ITA 1991 Seja E um espelho côncavo cujo raio de curvatura é 60,0 cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a 20,0 cm do vértice de E?

- A** vertical e reduzida a $1/3$ do tamanho do objeto.
- B** real e colocada a 60,0 cm da frente do espelho.
- C** virtual e três vezes mais alta que o objeto.
- D** real, invertida e de tamanho igual ao do objeto.
- E** nenhuma das anteriores.

148 ITA 1992 Um jovem estudante, para fazer a barba mais eficientemente, resolve comprar um espelho esférico que aumente duas vezes a imagem do seu rosto quando ele se coloca a 50 cm dele. Que tipo de espelho ele deve usar e qual o raio de curvatura?

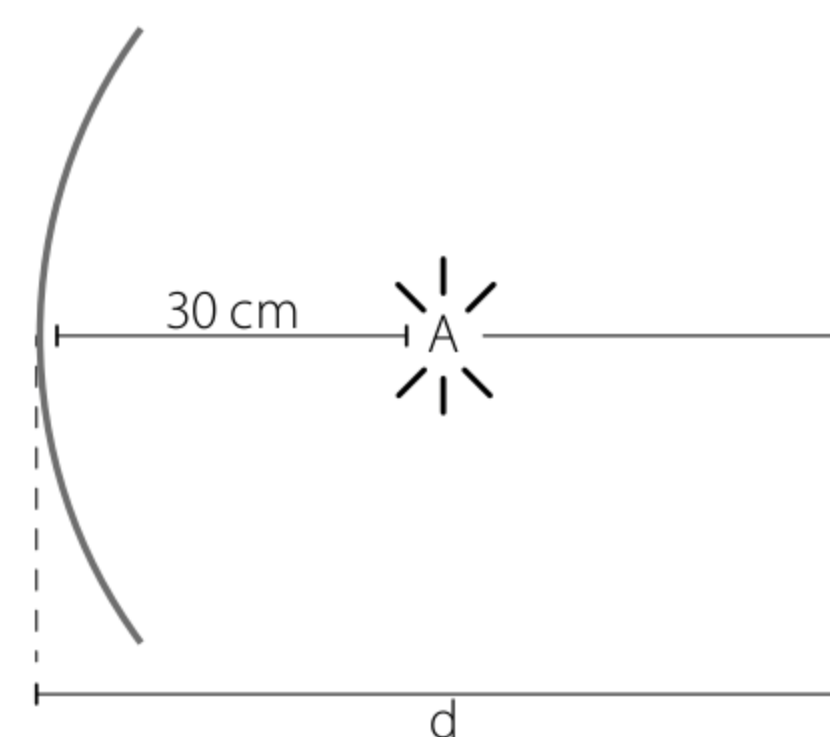
- A** Convexo com $r = 50$ cm.
- B** Côncavo com $r = 200$ cm.
- C** Côncavo com $r = 33,3$ cm.
- D** Convexo com $r = 67$ cm.
- E** Um espelho diferente dos mencionados.

149 ITA 2001 Um objeto linear de altura h está assentado perpendicularmente no eixo principal de um espelho esférico, a 15 cm de seu vértice. A imagem produzida é direita e tem altura de $h/5$. Este espelho é:

- A** côncavo, de raio 15 cm.
- B** côncavo, de raio 7,5 cm.
- C** convexo, de raio 7,5 cm.
- D** convexo, de raio 15 cm.
- E** convexo, de raio 10 cm.

150 ITA 1997 Um espelho plano está colocado em frente de um espelho côncavo, perpendicularmente ao eixo principal. Uma fonte luminosa A, centrada no eixo principal entre os dois espelhos, emite raios que se refletem sucessivamente sobre os

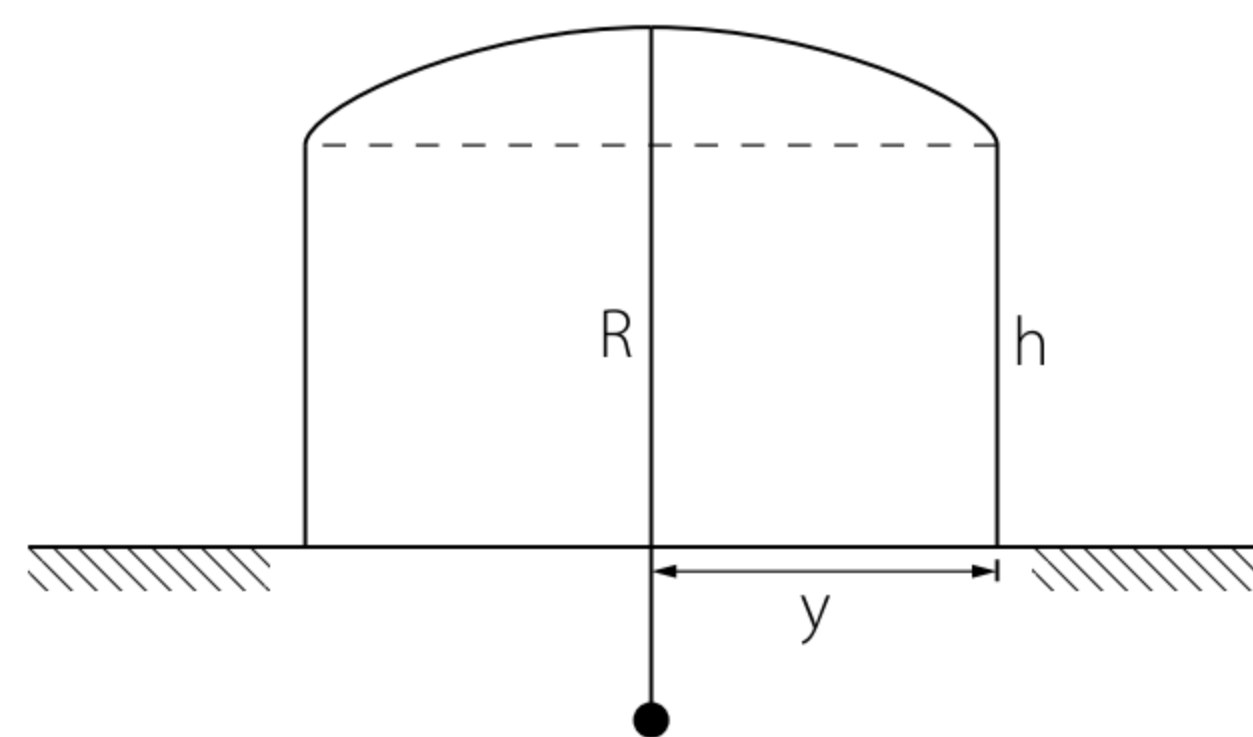
dois espelhos e formam sobre a própria fonte A, uma imagem real da mesma. O raio de curvatura do espelho é 40 cm e a distância do centro da fonte A até o centro do espelho esférico é de 30 cm. A distância d do espelho plano até o centro do espelho côncavo é, então:



- A** 20 cm
- B** 30 cm
- C** 40 cm
- D** 45 cm
- E** 50 cm

151 ITA 2002 Um ginásio de esportes foi projetado na forma de uma cúpula com raio de curvatura $R = 39,0$ m, apoiada sobre uma parede lateral cilíndrica de raio $y = 25,0$ m e altura $h = 10,0$ m, como mostrado na figura. A cúpula comporta-se como um espelho esférico de distância focal $f = \frac{R}{2}$, refletindo

ondas sonoras, sendo seu topo o vértice do espelho. Determine a posição do foco relativa ao piso do ginásio. Discuta, em termos físicos as consequências práticas deste projeto arquitetônico.



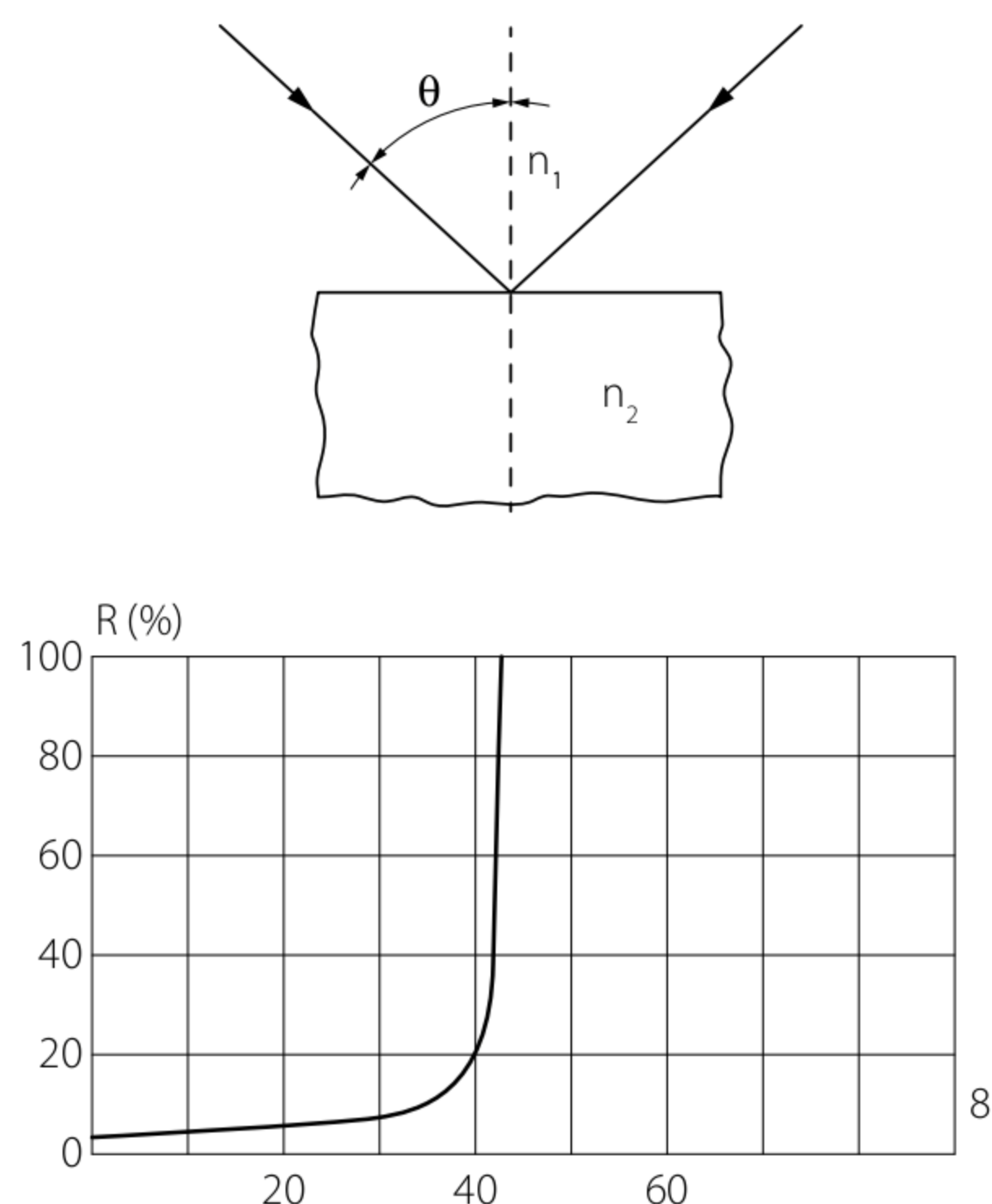
152 ITA 1991 A luz do *laser* de hélio-neônio tem um comprimento de onda, no vácuo, de 633 nm. O comprimento de onda desta radiação quando imersa em um meio de índice de refração absoluto igual a 1,6 é:

- A** 633 nm
- B** 396 nm
- C** 1 012 nm
- D** 422 nm
- E** nenhuma das anteriores.

153 ITA 1997 Uma luz monocromática de comprimento de onda $\lambda = 600 \text{ nm}$ propaga-se no ar (de índice de refração $n = 1,00$) e incide sobre água (de índice de refração $n = 1,33$). Considerando a velocidade da luz no ar como sendo $v = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, a luz propaga-se no interior da água:

- A** Com sua frequência inalterada e seu comprimento de onda inalterado, porém com uma nova velocidade $v' = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.
- B** Com um novo comprimento de onda $\lambda' = 450 \text{ nm}$ e uma nova frequência $\nu' = 3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, mas com a velocidade inalterada.
- C** Com um novo comprimento de onda $\lambda' = 450 \text{ nm}$ e uma nova velocidade $v' = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, mas com a frequência inalterada.
- D** Com uma nova frequência $\nu' = 3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ e uma nova velocidade $v' = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, mas com o comprimento de onda inalterado.
- E** Com uma nova frequência $\nu' = 3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ e um novo comprimento de onda $\lambda' = 450 \text{ nm}$ e uma nova velocidade de $v' = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

154 ITA 1987 Numa experiência em que se mediu a razão R entre a energia luminosa refletida e a energia luminosa incidente na interface entre dois meios de índices de refração n_1 e n_2 em função do ângulo de incidência θ (vide a figura), obteve-se o gráfico abaixo, onde R é dado em porcentagem.



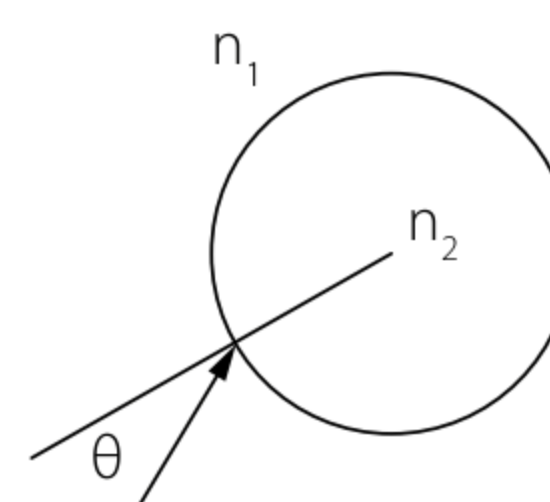
Considere as seguintes afirmações:

- I. $n_2 < n_1$
- II. $\frac{n_1}{n_2} > 1,4$
- III. a razão entre a energia refletida e a refratada a 30° é maior que 0,2
- IV. para $\theta > 42^\circ$, a luz é completamente refratada
- V. o raio refratado está mais afastado da normal que o raio incidente

Podemos dizer que:

- A** Apenas I e II estão corretas
- B** I, III e V estão corretas
- C** Apenas III e V estão corretas
- D** I, II e V estão corretas
- E** II, IV e V estão corretas

155 ITA 1994 A figura mostra a seção transversal de um cilindro feito de um material cujo índice de refração é n_2 imerso num meio de índice n_1 . Os valores dos índices de refração são $\sqrt{2}$ e 1,0, não necessariamente nessa ordem. Para que um feixe de luz contido no plano seccionador e proveniente do meio de índice n_1 penetre no cilindro mas não consiga escapar, devemos satisfazer às seguintes condições:



- A** impossível com os dados fornecidos.
- B** $n_1 = \sqrt{2}$ $n_2 = 1,0$ $45^\circ < \theta < 90^\circ$
- C** $n_1 = 1,0$ $n_2 = \sqrt{2}$ $45^\circ < \theta < 90^\circ$
- D** nunca será possível.
- E** $n_1 = 1,0$ $n_2 = \sqrt{2}$ $30^\circ < \theta < 90^\circ$

156 ITA 1996 Com respeito ao fenômeno do arco-íris, pode-se afirmar que:

- I. Se uma pessoa observa um arco-íris à sua frente, então o Sol está necessariamente a oeste.
- II. O Sol sempre está à direita ou à esquerda do observador.
- III. O arco-íris se forma devido ao fenômeno de dispersão da luz nas gotas de água.

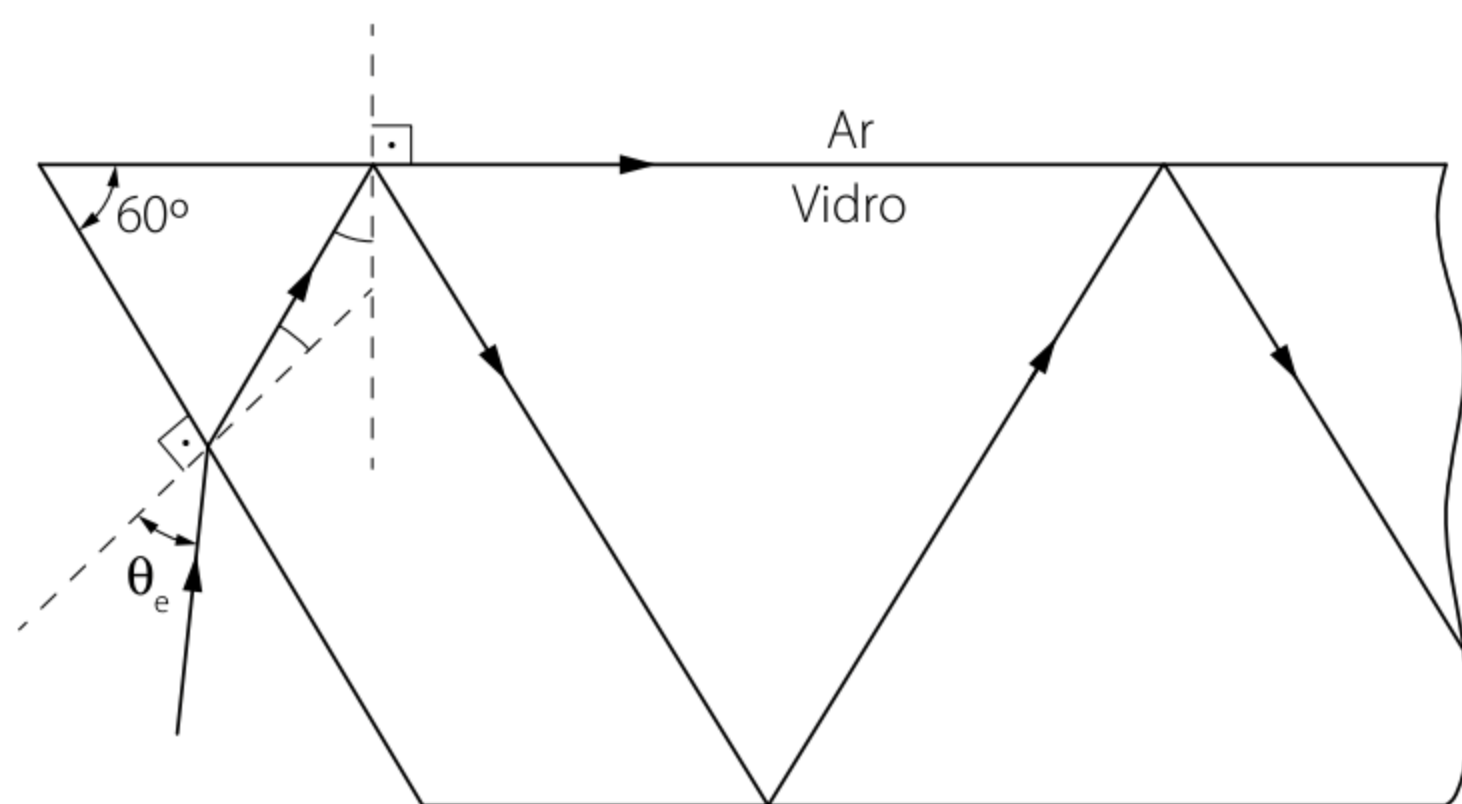
Das afirmativas mencionadas, pode-se dizer que:

- A** todas são corretas.
- B** somente a I é falsa.
- C** somente a III é falsa.
- D** somente II e III são falsas.
- E** somente I e II são falsas.

157 ITA 2002 Uma pequena pedra repousa no fundo de um tanque de $x \text{ m}$ de profundidade. Determine o menor raio de uma cobertura circular, plana, paralela à superfície da água que, fluando sobre a superfície da água diretamente acima da pedra, impeça completamente a visão desta por um observador ao lado do tanque, cuja vista se encontra no nível da água. Justifique.

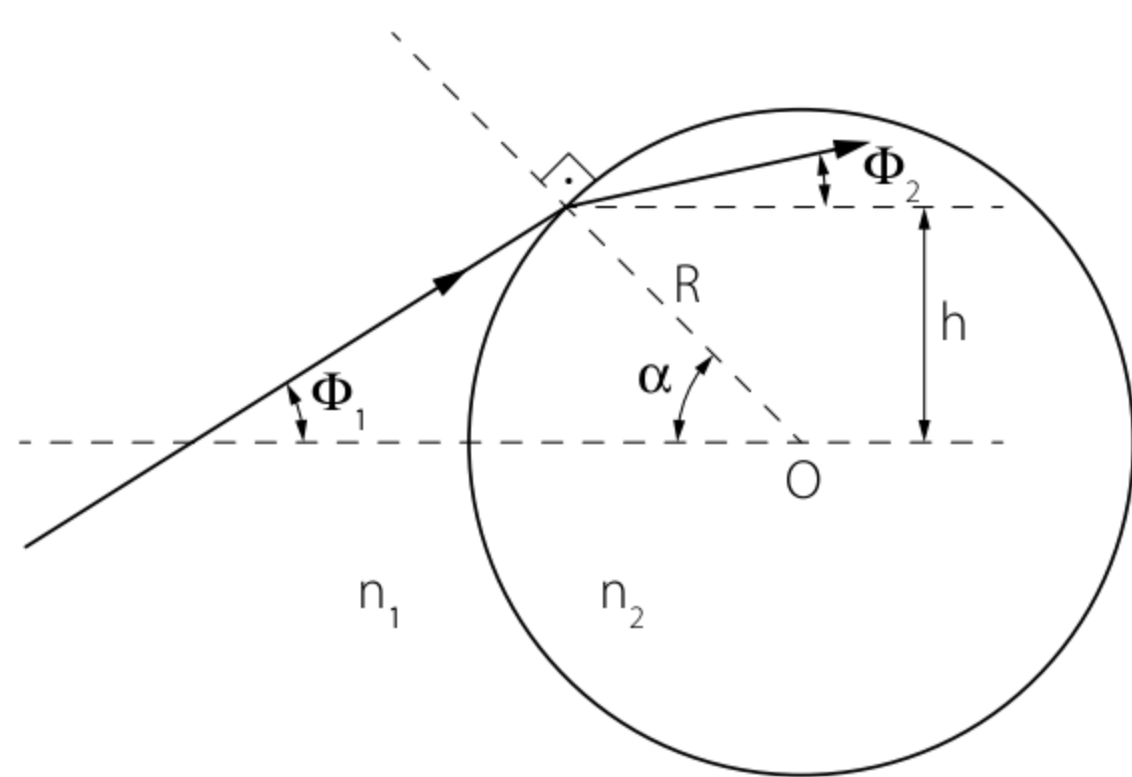
Dado: índice de refração da água $n_w = \frac{4}{3}$.

158 ITA 2006 A figura mostra uma placa de vidro com índice de refração $n_v = \sqrt{2}$ mergulhada no ar, cujo índice de refração é igual a 1,0. Para que um feixe de luz monocromática se propague pelo interior do vidro através de sucessivas reflexões totais, o seno do ângulo de entrada, $\sin \theta_e$ deverá ser menor ou igual a:



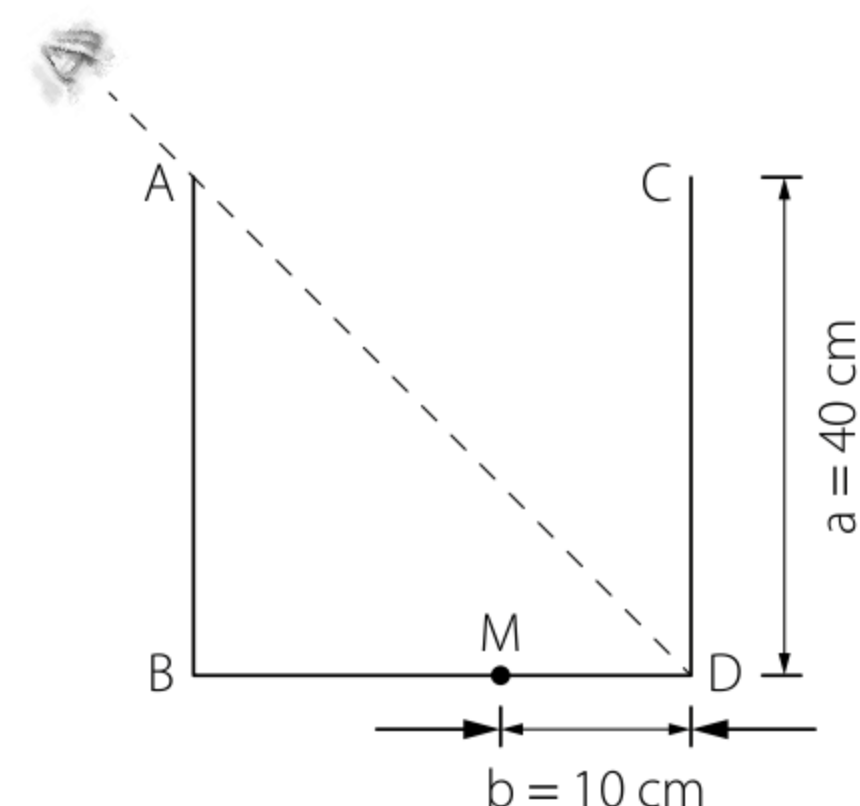
- A 0,18
- B 0,37
- C 0,50
- D 0,71
- E 0,87

159 ITA 2007 A figura mostra um raio de luz propagando-se num meio de índice de refração n_1 e transmitido para uma esfera transparente de raio R e índice de refração n_2 . Considere os valores dos ângulos α , ϕ_1 e ϕ_2 muito pequenos, tal que cada ângulo seja respectivamente igual à sua tangente e ao seu seno. O valor aproximado de ϕ_2 é de



- A $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot (\phi_1 - \alpha)$
- B $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot (\phi_1 + \alpha)$
- C $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1 + \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \cdot \alpha$
- D $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1$
- E $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1 + \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) \cdot \alpha$

160 ITA 1986 Um reservatório cúbico de paredes opacas e arestas $a = 40$ cm, acha-se disposto de tal maneira que o observador não vê o seu fundo.



A que nível mínimo devemos preencher este cubo com água, para que o observador possa ver uma mancha negra, pontual M, que se encontra no fundo do recipiente, a uma distância $b = 10$ cm do ponto D?

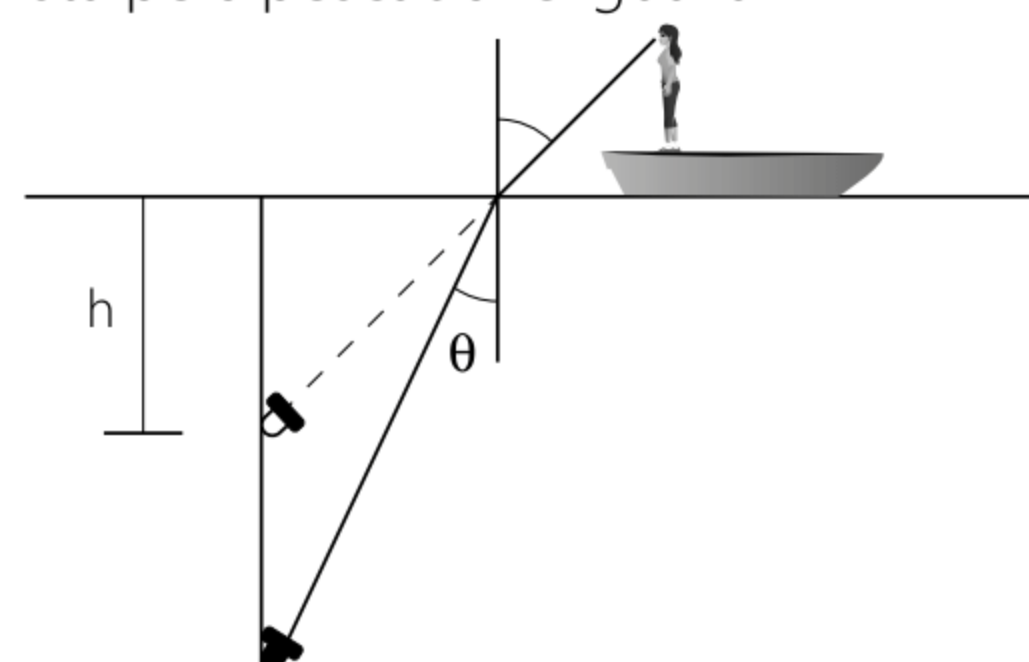
Dado: índice de refração da água é aproximadamente 1,33

- A 21 cm
- B 27 cm
- C 32 cm
- D 18 cm
- E nenhum dos valores acima

161 ITA 1995 Uma gaivota pousada na superfície da água, cujo índice de refração em relação ao ar é $n = 1,3$, observa um peixinho que está exatamente abaixo dela, a uma profundidade de 1,0 m. Que distância, em linha reta deverá nadar o peixinho para sair do campo visual da gaivota?

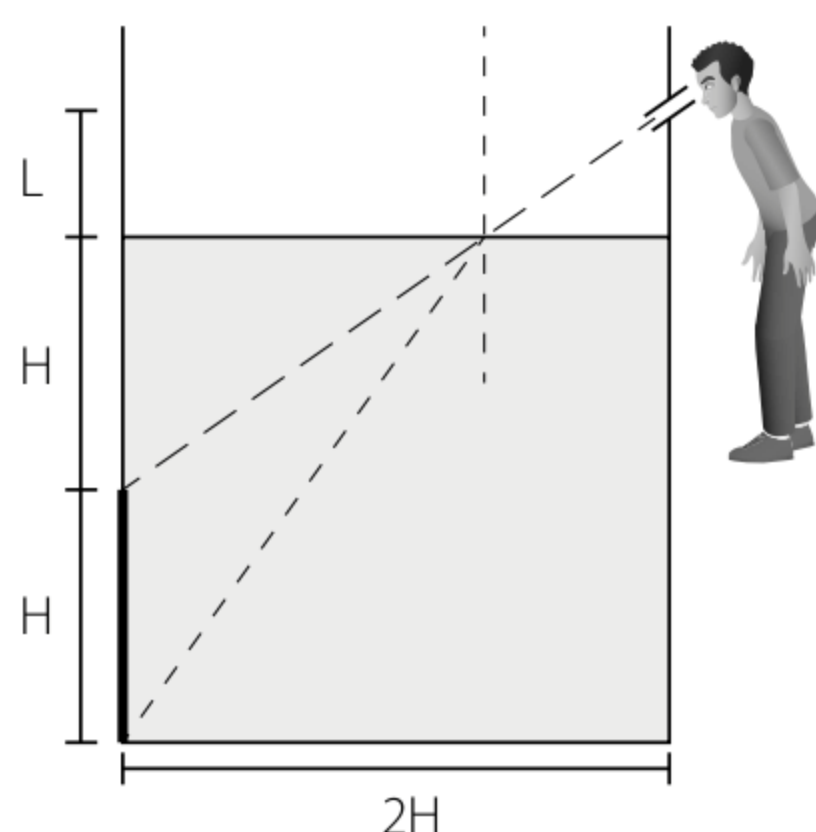
- A 0,84 m
- B 1,2 m
- C 1,6 m
- D 1,4 m
- E O peixinho não conseguirá fugir do campo visual da gaivota.

162 ITA 2005 Um pescador deixa cair uma lanterna acesa em um lago a 10,0 m de profundidade. No fundo do lago, a lanterna emite um feixe luminoso formando um pequeno ângulo θ com a vertical (veja figura). Considere: $\tan \theta \cong \sin \theta \cong \theta$ e o índice de refração da água $n = 1,33$. Então, a profundidade aparente h vista pelo pescador é igual a

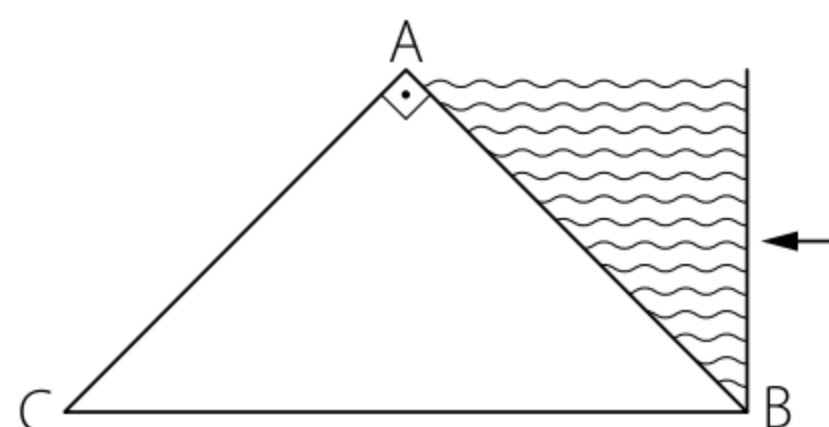


- A 2,5 m
- B 5,0 m
- C 7,5 m
- D 8,0 m
- E 9,0 m

163 ITA 2005 Através de um tubo fino, um observador enxerga o topo de uma barra vertical de altura H apoiada no fundo de um cilindro vazio de diâmetro $2H$. O tubo encontra-se a uma altura $2H + L$ e, para efeito de cálculo, é de comprimento desprezível. Quando o cilindro é preenchido com um líquido até uma altura $2H$ (veja a figura), mantido o tubo na mesma posição, o observador passa a ver a extremidade inferior da barra. Determine literalmente o índice de refração desse líquido.



164 ITA 1997 Um prisma de vidro, de índice de refração $n = \sqrt{2}$, tem por seção normal um triângulo retângulo isósceles ABC no plano vertical. O volume de seção transversal ABD é mantido cheio de um líquido de índice de refração $n' = \sqrt{3}$. Um raio incide normalmente à face transparente da parede vertical BD e atravessa o líquido.



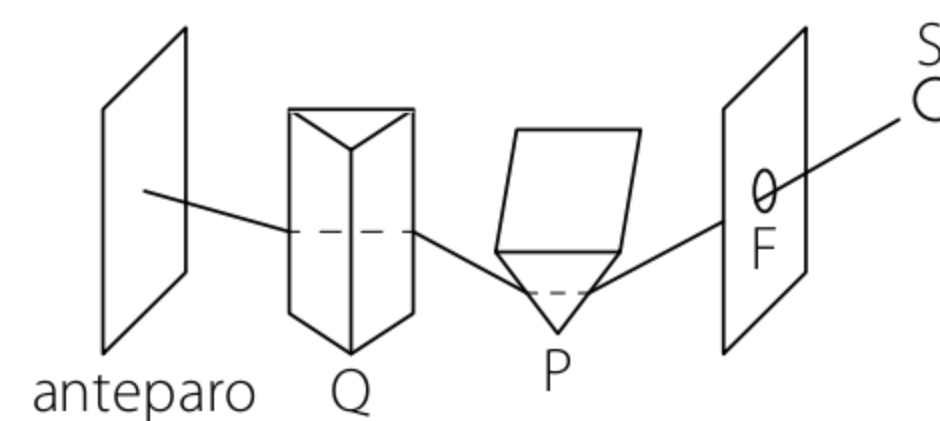
Considere as seguintes afirmações:

- I. O raio luminoso não penetrará no prisma.
- II. O ângulo de refração na face AB é de 45° .
- III. O raio emerge do prisma pela face AC com ângulo de refração de 45° .
- IV. O raio emergente definitivo é paralelo ao raio incidente em BD .

Das afirmativas mencionadas, é (são) correta(s):

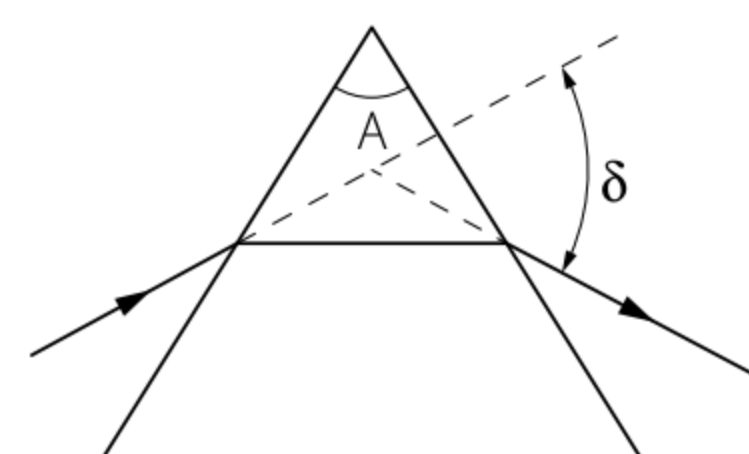
- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| A Apenas I. | D Apenas III e IV. |
| B Apenas I e IV. | E II, III e IV. |
| C Apenas II e III. | |

165 ITA 1999 Isaac Newton, no início de 1666, realizou a seguinte experiência: Seja S o Sol e F um orifício feito na janela de um quarto escuro. Considere P e Q dois prismas de vidro colocados em posição cruzada um em relação ao outro, ou seja, com suas arestas perpendiculares entre si, conforme mostra a figura abaixo. Represente por A a cor violeta, por B a amarela e C a cor vermelha. Após a passagem dos raios luminosos pelo orifício e pelos dois prismas, a forma da imagem e a disposição das cores formadas no anteparo são melhor representadas por:



- A**
- B**
- C**
- D**
- E**

166 ITA 1996 O Método do Desvio Mínimo, para a medida do índice de refração, n , de um material transparente, em relação ao ar, consiste em se medir o desvio mínimo δ de um feixe estreito de luz que atravessa um prisma feito desse material. Para que esse método possa ser aplicado (isto é, para que se tenha um feixe emergente), o ângulo A do prisma deve ser menor que:



- A** $\arcsen(n)$
- B** $2 \cdot \arcsen(1/n)$
- C** $0,5 \cdot \arcsen(1/n)$
- D** $\arcsen(1/n)$
- E** outra expressão.

167 ITA 1990 Uma pequena lâmpada é colocada a 1,0 m de distância de uma parede. Pede-se a distância a partir da parede em que deve ser colocada uma lente de distância focal 22,0 cm para produzir na parede uma imagem nítida e ampliada da lâmpada.

- A 14 cm
- B 26,2 cm
- C 67,3 cm
- D 32,7 cm
- E outro valor.

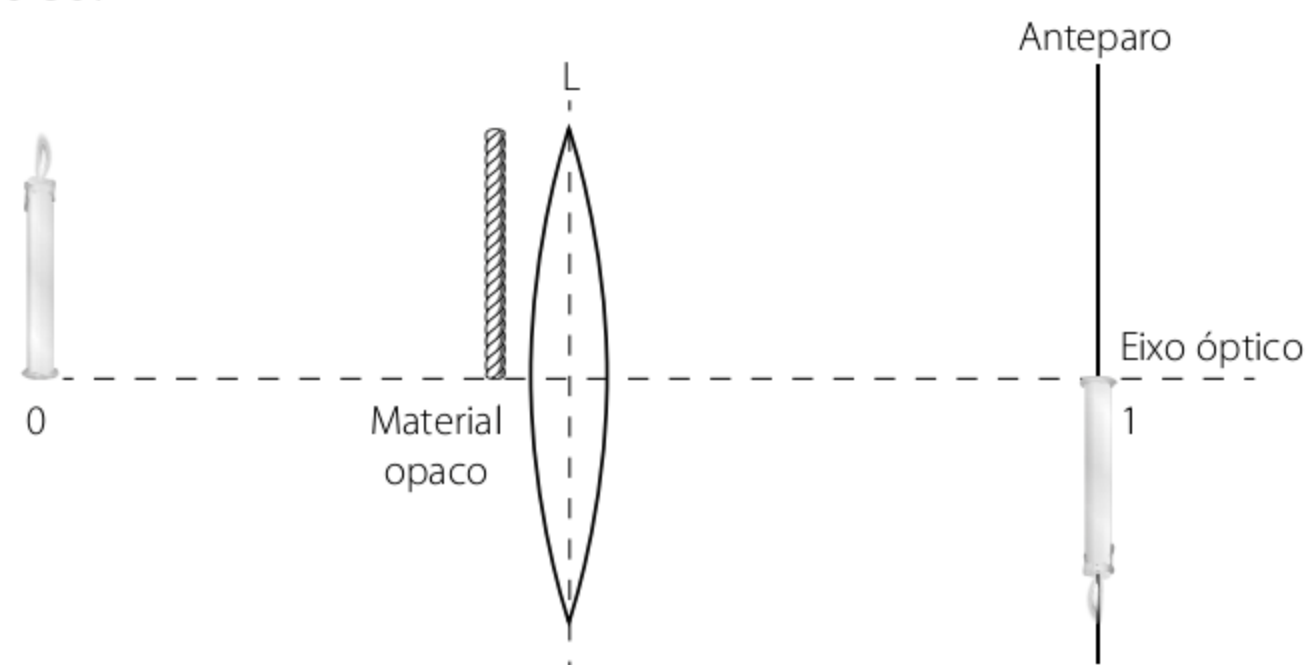
168 ITA 1993 O sistema de lentes de uma câmera fotográfica pode ser entendido como uma fina lente convergente de distância focal igual a 25,0 cm. A que distância da lente (p') deve estar o filme para receber a imagem de uma pessoa sentada a 1,25 m da lente?

- A 8,4 cm
- B 31,3 cm
- C 12,5 cm
- D 16,8 cm
- E 25,0 cm

169 ITA 1995 Um objeto tem altura $h_o = 20$ cm e está situado a uma distância $d_o = 30$ cm de uma lente. Esse objeto produz uma imagem virtual de altura $h_i = 4,0$ cm. A distância da imagem à lente, a distância focal e o tipo da lente são respectivamente:

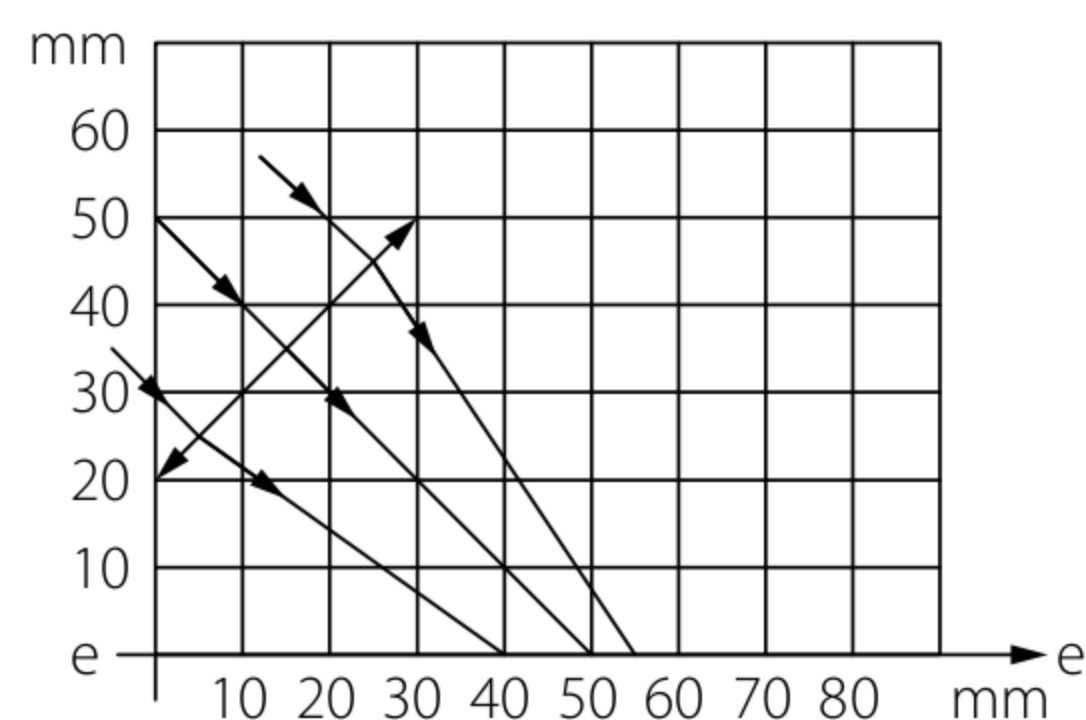
- A 6,0 cm; 7,5 cm; convergente.
- B 1,7 cm; 30 cm; divergente.
- C 6,0 cm; -7,5 cm; divergente.
- D 6,0 cm; 5,0 cm; divergente.
- E 1,7 cm; -5,0 cm; convergente.

170 ITA 1985 A figura abaixo representa uma lente delgada L a qual forma sobre um anteparo uma imagem real I de um objeto real O. A lente é circular esférica e o eixo óptico tem a posição indicada. Suponhamos agora que com um material opaco disposto entre o objeto e a lente bloqueamos toda a parte que corresponde ao semi-círculo superior da lente. Nessas condições:



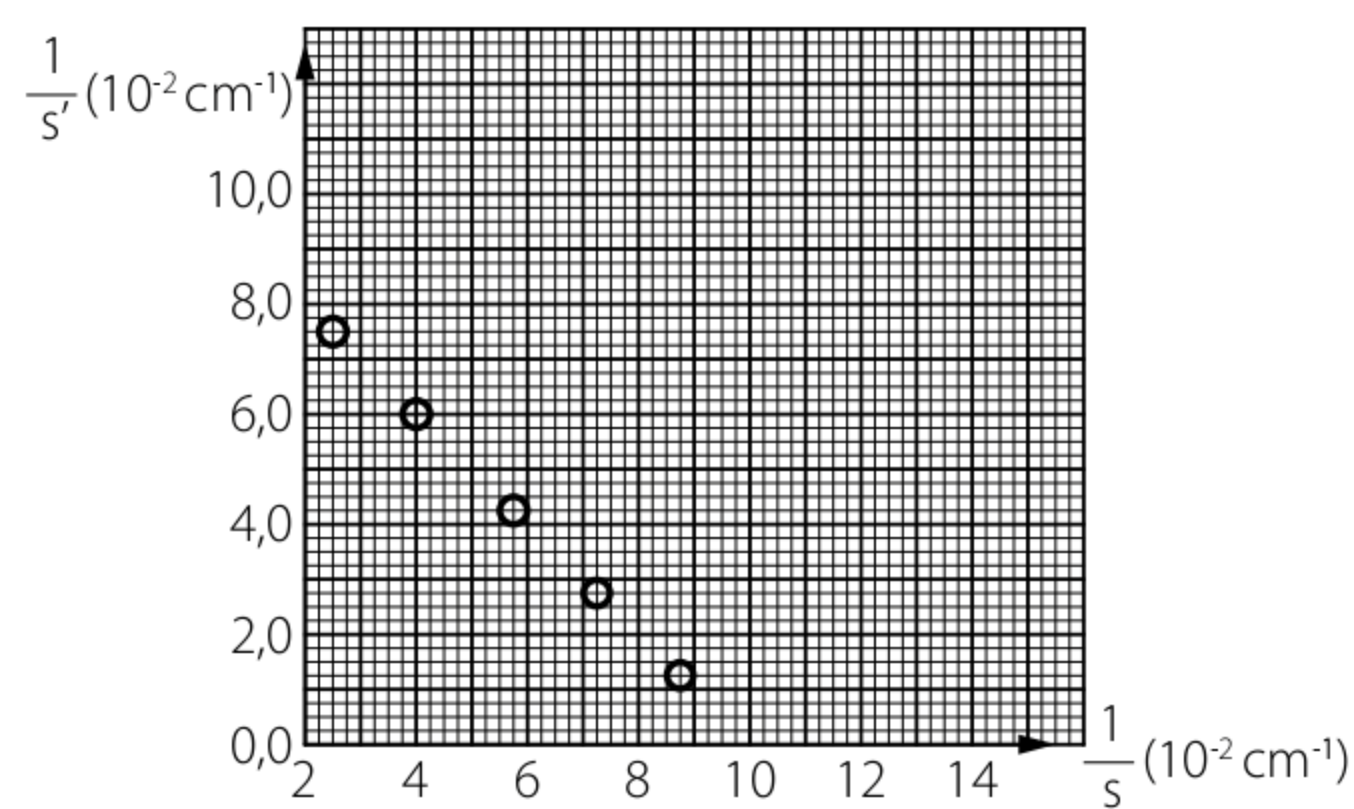
- A a imagem desaparece do anteparo
- B a imagem fica fora de foco
- C a imagem não desaparece mas fica mais tênue
- D a imagem se torna virtual
- E nada se pode afirmar se não conhecermos a posição exata do material opaco

171 ITA 1989 Por uma questão de conveniência experimental, o ponto focal de uma lente delgada convergente teve de ser posicionado fora do eixo da lente por meio de um espelho plano, indicado em corte (e) na abscissa do gráfico. Complete o desenho e determine, aproximadamente, as coordenadas (x, y) do foco e distância focal da lente.



	x (mm)	y (mm)	f (mm)
A	60	10	65
B	84	36	100
C	80	30	95
D	74	24	83
E	103	54	125

172 ITA 1990 Numa certa experiência mediu-se a distância s entre um objeto e uma lente e a distância s' entre a lente e a sua imagem real, em vários pontos. O resultado dessas medições é apresentado na figura a seguir. Examinando-se cuidadosamente o gráfico, conclui-se que:



- A a distância focal da lente é de 10 cm.
- B a distância focal da lente é de 100 cm.
- C a distância focal da lente é de 8 cm.
- D a distância focal da lente é de 2 cm.
- E nenhuma das respostas acima é satisfatória.

173 ITA 1992 Uma vela se encontra a uma distância de 30 cm de uma lente plano-convexa que projeta uma imagem nítida de sua chama em uma parede a 1,2 m de distância da lente. Qual é o raio de curvatura da parte curva da lente se o índice de refração da mesma é 1,5?

- A 60 cm
- B 30 cm
- C 24 cm
- D 12 cm
- E É outro valor diferente dos anteriores.

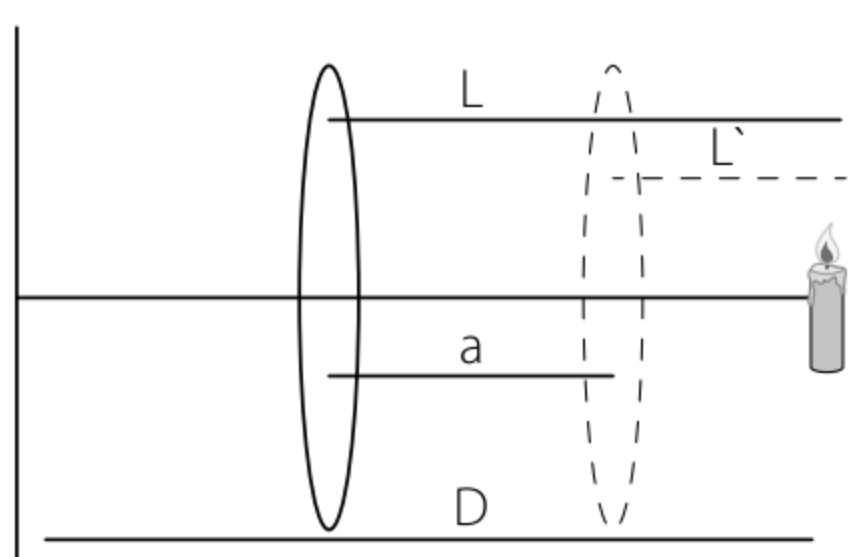
174 ITA 1996 Dois estudantes se propõem a construir, cada um deles, uma câmara fotográfica simples, usando uma lente convergente como objetiva e colocando-a numa caixa fechada de modo que o filme esteja no plano focal da lente. O estudante A utilizou uma lente de distância focal igual a 4,0 cm e o estudante B uma lente de distância focal igual a 10,0 cm. Ambos foram testar suas câmaras fotografando um objeto situado a 1,0 m de distância das respectivas objetivas. Desprezando-se todos os outros efeitos (tais como aberrações das lentes), o resultado da experiência foi:

- que a foto do estudante A estava mais “em foco” que a do estudante B.
- que ambas estavam igualmente “em foco”.
- que as imagens sempre estavam entre o filme e a lente.

Neste caso você concorda que:

- apenas a afirmativa II é verdadeira.
- somente I e III são verdadeiras.
- somente III é verdadeira.
- somente a afirmativa I é verdadeira.
- não é possível obter uma fotografia em tais condições.

175 ITA 1998 Uma vela está a uma distância D de um anteparo sobre o qual se projeta uma imagem com lente convergente. Observa-se que as duas distâncias L e L' entre a lente e a vela para as quais se obtém uma imagem nítida da vela no anteparo, distam uma da outra de uma distância a .



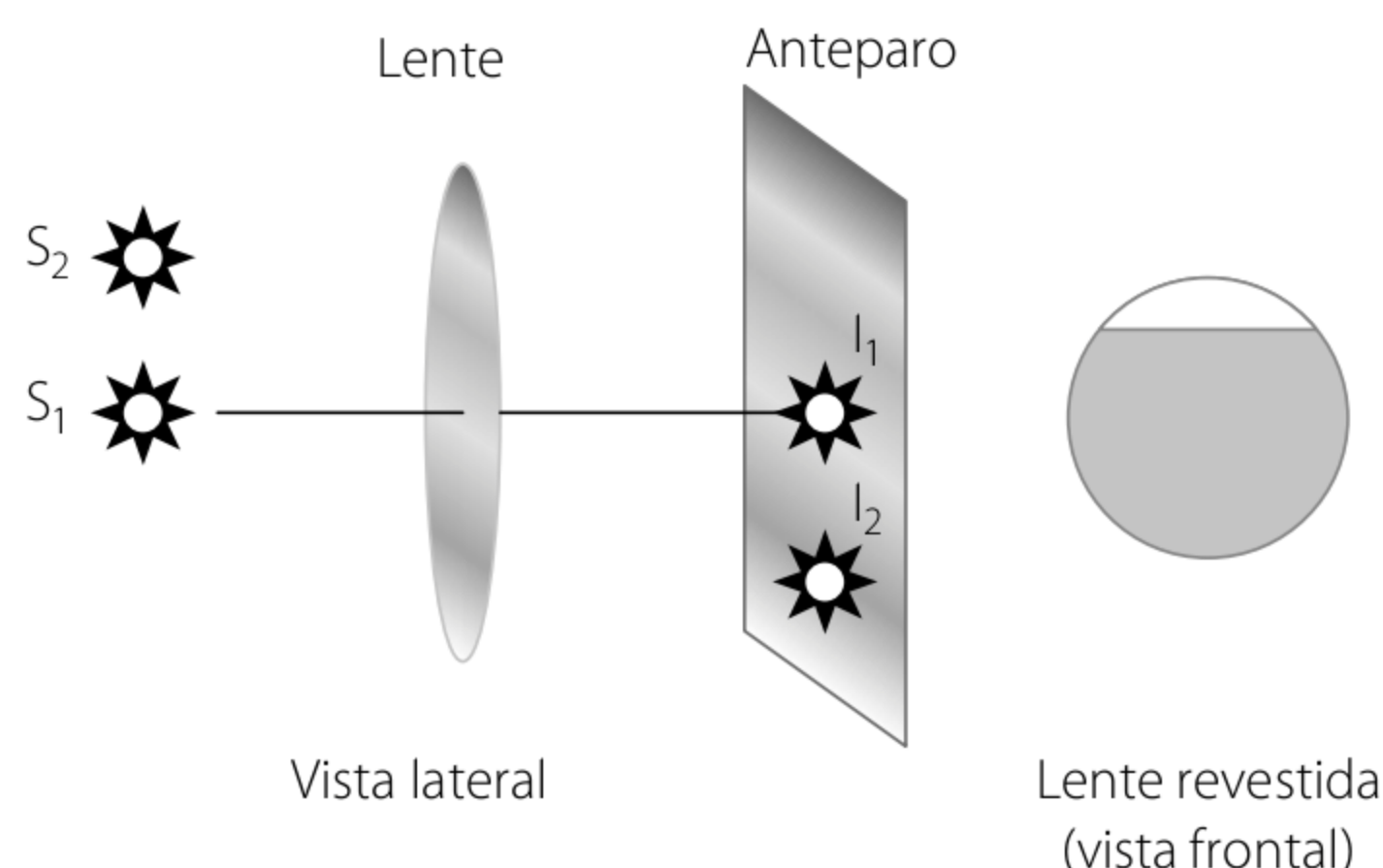
O comprimento focal da lente é então:

- $\frac{D-a}{2}$
- $\frac{D+a}{2}$
- $2a$
- $\frac{D^2 - a^2}{4D}$
- $\frac{D^2 + a^2}{4D}$

176 ITA 2000 Duas fontes de luz, S_1 e S_2 , têm suas imagens formadas sobre um anteparo por uma lente convergente, como mostra a figura. Considere as seguintes proposições.

- Se a lente for parcialmente revestida até $\frac{3}{4}$ da sua altura com uma película opaca (conforme a figura), as imagens (I_1 e S_1 , I_2 de S_2) sobre o anteparo permanecem, mas tornam-se menos luminosas.
- Se a lente for parcialmente revestida até $\frac{3}{4}$ de sua altura e as fontes forem distanciadas da lente, a imagem I_1 desaparece.

- Se as fontes S_1 e S_2 forem distanciadas da lente, então, para que as imagens não se alterem, o anteparo deve ser deslocado em direção à lente.



Então, pode-se afirmar que:

- apenas III é correta.
- somente I e III são corretas.
- todas são corretas.
- somente II e III são corretas.
- somente I e II são corretas.

177 ITA 2004 Uma lente convergente tem distância focal de 20 cm quando está mergulhada em ar. A lente é feita de vidro, cujo índice de refração é $n_v = 1,6$. Se a lente é mergulhada em um meio, menos refringente do que o material da lente, cujo índice de refração é n , considere as seguintes afirmações:

- A distância focal não varia se o índice de refração do meio for igual ao do material da lente.
- A distância focal torna-se maior se o índice de refração n for maior que o do ar.
- Neste exemplo, uma maior diferença entre os índices de refração do material da lente e do meio implica numa menor distância focal.

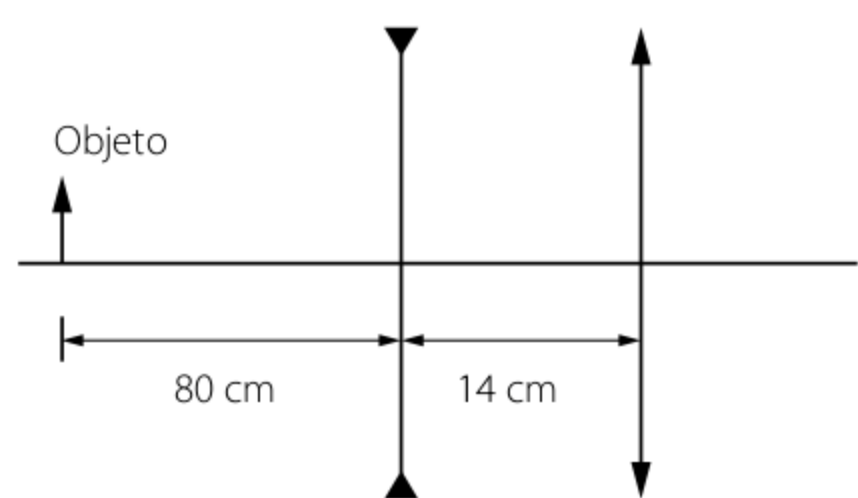
Então, pode-se afirmar que

- apenas a II é correta.
- apenas a III é correta.
- apenas II e III são corretas.
- todas são corretas.
- todas são incorretas.

178 ITA 1993 Um objeto em forma de um segmento de reta de comprimento ℓ está situado ao longo do eixo ótico de uma lente convergente de distância focal f . O centro do segmento se encontra a uma distância a da lente e esta produz uma imagem real de todos os pontos do objeto. Quanto vale o aumento linear β do objeto?

- $\beta = f^2/[a^2 - (\ell/2)^2]$
- $\beta = f^2/[f^2 - (\ell/2)^2]$
- $\beta = f^2/[(a - f)^2 - (\ell/2)^2]$
- $\beta = f^2/[(a + f)^2 - (\ell/2)^2]$
- $\beta = f^2/[(a + f)^2 + (\ell/2)^2]$

179 ITA 2003 A figura mostra um sistema óptico constituído de uma lente divergente, com distância focal $f_1 = -20$ cm, distante 14 cm de uma lente convergente com distância focal $f_2 = 20$ cm. Se um objeto linear é posicionado a 80 cm à esquerda da lente divergente, pode-se afirmar que a imagem definitiva formada pelo sistema



- A** é real e o fator de ampliação linear do sistema é $-0,4$.
- B** é virtual, menor e direita em relação ao objeto.
- C** é real, maior e invertida em relação ao objeto.
- D** é real e o fator de ampliação linear do sistema é $-0,2$.
- E** é virtual, maior e invertida em relação ao objeto.

180 ITA 2004 As duas faces de uma lente delgada biconvexa têm um raio de curvatura igual a 1,00 m. O índice de refração da lente para luz vermelha é 1,60 e, para luz violeta, 1,64. Sabendo que a lente está imersa no ar, cujo índice de refração é 1,00, calcule a distância entre os focos de luz vermelha e de luz violeta, em centímetros.

181 ITA 2005 Situa-se um objeto a uma distância p diante de uma lente convergente de distância focal f , de modo a obter uma imagem real a uma distância p' da lente. Considerando a condição de mínima distância entre imagem e objeto, então é correto afirmar que:

- A** $p^3 + fpp' + p'^3 = 5 f^3$
- B** $p^3 + fpp' + p'^3 = 10 f^3$
- C** $p^3 + fpp' + p'^3 = 20 f^3$
- D** $p^3 + fpp' + p'^3 = 25 f^3$
- E** $p^3 + fpp' + p'^3 = 30 f^3$

182 ITA 2003 Num oftalmologista, constata-se que um certo paciente tem uma distância máxima e uma distância mínima de visão distinta de 5,0 m e 8,0 cm, respectivamente. Sua visão deve ser corrigida pelo uso de uma lente que lhe permita ver com clareza objetos no "infinito". Qual das afirmações é verdadeira?

- A** O paciente é míope e deve usar lentes divergentes cuja vergência é 0,2 dioptrias.
- B** O paciente é míope e deve usar lentes convergentes cuja vergência é 0,2 dioptrias.
- C** O paciente é hipermetrópe e deve usar lentes convergentes cuja vergência é 0,2 dioptrias.
- D** O paciente é hipermetrópe e deve usar lentes divergentes cuja vergência é $-0,2$ dioptrias.
- E** A lente corretora de defeito visual desloca a distância mínima de visão distinta para 8,1 cm.

183 ITA 1985 Um telescópio astronômico tipo refrator é provido de uma objetiva de 1000mm de distância focal. Para que o seu aumento angular seja de aproximadamente 50 vezes, a distância focal da ocular deverá ser de

- A** 10mm
- B** 50mm
- C** 150mm
- D** 25mm
- E** 20mm

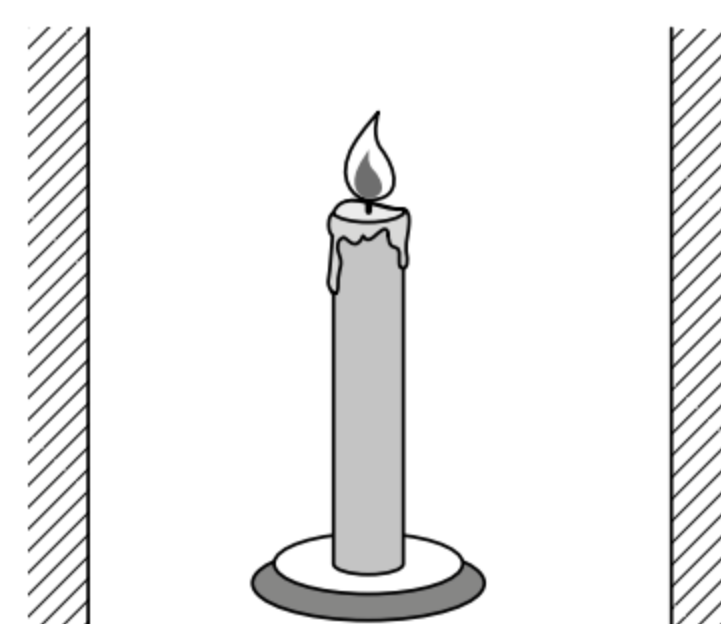
184 ITA 1994 Um dos telescópios utilizados por Galileu era composto de duas lentes: a objetiva de 16 mm de diâmetro e distância focal de 960 mm e a ocular formada por uma lente divergente. O aumento era de 20 vezes. Podemos afirmar que a distância focal da ocular e a imagem eram respectivamente:

- A** 192 mm, direita.
- B** 8 mm, direita.
- C** 48 mm, invertida.
- D** 960 mm, direita.
- E** 48 mm, direita.

Frente 5 – IME

185 IME 1993 Determine o comprimento L mínimo de um espelho de parede, de modo que uma pessoa com altura h possa se ver por inteiro no espelho, desde o topo da cabeça até os pés.

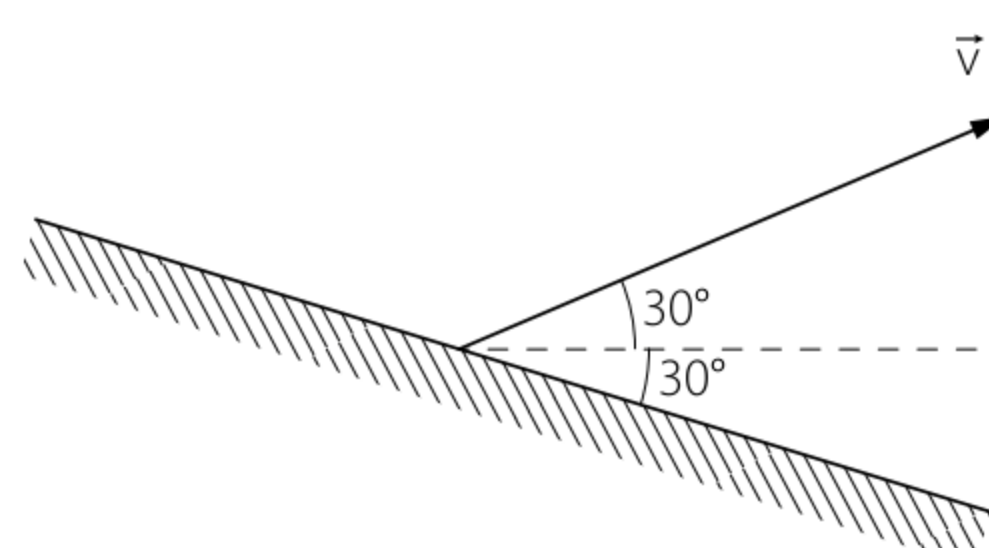
186 IME 1986 Um objeto está colocado a meia distância entre dois espelhos planos e paralelos, como é mostrado na figura. Se os espelhos se aproximam do objeto na razão de 5 m/s, determine a velocidade relativa entre as duas imagens próximas do objeto.



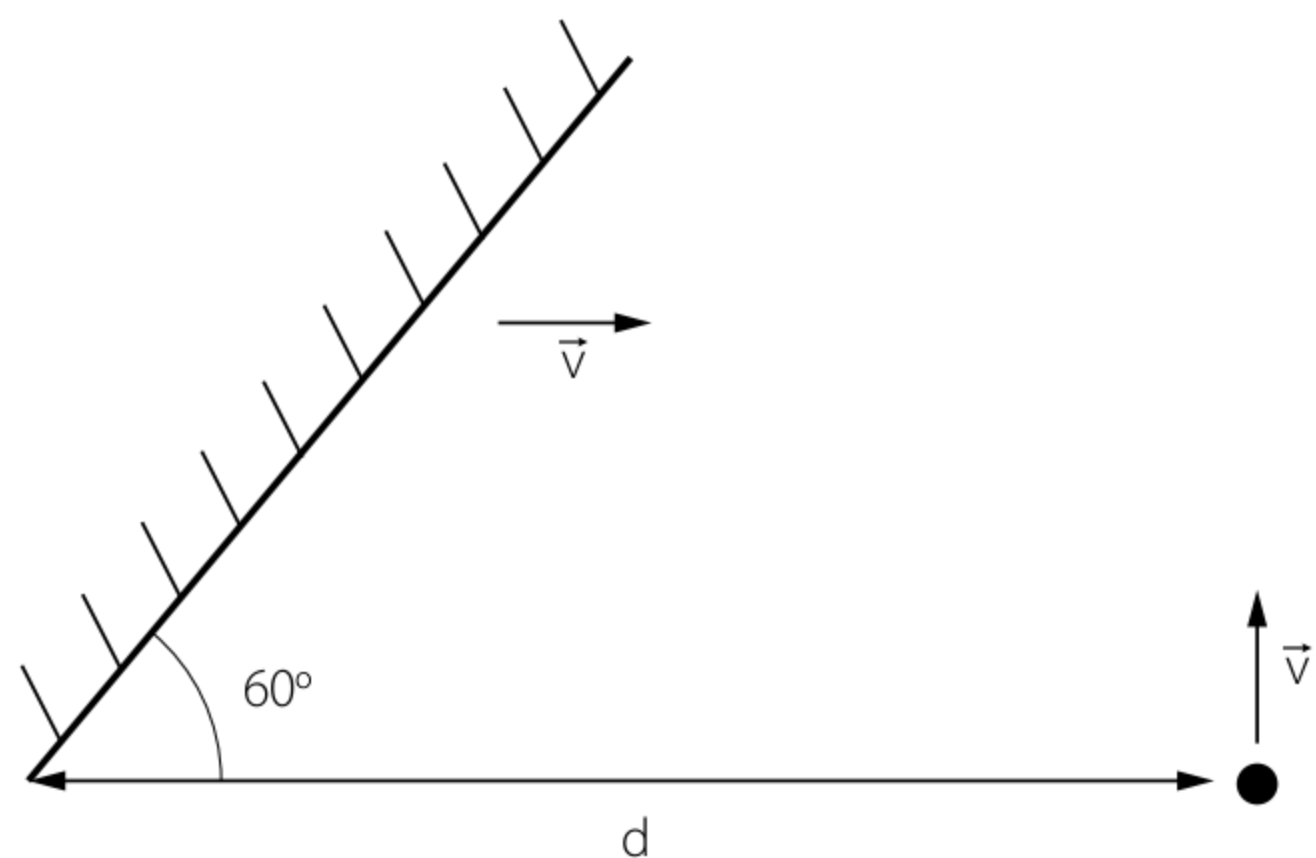
187 IME 1998 Um objeto é lançado da superfície de um espelho, segundo um ângulo de 30° com a horizontal, com velocidade inicial $\vec{v}$. Sabendo que o espelho está inclinado de 30° , conforme a figura, determine:

- a) o tempo gasto para que o objeto atinja o espelho;
- b) as componentes vertical e horizontal, em função do tempo, do vetor velocidade da imagem do objeto lançado.

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.



188 IME 2003 Um espelho plano, de superfície infinita, desloca-se na horizontal com velocidade constante v . Um objeto puntiforme se desloca na vertical também com velocidade constante v e, no instante $t = 0$, as posições do espelho e do objeto estão em conformidade com a figura. Considerando que no instante $t = \alpha$ ocorre o choque do objeto com o espelho, determine:



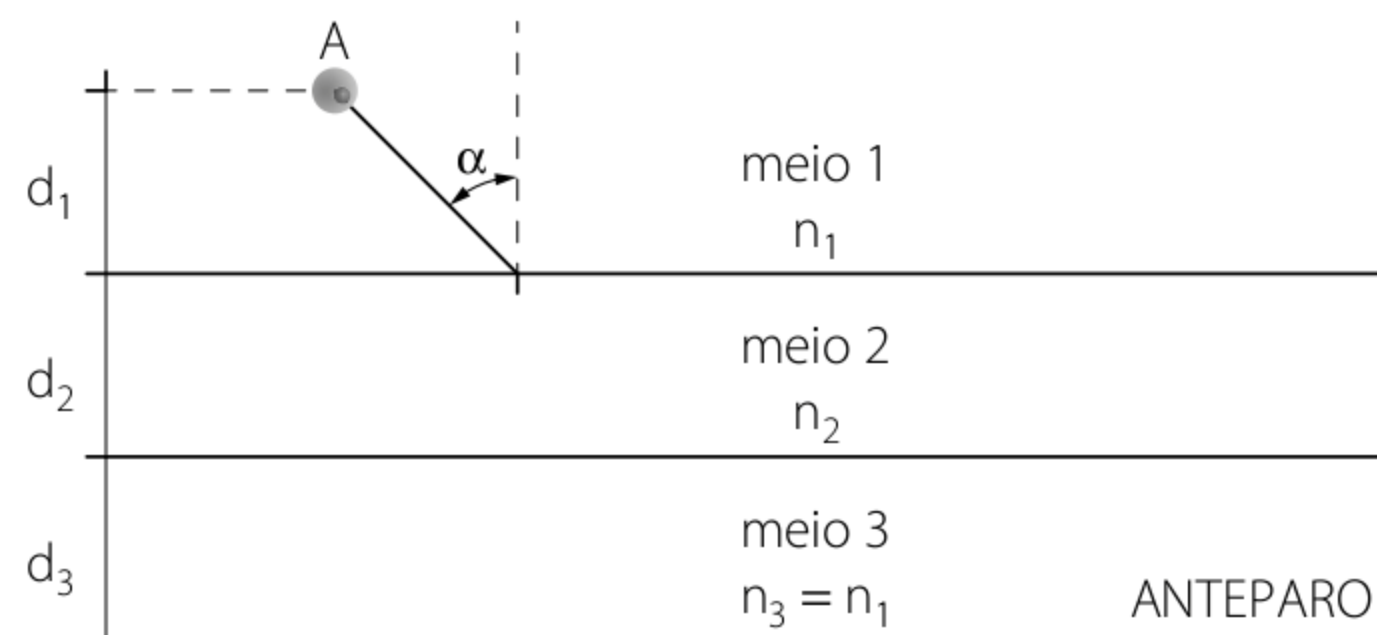
- As componentes vertical e horizontal da velocidade da imagem do objeto refletida no espelho.
- O instante α em que o objeto e o espelho se chocam

189 IME 1992 Um automóvel cujo velocímetro não funciona está se deslocando com movimento retilíneo uniforme. Possui um espelho retrovisor esférico convexo, com raio de curvatura de 2 m. Ao entrar numa avenida cuja velocidade máxima permitida é 50 km/h, o motorista põe em funcionamento um cronômetro no exato instante em que passa por uma trave graduada tendo 1,80 m de altura. Após um tempo $t = 14$ s, a imagem da trave no espelho é de 10 mm de altura. Determine se o automóvel trafega dentro do limite de velocidade permitida.

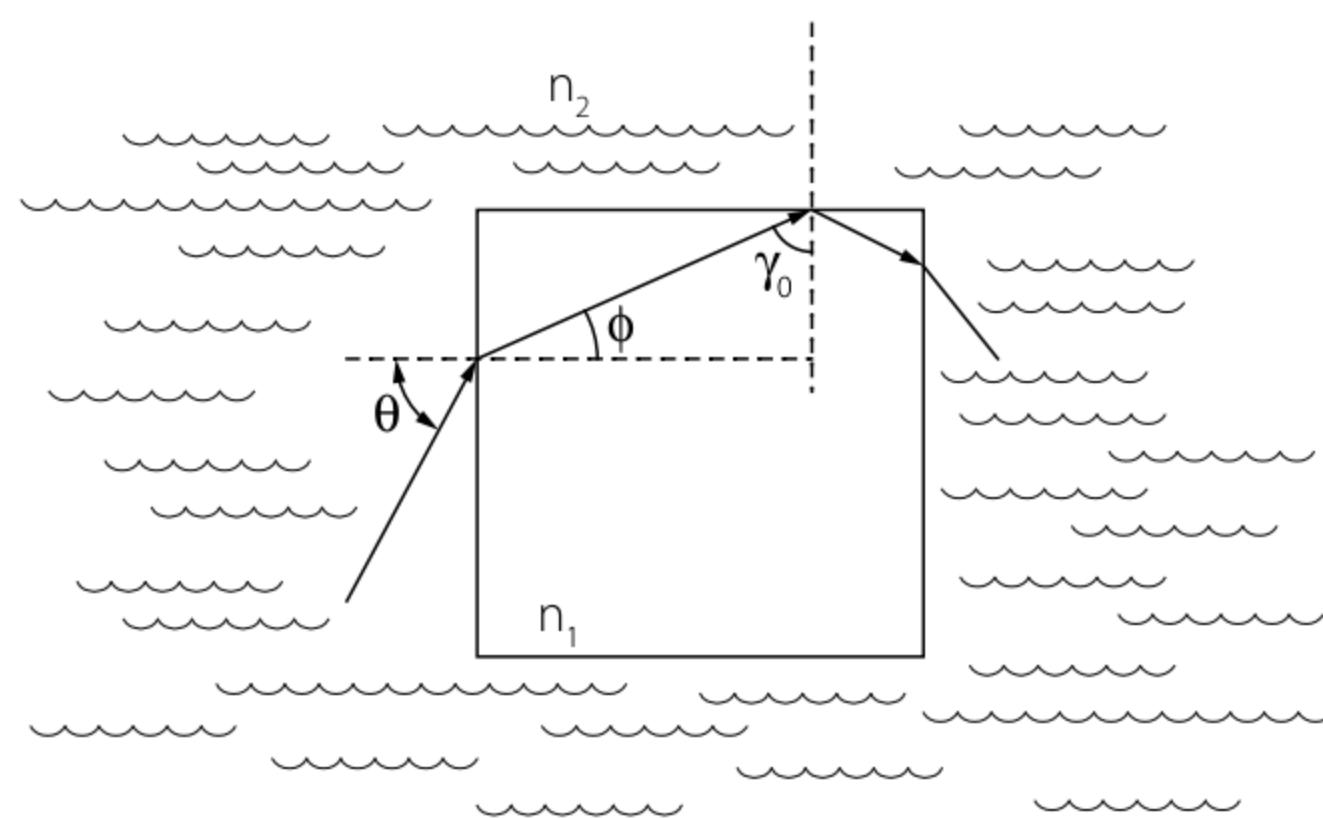
190 IME 2000 1. Um observador, estando a 20 cm de distância de um espelho esférico, vê sua imagem direita e ampliada três vezes. Qual é o tipo de espelho utilizado? (justifique)
2. Suponha que raios solares incidam no espelho do item 1 e que, quando refletidos, atinjam uma esfera de cobre de dimensões desprezíveis. Calcule a posição que esta deva ser colocada em relação ao espelho, para que seu aumento de temperatura seja máximo. Calcule, ainda, a intensidade da força necessária para manter a esfera em repouso, nesta posição, uma vez que a esfera está ligada ao espelho através de uma mola distendida, cujo comprimento é de 17 cm quando não solicitada. Despreze o atrito e suponha que a constante elástica da mola seja de 100 N/m.

191 IME 1989 Um raio de luz parte do ponto A formando um ângulo α com a normal à superfície de separação entre os meios 1 e 2. Após atravessar os meios 1, 2 e 3 cujos índices de refração são n_1 , n_2 e n_3 respectivamente, o raio atinge um anteparo. Sabe-se que $n_3 = n_1$. As superfícies de separação entre os meios e o anteparo são paralelas, conforme mostra a figura. A velocidade da luz no vácuo é c . Determine:

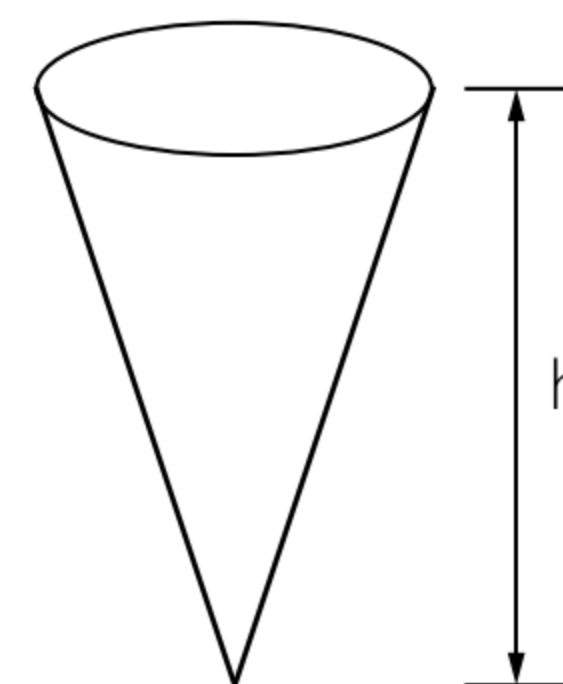
- a distância percorrida pelo raio de luz até atingir o anteparo;
- o tempo gasto pela luz para percorrer a distância calculada acima.



192 IME 1993 Um raio de luz incide sobre a face vertical esquerda de um cubo de vidro de índice de refração n_1 , como mostrado na figura. O plano da incidência é o da figura e o cubo está mergulhado em água com índice de refração n_2 . Determine o maior ângulo que o raio incidente pode fazer com a face vertical esquerda do cubo para que haja reflexão interna total no topo do cubo.



193 IME 1990 Quer-se construir um recipiente de material opaco, em forma de cone, com uma determinada altura h . O recipiente deve ser construído de modo tal que, quando totalmente cheio de um líquido, permita a qualquer observador localizado num ponto acima do plano definido pela superfície livre do líquido, visualizar o vértice interior do recipiente. Determine o menor valor possível para o volume do recipiente.



Considere: – índice de refração do ar = 1
– índice de refração do líquido = n

194 IME 2004 Um pequeno corpo é lançado com velocidade inicial, tendo componentes $v_x = -2 \text{ m/s}$; $v_y = 3 \text{ m/s}$; $v_z = 2 \text{ m/s}$ em relação ao referencial XYZ representado na figura. A partícula sai do chão na posição $(0,4; 0; 0)$ e atinge o plano YZ quando sua altura é máxima. Neste instante, é emitido deste ponto um raio de luz branca que incide no cubo de vidro encaixado no chão com uma única face aparente no plano XY e cujo centro se encontra no eixo Y. O cubo tem aresta L e sua face mais próxima ao plano XZ está à distância de 1 m. Determine:

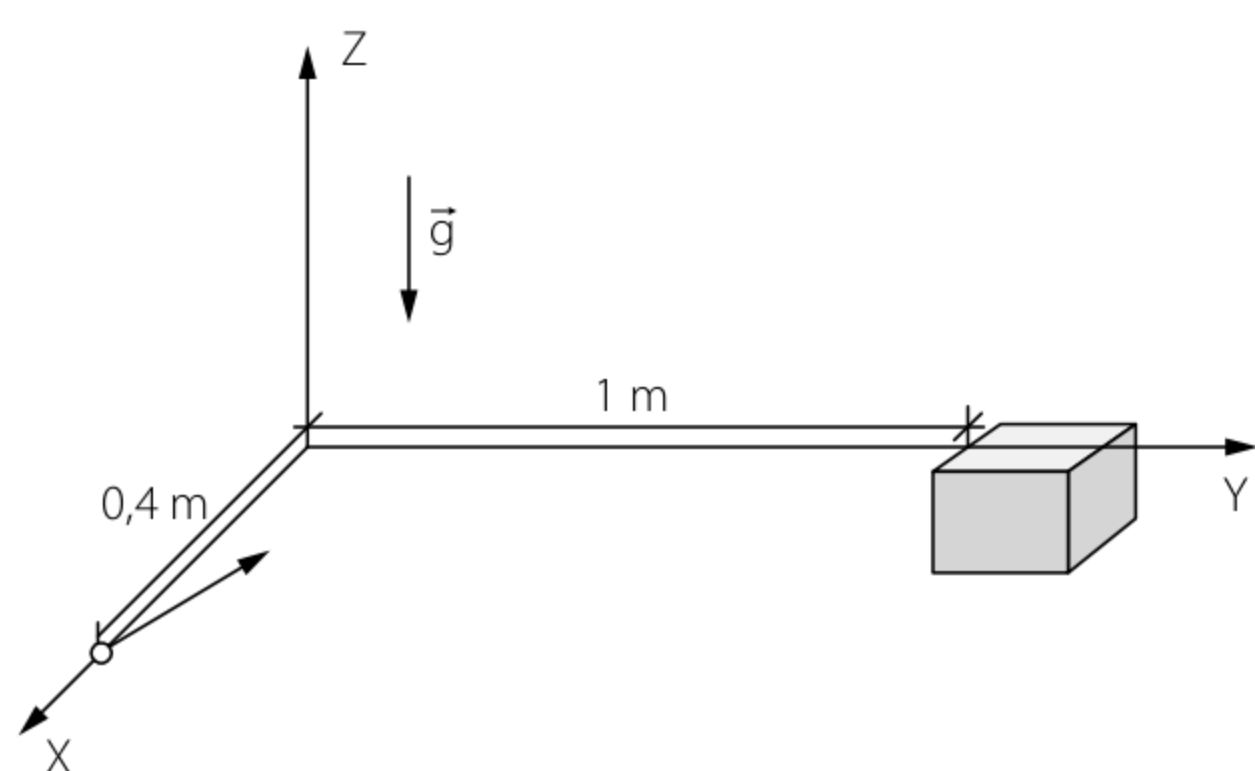
1. a posição em que o corpo atinge o plano YZ;
2. qual das componentes da luz branca, devido à refração, atinge a posição mais próxima do centro da face que está oposta à aparente, considerando que o raio incidente no cubo é o que percorre a menor distância desde a emissão da luz branca até a incidência no cubo.

Dados: aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$;

índice de refração do ar: $n_{\text{ar}} = 1,00$

tabela com índices de refração do vidro para as diversas cores:

Cor	Índice de refração
vermelho	1,41
laranja	1,52
amarelo	1,59
verde	1,60
azul	1,68
anil	1,70
violeta	1,73

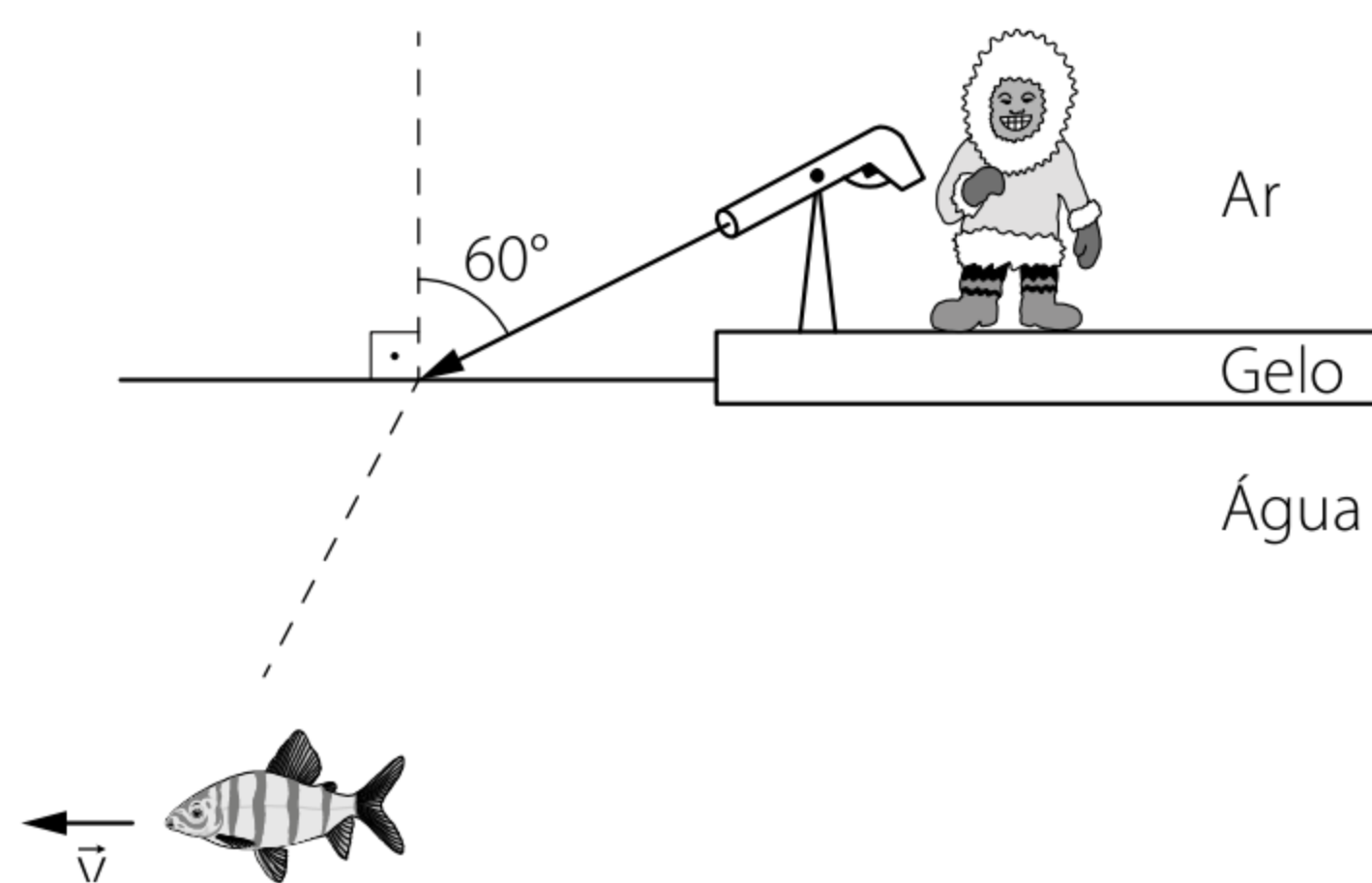


195 IME 2000 Um esquimó aguarda a passagem de um peixe sob um platô de gelo, como mostra a figura abaixo. Ao avistá-lo, ele dispara sua lança, que viaja com uma velocidade constante de 50 m/s , e atinge o peixe. Determine qual era a velocidade v do peixe, considerando que ele estava em movimento retilíneo uniforme na direção indicada na figura.

Obs.: suponha que a lança não muda de direção ao penetrar na água.

Dados: índice de refração do ar: $n_{\text{ar}} = 1$;

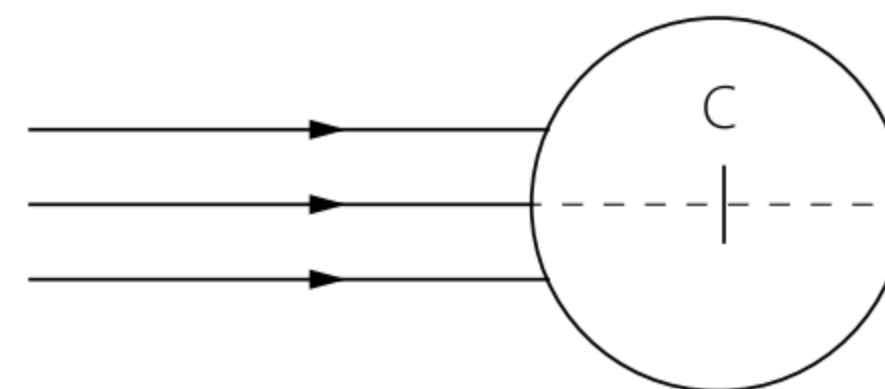
índice de refração da água: $n_{\text{água}} = 1,33$



196 IME 1987 Um feixe estreito de raios paralelos incide sobre uma esfera sólida de vidro, como ilustra a figura. Determine a posição final da imagem.

Dados: Índice de refração do vidro = 1,5

raio da esfera = 3 cm



197 IME 1998 Em uma experiência de laboratório, certo dispositivo colocado em um ponto A, situado H metros acima do solo, lança uma pequena esfera que deverá passar por cima de um prisma de vidro de altura 2H e atingir um sensor óptico colocado em um ponto B afastado 2L metros do ponto A, conforme a figura abaixo. Simultaneamente com o lançamento da esfera, o mesmo dispositivo emite um raio de luz monocromática, perpendicular à face vertical do prisma, que irá atingir o sensor em B. Determine, literalmente:

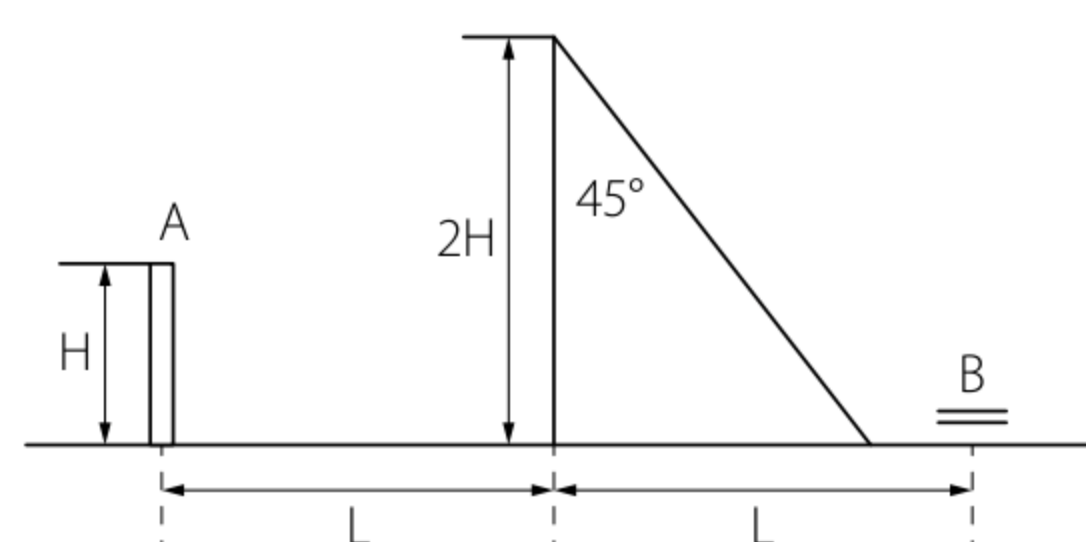
- a) o tempo que a esfera levará para ir do ponto A ao ponto B;
- b) o tempo que o raio luminoso levará para ir do ponto A ao ponto B;
- c) o tempo de que dispomos para remover o sensor do ponto B, logo após ter sido excitado pelo raio de luz, de modo que não seja atingido pela esfera.

Dados: ângulo do lançamento da esfera com a horizontal que passa pelo ponto A: α

aceleração da gravidade: g

velocidade inicial da esfera: V_0

Considere o índice de refração do ar igual a 1.

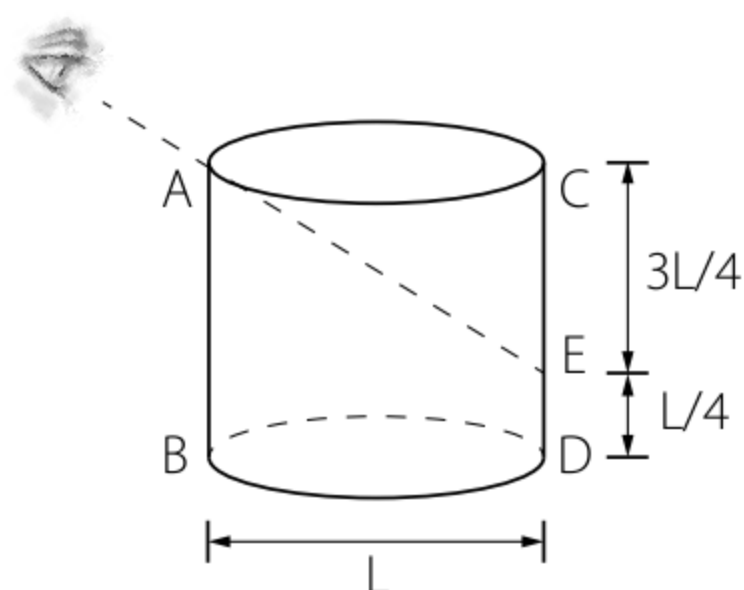


198 IME 1995 A imagem nítida de um objeto é obtida em uma tela devido a uma lente convergente de distância focal f . A altura da imagem é A_1 . Mantendo constante a distância D entre o objeto e a tela, quando deslocamos a lente encontramos uma outra imagem nítida de altura A_2 . Determine:

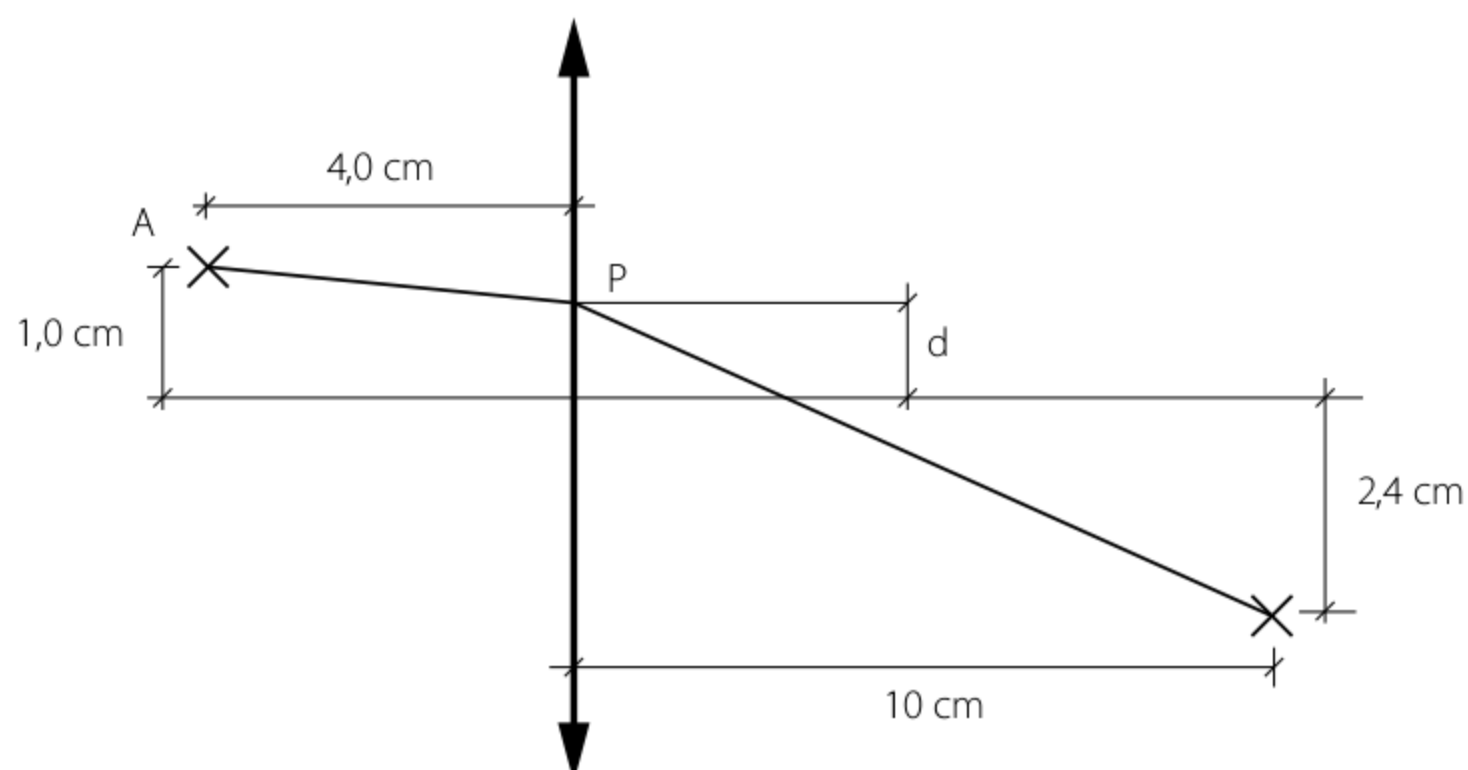
- As distâncias entre o objeto e a lente nas duas posições mencionadas;
- A altura do objeto.

199 IME 1999

- Um recipiente cilíndrico de paredes opacas está posicionado de tal forma que o observador só tenha visada até a profundidade indicada pelo ponto E sobre a geratriz oposta ao observador, como mostra a figura. Colocando-se um determinado líquido no recipiente até a borda, o observador, na mesma posição, passa a ter seu limite de visada na interseção do fundo com a mesma geratriz (ponto D). Determine o índice de refração do líquido.
- Uma máquina fotográfica obtém, em tamanho natural, a fotografia de um objeto quando sua lente está a 10 cm do filme. Determine a separação que deve existir entre a lente e o filme para que se obtenha a fotografia nítida de um coqueiro que se encontre a uma grande distância.



200 IME 2005 Determine a ordenada d de um ponto P , localizado sobre a lente convergente de distância focal 6 cm, no qual deve ser mirado um feixe laser disparado do ponto A , com o intuito de sensibilizar um sensor ótico localizado no ponto B . Considere válidas as aproximações de Gauss.

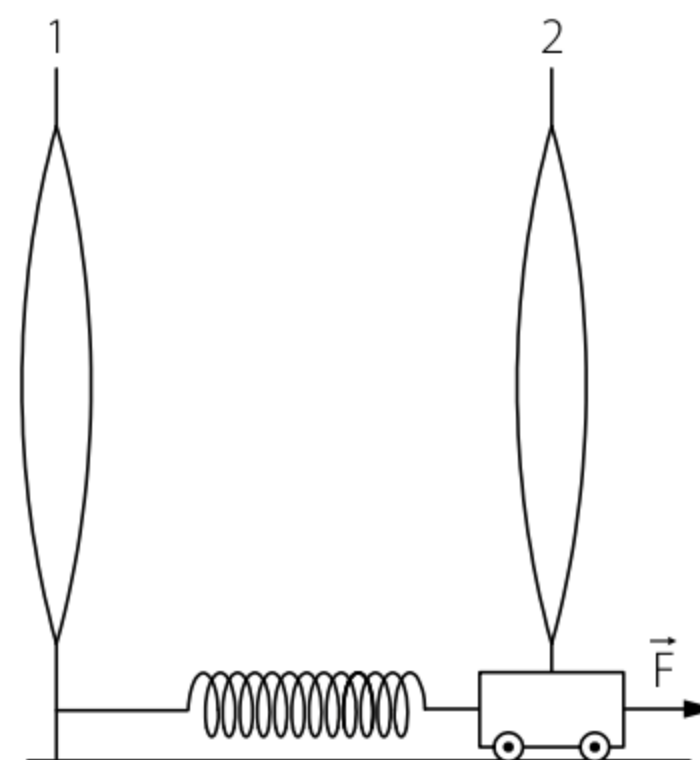


201 IME 1988 Quando uma fonte brilhante de luz é colocada a 30 cm de uma lente, há uma imagem a 7,5 cm da mesma. Há também uma imagem invertida fraca a 6 cm da frente da lente, devido a reflexão em sua superfície frontal. Quando a lente é invertida, a imagem invertida fraca está a 10 cm da frente da lente. Determine:

- a distância focal da lente.
- os raios de curvatura da lente.
- o índice de refração do material da lente.

202 IME 2001 Um sistema ótico é constituído por duas lentes convergentes, 1 e 2, cujas distâncias focais são f e $2f$, respectivamente. A lente 1 é fixa; a lente 2 está presa à lente 1 por uma mola cuja constante elástica é k . Com a mola em repouso, a distância entre as lentes é $2,5f$. Determine o menor valor da força F para que o sistema produza uma imagem real de um objeto distante situado à esquerda da lente 1.

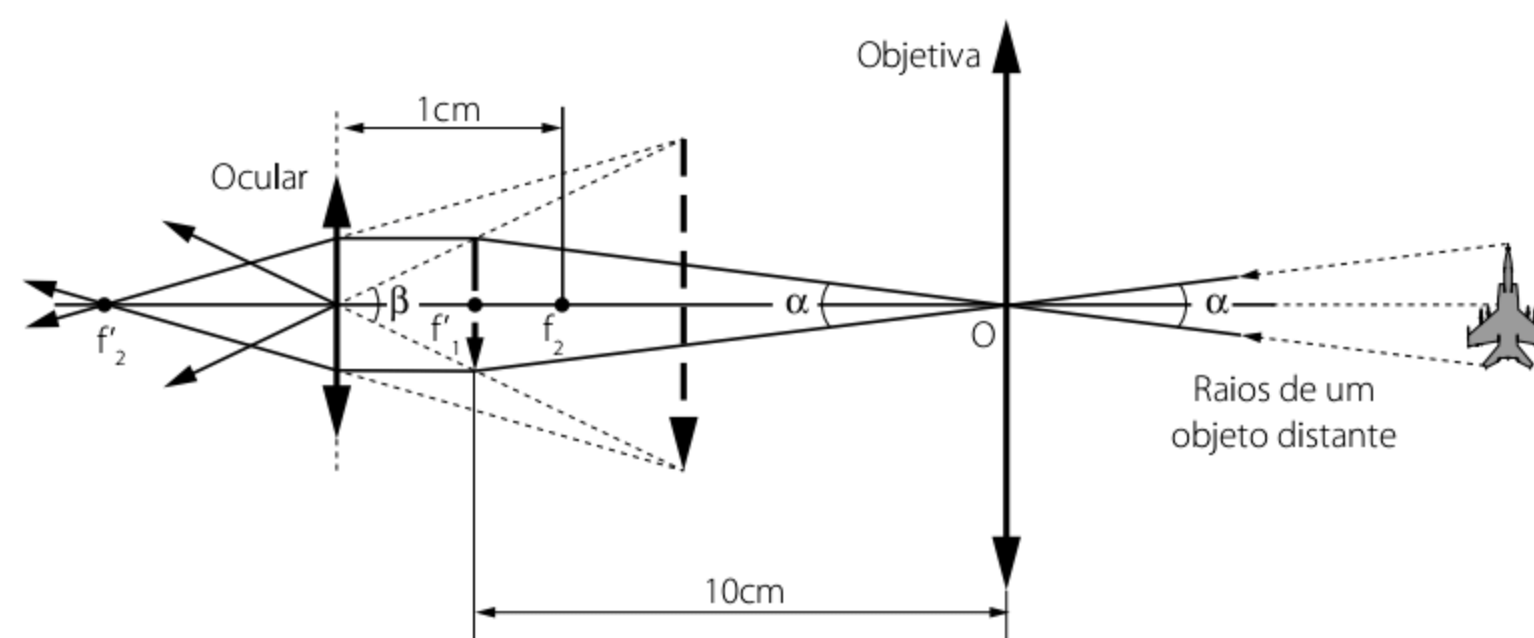
Obs.: despreze a força de atrito.



203 IME 2006 Suponha que você seja o responsável pela operação de um canhão antiaéreo. Um avião inimigo está passando em uma trajetória retilínea, distante de sua posição, a uma altura constante e com velocidade $v = 900$ km/h. A imagem deste avião no seu aparelho de pontaria possui comprimento $\ell = 5$ cm, mas você reconheceu este avião e sabe que o seu comprimento real é $L = 100$ m. Ao disparar um projétil deste canhão, sua trajetória é retilínea a velocidade constante $u = 500$ m/s. No momento em que a aeronave se encontra perfeitamente ortogonal à linha de visada do aparelho de pontaria, determine:

- o desvio angular θ entre o aparelho de pontaria e o tubo do canhão para que você acerte o centro do avião ao disparar o gatilho com a aeronave no centro do visor;
- o aumento M do aparelho de pontaria;
- o tempo t até o projétil alcançar o centro do avião.

Obs.: considere que o aparelho de pontaria possa ser tratado como um telescópio de refração, conforme mostra a figura esquemática a seguir, constituído por apenas duas lentes convergentes, denominadas objetiva e ocular, cujas distâncias focais são, respectivamente, $f_1 = 10$ cm e $f_2 = 1$ cm. Considere ainda que os ângulos α e β sejam pequenos.



204 IME 2007 Um explorador espacial sofreu um acidente e encontra-se em um planeta desconhecido. Entre seus equipamentos, ele dispõe de um telescópio, um dinamômetro, um bloco de massa M conhecida e um fio de comprimento L . O telescópio é composto por uma objetiva e uma ocular com distâncias focais f e f' , respectivamente. O explorador observou a existência de um satélite no céu deste planeta e o telescópio apresentou uma imagem de diâmetro máximo $2r'$. Medidas anteriores ao acidente indicavam que o raio deste satélite era, na realidade, R . O astronauta determinou que o período de revolução do satélite em torno do planeta era equivalente a 5 000 períodos de um pêndulo improvisado com o bloco e o fio. Se o dinamômetro registra que este bloco causa uma força F sob efeito da gravidade na superfície do planeta, determine:

- a massa M em função dos parâmetros fornecidos;
- o diâmetro D deste planeta em função dos parâmetros fornecidos.

Dado: constante de gravitação universal = G .

Frente 5 – IME 1ª Fase

205 IME 1ª Fase 2007 Um espelho e uma lente, ambos esféricos, encontram-se posicionados de maneira que seus eixos ópticos coincidam. Uma vela acesa é posicionada entre o espelho e a lente, perpendicularmente ao eixo óptico, com a base sobre o mesmo. Para que as imagens formadas individualmente pelos dois instrumentos, a partir do objeto, possam ser direitas e coincidentes, os tipos de espelho e de lente devem ser, respectivamente:

- convexo e convergente.
- convexo e divergente.
- côncavo e convergente.
- côncavo e divergente.
- não existe combinação que torne as imagens coincidentes.

GABARITO

Frente 1 – ITA

- E
- D
- D
- C
- B
- C
- E
- C
- D
- C
- D
- E
- E

14. D

15. D

16. B

17. B

18. C

19. $h = \frac{mgH}{F}$

20. a) $\frac{686}{3}$ N

b) 343 J

c) $d = 50$ cm; $W_{\text{Peso}} = -343$ J; $W_{\text{Tração}} = \frac{343}{3}$ J

21. A

22. E

23. B

24. C

25. D

26. E

27. E

28. $\theta = \arccos \left[\frac{2}{3} \left(\frac{h}{r} - 1 \right) \right]$

29. A

30. $\frac{x}{y} = \sqrt{\left(\frac{3rg}{2gh + v_0^2} \right)^2 - 1}$ com CE: $0 < h < \frac{3r}{2} - \frac{v_0^2}{2g}$

Frente 1 – IME

31. 9,09 m

32. $v = \sqrt{\frac{7gl}{2}}$

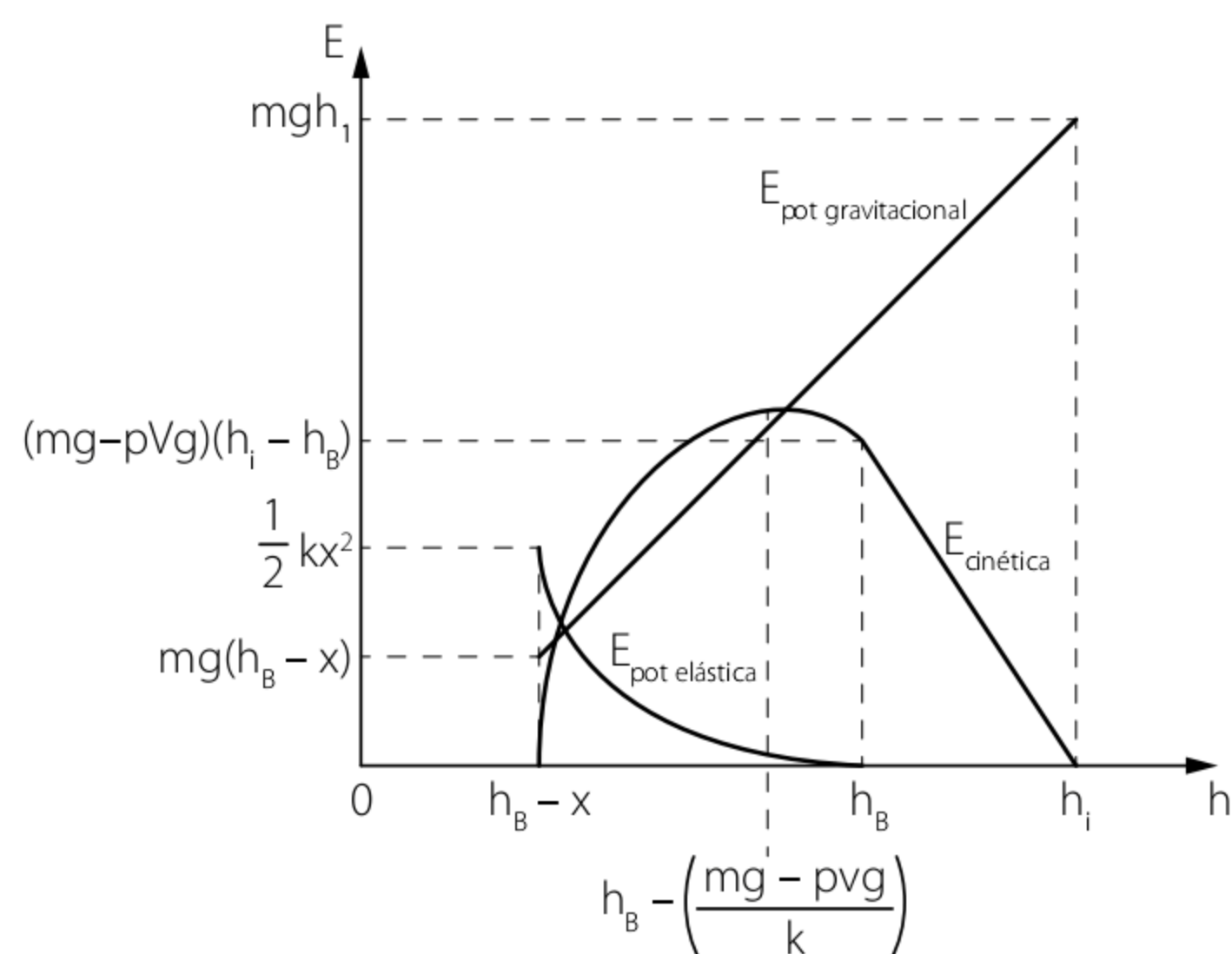
33. $\sqrt{2gR}$

34. $\Delta T = 0,0006$ °C.

35. a) 2,21 m/s

b) 127 N

36. a)



b) No instante em que o corpo é solto: ($h = h_i$)

$E_{\text{pot gravitacional}}$	$= mgh_i$
$E_{\text{pot elástica}}$	$= 0$
E_c	$= 0$

No instante em que o corpo atinge o anteparo: ($h = h_B$)

$E_{p_{\text{gravitacional}}} = mgh_B$
$E_{p_{\text{elástica}}} = 0$
$E_c = (mg - \rho Vg)(h_i - h_B)$

No instante em que a mola atinge sua deformação máxima: ($h = h_B - x$)

$E_{p_{\text{gravitacional}}} = mg(h_B - x)$
$E_{p_{\text{elástica}}} = \frac{1}{2}kx^2$
$E_c = 0$

Nota: Através da equação da energia cinética na deformação máxima, tem-se:

$$E_c = (mg - \rho Vg)(h_i - h_B + x) - kx^2 = 0$$

Ou seja:

$$\frac{1}{2}kx^2 = (mg - \rho Vg)(h_i - h_B + x)$$

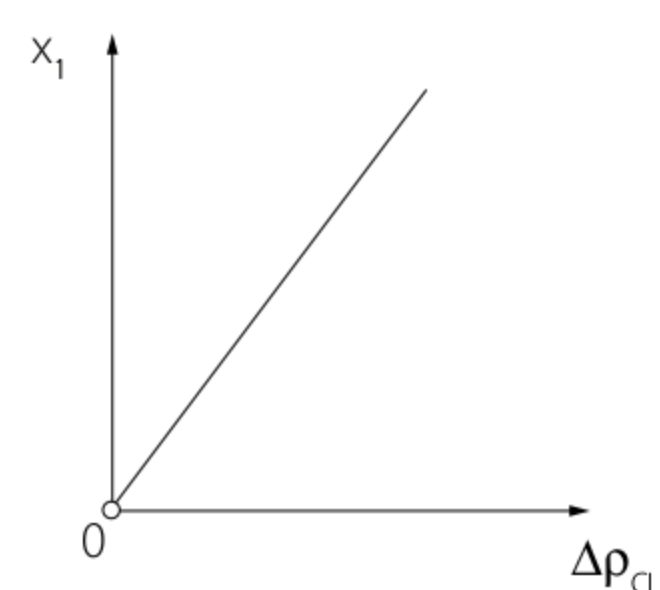
de onde é possível obter o valor de x .

37. a) 6 m/s

b) 1 m

c) -10 J

38. a) $x_1 = \frac{\Delta p_d}{50000}$



b) 0,02 m

Frente 1 – IME 1ª Fase

39. D

Frente 2 – ITA

40. $v_m = \left(\frac{3v_1 + v_2}{3v_2 + v_1} \right) v_2$

41. A

42. D

43. B

44. C

45. 122 meses

46. D

47. E

48. D

49. C

50. C

51. C

Frente 2 – IME

52. a) $\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$

b) 900 m

Frente 3 – ITA

53. C

54. A

55. B

56. B

57. C

58. E

59. A

60. 15,7 s

61. A

62. A

63. D

64. C

65. C

66. E

67. B

68. D

69. D

70. D

71. A

72. E

73. A

74. D

75. E

76. $0 \leq |\bar{A}| \leq g \cdot \frac{\mu - \text{tg}(\alpha)}{1 + \mu \text{tg}(\alpha)}$, com $\mu \geq \text{tg}(\alpha)$

77. D

78. C

79. B

80. A

81. B

82. E

83. B

84. A

85. D

86. A

87. A

88. B

89. D

90. B

Frente 3 – IME

91. $\theta = \arcsen\left(\frac{2}{3}\right)$ e $T = 20 \text{ N}$

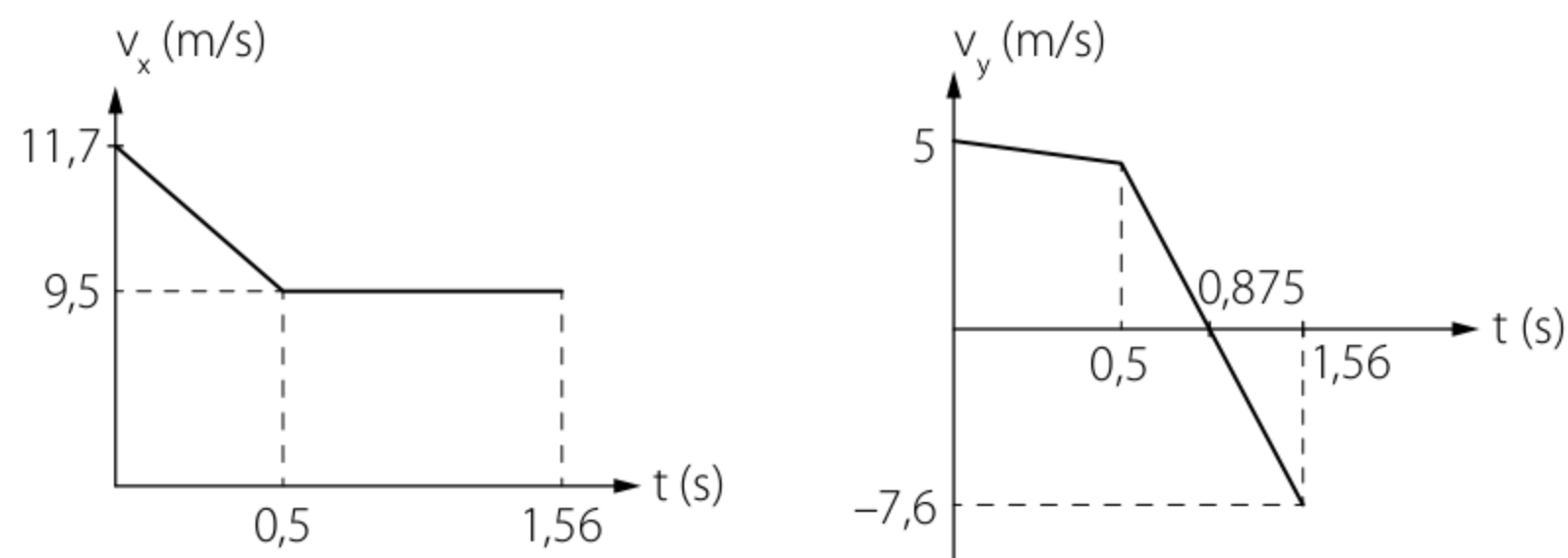
92. A aceleração é vertical, para cima, com módulo $a = \frac{3m_2^2 - 2m_1m_2 - m_1^2}{m_2^2 + 6m_1m_2 + m_1^2} \cdot g$

93. $\ell_{af} = 0,59 \text{ m}$; $\ell_{bf} = 0,66 \text{ m}$; $\ell_{cf} = 0,75 \text{ m}$

94. Para o veículo 1, há um movimento circular uniforme, com uma força resultante centrípeta que altera a direção da velocidade (sem alterar o módulo). Consequentemente, o veículo 1 está acelerado no referencial da terra. Como o veículo 2 está dentro do veículo 1 (que está acelerado em relação à terra), tem-se que este não pode ser considerado um referencial inercial para o movimento daquele.

95. a) $T_{\text{fixo}} = 0,6 \text{ s}$; $T_{\text{elev}} = 0,6 \text{ s}$
 b) $S_{\text{fixo}} = 1,8 \text{ m}$; $S_{\text{elev}} = 2,16 \text{ m}$
 c) Fixo: não entra; Elevador: entra

96.



97. a) $a = 20 \text{ m/s}^2$
 b) $F = 1\,200 \text{ N}$

98. $\theta = \arctg\left(\frac{v^2}{rg}\right)$

99. a) $\omega = 1 \text{ rad/s}$
 b) $T = 250 \text{ N}$

100. $v_{\text{máx}} = \sqrt{Rg\left(\frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta}\right)}$; $v_{\text{mín}} = \sqrt{Rg\left(\frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}\right)}$

101. $\omega_{\text{mín}} = \frac{240}{\pi} \text{ rpm}$

102. $\mu_{\text{mín}} = \frac{(M-m)w^2d}{2mg}$

Frente 3 – IME 1ª Fase

103. C

Frente 4 – ITA

104. D
 105. D
 106. D
 107. D
 108. D
 109. E
 110. C
 111. C
 112. D
 113. E
 114. B
 115. B
 116. C
 117. A
 118. E
 119. C
 120. A
 121. A
 122. B

123. $\tau = \frac{m^2 \cdot g^2 \cdot d}{q \cdot E}$

124. D
 125. C
 126. C
 127. D

128. D

129. C

130. A

131. 1000 V

132. C

133. D

Frente 4 – IME

134. 10^{-9} C

135. $0,9 \text{ kg/m}^3$

136. $-135 \mu\text{C}$

137. $\frac{mg}{q}$

138. $3,46 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

139. a) 10 m e 40 m
 b) 10 m/s

Frente 5 – ITA

140. C

141. D

142. D

143. C

144. $5\sqrt{2} \text{ m}$

145. C

146. A

147. C

148. B

149. C

150. D

151. A altura do ginásio será $h = 19,1 \text{ m}$; a posição do foco em relação ao piso será $p = -0,4 \text{ m}$. Tendo em vista que o piso também refletirá (pelo menos parcialmente) ondas sonoras, este projeto arquitetônico terá, como consequência prática, a desvantagem acústica de uma grande concentração de energia sonora na região central do piso, trazendo um grande desconforto para os esportistas que aí estiverem.

152. B

153. C

154. D

155. D

156. E

157. $R = \left(\frac{3\sqrt{7}}{7}\right) \cdot x$

158. B

159. E

160. B

161. E

162. C

163. $n = 2 \cdot \sqrt{\frac{(H+L)^2 + H^2}{(H+L)^2 + 4H^2}}$

164. D

165. C

166. B

167. C
168. B
169. C
170. C
171. D
172. A
173. D
174. D
175. D
176. C
177. C
178. C
179. A
180. 5 cm
181. C
182. E
183. E
184. E

Frente 5 – IME

185. $L = h/2$
186. 20 m/s
187. a) $t = \frac{v}{5}$
b) $u_x = \frac{5\sqrt{3}}{2}t$ e $u_y = -v + 5t$
188. a) $\vec{v}_{IS} = \frac{v}{2} \left\{ (\sqrt{3} + 3)\vec{i} - (\sqrt{3} - 1)\vec{j} \right\}$
b) $\alpha = \frac{d}{v} \cdot \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$
c) Das expressões de t_1 e t_2 , basta fazer $\Delta t = t_1 - t_2$.
189. Sim, pois sua velocidade é de 46 km/h.
190. 1. Côncavo, pois somente esse espelho fornece uma imagem ampliada a partir de um objeto real.
2. 30 cm e 13 N.
191. a) $d_1/\cos \alpha + d_2/[1 - (n_1/n_2)^2 \cos^2 \alpha] + d_3/\cos \alpha$
b) $(1/c)[n_1 \cdot d_1/\cos \alpha + n_2 \cdot d_2/(1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \alpha) + n_3 \cdot d_3/\cos \alpha]$
192. $\arccos \left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \right] - 1$

$$193. V = \frac{\pi \cdot h^3}{3 \cdot (n^2 - 1)}$$

194. a) (0; 0,6; 0,2)
b) violeta
195. 21,75 m/s
196. 4,5 cm do centro da esfera do lado oposto ao feixe.
197. a) $t_1 = \frac{2L}{v_0 \cdot \cos \alpha}$
b) $t_2 = \frac{L^2 + H^2 - LH + L\sqrt{L^2 + 2H^2 - 2LH}}{c\sqrt{L^2 + 2H^2 - 2LH}}$
c) Das expressões de t_1 e t_2 , basta fazer $\Delta t = t_1 - t_2$.

$$198. a) \frac{(D + D^2 - 4 \cdot f \cdot D)}{2} \text{ e } \frac{(D - D^2 - 4 \cdot f \cdot D)}{2}$$

$$b) \sqrt{A_1 \cdot A_2}$$

$$199. a) \frac{4\sqrt{2}}{5}$$

$$b) 5 \text{ cm}$$

$$200. d = \frac{0,6}{11} \cong 0,055 \text{ cm}$$

201. a) $f = 48,95 \text{ cm}$
b) $R_1 = 10 \text{ cm}$; $R_2 = 15 \text{ cm}$
c) $n = 3$

$$202. 0,5 \text{ kf}$$

203. a) 30°
b) 10,4 vezes
c) 12 s

$$204. a) M_p = \frac{F}{5.000^2 \cdot G \cdot M \cdot L} \cdot a^3, \text{ com } a = \frac{R \cdot f \cdot (f' + \delta)}{r' \cdot f'}$$

$$b) d = 2\sqrt{\frac{M \cdot G \cdot M_p}{F}}, \text{ sendo } M_p \text{ a obtida no item anterior.}$$

Frente 5 – IME 1ª Fase

$$205. C$$

MATEMÁTICA



Photodisiroff/iStockphoto.com

SÉRIE 1 EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

1 $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x$

2 $2\sin 17x + \sqrt{3}\cos 5x + \sin 5x = 0$

3 $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x = \frac{1}{16}$

4 $\sin^{10} x + \cos^{10} x = \frac{29}{64}$

5 $|\cot gx| = \cot gx + \frac{1}{\sin x}$

6 $\sqrt{5 - 2\sin x} = 6\sin x - 1$

7 $4x^4 + x^6 = -\sin^2 5x$

8 $\cos^6 2x = 1 + \sin^4 x$

9 $\sin^2(\pi x) + \log_2^2(y^2 - 2y + 1) = 0$

10 $x^2 + 2x\sin xy + 1 = 0$

11 $\sin^8 2x + \cos^8 2x = \frac{41}{128}$

12 $\operatorname{tg}^2 2x + 2\sqrt{3}\operatorname{tg} 2x + 3 = -\cot g^2\left(4y - \frac{\pi}{6}\right)$

GABARITO

1. $\frac{k\pi}{2}$

2. $-\frac{\pi}{66} + \frac{k\pi}{11}$ ou $\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{6}$

3. $\frac{2k\pi}{15} \left(k \neq \frac{15n}{2}\right)$ ou $\frac{\pi}{17} + \frac{2k\pi}{17} \quad (k \neq 17n + 8)$

4. $\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$

5. $\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

6. $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + k\pi$

7. 0

8. $k\pi$

9. $(k, 0), (k, 2)$

10. $\left(1, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$

11. $\pm \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4}$

12. $\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{6} + \frac{n\pi}{4}\right)$

SÉRIE 1 SEQUÊNCIAS

Introdução à sequências

1 Determine o décimo termo da sequência cuja lei de formação é $a_{n+4} = 2n + 1$, com n natural não nulo.

2 Seja a sequência: 729, 243, 81, 27, ... Determine, caso exista, um valor de i tal que $a_i - a_{i+1} = 6$.

3 Sabendo que a soma dos n primeiros termos de uma sequência é $S_n = n^2 + 3n - 1$, determine o oitavo termo. Em seguida o n -ésimo termo.

4 Dados $a_n = \frac{p_n}{q_n}$, $p_{n+1} = q_n$, $q_{n+1} = p_n + q_n$, $p_0 = 0$, $q_0 = 1$. Calcule a_4 .

Progressão aritmética

5 Determinar x de modo que $(x, 2x + 1, 5x + 7)$ seja uma PA.

6 Determinar x de modo que $(x^2, (x + 1)^2, (x + 5)^2)$ seja uma PA.

7 Obter três números em PA tais que sua soma seja 24 e seu produto 440.

8 Obter uma PA crescente formada por 3 números inteiros e consecutivos de modo que a soma de seus cubos seja igual ao quadrado da sua soma.

9 Obter três números em PA, sabendo que sua soma é 3 e a soma de seus quadrados é 11.

10 A soma de quatro termos consecutivos de uma PA é -6 e o produto do primeiro deles pelo quarto é -54 . Determinar esses termos.

11 Obter uma PA de 4 termos inteiros em que a soma dos termos é 32 e o produto é 3465.

12 Obter uma PA crescente de 4 termos, tais que o produto dos extremos seja 45 e o produto dos meios seja 77.

13 Obter 4 números reais em PA, sabendo que sua soma é 22 e a soma de seus quadrados é 166.

14 Obter uma PA de 5 termos, decrescente, sabendo que sua soma é 25 e a soma de seus cubos é 3025.

15 Obter 5 números reais em PA sabendo que sua soma é 10 e a soma dos cubos dos dois primeiros termos é igual à soma dos cubos dos dois últimos termos.

16 Obter uma PA decrescente com 5 termos cuja soma é -10 e a soma de seus quadrados é 60.

17 Provar que se $\left(\frac{1}{x+y}, \frac{1}{y+z}, \frac{1}{z+x}\right)$ é uma PA, então (z^2, x^2, y^2) também é.

18 Sabendo que (a, b, c) e (b^{-1}, c^{-1}, d^{-1}) são PA, mostrar que $2ad = c(a+c)$.

19 Se $(3 - x, -x, \sqrt{9 - x}, \dots)$ é uma PA, determine x e o quinto termo.

20 Se (x, y, z) é PA e (x^3, y^3, z^3) também, então o que se pode concluir?

21 Obter o 12° , o 27° e o 100° termos da PA $(2, 5, 8, 11, \dots)$.

22 Obter a razão da PA em que o primeiro termo é -8 e o vigésimo é 30.

23 Obter a razão da PA em que $a_2 = 9$ e $a_{14} = 45$.

24 Determinar o primeiro termo e a razão de uma PA em que $a_{12} + a_{21} = 302$ e $a_{23} + a_{46} = 446$.

25 Qual é o primeiro termo negativo da PA $(60, 53, 46)$?

26 Podem os números $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ ser termos de uma mesma PA?

27 Calcule a razão r da PA em que o oitavo termo é 18 e r, a_2 e a_4 formam, nesta ordem, outra PA.

28 Considere uma PA infinita de números naturais. Mostre que todos os termos da PA não podem ser primos, a não ser que a PA tenha todos os termos iguais.

29 Quantos são os termos comuns às progressões aritméticas $(2, 5, 8, \dots, 332)$ e $(7, 12, 17, \dots, 157)$?

30 Quantos meios aritméticos devem ser interpolados entre 12 e 34 para que a razão da interpolação seja $\frac{1}{2}$?

31 Inserindo-se nove meios aritméticos entre 15 e 45, qual é o sexto termo da PA?

32 Determine o número de múltiplos de 9 que estão compreendidos entre 100 e 10 000.

33 Quantos são os múltiplos de 2 ou 3 compreendidos entre 100 e 1 000?

34 **ITA 1984** Quantos números inteiros existem, de 1 000 a 10 000, não divisíveis nem por 5 nem por 7?

35 Calcular a soma dos 25 termos iniciais da PA (1, 7, 13, ...).

36 Obter a soma dos n primeiros números ímpares positivos.

37 Obter a soma dos n primeiros números pares não negativos.

38 Determinar a razão de uma PA em que o vigésimo termo é 2 e a soma dos 50 termos iniciais é 650.

39 Qual é o 23º elemento da PA de razão 3 em que a soma dos 30 termos iniciais é 255?

40 Quantos termos devem ser somados na PA $(-5, -1, 3, \dots)$, a partir do primeiro termo, para que a soma seja 1 590?

41 Determinar uma PA em que a soma dos 10 primeiros termos é 130 e a soma dos 50 primeiros termos é 3 650.

42 Qual é a soma dos múltiplos positivos de 5 formados por 3 algarismos?

43 Qual é a soma dos múltiplos positivos de 7, com dois, três ou quatro algarismos?

44 Calcular o primeiro termo e a razão de uma PA cuja soma dos n primeiros termos é $n^2 + 4n$, para todo natural n , não nulo.

45 Calcule a soma dos n primeiros termos da PA $\left(1, \frac{n-1}{n}, \frac{n-2}{n}, \dots\right)$.

46 Se $\sum_{x=5}^{n+5} 4(x-3) = An^2 + Bn + C$, qual o valor de $A + B$?

47 Qual o valor de k , tal que $\sum_{n=2}^k (2n+3) = 55$?

48 Calcule a soma de todos os inteiros, compreendidos entre 0 e 500, que não são divisíveis nem por 2 nem por 3.

49 As somas dos n primeiros termos de duas progressões aritméticas estão na razão $\frac{7n+1}{4n+27}$. Determine a razão entre seus sétimos termos.

50 Se a soma dos 10 primeiros termos de uma PA é 50 e a soma dos 20 primeiros termos é 50, qual é a soma dos 30 primeiros termos?

51 Determine todas as sequências finitas de números naturais consecutivos cuja soma seja igual a 1 000.

Progressão geométrica

52 Qual o valor de x , se a sequência $4x, 2x + 1, x - 1$ é uma PG?

53 Dada a PG $\left(\dots, 1, \frac{\sqrt{3}-1}{2}, \frac{2-\sqrt{3}}{2}, \dots\right)$, qual o valor do termo que precede 1?

54 Qual a razão da PG $\left(\frac{3-\sqrt{3}}{9}, \frac{4-2\sqrt{3}}{9}, \frac{18-10\sqrt{3}}{27}, \dots\right)$?

55 Que número se deve somar a 1, 3 e 2, nesta ordem, para que se obtenha uma PG?

56 Determine x para que $2^x, 2^{x+2}$ e 2^{2x+1} formem, nesta ordem, uma PG.

57 O quinto e o sétimo termos de uma PG de razão positiva valem, respectivamente, 10 e 16. Qual o sexto termo da PG?

58 Que número x deve ser somado aos números $a - 2$, a e $a + 3$ para que, nesta ordem, tenhamos uma PG?

59 Determinar três números reais em PG de modo que sua soma seja $\frac{21}{8}$ e a soma de seus quadrados seja $\frac{189}{64}$.

60 Numa PG de seis termos, a soma dos termos de ordem ímpar é 182 e a dos de ordem par é 546. Determine a PG.

61 Provar que se (a, b, c) é, ao mesmo tempo, uma PA e uma PG, então $a = b = c$.

62 Qual o 100º termo da PG $(2, 6, 18, \dots)$?

- 63** Calcular o 21º termo da sequência (1, 0, 3, 0, 9, 0, ...).
- 64** **ITA 1959** Dada uma PG finita $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10})$ com $a_1 = 2$ e $a_2 = 6$, pergunta-se se é correta a igualdade $(a_{10})^{\frac{1}{8}} = 3(2)^{\frac{1}{8}}$.
- 65** Calcular o número de termos da PG que tem razão $\frac{1}{2}$, primeiro termo 6.144 e último termo 3.
- 66** Qual é o número de termos da PG $\frac{1}{\sqrt{3}}, 1, \sqrt{3}, \dots, 243\sqrt{3}$?
- 67** Qual o número de termos da progressão (1, 3, 9, ...) compreendidos entre 100 e 1 000?
- 68** Numa PG, a diferença entre o 2º e o 1º termo é 9 e a diferença entre o 5º e o 4º termos é 576. Qual o 1º termo?
- 69** **ITA** Sejam $a_1, a_2, \dots, a_n$ números reais positivos e $P_n = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$. Se $p > 0$ é uma constante real, tal que $P_n = \frac{p^{n^2+n}}{2^n}$, então os números $a_1, a_2, \dots, a_n$, nesta ordem, constituem uma PA ou PG. Qual a sua razão?
- 70** Qual a razão da PG, tal que: $\begin{cases} a_1 + a_3 + a_5 = 5 \\ a_2 + a_4 + a_6 = 10 \end{cases}$?
- 71** Qual o produto dos termos da PG $(\sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, \dots, 81\sqrt{3})$?
- 72** Calcule a soma dos seis primeiros termos da PG (2, 6, 18, 54, ...).
- 73** Calcule $1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1}$
- 74** Calcule $S = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{11\dots1}_{10 \text{ algarismos}}$
- 75** Inserindo-se 5 meios geométricos entre 8 e 5 832, qual será o 5º termo da PG?
- 76** Determine x de modo que $\frac{\text{sen} x}{2}, \text{sen} x, \text{tg} x$ formem uma PG.
- 77** Dada uma PA de 5 termos com $r \neq 0$ (razão), determine-os, sabendo-se que o 1º, o 2º e o 4º termo formam uma PG cuja soma é 14.
- 78** Calcule a soma $1 + 10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3} + \dots$
- 79** Calcule o produto $P = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{3} \dots$
- 80** Se $1 + r + r^2 + \dots + r^n + \dots = 10$. Qual o valor de r?
- 81** Se $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \dots = 20$, qual o valor de x?
- 82** Resolva: $(x-2)^2 + \frac{(x-2)^2}{2} + \frac{(x-2)^2}{4} + \dots = \frac{2}{5}(1 + 2 + \dots + 9)$
- 83** O lado de um triângulo equilátero mede 3 cm. Unindo-se os pontos médios de seus lados, obtém-se um novo triângulo equilátero. Unindo-se os pontos médios do novo triângulo, obtém-se outro triângulo equilátero, e assim sucessivamente. Qual a soma dos perímetros de todos os triângulos? Qual a soma das áreas de todos os triângulos?
- 84** Numa circunferência de raio R, inscreve-se um quadrado. Neste quadrado, inscreve-se outra circunferência. Nesta, inscreve-se outro quadrado, e assim sucessivamente. Calcule a soma dos raios de todas as circunferências.
- 85** Simplifique $\frac{x^2 + x^4 + x^6 + \dots + x^{30}}{x + x^2 + x^3 + \dots + x^{15}}$.
- 86** Qual o valor da soma: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \dots$?
- 87** Os lados de um triângulo estão em PG. Entre que valores pode variar a razão dessa progressão P?
- 88** Numa PG de três termos, o primeiro termo, a razão, o último termo e a soma dos termos formam, nessa ordem, uma PA. Escreva a PG.
- 89** O produto dos nove primeiros termos de uma PG é 512 e a razão é igual ao sétimo termo. Escreva a PG.
- 90** A soma de três números em PG tem um valor constante $s > 0$. Determine os valores máximo e mínimo do produto deles.
- 91** Podem os números 1, 2 e 5 pertencer à mesma PG?
- 92** Três números distintos, colocados em certa ordem, estão em PA. Colocados em outra ordem, estão em PG. Determine esses números, sabendo-se que seu produto é 216.
- 93** Num exame, era pedida a soma dos cinco termos de uma PG crescente, sendo dados o primeiro e o último. Um aluno aplicou, erradamente, a fórmula da soma dos termos de uma PA e achou 6,5 mais do que o verdadeiro resultado. Determine a razão da PG, sabendo ainda que seu termo médio era 1.
- 94** Os números a, b e c ($abc \neq 0$) formam uma PA. Calcule-os, sabendo que se aumentarmos a de 1 ou aumentarmos c de 2, eles passam a constituir uma PG.

95 Calcule o produto dos 242 primeiros termos da sequência $(-2^{60}, 3^{-60}, 2^{59}, -3^{59}, -2^{58}, 3^{-58}, \dots)$.

Sequência em geral

96 Considere uma sucessão de 46 termos tal que cada termo é da forma $P + n$, com P igual ao produto de todos os números primos menores ou iguais a 53, ou seja: $P = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots 53$, e n assumindo sucessivamente os valores 2, 3, 4, 5, 6, ..., 47. Quantos termos da sucessão $P + n$ são números primos?

97 Determine uma fórmula para a soma $S_n = \sum_{i=1}^n F_i$, na qual F_i denota o termo geral da sequência de Fibonacci.

98 $(a_n) = (a_0, a_1, \dots)$ é uma sequência dada. Determine a sequência (x_n) tal que $x_{n+1} - x_n = a_n$ e $x_0 = b$.

99 Uma equação em diferenças é uma equação cuja a incógnita é uma sequência (x_n) e que relaciona $x_n, x_{n+1}, \dots$. Resolva as equações em diferenças abaixo:

- a) $x_{n+1} - x_n = 3, x_0 = 2$
- b) $x_{n+1} - x_n = n, x_0 = 0$

100 Considere a equação $x_{n+2} + p \cdot x_{n+1} + q \cdot x_n = 0$, onde p e q são constantes e q é diferente de zero e a equação $r^2 + pr + q = 0$, cujas raízes são r_1 e r_2 . Mostre que $x_n = C_1 \cdot r_1^n + C_2 \cdot r_2^n$ é solução da primeira equação, quaisquer que sejam as constantes C_1 e C_2 .

101 Determine a fórmula do termo geral F_n da sequência de Fibonacci.

102 Calcule $S = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 99^2 - 100^2$.

103 Calcular a soma $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2$.

104 No triângulo abaixo:

1
3 5
7 9 11
13 15 17 19

Determine:

- a) O primeiro elemento da 31ª linha.
- b) A soma dos elementos da 31ª linha.

105 Determine o valor da soma:

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{196 \cdot 19}$$

106 Calcule o valor da soma: $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$.

107 Determinar o termo geral da sequência (1, 3, 19, 61, 141, 271, ...).

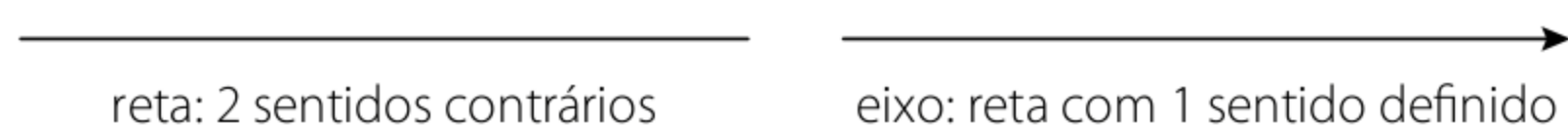
GABARITO

1. 13
2. $i = 5$
3. 18 e $2n + 2$
4. $\frac{3}{5}$
5. $\frac{5}{2}$
6. $\frac{23}{6}$
7. (5, 8, 11) ou (11, 8, 5)
8. $(-1, 0, 1)$ ou $(0, 1, 2)$ ou $(1, 2, 3)$
9. $(-1, 1, 3)$ ou $(3, 1, -1)$
10. 9, -4, 1 e 6
11. (5, 7, 9, 11) ou (11, 9, 7, 5)
12. (3, 7, 11, 15) ou $(-15, -11, -7, -3)$
13. (1, 4, 7, 10) ou (10, 7, 4, 1)
14. (13, 9, 5, 1, -3)
15. (2, 2, 2, 2, 2)
16. (2, 0, -2, -4, -6)
17. Demonstração
18. Demonstração
19. $x = -7$ e -2
20. $y = 0$ e $x = y = z$
21. 35, 80 e 299
22. 2
23. 3
24. 89 e 4
25. Décimo
26. não
27. $r = 2$
28. Demonstração
29. 10
30. 43
31. 30
32. 1 100
33. 601
34. 6 171
35. 1 825
36. n^2
37. $n^2 - n$
38. 2
39. 31
40. 30
41. $a_1 = -\frac{1}{2}$ e $r = 3$

42. 98 550
43. 7 142 135
44. $a_1 = 5$ e $r = 2$
45. $\frac{n+1}{2}$
46. 12
47. 6
48. 41 833
49. $\frac{92}{79}$
50. 0
51. (1 000), (198, 199, 200, 201, 202), (55, 56, 57, ..., 69, 70) e (28, 29, 30, ..., 51, 52)
52. $-\frac{1}{8}$
53. $\frac{\sqrt{3}+1}{3-\sqrt{3}}$
54. $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$
55. $-\frac{7}{3}$
56. 3
57. $4\sqrt{10}$
58. $x = 6 - a$
59. $\frac{3}{8}, \frac{3}{4}$ e $\frac{3}{2}$
60. (2, 6, 18, 54, 162, 486)
61. Demonstração
62. $2 \cdot 3^{99}$
63. 3^{10}
64. Não
65. 12
66. 13
67. 2
68. 3
69. PG e razão $q = p^2$
70. 2
71. $3^{22} \cdot \sqrt{3}$
72. 728
73. $S_n = \frac{1-x^n}{1-x}$, $x \neq 1$ e $S_n = n$, para $x = 1$
74. $S = \frac{10^{11} - 10^2}{81}$
75. 648
76. $x = \pm \frac{\pi}{3} + K2\pi$ ou $x = K\pi$
77. (2, 4, 6, 8, 10)
78. $\frac{10}{9}$
79. $P = 9$
80. $r = \frac{9}{10}$
81. $x = 10$
82. $S = \{-1, 5\}$
83. 18 cm e $3\sqrt{3}$ cm²
84. $R(2+\sqrt{2})$
85. $\frac{(x^{15}+1)x}{x+1}$
86. $\frac{3}{2}$
87. $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < q < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$
88. $(-1, 1, -1)$ ou $\left(\frac{3}{5}, \frac{9}{5}, \frac{27}{5}\right)$
89. $\left(32, 16, 8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right)$
90. $P_{\text{MÁX}} = \frac{S^3}{27}$ e $P_{\text{MÍN}} = -S^3$
91. Não
92. -12, 6 e -3
93. $q = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$
94. $a = 8$
 $b = 12$
 $c = 16$
95. -1
96. 0
97. $S_n = F_{n+2} - 1$
98. $x_n = b + \sum_{k=0}^{n-1} a_k, n \geq 1$
99. a) $x_x = 3n + 2$
b) $x_n = \frac{n(n-1)}{2}$
100. Demonstração
101. $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$
102. -5 050
103. $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$
104. a) 931
b) 29 791
105. $\frac{66}{199}$
106. $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$
107. $a_n = 2n^3 - 5n^2 + 3n + 1$

1. Introdução

A reta é o ente geométrico que possui dois sentidos contrários. Definindo um desses sentidos, estaremos criando a reta orientada ou o eixo.



Podemos tomar 2 pontos distintos sobre uma reta (postulado da existência) e obtermos um segmento de reta. Estes pontos são chamados de extremos do segmento e podemos ordená-los. O primeiro ponto é a origem e o segundo o fim do segmento. Ordenando os extremos do segmento, teremos um segmento orientado.

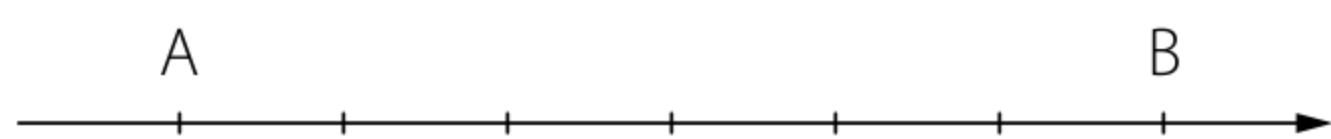
Quando nos referirmos à medida do segmento $\overline{AB}$, não faremos distinção entre as notações AB e BA , mas, levando em conta a orientação, faremos distinção entre $\overline{AB}$ e $\overline{BA}$ (sentidos opostos).

Para designarmos as duas propriedades de um segmento orientado (módulo e sentido), utilizaremos os números reais ($\mathbb{R}$).

Exemplo

$\overline{AB} = -5$ significa que:

1. O módulo, ou a medida do segmento, vale 5 unidades;
2. O sentido do segmento é contrário à orientação do eixo.



De acordo com a figura acima, temos $\overline{AB} = +6$ e $\overline{BA} = -6$.

Dois segmentos são iguais quando tiverem o mesmo *módulo* e *sentido*.

Observação:

$$\overline{AB} + \overline{BA} = +6 - 6 = 0$$

2. Teorema de Chasles

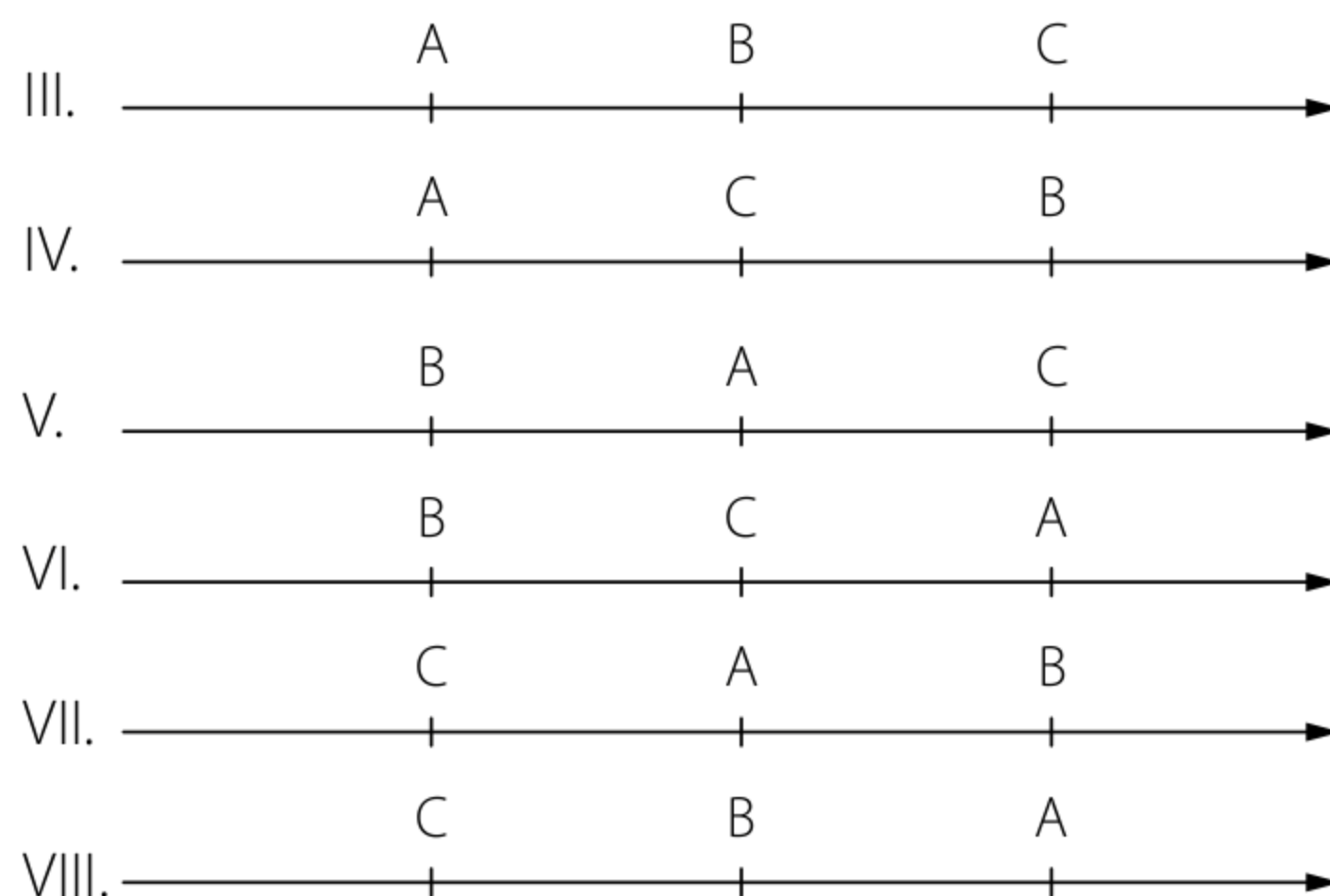
(Michel Chasles, matemático francês, 1793 – 1880)

Considere três pontos quaisquer, A, B e C, dispostos num mesmo eixo (reta orientada); podemos escrever:

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 0$$

Demonstração:

Temos 6 situações possíveis para ordenar os pontos A, B e C sobre a reta orientada, observe:



Vamos considerar os módulos dos segmentos com extremidades na 1ª e 2ª coluna e 2ª e 3ª coluna respectivamente iguais a m e p; assim, substituindo os valores na fórmula de Chasles, temos:

- I. $m + p + (-m - p) = 0$
- II. $(m + p) + (-p) + (-m) = 0$
- III. $(-m) + (m + p) + (-p) = 0$
- IV. $-(m + p) + m + p = 0$
- V. $p + [-(m + p)] + m = 0$
- VI. $-p + (-m) + (m + p) = 0$ (c.q.d.)

Observação:

Podemos apresentar o Teorema de Chasles da seguinte maneira:

$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$, pois:

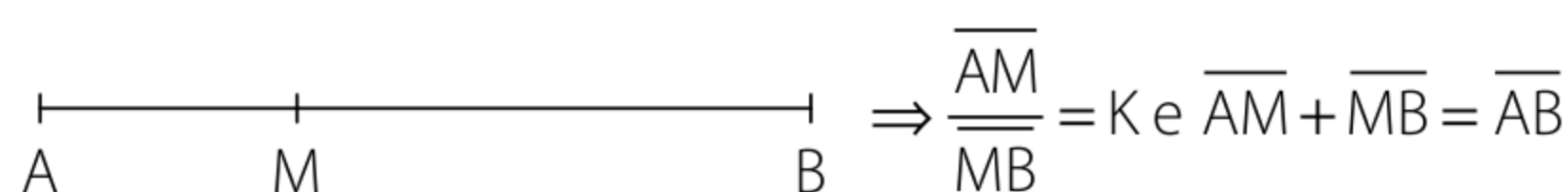
$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 0 \therefore \overline{AB} + \overline{BC} = -\overline{CA} \Rightarrow \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

3. Divisão de um segmento em uma razão dada

Leia atentamente as definições:

- a) Um ponto M divide internamente o segmento $\overline{AB}$ na razão K quando:
 1. $\overline{AM}$ e $\overline{MB}$ são segmentos adjacentes chamados de aditivos, pois $\overline{AM} + \overline{MB} = \overline{AB}$.
 2. $\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = K$ (razão de seção interna)

Observe a figura abaixo:



Quando o ponto M caminha na direção de B, a razão de seção aumenta.

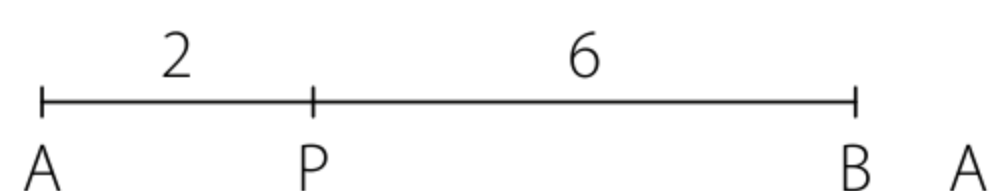
Se $M \equiv A$, temos $K = 0$;

Se M é o ponto médio, temos $K = 1$;

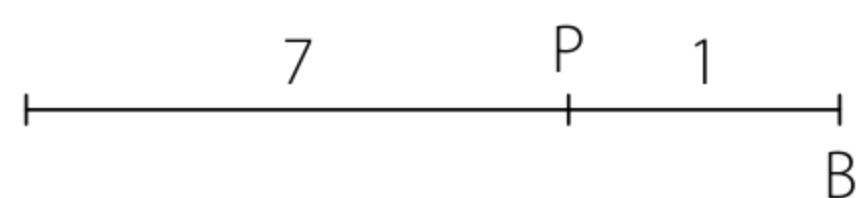
Se $M \equiv B$, temos $K = \infty$.

Exemplo

Calcule a razão de seção interna dos pontos divisórios:



$$\frac{AP}{PB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



$$\frac{AP}{PB} = \frac{7}{1} = 7$$

b) Um ponto N divide externamente o segmento $\overline{AB}$ na razão K quando:

1. $\overline{NA}$ e $\overline{NB}$ são segmentos consecutivos chamados de substitutos, pois $|\overline{NA} - \overline{NB}| = \overline{AB}$.

2. $\frac{\overline{NA}}{\overline{NB}} = K$ (razão de seção externa)

Observe a figura abaixo:



$$\frac{\overline{AN_1}}{\overline{N_1B}} = K \text{ e } \overline{AN_1} - \overline{N_1B} = \overline{AB} \text{ (direita)}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{AN_2}}{\overline{N_2B}} = K \text{ e } \overline{N_2B} - \overline{N_2A} = \overline{AB} \text{ (esquerda)}$$

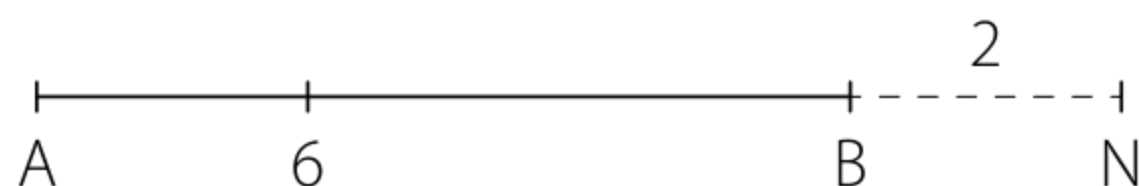
Quando N está à direita de B, a razão $K > 1$;

Quando N está à esquerda de A, a razão é $0 < K < 1$;

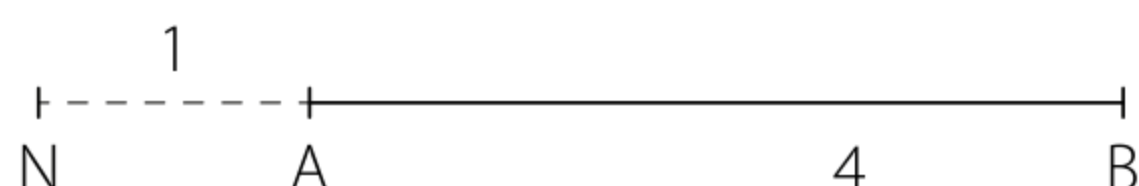
Quando $N \rightarrow \infty$, temos $K = 1$;

Exemplo

Calcule a razão de seção externa dos pontos divisórios:



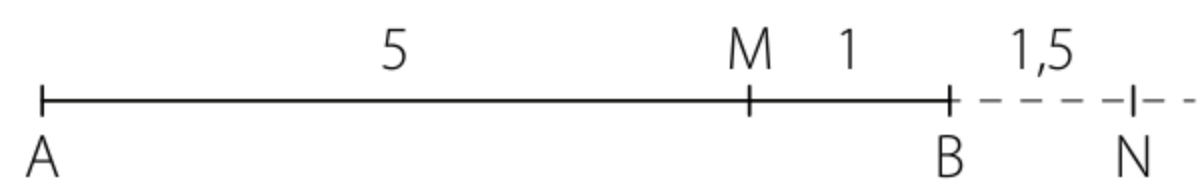
$$\frac{AN}{NB} = \frac{8}{4} = 2$$



$$\frac{AN}{NB} = \frac{1}{5} = 0,2$$

4. Divisão harmônica

Observe o exemplo a seguir, onde temos o segmento $\overline{AB}$ que foi dividido internamente por M e externamente por N.



$$\text{Razão de seção interna} = \frac{AM}{MB} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\text{Razão de seção externa} = \frac{AN}{NB} = \frac{7,5}{1,5} = 5$$

As razões de seções são iguais; dizemos então que o segmento $\overline{AB}$ foi dividido harmonicamente por M e N na razão 5.

Definição:

Um segmento $\overline{AB}$ é dividido harmonicamente pelos pontos M e N se, e somente se, a razão da divisão interna por M for igual à razão da divisão externa por N.

$$\text{a) } K > 1 \quad \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NB}$$

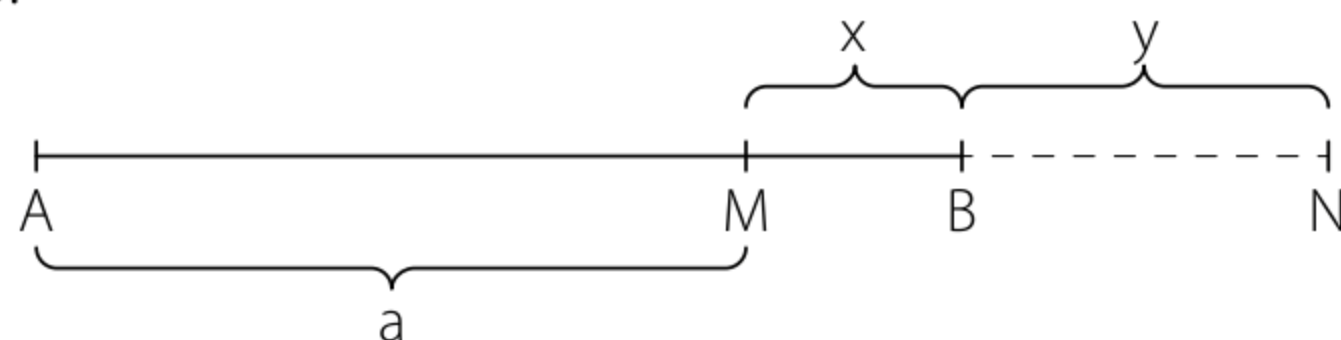
$$\text{b) } 0 < K < 1 \quad \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NB}$$

Os pontos divisórios M e N são chamados de conjugados harmônicos de $\overline{AB}$.

Propriedades importantes

P1) Distância entre os conjugados harmônicos

Para $K > 1$ e um segmento $\overline{AB}$ de medida a, temos a figura abaixo:



Assim:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NB} \therefore \frac{a-x}{x} = k \text{ e } \frac{a+y}{y} = k$$

Obtemos então:

$$a-x = kx \therefore x = \frac{a}{k+1} \text{ e } a+y = ky \therefore y = \frac{a}{k-1}$$

$$MN = x + y = \frac{a}{k+1} + \frac{a}{k-1} = \frac{ak - a + ak + a}{k^2 - 1} \therefore MN = \frac{2ak}{k^2 - 1}$$

P2) Reciprocidade harmônica

Se M e N são conjugados harmônicos de $\overline{AB}$ com razão k, então A e B são conjugados harmônicos de $\overline{MN}$ com razão k'.

Demonstração:

Utilizando a figura da P1), temos pela definição:

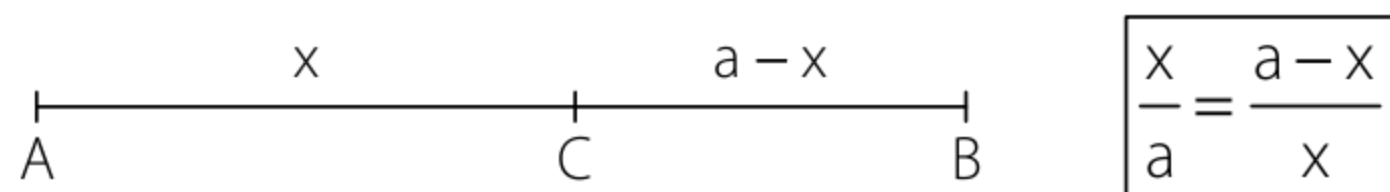
$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NB} \Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{MB}{NB}$$

$\overline{NA} - \overline{AM} = \overline{MN}$ e $\overline{MB} + \overline{BN} = \overline{MN}$, ou seja, A e B são conjugados harmônicos de $\overline{MN}$ com razão k'. (observe que se $K > 1$ teremos, $K' < 1$)

5. Divisão áurea

Definição:

Considere um segmento $\overline{AB}$ de medida a . Vamos dividi-lo por um ponto C tal que:



Vamos resolver a equação:

$$x^2 = a^2 - ax \therefore x^2 + ax - a^2 = 0$$

$$x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-a^2)}}{2} = \frac{-a \pm a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

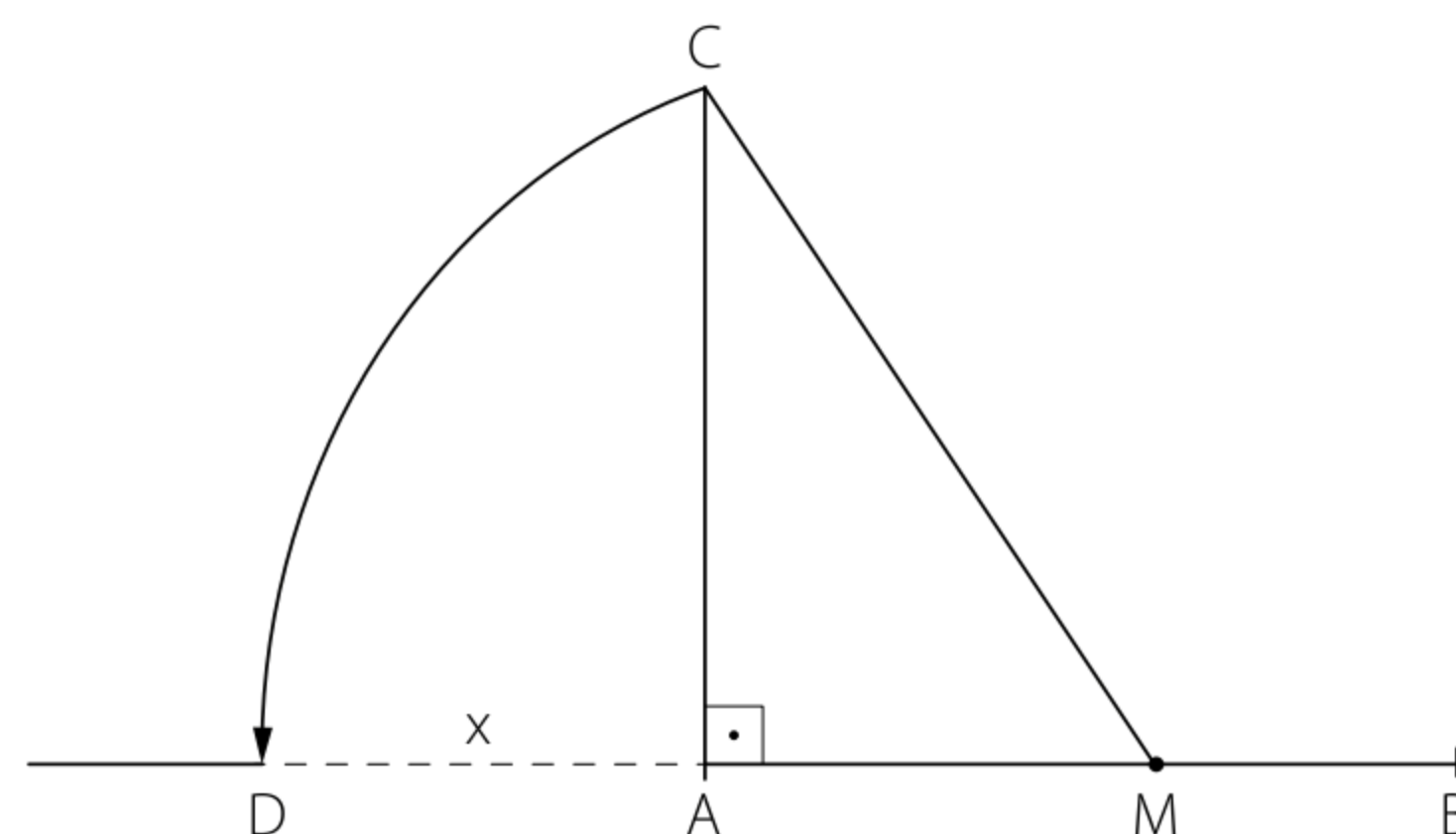
$$x_1 = \frac{-a - a\sqrt{5}}{2} = a \cdot \left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right) \approx -1,618 \cdot a$$

$$x_2 = a \cdot \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right) \approx 0,618 \cdot a$$

Observações:

1. O número $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ é conhecido como número de ouro.
2. O ponto C divide $\overline{AB}$ na chamada média e extrema razão.
3. O valor negativo de x_1 indica a existência de outro ponto C , quando orientamos a reta.
4. Dizemos que o segmento x é o segmento áureo de a .

Construção geométrica do segmento áureo



Seja o segmento dado $AB = a$. Acompanhe os procedimentos abaixo:

5. Traçar $\overline{AC} \perp \overline{AB}$, tal que $\overline{AD} = \overline{AB}$;
6. $\overline{AM} = \overline{MB}$ e ligar M até C ;
7. No Δ retângulo MAC , temos $MC^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$, $MC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$;
8. Com centro em M e raio $\overline{MC}$, traçar a circunferência que corta a reta $\overline{AB}$ em D ;
9. $\overline{AD} = \overline{DM} - \overline{AM}$, como $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ e $AM = \frac{a}{2}$;
10. $\overline{AD} = x = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a}{2} \therefore x = a \cdot \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)$.

Observação:

Provaremos mais tarde que o lado do decágono inscrito em uma circunferência é o segmento áureo do raio.

COMPLEMENTO TEÓRICO 2 CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

1. Matemática demonstrativa

No Egito e Babilônia durante o período de 3000 a.C. e 260 d.C. a matemática era essencialmente empírica, ou indutiva (lembre-se da indução vulgar). Esta visão estática sobre os fatos tornou-se insuficiente com o crescimento do racionalismo. Segundo Aristóteles: "Para Tales ... a questão primordial não era o que sabemos, mas como o sabemos". Esta frase mostra o espírito que se instalava na época; o homem estava preocupado com as justificativas dos fatos, não somente com os fatos.

A chamada geometria dedutiva foi inaugurada por Tales de Mileto (624–548 a.C.). Foi creditado a Tales a demonstração dos seguintes resultados:

- a) Qualquer diâmetro divide o círculo em duas partes iguais;
- b) Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais;
- c) Ângulos opostos pelo vértice são congruentes;
- d) Critério de congruência ALA (ângulo-lado-ângulo);
- e) Um ângulo inscrito em um semicírculo é reto.

A matemática dedutiva seria a justificativa dos fatos já aceitos e evidenciados na prática a partir de fatos mais simples através de raciocínios lógicos.

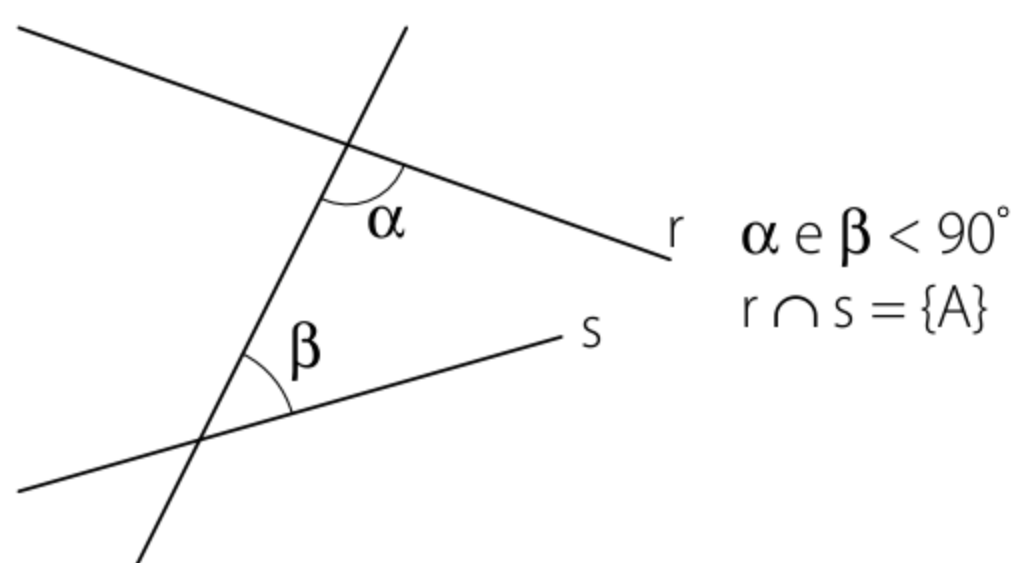
Nos Elementos de Euclides, temos as listas dos fatos mais simples que serviriam de base para a dedução dos fatos considerados mais complicados e não evidentes.

Axiomas

- A1) "Coisas" que são iguais a uma mesma coisa são também iguais entre si.
- A2) Se iguais são somados a iguais, os totais são iguais.
- A3) Se iguais são subtraídos de iguais, os restos são iguais.
- A4) "Coisas" que coincidem uma com a outra são iguais uma a outra.
- A5) O todo é maior que a parte.

Postulados:

- P1) Traçar uma reta de qualquer ponto a qualquer ponto.
P2) Prolongar uma reta finita continuamente em uma linha reta.
P3) Descrever um círculo com qualquer centro e qualquer raio.
P4) Todos os ângulos retos são iguais.
P5) Se α e β são menores que 90° , então as retas se interceptam no lado dos ângulos α e β . Observe o desenho:

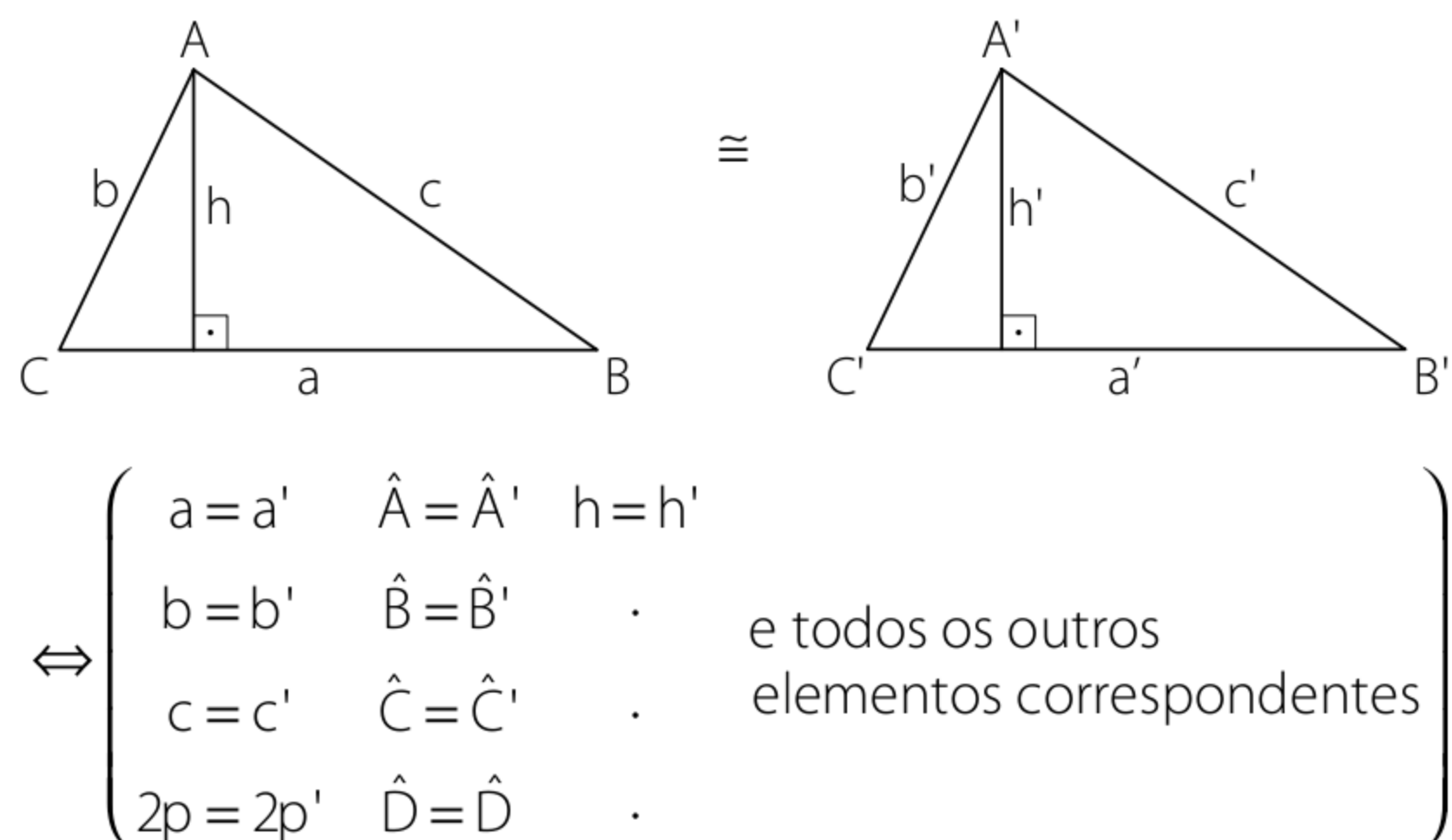


O Raciocínio Postulacional se desenvolveu de Tales (600 a.C.) a Euclides (300 a.C.), e consiste em uma sequência de deduções rigorosas a partir de algumas reposições iniciais explicitamente enunciadas.

2. Construção da Geometria rigorosa de Tales

Definição

Dois triângulos são congruentes se, e somente se, todos os seus elementos correspondentes são iguais. Simbolicamente: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.



- A congruência de triângulos é reflexiva, simétrica e transitiva:
- a) **Reflexiva:** $\triangle ABC \cong \triangle ABC$. Todo triângulo é congruente a "ele mesmo".
 - b) **Simétrica:** $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \Rightarrow \triangle A'B'C' \cong \triangle ABC$
 - c) **Transitiva:** $(\triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \text{ e } \triangle A'B'C' \cong \triangle DEF) \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF$

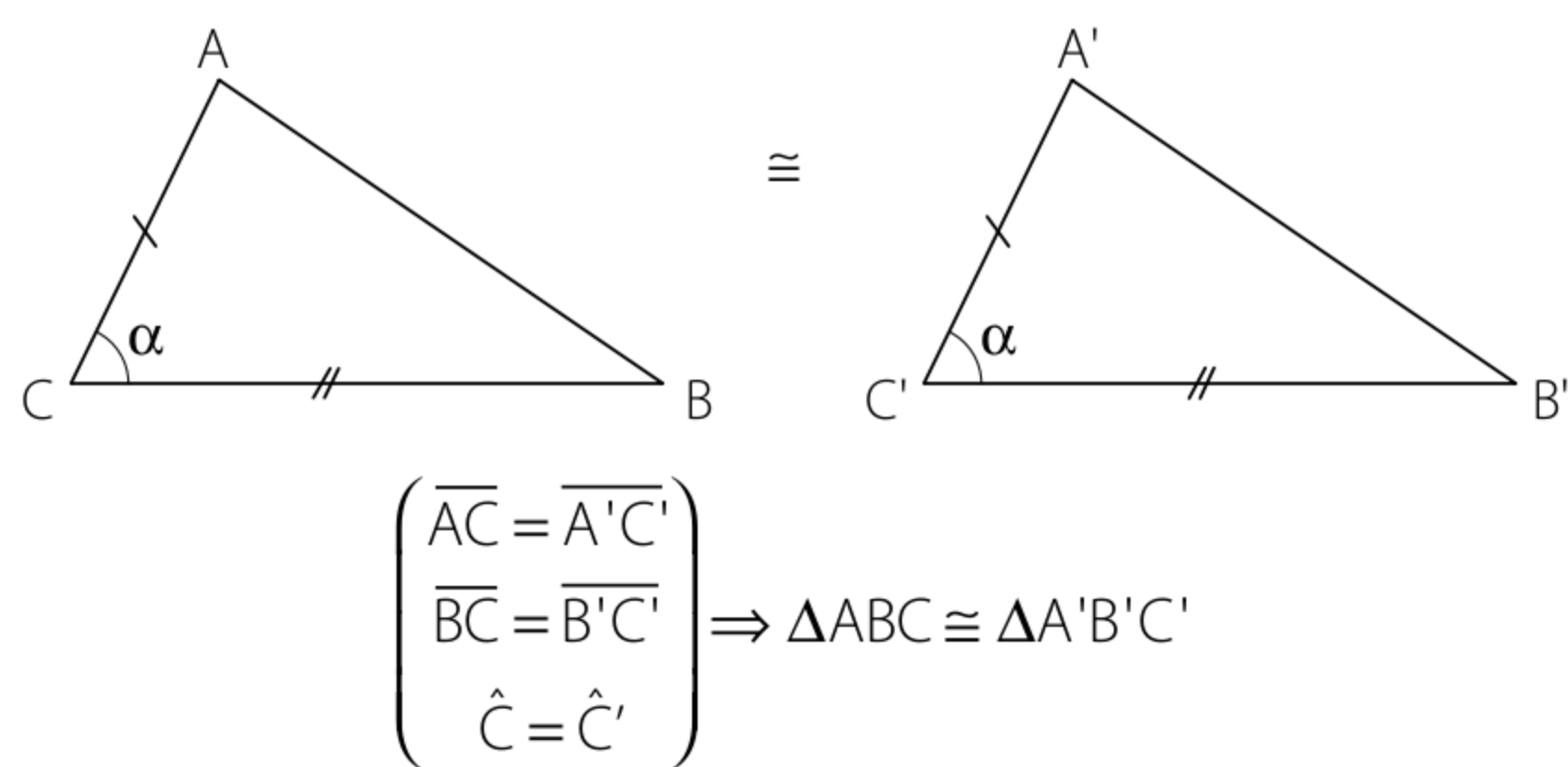
Observação:

O símbolo $\cong$ significa mesmo formato ($\sim$) e mesmo tamanho ($=$).
Pela definição de congruência, foi imposta a necessidade de provar a igualdade de todos os elementos correspondentes, o que é impraticável. Para demonstrar a congruência de dois triângulos, podemos utilizar os chamados *critérios de congruência*, que são condições mínimas que garantem a congruência destes triângulos.

2.1. Critérios de congruência

a) Critério LAL (lado-ângulo-lado)

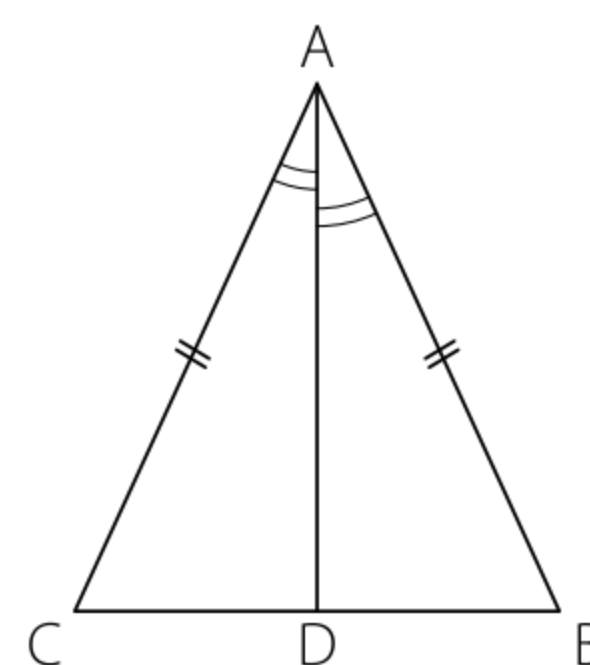
Este critério é um postulado.



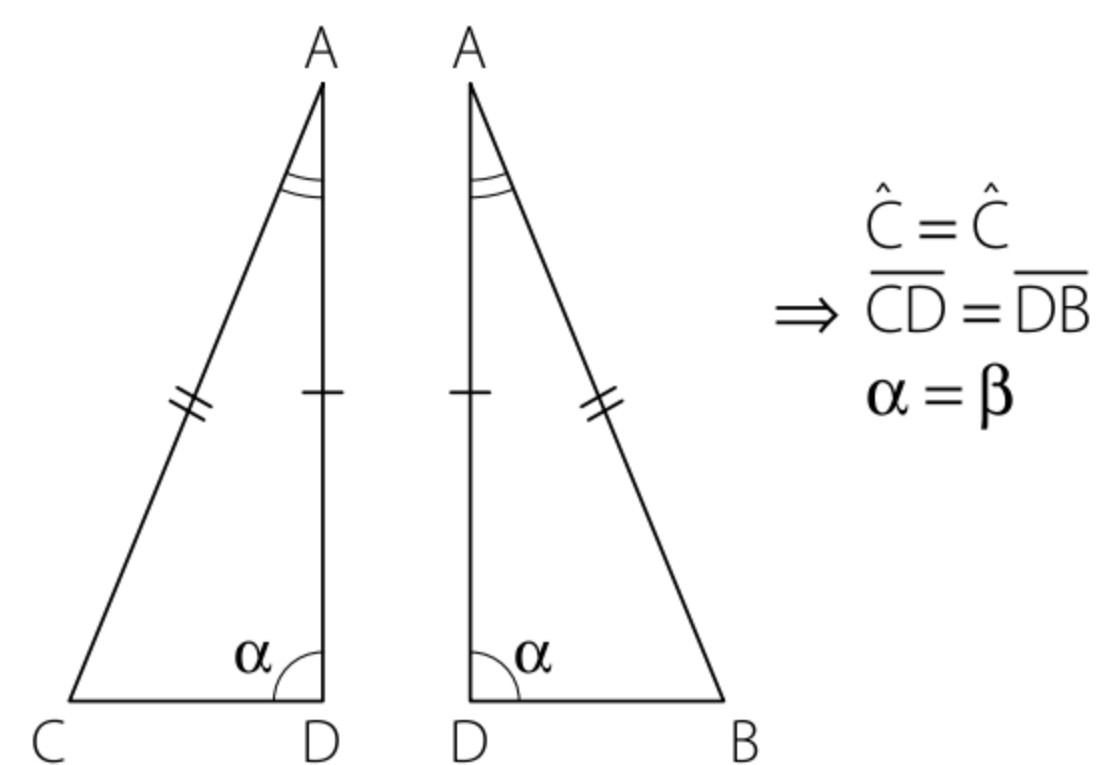
Para reforçarmos o critério LAL, observe o exemplo:

Exemplos:

Teorema do triângulo isósceles

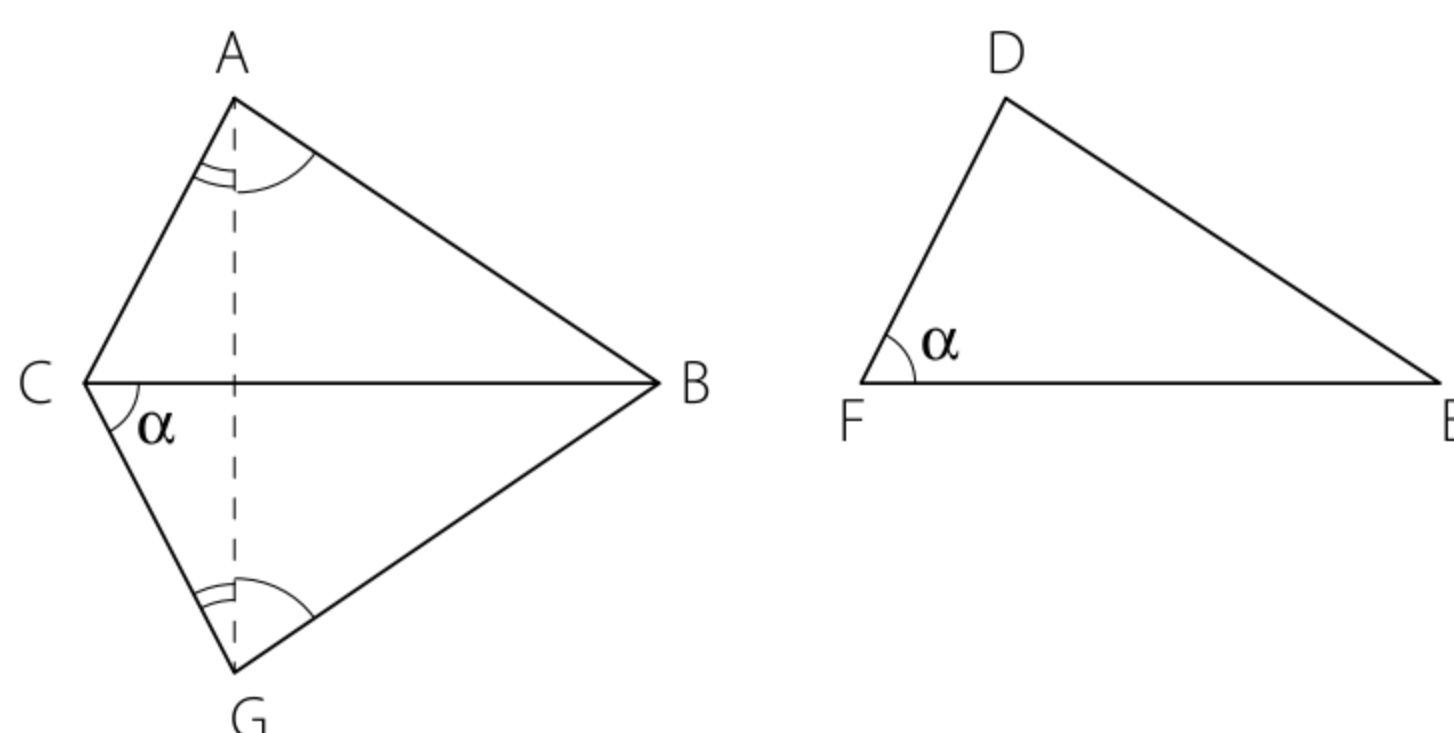


1. Traçar a bissetriz $\overline{AD}$
2. $\triangle CAD \cong \triangle BAD$ (LAL)
- 3.



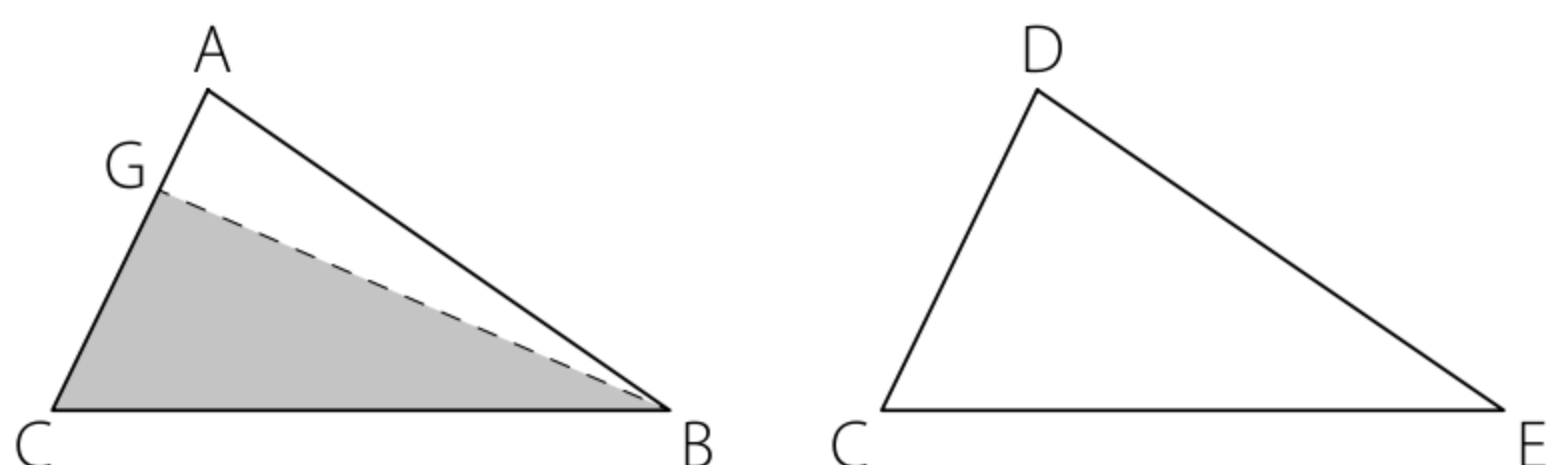
4. Conclusões:
 - I. Ângulos da base são iguais.
 - II. D é ponto médio, logo $\overline{AD}$ é mediana.
 - III. $\alpha = \beta$ e $\alpha + \beta = 180^\circ$ logo $\overline{AD}$ é altura.

b) Critério LLL (lado-lado-lado)



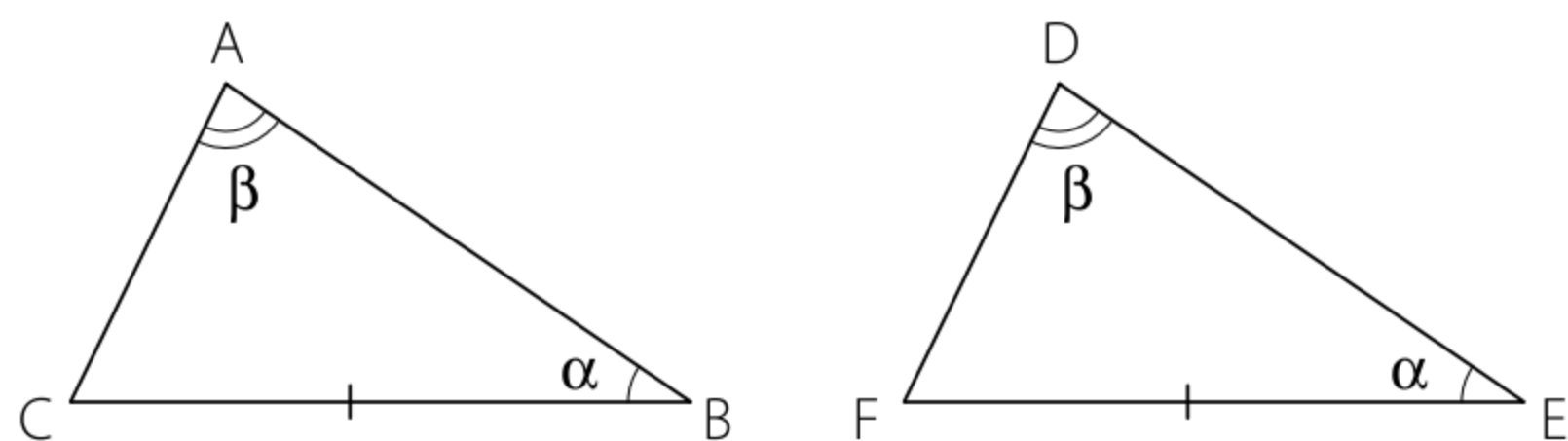
1. Por hipótese, os $\triangle ABC$ e $\triangle DEF$ possuem os lados iguais ($\overline{AC} = \overline{DF}$; $\overline{BC} = \overline{FE}$ e $\overline{AB} = \overline{DE}$).
2. Marcar $\overline{CG} = \overline{DF}$ e transportar o ângulo α na base $\overline{BC}$.
3. $\triangle GCB$ e $\triangle DFE$ (LAL).
4. $\overline{CA} = \overline{CG}$, $\triangle ACG$ é isósceles.
5. Do item 3, temos $\overline{GB} = \overline{DE}$ e como $\overline{DE} = \overline{AB}$, temos $\triangle ABG$ é isósceles.
6. $\triangle GCB$ e $\triangle ACB$ (LAL).
7. Dos itens 3 e 6 pela transitividade, temos:
 $\triangle ACB \cong \triangle DFE$ (c.q.d.).

c) Critério ALA (ângulo-lado-ângulo)



1. Por hipótese, temos: $\overline{BC} = \overline{FE}$, $\hat{C} = \hat{F}$ e $\hat{B} = \hat{E}$.
2. Marcar $\overline{CG} = \overline{FD}$.
3. Pelo critério LAL, temos $\triangle GCB \cong \triangle DFE$.
4. Por 3, temos $\hat{CBG} = \hat{FED}$, mas por hipótese $\hat{FED} = \hat{CBA}$, então, $\hat{CBG} = \hat{CBA} \Rightarrow$ o ângulo $\hat{GBA}$ tem medida zero.
5. Assim, $\overline{BG} = \overline{BA}$ e $G \equiv A$ e $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

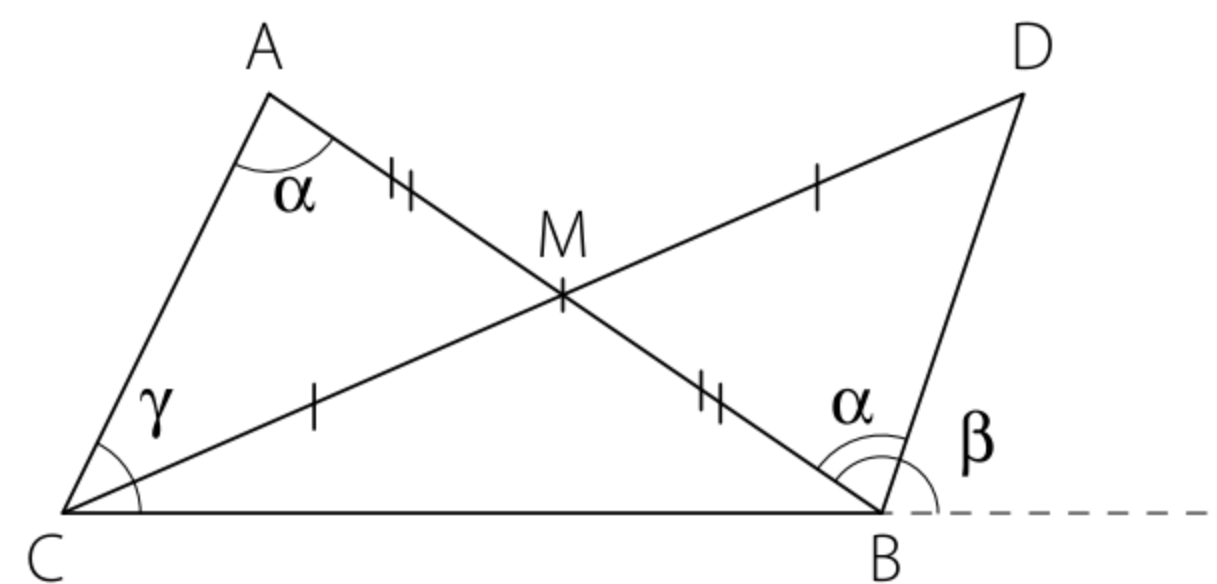
d) Critério LAAo (lado-ângulo adjacente-ângulo-oposto)



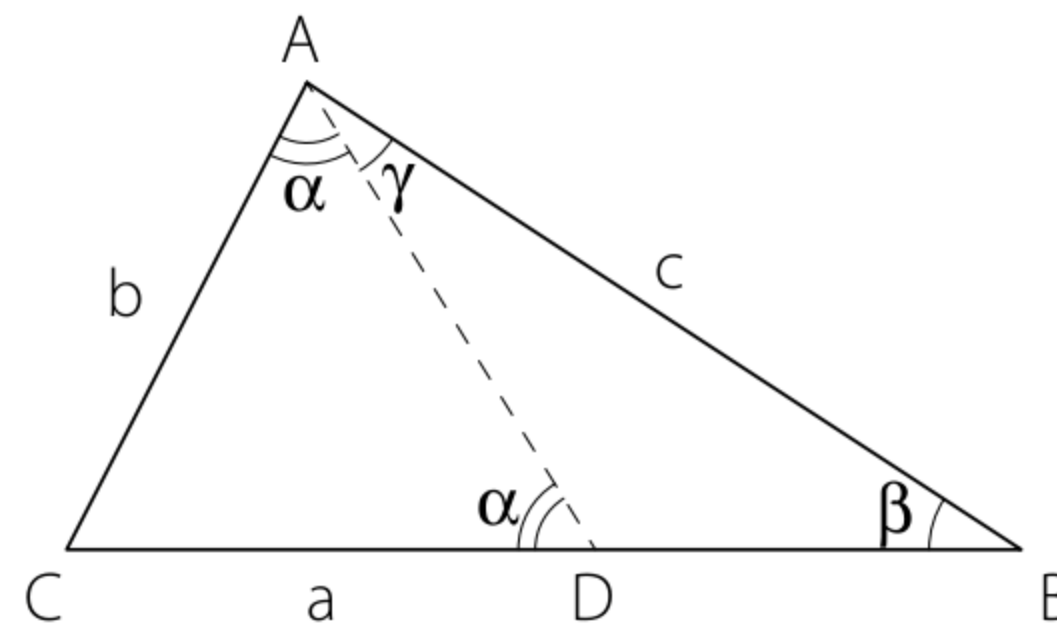
1. $\hat{C} = \hat{F}$
2. Retornamos ao critério ALA.

2.2. Desigualdades triangulares

- a) Qualquer lado de um triângulo é menor do que a soma e maior do que o módulo da diferença dos outros dois lados.
Simbolicamente: $|b - c| < a < b + c$.
1. Postulado da distância mínima:
 $\overline{BC}$: $a < b + c$
 $\overline{AC}$: $b < a + c \Rightarrow b - c < a$
 $\overline{AB}$: $c < a + b \Rightarrow c - b < a$
2. Como não sabemos a ordem de grandeza entre b e c, temos:
 $|b - c| < a < b + c$
- b) O ângulo externo é maior do que os outros dois não adjacentes.

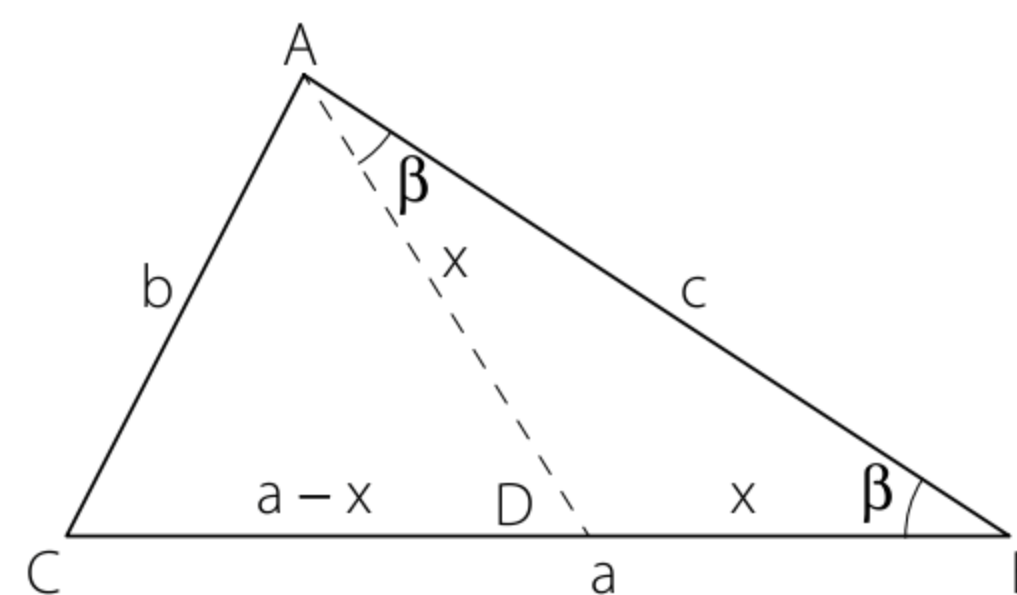


- c) De dois ângulos de um triângulo, o maior ângulo opõe-se ao maior lado.



1. Por hipótese, $a > b$.
2. $\overline{AC} = \overline{CD}$, $\triangle ACD$ é isósceles.
3. α é externo do $\triangle ADB$, $\alpha > \beta$.
4. de $3\alpha + \gamma > \beta \Rightarrow \hat{A} > \hat{B}$ (c.q.d.).

- d) De dois lados de um triângulo, o maior lado opõe-se ao maior ângulo.



1. Por hipótese, $\hat{A} > \hat{B}$.
2. Marcar $\hat{BAD} = \beta$; assim, $\triangle ABD$ é isósceles.
3. $\overline{AD} = \overline{DB} = x$.
4. No $\triangle ADC$, temos $\overline{AC} < \overline{CD} + \overline{DA} \therefore b < (a - x) + x \therefore b < a$ (c.q.d.).

2.3. Retas paralelas cortadas por uma transversal

Teorema:

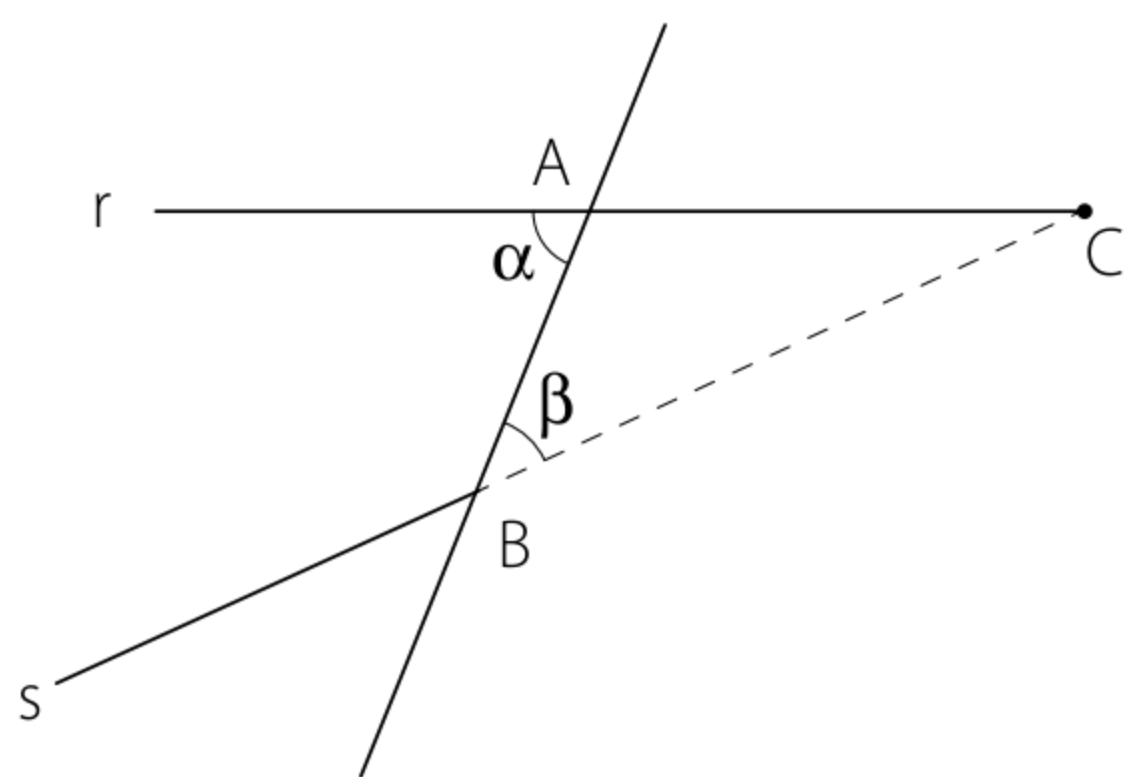
Se $\alpha = \beta \Leftrightarrow r \parallel s$ (α e β são chamados de alternos internos).

Observação:

O símbolo $\Leftrightarrow$ representa uma equivalência, ou seja, podemos inverter a hipótese e a tese.

- $\alpha = \beta \Rightarrow r \parallel s$

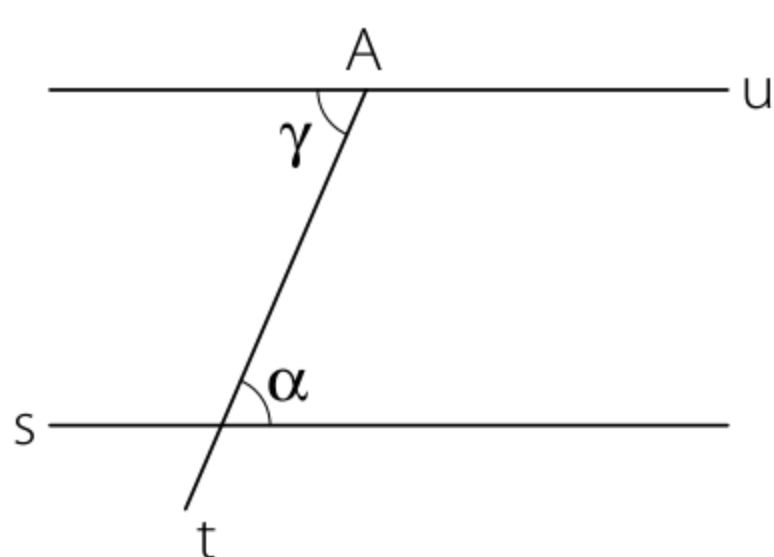
- Supondo r não paralela a s , temos:



- Obtemos o $\triangle ABC$ e α é ângulo externo; assim, $\alpha > \beta$ (volte a 2.2 item b), o que contradiz a hipótese.

• $r \parallel s \Rightarrow \alpha = \beta$

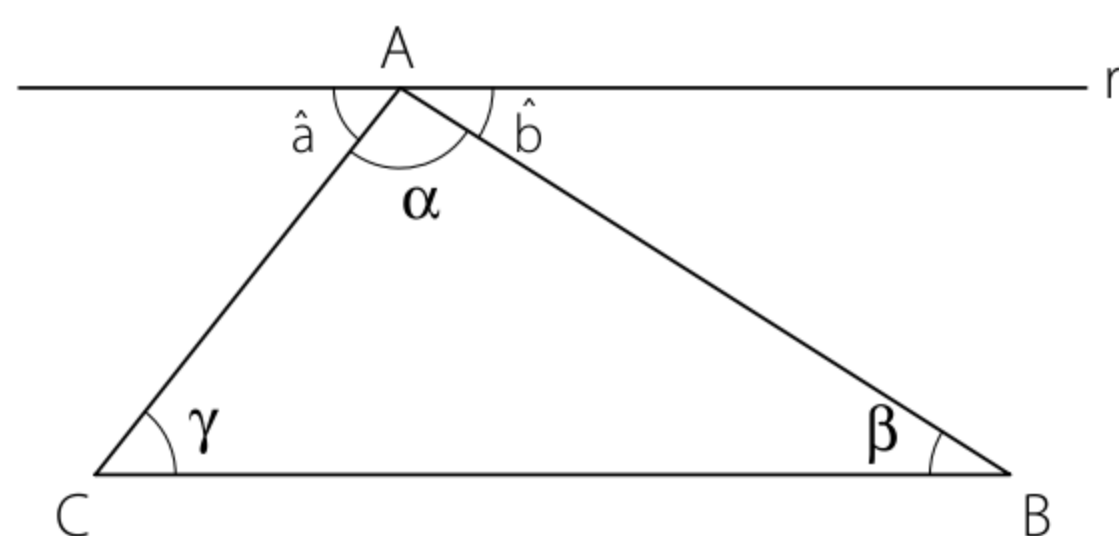
- Seja $\alpha = \beta$, traçamos u tal que $\gamma = \alpha$



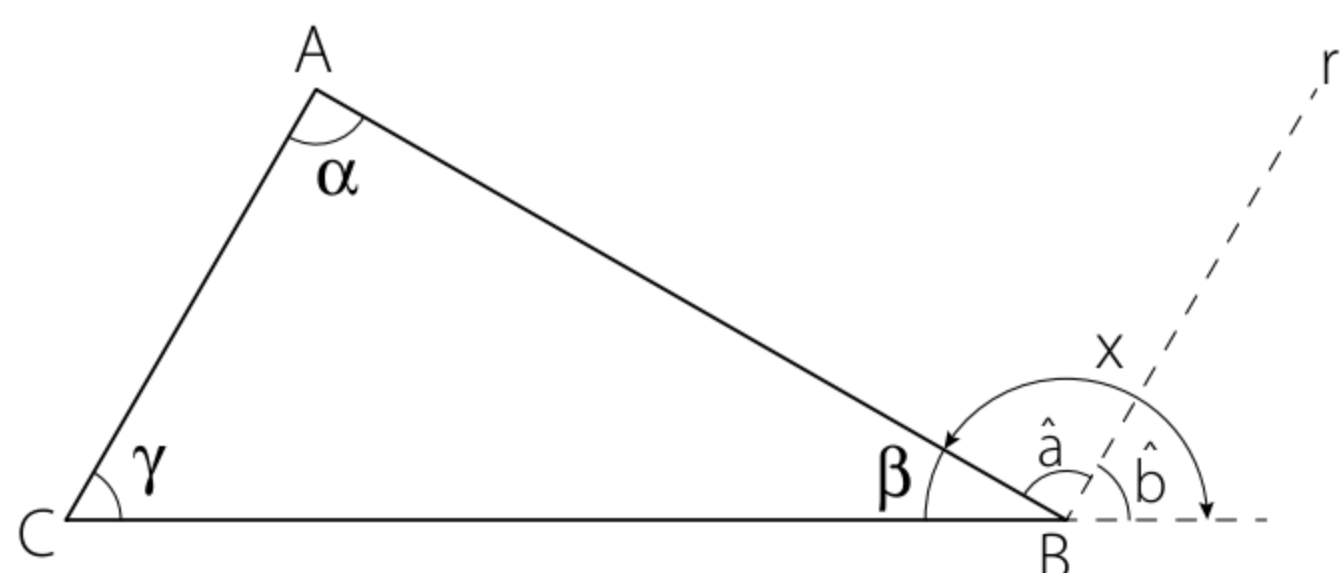
- Como $\gamma = \alpha$, temos $u \parallel s$.
- Por hipótese, temos $r \parallel s$ e concluímos $u \parallel s$, mas este fato contraria o postulado das paralelas, logo, $r \equiv u$ e $\alpha = \beta$ (c.q.d.).

2.4. Teoremas angulares num triângulo qualquer

- A soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180° .



- Por A, temos $r \parallel \overline{BC}$.
 - $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são iguais a γ e β , respectivamente.
 - $\hat{a} + \alpha + \hat{b} = 180^\circ$
 - $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (c.q.d.).
- Qualquer ângulo externo de um triângulo é a soma dos dois ângulos internos não adjacentes.

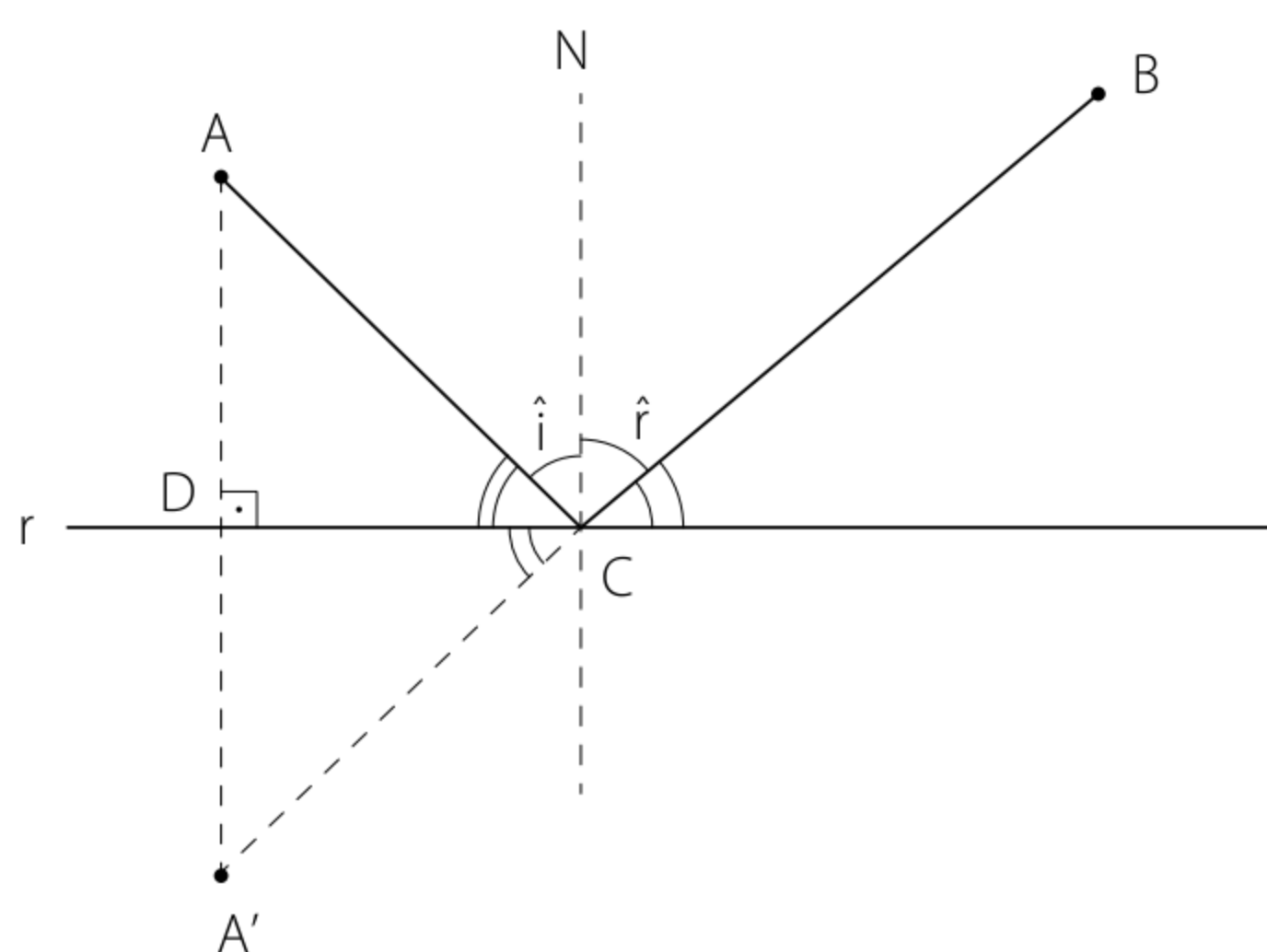


- $r \parallel \overline{AC}$
- $\hat{a}$ e α são ângulos alternos internos, $\hat{a} = \alpha$.
- γ e $\hat{b}$ são ângulos correspondentes, $\hat{b} = \gamma$.
- $x = \hat{a} + \hat{b}$; assim, $x = \alpha + \gamma$ (c.q.d.).

3. Aplicação na óptica geométrica

A óptica geométrica se utiliza da noção de raio de luz como se fosse uma reta.

No trabalho de Heron, chamado de Catóptrica (reflexão), ele se baseia no princípio aristotélico de que a natureza nada faz do modo mais difícil. A trajetória do raio de luz de A até B, passando pela superfície refletora (r), será a mínima possível.

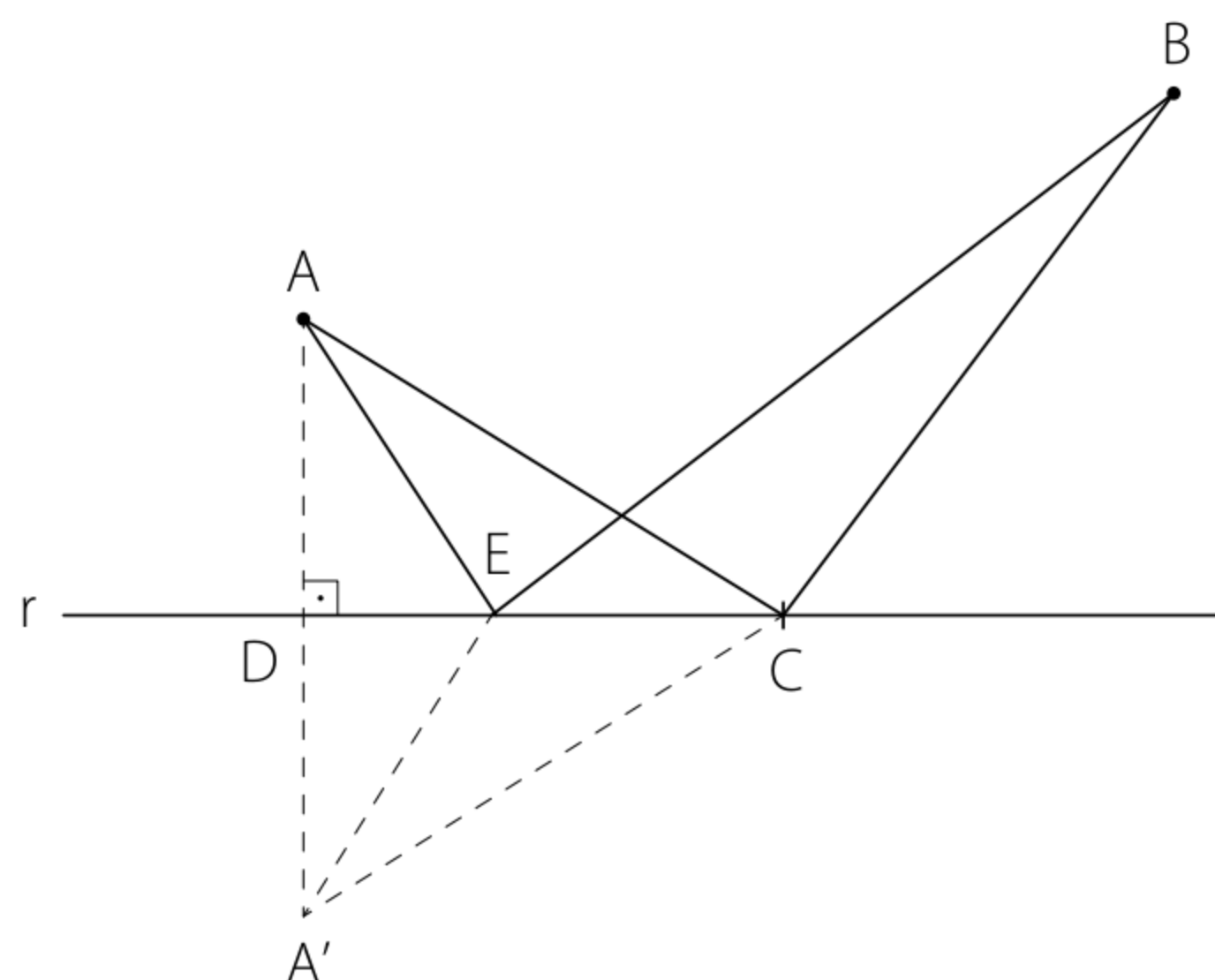


- Marcar o simétrico de A em relação a r .
- Unir A' até B e $\overline{A'B} \cap r = \{C\}$.
- $\triangle ADC \cong \triangle A'DC$ (LAL).
- $N \perp r$ e $\hat{i} = \hat{r}$.

Conclusão: Na reflexão da luz, temos $\hat{i} = \hat{r}$.

Justificativa:

Precisamos provar que o caminho $\overline{AC} + \overline{CB}$ é o menor possível. Vamos supor um caminho qualquer $\overline{AE} + \overline{EB}$ e prová-lo que é menor do que $\overline{AC} + \overline{CB}$.



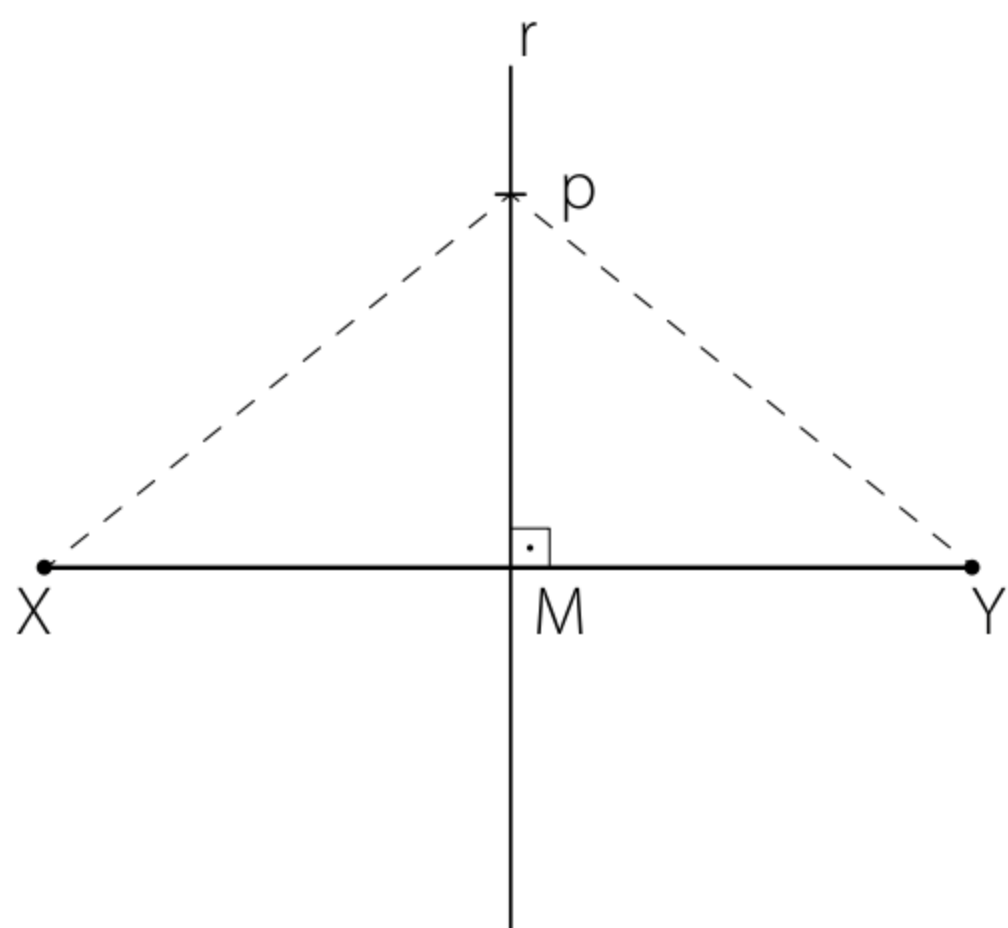
- $\triangle ACD \cong \triangle A'CD$, temos $\overline{A'C} = \overline{AC}$, assim:
 $\overline{A'C} + \overline{CB} = \overline{AC} + \overline{CB}$
- $\triangle AED \cong \triangle A'ED$, temos $\overline{A'E} = \overline{AE}$, assim:
 $\overline{A'E} + \overline{EB} = \overline{AE} + \overline{EB}$

- No $\Delta A'EB$, pela desigualdade triangular, temos:
 $\overline{A'B} < \overline{A'E} + \overline{EB} \therefore \overline{A'C} + \overline{CB} < \overline{A'E} + \overline{EB}$ por 1 e 2, temos:
 $\overline{AC} + \overline{CB} < \overline{AE} + \overline{EB}$ (c.q.d.)

3.1. Lugares Geométricos (L.G.)

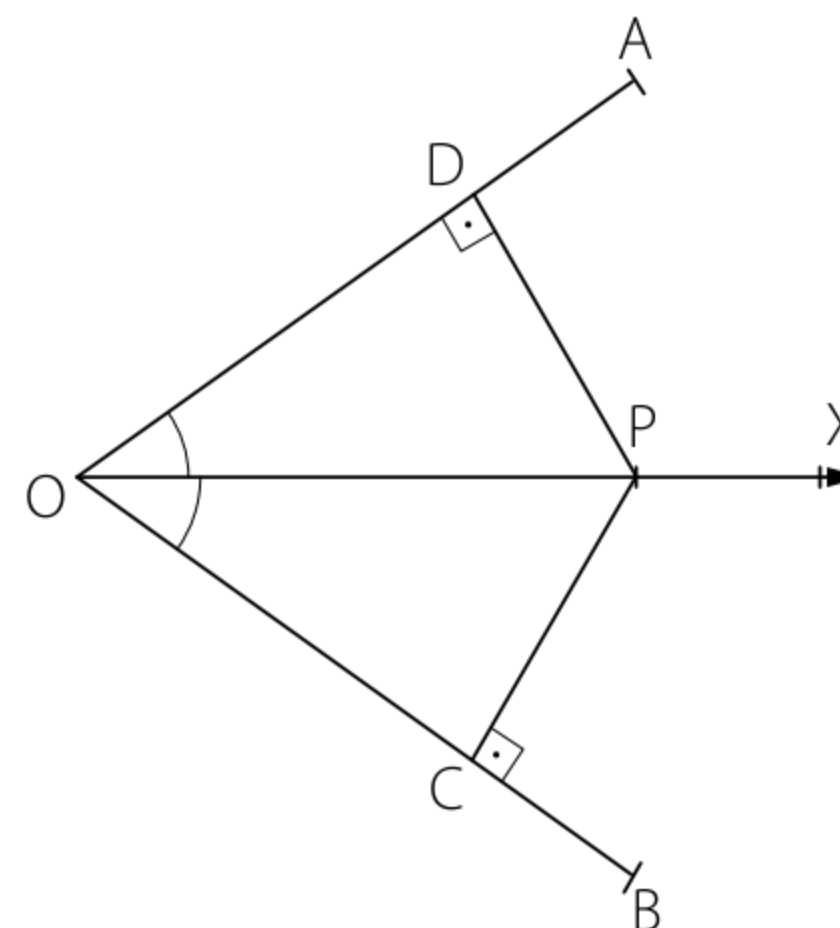
São figuras cujos pontos possuem uma propriedade característica.

- **Mediatriz:** É o L.G. dos pontos do plano equidistantes de dois pontos dados. É uma reta perpendicular no ponto médio formado pelos pontos.



- r é a mediatriz, $XM = MY$.
- $\forall P \in r$, temos $\Delta PMX \cong \Delta PMY$.
- de 2, temos $\overline{PX} = \overline{PY}$ (c.q.d.).

- **Bissetriz:** É o L.G. dos pontos do plano equidistantes aos lados do ângulo. É uma semirreta que divide o ângulo em outros dois ângulos de mesma medida.



- $\overline{OX}$ é a bissetriz, $\hat{A}OX = \hat{BO}X$.
- $\forall P \in \overline{OX}$, $\Delta POD \cong \Delta POC$ (LAAo).
- de 2, temos $\overline{PC} = \overline{PD}$ (c.q.d.).

Frente 1 – ITA

1 ITA 2004 Considere as seguintes afirmações sobre o conjunto $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$:

- I. $\emptyset \in U$ e $n(U) = 10$.
- II. $\emptyset \subset U$ e $n(U) = 10$.
- III. $5 \in U$ e $\{5\} \subset U$.
- IV. $\{0, 1, 2, 5\} \cap \{5\} = 5$.

Pode-se dizer, então, que é (são) verdadeira(s)

- A apenas I e III.
- B apenas II e IV.
- C apenas II e III.
- D apenas IV.
- E todas as afirmações.

2 ITA 2005 Sobre o número $x = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ é correto afirmar que

- A $x \in]0, 2[$.
- B x é racional.
- C $\sqrt{2}x$ é irracional.
- D x^2 é irracional.
- E $x \in]2, 3[$.

3 ITA 1987 Sejam F e G dois subconjuntos não vazios de $\mathbb{R}$. Assinale a alternativa correta.

- A Se $F \subset G$ e $G \neq F$, então necessariamente $F = F \cup G$.
- B Se $F \cap G$ é o conjunto vazio, então necessariamente $F \cup G = \mathbb{R}$.
- C Se $F \subset G$ e $G \subset F$ então $F \cap G = F \cup G$.
- D Se $F \cap G = F$, então necessariamente $G \subset F$.
- E Se $F \subset G$ e $G \neq \mathbb{R}$, então $(F \cap G) \cup G = \mathbb{R}$.

4 ITA 2004 Seja o conjunto $S = \{r \in \mathbb{Q} : r \geq 0 \text{ e } r^2 \leq 2\}$, sobre o qual são feitas as seguintes afirmações:

- I. $\frac{5}{4} \in S$ e $\frac{7}{5} \in S$.
- II. $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq \sqrt{2}\} \cap S = \emptyset$.
- III. $\sqrt{2} \in S$.

Pode-se dizer, então, que é (são) verdadeira(s) apenas

- A I e II
- B I e III
- C II e III
- D I
- E II

5 ITA 1985 Sejam X um conjunto não-vazio; A e B dois subconjuntos de X . Definimos:

$$A^c = \{x \in X \text{ tal que } x \notin A\}$$

$$A - B = \{x \in A \text{ tal que } x \notin B\}$$

Dadas as sentenças:

1 – $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B^c \Leftrightarrow B \subset A^c$, onde “ $\Leftrightarrow$ ” significa “equivalente” e “ $\emptyset$ ” o conjunto vazio.

2 – Se $X = \mathbb{R}$; $A = \{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x^3 - 1 = 0\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x^2 - 1 = 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x - 1 = 0\}$ então $A = C = B$.

3 – $A - \emptyset = A$ e $A - B = A - (A \cap B)$

4 – $A - B \neq A \cap B^c$

Podemos afirmar que está (estão) correta (s):

- A as sentenças 1 e 3
- B as sentenças 1, 2 e 4
- C as sentenças 3 e 4
- D as sentenças 2, 3 e 4
- E apenas a sentença 2

6 ITA 1988 Sejam A , B e C subconjuntos do conjunto dos números reais. Então podemos afirmar que:

- A $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$
- B $(A \cup B)^c = A^c \cup B^c$
- C Se $A \subset B$ então $A^c \subset B^c$
- D $(A \cap B) \cup C^c = (A^c \cup C)^c \cap (B^c \cup C)^c$
- E $A \cup (B \cup C)^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$

Nota: A^c significa o complementar de A no conjunto dos reais.

7 ITA 1996 Sejam A e B subconjuntos não vazios de $\mathbb{R}$, e considere as seguintes afirmações:

- I. $(A - B)^c \cap (B \cup A^c)^c = \emptyset$
- II. $(A - B^c)^c = B - A^c$
- III. $[(A^c - B) \cap (B - A)]^c = A$

Sobre essas afirmações podemos garantir que:

- A apenas a afirmação I é verdadeira.
- B apenas a afirmação II é verdadeira.
- C apenas a afirmação III é verdadeira.
- D todas as afirmações são verdadeiras.
- E apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

8 ITA 2000 Denotemos por $n(X)$ o número de elementos de um conjunto finito X . Sejam A , B e C conjuntos tais que $n(A \cup B) = 8$, $n(A \cup C) = 9$, $n(B \cup C) = 10$, $n(A \cup B \cup C) = 11$ e $n(A \cap B \cap C) = 2$. Então, $n(A) + n(B) + n(C)$ é igual a:

- A 11
- B 14
- C 15
- D 18
- E 25

9 ITA 2003 Sejam U um conjunto não-vazio e $A \subset U$, $B \subset U$. Usando apenas as definições de igualdade, reunião, intersecção e complementar, prove que:

- I. Se $A \cap B = \emptyset$, então $B \subset A^c$.
- II. $B \setminus A^c = B \cap A$.

10 ITA 2006 Sejam A e B subconjuntos finitos de um mesmo conjunto X , tais que $n(B \setminus A)$, $n(A \setminus B)$ e $n(A \cap B)$ formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão $r > 0$. Sabendo que $n(B \setminus A) = 4$ e $n(A \cup B) + r = 64$, então, $n(A \setminus B)$ é igual a

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| A 12 | C 20 | E 24 |
| B 17 | D 22 | |

11 ITA 2001 Sejam X, Y e Z subconjuntos próprios de $\mathbb{R}$, não vazios.

Com respeito às afirmações:

- I. $X \cap \left\{ \left[Y \cap (X \cup Y)^c \right] \cup \left[X \cup (X^c \cap Y^c) \right] \right\} = X$.
- II. Se $Z \subset X$ então $(Z \cup Y) \cup [X \cup (Z^c \cap Y)] = X \cup Y$.
- III. Se $(X \cup Y)^c \subset Z$ então $Z^c \subset X$.

temos que:

- A** apenas I é verdadeira.
- B** apenas I e II são verdadeiras.
- C** apenas I e III são verdadeiras.
- D** apenas II e III são verdadeiras.
- E** todas são verdadeiras.

12 ITA 2002 Sejam A um conjunto com 8 elementos e B um conjunto tal que $A \cup B$ contenha 12 elementos. Então, o número de elementos de $P(B \setminus A) \cup P(\emptyset)$ é igual a:

- | | | |
|-------------|-------------|------------|
| A 8 | C 20 | E 9 |
| B 16 | D 17 | |

13 ITA 2004 Seja A um conjunto não vazio.

- a) Se $n(A) = m$, calcule $n(P(A))$ em termos de m .
- b) Denotando $P^1(A) = P(A)$ e $P^{k+1}(A) = P(P^k(A))$, para todo número natural $k \geq 1$, determine o menor k , tal que $n(P^k(A)) \geq 65000$, sabendo que $n(A) = 2$

14 ITA 2006 Seja U um conjunto não vazio com n elementos, $n \geq 1$. Seja S um subconjunto de $P(U)$ com a seguinte propriedade:

Se $A, B \in S$, então $A \subset B$ ou $B \subset A$.

Então, o número máximo de elementos que S pode ter é:

- A** 2^{n-1}
- B** $n/2$, se n for par, e $(n+1)/2$ se n for ímpar
- C** $n+1$
- D** $2^n - 1$
- E** $2^{n-1} + 1$

15 ITA 2006 Considere A um conjunto não vazio com um número finito de elementos. Dizemos que $F = \{A_1, \dots, A_m\} \subset P(A)$ é uma partição de A se as seguintes condições são satisfeitas:

- I. $A_i \neq \emptyset, i = 1, \dots, m$
- II. $A_i \cap A_j = \emptyset$, se $i \neq j$, para $i, j = 1, \dots, m$
- III. $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m$

Dizemos ainda que F é uma partição de ordem k se $n(A_i) = k$, $i = 1, \dots, m$.

Supondo que $n(A) = 8$, determine:

- a) As ordens possíveis para uma partição de A
- b) O número de partições de A que têm ordem 2

16 ITA 2007 Se A, B, C forem conjuntos tais que $n(A \cup B) = 23$, $n(B - A) = 12$, $n(C - A) = 10$, $n(B \cap C) = 6$, $n(A \cap B \cap C) = 4$

Então $n(A)$, $n(A \cup C)$, $n(A \cup B \cup C)$, nesta ordem,

- A** formam uma progressão aritmética de razão 6.
- B** formam uma progressão aritmética de razão 2.
- C** formam uma progressão aritmética de razão 8, cujo primeiro termo é 11.
- D** formam uma progressão aritmética de razão 10, cujo último termo é 31.
- E** não formam uma progressão aritmética.

17 ITA 2007 Seja A um conjunto com 14 elementos e B um subconjunto de A com 6 elementos. O número de subconjuntos de A com um número de elementos menor ou igual a 6 e disjuntos de B é

- A** $2^8 - 9$.
- B** $2^8 - 1$.
- C** $2^8 - 2^6$.
- D** $2^{14} - 2^8$.
- E** 2^8 .

18 ITA 1999 Sejam E, F, G e H subconjuntos não vazios de $\mathbb{R}$. Considere as afirmações:

- I. Se $(E \times G) \subset (F \times H)$, então $E \subset F$ e $G \subset H$.
- II. Se $(E \times G) \subset (F \times H)$, então $(E \times G) \cup (F \times H) = F \times H$.
- III. Se $(E \times G) \cup (F \times H) = F \times H$, então $(E \times G) \subset (F \times H)$.

Então:

- A** Apenas a afirmação I é verdadeira.
- B** Apenas a afirmação II é verdadeira.
- C** Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.
- D** Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
- E** Todas as afirmações são verdadeiras.

19 ITA 1989 Sejam A, B e C subconjuntos de $\mathbb{R}$, não vazios, e $A - B = \{p \in \mathbb{R}; p \in A \text{ e } p \notin B\}$. Dadas as igualdades:

1. $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$
2. $(A - B) \times C = (A \times B) - (B \times C)$
3. $(A \cap B) - A \neq (B \cap A) - B$
4. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
5. $(A - B) \cap (B - C) = (A - C) \cap (A - B)$

podemos garantir que:

- A** 2 e 4 são verdadeiras
- B** 1 e 5 são verdadeiras
- C** 3 e 4 são verdadeiras
- D** 1 e 4 são verdadeiras
- E** 1 e 3 são verdadeiras

20 ITA 1995 Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} a\left(x + \frac{\pi}{2}\right) & \text{se } x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} - \frac{a}{x} \sin x & \text{se } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

onde $a > 0$ é uma constante. Considere $K = \{y \in \mathbb{R}; f(y) = 0\}$. Qual o valor de a , sabendo-se que $f(\pi/2) \in K$?

- A** $\pi/4$
- B** $\pi/2$
- C** π
- D** $\pi^2/2$
- E** π^2

21 ITA 1985 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função satisfazendo $f(x + \alpha y) = f(x) + \alpha f(y)$ para todo $\alpha, x, y \in \mathbb{R}$. Se $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ é uma progressão aritmética de razão d , então podemos dizer que $(f(a_1), f(a_2), f(a_3), \dots, f(a_n))$

- A** É uma progressão aritmética de razão d .
- B** É uma progressão aritmética de razão $f(d)$ cujo primeiro termo é a_1 .
- C** É uma progressão geométrica de razão $f(d)$.
- D** É uma progressão aritmética de razão $f(d)$.
- E** Nada pode se afirmar.

22 ITA 2003 Mostre que toda função $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, satisfazendo $f(xy) = f(x) + f(y)$ em todo seu domínio, é par.

23 ITA 1996 Seja $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ uma função injetora tal que $f(1) = 0$ e $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$ para todo $x > 0$ e $y > 0$. Se x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 formam nessa ordem uma progressão geométrica, onde $x_i > 0$ para $i = 1, 2, 3, 4, 5$ e sabendo que

$$\sum_{i=1}^5 f(x_i) = 13 f(2) + 2f(x_1) \text{ e } \sum_{i=1}^4 f\left(\frac{x_i}{x_i + 1}\right) = -2f(2x_1),$$

então, o valor de x_1 é:

- A** -2
- B** 2
- C** 3
- D** 4
- E** 1

24 ITA 2002 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow P(\mathbb{R})$ dada por $f(x) = \{y \in \mathbb{R}; \sin y < x\}$.

Se A é tal que $f(x) = \mathbb{R}, \forall x \in A$, então:

- A** $A = [-1, 1]$
- B** $A = [a, \infty), \forall a > 1$
- C** $A = [a, \infty), \forall a \geq 1$
- D** $A = (-\infty, a], \forall a < -1$
- E** $A = (-\infty, a], \forall a \leq -1$

25 ITA 2003 Considere uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ não-constante e tal que $f(x + y) = f(x)f(y), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

Das afirmações:

- I. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- II. $f(nx) = [f(x)]^n, \forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- III. f é par.

é(são) verdadeira(s):

- A** apenas I e II.
- B** apenas II e III.
- C** apenas I e III.
- D** todas.
- E** nenhuma.

26 ITA 1989 Sejam A e B subconjuntos de $\mathbb{R}$, não vazios, possuindo B mais de um elemento. Dada uma função $f: A \rightarrow B$, definimos $L: A \rightarrow A \times B$ por $L(a) = (a, f(a))$, para todo $a \in A$. Podemos afirmar que:

- A** A função L sempre será injetora.
- B** A função L sempre será sobrejetora.
- C** Se f for sobrejetora, então L também o será.
- D** Se f não for injetora, então L também não o será.
- E** Se f for bijetora, então L será sobrejetora.

27 ITA 1993 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função não nula, ímpar e periódica de período p . Considere as seguintes afirmações:

- I. $f(p) \neq 0$
- II. $f(-x) = -f(x + p), \forall x \in \mathbb{R}$
- III. $f(-x) = f(x - p), \forall x \in \mathbb{R}$
- IV. $f(x) = -f(-x), \forall x \in \mathbb{R}$

Podemos concluir que:

- A** I e II são falsas.
- B** I e III são falsas.
- C** II e III são falsas.
- D** I e IV são falsas.
- E** II e IV são falsas.

28 ITA 2002 Sejam a, b, c reais não nulos e distintos, $c > 0$.

Sendo par a função dada por

$$f(x) = \frac{ax+b}{x+c}, \quad -c < x < c,$$

então $f(x)$, para $-c < x < c$, é constante e igual a:

- A** $a + b$
- B** $a + c$
- C** c
- D** b
- E** a

29 ITA 2005 Considere os conjuntos $S = \{0, 2, 4, 6\}$,

$T = \{1, 3, 5\}$ e $U = \{0, 1\}$ e as afirmações:

- I. $\{0\} \in S$ e $S \cap U \neq \emptyset$.
- II. $\{2\} \subset S \setminus U$ e $S \cap T \cap U = \{0, 1\}$.
- III. Existe uma função $f: S \rightarrow T$ injetiva.
- IV. Nenhuma função $g: T \rightarrow S$ é sobrejetiva.

Então, é(são) verdadeira(s)

- A** apenas I.
- B** apenas IV.
- C** apenas I e IV.
- D** apenas II e III.
- E** apenas III e IV.

30 ITA 2005 Seja $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ e $f: D \rightarrow D$ uma função dada por

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}.$$

Considere as afirmações:

- I. f é injetiva e sobrejetiva.
- II. f é injetiva, mas não sobrejetiva.
- III. $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$, para todo $x \in D, x \neq 0$.
- IV. $f(x) \cdot f(-x) = 1$ para todo $x \in D$.

Então, são verdadeiras

- A** apenas I e III.
- B** apenas I e IV.
- C** apenas II e III.
- D** apenas I, III e IV.
- E** apenas II, III e IV.

31 ITA 1988 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função estritamente decrescente, isto é, quaisquer x e y reais com $x < y$ tem-se $f(x) > f(y)$.

Dadas as afirmações:

- I. f é injetora.
- II. f pode ser uma função par.
- III. se f possui inversa então sua inversa também é estritamente decrescente.

Podemos assegurar que:

- A** Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
- B** Apenas as afirmações II e III são falsas.
- C** Apenas a afirmação I é falsa.
- D** Todas as afirmações são verdadeiras.
- E** Apenas a afirmação II é verdadeira.

32 ITA 1990 Seja a função $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$ definida

$$\text{por } f(x) = \frac{2x-3}{x-2} + 1.$$

Sobre sua inversa podemos garantir que:

- A** não está definida pois f não é injetora.
- B** não está definida pois f não é sobrejetora.
- C** está definida por $f^{-1}(y) = \frac{y-2}{y-3}, y \neq 3$.
- D** está definida por $f^{-1}(y) = \frac{y+5}{y-3} - 1, y \neq 3$.
- E** está definida por $f^{-1}(y) = \frac{2y-5}{y-3}, y \neq 3$.

33 ITA 1986 Consideremos as seguintes afirmações sobre uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

- 1 – Se existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) \neq f(-x)$ então f não é par.
- 2 – Se existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(-x) = -f(x)$ então f é ímpar.
- 3 – Se f é par e ímpar então existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 1$.
- 4 – Se f é ímpar então $f \circ f$ (f composta com f) é ímpar.

Podemos afirmar que estão corretas as afirmações de números

- A** 1 e 4
- B** 1, 2 e 4
- C** 1 e 3
- D** 3 e 4
- E** 1, 2 e 3

34 ITA 1987 Considere $x = g(y)$ a função inversa da seguinte função:

$$y = f(x) = x^2 - x + 1, \text{ para cada número real } x \geq \frac{1}{2}.$$

Nestas condições, a função g é assim definida:

- A** $g(y) = \frac{1}{2} + \sqrt{y - \frac{3}{4}}$, para cada $y \geq \frac{3}{4}$.
- B** $g(y) = \frac{1}{2} + \sqrt{y - \frac{1}{4}}$, para cada $y \geq \frac{1}{4}$.
- C** $g(y) = \sqrt{y - \frac{3}{4}}$, para cada $y \geq \frac{3}{4}$.
- D** $g(y) = \sqrt{y - \frac{1}{4}}$, para cada $y \geq \frac{1}{4}$.
- E** $g(y) = \frac{3}{4} + \sqrt{y - \frac{1}{2}}$, para cada $y \geq \frac{1}{2}$.

35 ITA 1990 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{se } x \leq -1 \\ x^2, & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ 4, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Lembrando que $A \subset \mathbb{R}$ então

$$f^{-1}(A) = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in A\}$$

considere as afirmações:

- I. f não é injetora e $f^{-1}([3, 5]) = \{4\}$.
- II. f não é sobrejetora e $f^{-1}([3, 5]) = f^{-1}([2, 6])$.
- III. f é injetora e $f^{-1}([0, 4]) = [-2, +\infty[$

Então podemos garantir que:

- A** apenas as afirmações II e III são falsas.
- B** as afirmações I e III são verdadeiras.
- C** apenas a afirmação II é verdadeira.
- D** apenas a afirmação III é verdadeira.
- E** todas as afirmações são falsas.

36 ITA 1990 Sejam as funções f e g dadas por:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } |x| < 1 \\ 0 & \text{se } |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$g: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{2x-3}{x-1}$$

Sobre a composta $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ podemos garantir que:

- A** se $x \geq 3/2$, $f(g(x)) = 0$
- B** se $1 < x < 3/2$, $f(g(x)) = 1$
- C** se $4/3 < x < 2$, $f(g(x)) = 1$
- D** se $1 < x \leq 4/3$, $f(g(x)) = 1$
- E** n.d.a.

37 ITA 1991 Considere as afirmações:

- I. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função par e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função qualquer, então a composição $g \circ f$ é uma função par.
- II. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função par e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função ímpar, então a composição $f \circ g$ é uma função par.
- III. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função ímpar e inversível então $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função ímpar.

Então:

- A** Apenas a afirmação I é falsa.
- B** Apenas as afirmações I e II são falsas.
- C** Apenas a afirmação III é verdadeira.
- D** Todas as afirmações são falsas.
- E** n.d.a.

38 ITA 1992 Dadas as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ambas estritamente decrescentes e sobrejetoras, considere $h = f \circ g$. Então podemos afirmar que:

- A** h é estritamente crescente, inversível e sua inversa é estritamente crescente.
- B** h é estritamente decrescente, inversível e sua inversa é estritamente crescente.
- C** h é estritamente crescente mas não é necessariamente inversível.
- D** h é estritamente crescente, inversível e sua inversa é estritamente decrescente.
- E** n.d.a.

39 ITA 1994 Dadas as funções reais de variável real $f(x) = mx + 1$ e $g(x) = x + m$, onde m é uma constante real com $0 < m < 1$, considere as afirmações:

- I. $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$, para algum $x \in \mathbb{R}$.
- II. $f(m) = g(m)$.
- III. Existe $a \in \mathbb{R}$ tal que $(f \circ g)(a) = f(a)$.
- IV. Existe $b \in \mathbb{R}$ tal que $(g \circ f)(b) = mb$.
- V. $0 < (g \circ g)(m) < 3$

Podemos concluir que:

- A** Todas são verdadeiras.
- B** Apenas quatro são verdadeiras.
- C** Apenas três são verdadeiras.
- D** Apenas duas são verdadeiras.
- E** Apenas uma é verdadeira.

40 ITA 1997 Se $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$ representam, respectivamente, o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais, considere as funções $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 1, & \text{se } x \in \mathbb{I} \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{se } x \in \mathbb{I} \end{cases}$$

Seja J a imagem da função composta $f \circ g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Podemos afirmar que:

- A** $J = \mathbb{R}$
- B** $J = \mathbb{Q}$
- C** $J = \{0\}$
- D** $J = \{1\}$
- E** $J = \{0, 1\}$

41 ITA 1998 Sejam as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tais que $f(x) = x^2 - 9$ e $(f \circ g)(x) = x - 6$, em seus respectivos domínios. Então, o domínio A da função g é:

- A** $[-3, +\infty[$
- B** $\mathbb{R}$
- C** $[-5, +\infty[$
- D** $] -\infty, -1[\cup [3, +\infty[$
- E** $] -\infty, \sqrt{6}[$

42 ITA 1999 Sejam $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções tais que a função composta $h \circ g \circ f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é a função identidade. Considere as afirmações:

- A função h é sobrejetora.
- Se $x_0 \in \mathbb{R}$ é tal que $f(x_0) = 0$, então $f(x) \neq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ com $x \neq x_0$.
- A equação $h(x) = 0$ tem solução em $\mathbb{R}$.

Então:

- Apenas a afirmação I é verdadeira.
- Apenas a afirmação II é verdadeira.
- Apenas a afirmação III é verdadeira.
- Todas as afirmações são verdadeiras.
- Todas as afirmações são falsas.

43 ITA 2000 Sejam $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3$ e $g(x) = 10^{3\cos 5x}$. Podemos afirmar que:

- f é injetora e g é ímpar.
- g é sobrejetora e $g \circ f$ é par.
- f é bijetora e $g \circ f$ é ímpar.
- g é par e $g \circ f$ é ímpar.
- f é ímpar e $g \circ f$ é par.

44 ITA 1985 Dadas as sentenças:

- Sejam $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow X$ duas funções satisfazendo $(g \circ f)(x) = x$, para todo $x \in X$. Então f é injetiva, mas g não é necessariamente sobrejetiva.
- Seja $f : X \rightarrow Y$ uma função injetiva. Então, $f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$, onde A e B são dois subconjuntos de X .
- Seja $f : X \rightarrow Y$ uma função injetiva. Então, para cada subconjunto A de X , $f(A^c) \subset (f(A))^c$ onde $A^c = \{x \in X / x \notin A\}$ e $(f(A))^c = \{x \in Y / x \notin f(A)\}$.

Podemos afirmar que está (estão) correta(s):

- As sentenças 1 e 2
- As sentenças 2 e 3
- Apenas a sentença 1
- As sentenças 1 e 3
- Todas as sentenças

45 ITA 1989 Sejam $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ duas funções tais que

- $g \circ f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é injetora. Verifique se f é injetora e justifique sua resposta.
- $g \circ f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é sobrejetora. Verifique se g é sobrejetora e justifique sua resposta.

46 ITA 1996 Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x+3, & x \leq 0 \\ x^2+4x+3, & x > 0 \end{cases}$$

Então:

- f é bijetora e $(f \circ f)(-2/3) = f^{-1}(21)$.
- f é bijetora e $(f \circ f)(-2/3) = f^{-1}(99)$.
- f é sobrejetora mas não é injetora.
- f é injetora mas não é sobrejetora.
- f é bijetora e $(f \circ f)(-2/3) = f^{-1}(3)$.

47 ITA 1997 Sejam $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções tais que $g(x) = 1 - x$ e $f(x) + 2f(2 - x) = (x - 1)^3$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Então $f[g(x)]$ é igual a:

- $(x - 1)^3$
- $(1 - x)^3$
- x^3
- x
- $2 - x$

48 ITA 2006 Seja $f : [0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x-1, & \frac{1}{2} \leq x < 1 \end{cases}$$

Seja $g : (-1/2, 1/2) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$g(x) = \begin{cases} f(x + \frac{1}{2}), & -\frac{1}{2} < x < 0 \\ 1 - f(x + \frac{1}{2}), & 0 \leq x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

com f definida acima. Justificando a resposta, determine se g é par, ímpar ou nem par nem ímpar.

Frente 1 – IME

49 IME 1993 Indique se é verdadeiro (V) ou falso (F) o que se segue e justifique sua resposta.

- ☐ O conjunto de números reais não têm pontos externos reais;
- ☐ Existe um número em $\mathbb{Q}$ (rationais) cujo quadrado é 2;
- ☐ O ponto correspondente a $\frac{66}{77}$ na escala dos números reais $\mathbb{R}$ está situado entre os pontos $\frac{55}{66}$ e $\frac{77}{88}$.

50 IME 1991 Mostre que o número:

$$x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}}$$

é racional.

51 IME 1987 Dados dois conjuntos A e B, define-se:

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

Prove que dados três conjuntos arbitrários X, Y e Z

$$X \cap (Y \Delta Z) = (X \cap Y) \Delta (X \cap Z)$$

52 IME 2000 Três jogadores, cada um com um dado, fizeram lançamentos simultâneos. Essa operação foi repetida cinquenta vezes. Os dados contêm três faces brancas e três faces pretas. Dessas 50 vezes:

- em 28 saiu uma face preta para o jogador I;
- em 25 saiu uma face branca para o jogador II;
- em 27 saiu uma face branca para o jogador III;
- em 8 saíram faces pretas para os jogadores I e III e branca para o jogador II;
- em 7 saíram faces brancas para os jogadores II e III e preta para o jogador I;
- em 4 saíram faces pretas para os três jogadores;
- em 11 saíram faces pretas para os jogadores II e III.

Determine quantas vezes saiu uma face preta para pelo menos um jogador.

53 IME 1990 Seja f uma função definida nos inteiros positivos satisfazendo:

$$f(1) = 1$$

$$f(2n) = 2 \cdot f(n) + 1$$

$$f(f(n)) = 4n + 3$$

Calcule f(1990).

54 IME 1993 Considere uma função $L: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ que satisfaz:

- L é crescente, isto é, para quaisquer $0 < x < y$ tem-se $L(x) < L(y)$;
- $L(x \cdot y) = L(x) + L(y)$ para quaisquer $x, y > 0$.

Mostre que:

- $L(1) = 0$;
- $L(1/x) = -L(x)$ para todo $x > 0$;
- $L(x/y) = L(x) - L(y)$ para quaisquer $x, y > 0$;
- $L(x^n) = nL(x)$ para todo $x > 0$ e natural n;
- $L(\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n} L(x)$ para todo $x > 0$ e natural n;
- $L(x) < 0 < L(y)$ sempre que $0 < x < 1 < y$.

55 IME 2007 Seja $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que

$$\sum_{k=0}^n f(k) = 2008 \frac{(n+1)}{(n+2)}, \text{ onde } \mathbb{N} \text{ e } \mathbb{R} \text{ são, respectivamente, o con-}$$

junto dos números naturais e o dos números reais. Determine o valor numérico de $\frac{1}{f(2006)}$.

56 IME 2004 Seja uma função $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, onde $\mathbb{R}$ representa o conjunto dos números reais, tal que $f(a/b) = f(a) - f(b)$ para a e b pertencentes ao domínio de f. Demonstre que f é uma função par.

57 IME 1991 Seja $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x < 1 \text{ e } 0 < y < 1\}$ e $F: D \rightarrow \mathbb{R}^2$ uma função tal que $\forall (x, y) \in D$ associa $(X, Y) \in \mathbb{R}^2$ onde

$$\begin{cases} X = y \\ Y = (1 - y)x \end{cases}$$

- Sendo $T = \{(X, Y) \mid X > 0, Y > 0, X + Y < 1\}$ mostre que F é uma bijeção de D sobre T.
- Esboce a imagem dos conjuntos da forma $\{(x, y) \in D \mid y = \lambda x\}$ para os seguintes valores de λ : $\lambda_0 = \frac{1}{4}$, $\lambda_1 = \frac{1}{2}$; $\lambda_2 = 1$.

58 IME 1996 Seja f uma função real tal que

$$\forall x, a \in \mathbb{R}: f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2}$$

f é periódica? Justifique.

59 IME 1999 Sejam as funções g(x) e h(x) assim definidas:

$$g(x) = 3x - 4; h(x) = f(g(x)) = 9x^2 - 6x + 1.$$

Determine a função f(x) e faça seu gráfico.

60 IME 1987 Seja f uma função bijetora de uma variável real e a relação h, definida por:

$$h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \rightarrow (x^3, x - f(y))$$

Verifique se h é bijetora e calcule uma relação g, tal que:

$$g \circ h(x, y) = (x, y)$$

$$h \circ g(x, y) = (x, y), \forall x, \forall y \in \mathbb{R}$$

Frente 1 – IME 1ª Fase

61 IME 1ª Fase 2007 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, onde $\mathbb{R}$ é o conjunto dos números reais, tal que:

$$\begin{cases} f(4) = 5 \\ f(x+4) = f(x) \cdot f(4) \end{cases}$$

O valor de f(-4) é:

A $-\frac{4}{5}$

D $\frac{1}{5}$

B $-\frac{1}{4}$

E $\frac{4}{5}$

C $-\frac{1}{5}$

62 IME 1ª Fase 2007 Considere os conjuntos $A = \{(1,2), (1,3), (2,3)\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, e seja a função $f: A \rightarrow B$ tal que:

$$f(x, y) = x + y$$

É possível afirmar que f é uma função:

- A** injetora **C** bijetora **E** ímpar
B sobrejetora **D** par

Frente 2 – ITA

63 ITA 2005 Considere a equação em $x \in \mathbb{R}$.

$$\sqrt{1+mx} = x + \sqrt{1-mx},$$

Sendo m um parâmetro real.

- a) Resolva a equação em função do parâmetro m .
b) Determine todos os valores de m para os quais a equação admite solução não nula.

64 ITA 2007 Considere a equação:

$$\sqrt{x^2 - p} + 2\sqrt{x^2 - 1} = x$$

- a) Para que valores do parâmetro real p a equação admite raízes reais?
b) Determine todas essas raízes reais.

65 ITA 1997 Seja θ um valor fixado no intervalo $]0, \pi/2[$. Sabe-se que $a_1 = \cotg(\theta)$ é o primeiro termo de uma progressão geométrica infinita de razão $q = \sin^2(\theta)$. A soma de todos os termos dessa progressão é

- A** $\operatorname{cosec}(\theta)\operatorname{tg}(\theta)$
B $\sec(\theta)\operatorname{tg}(\theta)$
C $\sec(\theta)\operatorname{cosec}(\theta)$
D $\sec^2(\theta)$
E $\operatorname{cosec}^2(\theta)$

66 ITA 1990 Sejam a e b constantes reais positivas. Considere $x = a^2 \operatorname{tg} t + 1$ e $y^2 = b^2 \sec^2 t - b^2$, onde $0 \leq t < \pi/2$. Então uma relação entre x e y é dada por:

- A** $y = \frac{b}{a}(x-1)^2, x \geq a$
B $y = \frac{b^2}{a^4}(x-1)^2, x \geq 1$
C $y = \frac{b}{a^2}(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$
D $y = \frac{-b}{a^2}(x-1), x \geq 1$
E $y = \frac{a^2}{b^4}(x-1), x \leq 1$

67 ITA 1992 Sabendo-se que x e y são ângulos do primeiro quadrante tais que $\cos x = \frac{5}{6}$ e $\cos y = \frac{4}{5}$,

então se

$$\alpha = x - y \text{ e } T = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} + \sin^2 \alpha, \text{ temos:}$$

- A** α está no 4º quadrante e $T = \frac{2}{3}$
B α está no 1º quadrante e $T = \frac{2}{3}$
C α está no 1º quadrante e $T = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{11}}{10}$
D α está no 4º quadrante e $T = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{11}}{10}$
E n.d.a.

68 ITA 1996 Seja α um número real tal que $\alpha > 2(1 + \sqrt{2})$ e considere a equação $x^2 - \alpha x + \alpha + 1 = 0$. Sabendo que as raízes reais dessa equação são as cotangentes de dois dos ângulos internos de um triângulo, então o terceiro ângulo interno desse triângulo vale:

- A** 30°
B 45°
C 60°
D 135°
E 120°

69 ITA 1995 A expressão $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}, 0 < \theta < \pi$,

é idêntica a:

- A** $\sec \theta/2$
B $\operatorname{cosec} \theta/2$
C $\cotg \theta/2$
D $\operatorname{tg} \theta/2$
E $\cos \theta/2$

70 ITA 1995 Um dispositivo colocado no solo a uma distância d de uma torre dispara dois projéteis em trajetórias retilíneas. O primeiro, lançado sob um ângulo $\theta \in (0, \pi/4)$, atinge a torre a uma altura h . Se o segundo disparo, sob um ângulo 2θ , atinge-a a uma altura H , a relação entre as duas alturas será:

- A** $H = 2hd^2 / (d^2 - h^2)$
B $H = 2hd^2 / (d^2 + h^2)$
C $H = 2hd^2 / (d^2 - h)$
D $H = 2hd^2 / (d^2 + h^2)$
E $H = hd^2 / (d^2 + h)$

71 ITA 1987 O valor de $x > 0$ que satisfaz a equação

$$\sqrt{x} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \text{ é:}$$

- A $x = 4\sqrt{3}$
- B $x = 5 - 4\sqrt{3}$
- C $x = 7 - \sqrt{3}$
- D $x = 7 - 4\sqrt{3}$
- E $x = 9 - 4\sqrt{3}$

72 ITA 1987 Suponha x e y números reais, tais que:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(x - y) = \sqrt{3} \\ (\operatorname{tg} x)(\operatorname{tg} y) = 1 \end{cases}$$

Calcule o módulo do número $S = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y$.

73 ITA 1989 Se $\operatorname{tg}(2A) = 5$ então $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + A\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - A\right)$ é igual a:

- A -40/21
- B -2
- C 5
- D 8
- E 10

74 ITA 1989 Sabendo-se que x e y são reais, tais que $x + y = \frac{3\pi}{4}$, verifique se a matriz

$$\begin{pmatrix} 2\operatorname{tg}(x) & 1 + \operatorname{tg}(x) \\ 1 + \operatorname{tg}(y) & \operatorname{tg}(y) \end{pmatrix}$$

É ou não invertível.

75 ITA 1994 A expressão trigonométrica

$$\frac{1}{(\cos^2 x - \sin^2 x)^2} - \frac{4 \operatorname{tg}^2 x}{(1 - \operatorname{tg}^2 x)^2}$$

para $x \in]0, \pi/2[$, $x \neq \pi/4$, é igual a:

- A $\sin(2x)$
- B $\cos(2x)$
- C 1
- D 0
- E $\sec(x)$

76 ITA 1996 Seja $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, tal que $\sin \alpha + \cos \alpha = m$.

Então, o valor de $y = \frac{\sin 2\alpha}{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}$ será:

- A $\frac{2(m^2 - 1)}{m(4 - m^2)}$
- B $\frac{2(m^2 + 1)}{m(4 + m^2)}$
- C $\frac{2(m^2 - 1)}{m(3 - m^2)}$
- D $\frac{2(m^2 - 1)}{m(3 + m^2)}$
- E $\frac{2(m^2 + 1)}{m(3 - m^2)}$

77 ITA 2003 O valor de $y^2 - xz$ para o qual os números $\sin \frac{\pi}{12}$, x , y , z e $\sin 75^\circ$, nesta ordem, formam uma progressão

aritmética, é:

- A 3^{-4}
- B 2^{-6}
- C 6^{-2}
- D 2^{-5}
- E $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

78 ITA 2007 Assinale a opção que indica a soma dos elementos de $A \cup B$, sendo:

$$A = \left\{ x_k = \sin^2 \left\{ \frac{k^2 \pi}{24} \right\} : k = 1, 2 \right\} \text{ e}$$

$$B = \left\{ y_k = \sin^2 \left\{ \frac{(3k + 5)\pi}{24} \right\} : k = 1, 2 \right\}$$

- A 0
- B 1
- C 2
- D $\frac{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}{3}$
- E $\frac{2 + \sqrt{2 - \sqrt{3}}}{3}$

79 ITA 1987 Se $\cos^4 x - \sin^4 x = a \neq 0$, então $\cos 8x$ vale:

- A $2a$
- B a
- C $4a$
- D zero
- E $a + 4$

80 ITA 2005 Obtenha todos os pares (x, y) , com $x, y \in [0, 2\pi]$, tais que

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = \frac{1}{2}$$

$$\sin x + \cos y = 1$$

81 ITA 2002 Seja a matriz $\begin{bmatrix} \cos 25^\circ & \sin 65^\circ \\ \sin 120^\circ & \cos 390^\circ \end{bmatrix}$

O valor de seu determinante é

- A $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- B $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- C $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D 1
- E 0

82 ITA 1999 Seja $a \in \mathbb{R}$ com $0 < a < \frac{\pi}{2}$. A expressão

$$\left[\sin \left(\frac{3\pi}{4} + a \right) + \sin \left(\frac{3\pi}{4} - a \right) \right] \sin \left(\frac{\pi}{2} - a \right)$$

é idêntica a:

- A $\frac{\sqrt{2} \cotg^2 a}{1 + \cotg^2 a}$
- B $\frac{\sqrt{2} \cotg a}{1 + \cotg^2 a}$
- C $\frac{\sqrt{2}}{1 + \cotg^2 a}$
- D $\frac{1 + 3 \cotg a}{2}$
- E $\frac{1 + 2 \cotg a}{1 + \cotg a}$

83 ITA 2002 Se x, y e z são os ângulos internos de um triângulo ABC e $\sin x = \frac{\sin y + \sin z}{\cos y + \cos z}$, prove que o triângulo ABC é retângulo.

84 ITA 2003 Para todo $x \in \mathbb{R}$, a expressão $[\cos(2x)]^2 [\sin(2x)]^2 \sin x$ é igual a:

- A $2^{-4} [\sin(2x) + \sin(5x) + \sin(7x)]$.
- B $2^{-4} [2 \sin x + \sin(7x) - \sin(9x)]$.
- C $2^{-4} [-\sin(2x) - \sin(3x) + \sin(7x)]$.
- D $2^{-4} [-\sin x + 2 \sin(5x) - \sin(9x)]$.
- E $2^{-4} [\sin x + 2 \sin(3x) + \sin(5x)]$.

85 ITA 2004 Prove que, se os ângulos internos α, β ou γ de um triângulo satisfazem a equação $\sin(3\alpha) + \sin(3\beta) + \sin(3\gamma) = 0$, então, pelo menos, um dos três ângulos α, β ou γ é igual a 60° .

86 ITA 1987 O número de raízes reais da equação $\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \sin^8 x + \sin^{10} x = 5$ é:

- A um número maior do que 12
- B zero
- C 2
- D 10
- E 1

87 ITA 1988 A respeito da solução da equação $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$, $0 \leq x < 2\pi$, podemos afirmar que:

- A existe apenas uma solução no primeiro quadrante.
- B existe apenas uma solução no segundo quadrante.
- C existe apenas uma solução no terceiro quadrante.
- D existe apenas uma solução no quarto quadrante.
- E existem duas soluções no intervalo $0 \leq x < 2\pi$.

88 ITA 1989 Os valores de a , $0 < a < \pi$ e $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$, para os quais a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = 4x^2 - 4x - \tg^2 \alpha$$

Assume seu valor mínimo igual a -4 , são

- A $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{3\pi}{4}$
- B $\frac{\pi}{5}$ e $\frac{2\pi}{5}$
- C $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{2\pi}{3}$
- D $\frac{\pi}{7}$ e $\frac{2\pi}{7}$
- E $\frac{2\pi}{5}$ e $\frac{3\pi}{5}$

89 ITA 1990 Sabendo-se que θ é um ângulo tal que $2 \sin(\theta - 60^\circ) = \cos(\theta + 60^\circ)$ então $\tg \theta$ é um número da forma $a + b\sqrt{3}$ onde:

- A a e b são reais negativos
- B a e b são inteiros
- C $a + b = 1$
- D a e b são pares
- E $a^2 + b^2 = 1$

90 ITA 1993 O conjunto das soluções da equação $\sin 5x = \cos 3x$ contém o seguinte conjunto:

- A $\left\{ \frac{\pi}{16} + k \frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- B $\left\{ \frac{\pi}{16} + k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- C $\left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- D $\left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- E $\left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

91 ITA 2000 Sabe-se que x é um número real pertencente ao intervalo $]0, 2\pi[$ e que o triplo da sua secante, somado ao dobro da sua tangente, é igual a 3. Então, o cosseno de x é igual a:

- A $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- B $\frac{2}{7}$
- C $\frac{5}{13}$
- D $\frac{15}{26}$
- E $\frac{13}{49}$

92 ITA 2001 Sendo α e β os ângulos agudos de um triângulo retângulo, e sabendo que $\sin^2 2\beta - 2 \cos 2\beta = 0$, então $\sin \alpha$ é igual a:

- A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D $\frac{\sqrt[4]{8}}{4}$
 B $\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$ E zero
 C $\frac{\sqrt[4]{8}}{2}$

93 ITA 2006 Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sqrt{77} \cdot \sin[5(x + \pi/6)]$ e seja B o conjunto dado por $B = \{x \in \mathbb{R} : f(x) = 0\}$. Se m é o maior elemento de $B \cap (-\infty, 0)$ e n é o menor elemento de $B \cap (0, +\infty)$ então $m + n$ é igual a

- A $2\pi/15$ C $-\pi/30$ E $-2\pi/15$
 B $\pi/15$ D $-\pi/15$

94 ITA 2006 O conjunto solução de $(\tan^2 x - 1) \cdot (1 - \cot^2 x) = 4$, $x \neq k\pi/2$, $k \in \mathbb{Z}$, é

- A $\{\pi/3 + k\pi/4, k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\pi/8 + k\pi/4, k \in \mathbb{Z}\}$
 B $\{\pi/4 + k\pi/4, k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{\pi/12 + k\pi/4, k \in \mathbb{Z}\}$
 C $\{\pi/6 + k\pi/4, k \in \mathbb{Z}\}$

95 ITA 1986 Seja $x \in \mathbb{R}$ e A a matriz definida por

$$A = \begin{pmatrix} 1 + \sin(x) & \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}) \\ \cos(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}) & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Se S é o conjunto dos x tais que A é uma matriz invertível, então podemos afirmar que:

- A S é vazio
 B $S = \left\{K\frac{\pi}{2}, K \in \mathbb{Z}\right\}$
 C $S = [0, 2\pi]$
 D $S = \{K\pi, K \in \mathbb{Z}\}$
 E $S = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

96 ITA 1988 Sobre a equação $\tan x + \cot x = 2 \sin 6x$ podemos afirmar que:

- A apresenta uma raiz no intervalo $0 < x < \frac{\pi}{4}$.
 B apresenta duas raízes no intervalo $0 < x < \frac{\pi}{2}$.
 C apresenta uma raiz no intervalo $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.
 D apresenta uma raiz no intervalo $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.
 E não apresenta raízes reais.

97 ITA 1988 Seja a equação $\sin^3 x \cos x - \sin x \cos^3 x = \frac{1}{m}$, onde m é um número real não nulo.

Podemos afirmar que:

- A a equação admite solução qualquer que seja m , $m \neq 0$.
 B se $|m| < 4$, esta equação não apresenta solução real.
 C se $m > 1$, esta equação não apresenta solução real.
 D se $|m| > 2$, esta equação sempre apresenta solução real.
 E se $m < 4$, esta equação sempre apresenta solução real.

98 ITA 1991 Sejam a e b constantes reais positivas. Para que a equação: $\cos^3 x + (a-1) \cos^2 x - (a+b) \cos x + b = 0$ tenha duas raízes reais distintas no intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ devemos ter:

- A $0 < b \leq a - 1$
 B $0 < b < a + 1$
 C $a < b < a + 2$
 D $a + 1 < b \leq a + 2$
 E n.d.a.

99 ITA 1997 Seja S o conjunto de todas as soluções reais da equação

$$\sec \left[\arctg \frac{1}{1 + e^x} - \arctg (1 - e^x) \right] = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Então

- A $S = \emptyset$ D $S \subset [-1, 1]$
 B $S = \mathbb{R}$ E $S = [-1, 2]$
 C $S \subset [1, 2]$

100 ITA 1998 A soma das raízes da equação $\sqrt{3} \tan x - \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 0$, que pertencem ao intervalo $[0, 2\pi]$, é:

- A $\frac{17\pi}{4}$ D $\frac{14\pi}{3}$
 B $\frac{16\pi}{3}$ E $\frac{13\pi}{4}$
 C $\frac{15\pi}{4}$

101 ITA 1999 Se $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ é tal que $4 \tan^4 x = \frac{1}{\cos^4 x} + 4$,

então o valor de $\sin(2x) + \sin(4x)$ é:

- A $\frac{\sqrt{15}}{4}$ D $\frac{1}{2}$
 B $\frac{\sqrt{15}}{8}$ E 1
 C $\frac{3\sqrt{5}}{8}$

102 ITA 2003 Encontre todos os valores de $a \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ para os quais a equação na variável real x ,

$$\arctg\left(\sqrt{2} - 1 + \frac{e^x}{2}\right) + \arctg\left(\sqrt{2} - 1 - \frac{e^x}{2}\right) = a,$$

admite solução.

103 ITA 2000 Para x no intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, o conjunto de todas as soluções da inequação $\sin(2x) - \sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) > 0$ é o intervalo definido por:

- A $\frac{\pi}{10} < x < \frac{\pi}{2}$
- B $\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{4}$
- C $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{3}$
- D $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$
- E $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{3}$

104 ITA 2004 O conjunto de todos os valores de $\alpha, \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, tais que as soluções da equação (em x)

$$x^4 - \sqrt[4]{48} x^2 + \operatorname{tg} \alpha = 0$$

são todas reais, é

- A $\left[-\frac{\pi}{3}, 0\right]$
- B $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$
- C $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$
- D $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$
- E $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$

105 ITA 2005 O intervalo $I \subset \mathbb{R}$ que contém todas as soluções da inequação $\arctan \frac{1+x}{2} + \arctan \frac{1-x}{2} \geq \frac{\pi}{6}$ é

- A $[-1, 4]$.
- B $[-3, 1]$.
- C $[-2, 3]$.
- D $[0, 5]$.
- E $[4, 6]$.

106 ITA 2007 Seja x um número real no intervalo $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Assinale a opção que indica o comprimento do menor intervalo que contém todas as soluções da desigualdade

$$\frac{1}{2} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sqrt{3} \left(\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2}\right) \sec(x) \geq 0$$

- A $\frac{\pi}{2}$
- B $\frac{\pi}{3}$
- C $\frac{\pi}{4}$
- D $\frac{\pi}{6}$
- E $\frac{\pi}{12}$

Frente 2 – IME

107 IME 2002 Resolva a equação $\sqrt{5 - \sqrt{5 - x}} = x$, sabendo-se que $x > 0$.

108 IME 2000 Represente graficamente a função:

$$F(\theta) = \frac{1}{1 + \sin^2 \theta} + \frac{1}{1 + \cos^2 \theta} + \frac{1}{1 + \sec^2 \theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 \theta}$$

109 IME 1988 Demonstre a identidade:

$$\operatorname{tg}^2 x \cdot \operatorname{ctg}^2 x = 2 \left(\frac{3 + \cos 4x}{1 - \cos 4x} \right)$$

110 IME 1990

- a) Obtenha a expressão para $\operatorname{tg} 3\alpha$ em função $\operatorname{tg} \alpha = x$.
- b) Utilize o item anterior para determinar as soluções da equação:

$$x^3 - 3mx^2 - 3x + m = 0$$

onde m é um número real dado.

111 IME 1991 Mostre que, se num triângulo ABC vale a relação:

$$\frac{\cos(B - C)}{\sin A + \sin(C - B)} = \operatorname{tg} B$$

então o triângulo é retângulo com ângulo reto A.

112 IME 1991 Resolver o sistema:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y = 6 \\ \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} + \frac{\operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x} = -6 \end{cases}$$

sabendo que x e y pertencem ao intervalo $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

113 IME 1997 Se $\operatorname{tg} a$ e $\operatorname{tg} b$ são raízes da equação

$$x^2 + px + q = 0,$$

calcule, em função de p e q , o valor simplificado da expressão:

$$y = \operatorname{sen}^2(a + b) + p \cdot \operatorname{sen}(a + b) \cdot \cos(a + b) + q \cdot \cos^2(a + b).$$

Considere $p, q \in \mathbb{R}$ com $q \neq 1$.

114 IME 1990 Determine o valor de:

$$P = \operatorname{sen} \frac{\pi}{24} \operatorname{sen} \frac{5\pi}{24} \operatorname{sen} \frac{7\pi}{24} \operatorname{sen} \frac{11\pi}{24}$$

115 IME 2004 Calcule $\operatorname{sen}(x + y)$ em função de a e b , sabendo que o produto $ab \neq 0$, que $\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = a$ e que $\cos x + \cos y = b$.

116 IME 1988 Demonstre que, num triângulo ABC,

$$\operatorname{ctg} \frac{A}{2} = \frac{\operatorname{sen} B + \operatorname{sen} C}{\cos B + \cos C}$$

117 IME 1989 Mostre que, se os ângulos de um triângulo ABC verificam a igualdade $\operatorname{sen} 4A + \operatorname{sen} 4B + \operatorname{sen} 4C = 0$, então o triângulo é retângulo.

118 IME 1991 Sejam A, B, C os ângulos de um triângulo. Mostre que:

$$\operatorname{sen} 2A + \operatorname{sen} 2B + \operatorname{sen} 2C = 4 \operatorname{sen} A \cdot \operatorname{sen} B \cdot \operatorname{sen} C.$$

119 IME 1994 Sabendo que $\hat{A}, \hat{B}$ e $\hat{C}$ são os ângulos internos de um triângulo, escreva as restrições que devem ser satisfeitas por este triângulo para que se verifique a igualdade abaixo.

$$\operatorname{sen} \hat{A} + \operatorname{sen} \hat{B} + \operatorname{sen} \hat{C} = 4 \cos \frac{\hat{A}}{2} \cdot \cos \frac{\hat{B}}{2} \cdot \cos \frac{\hat{C}}{2}$$

120 IME 1992 Encontre todas as soluções de:

$$\sec x - 2 \cos x = 1 \text{ em } [0, 2\pi]$$

121 IME 1993 Resolva a equação:

$$\operatorname{sen} x - \cos x = \operatorname{sen} 2x - \cos 2x - 1$$

122 IME 1998 Determine a solução da equação trigonométrica:

$$\operatorname{sen} x + \sqrt{3} \cos x = 1, x \in \mathbb{R}.$$

123 IME 1999 Determine θ sabendo-se que:

$$\text{I. } \frac{1 - \cos^4 \theta}{1 - \operatorname{sen}^4 \theta} \cdot \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} = \frac{2}{3},$$

$$\text{II. } 0 < \theta \leq 2\pi \text{ radianos.}$$

124 IME 2006 Os ângulos de um triângulo estão em progressão aritmética e um deles é solução da equação trigonométrica

$$(\operatorname{sen} x + \cos x)(\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x \cos x + \cos^2 x) = 1.$$

Determine os valores destes ângulos (em radianos).

125 IME 1986

1. Resolva a equação: $m \cos x - (m + 1) \operatorname{sen} x = m, m \in \mathbb{R}$
2. Determine m de modo que essa equação admita raízes x' e x'' cuja diferença seja $\pi/2$.

126 IME 1991 Mostre que:

$$\frac{1}{2} + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx = \frac{\operatorname{sen} \frac{(2n+1)x}{2}}{2 \operatorname{sen} \frac{x}{2}}.$$

127 IME 1995 Resolva a equação trigonométrica:

$$\operatorname{sen} x + \cos x + 2\sqrt{2} \operatorname{sen} x \cdot \cos x = 0$$

128 IME 1996 Encontre todas as soluções reais da equação apresentada abaixo, onde n é um número natural.

$$\cos^n x - \operatorname{sen}^n x = 1$$

129 IME 2003 Resolva a equação $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} (2\alpha) = 2 \operatorname{tg} (3\alpha)$, sabendo-se que $\alpha \in [0, \pi/2)$.

130 IME 2005 Resolva a equação

$$2 \operatorname{sen} 11x + \cos 3x + \sqrt{3} \operatorname{sen} 3x = 0$$

131 IME 1987 Resolva a inequação:

$$\frac{2 \cos x + 2 \operatorname{sen} x + \sqrt{2}}{\cos x - \operatorname{sen} x} < 0$$

132 IME 1989 Resolva a seguinte desigualdade:

$$\frac{\cos 2x + \cos x - 1}{\cos 2x} \geq 2 \text{ para } 0 \leq x \leq \pi$$

Frente 3 – ITA

133 ITA 2000 O valor de n que torna a sequência $2 + 3n, -5n, 1 - 4n$ uma progressão aritmética pertence ao intervalo:

- A $[-2, -1]$
- B $[-1, 0]$
- C $[0, 1]$
- D $[1, 2]$
- E $[2, 3]$

134 ITA 1989 Numa progressão aritmética com n termos, sabemos que o primeiro é igual a $\frac{(1+n)}{n}$ e a soma deles vale $\frac{(1+3n)}{2}$. Então, o produto da razão desta progressão pelo último termo é igual a:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| A $2n$ | D $\frac{3}{n}$ |
| B $\frac{2}{n}$ | E $5n$ |
| C $3n$ | |

135 ITA 1993 Numa progressão aritmética com $2n + 1$ termos, a soma dos n primeiros é igual a 50 e a soma dos n últimos é 140. Sabendo-se que a razão desta progressão é um inteiro entre 2 e 13, então seu último termo será igual a:

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| A 34 | C 42 | E 56 |
| B 40 | D 48 | |

136 ITA 2005 Seja $a_1, a_2, \dots$ uma progressão aritmética infinita tal que $\sum_{k=1}^n a_{3k} = n\sqrt{2} + \pi n^2$, para $n \in \mathbb{N}^*$

Determine o primeiro termo e a razão da progressão.

137 ITA 2002 Sejam $n \geq 2$ números reais positivos $a_1, a_2, \dots, a_n$ que formam uma progressão aritmética de razão positiva. Considere $A_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ e responda, justificando: Para todo $n \geq 2$,

qual é o maior entre os números $\left(\frac{A_n}{n} - a_n\right)^2$ e $\left(\frac{A_n}{n}\right)^2 - a_n^2$?

138 ITA 1988 Suponha que os números 2, x , y e 1 458 estão, nesta ordem, em progressão geométrica. Desse modo, o valor de $x + y$ é:

- | | |
|--------------|----------------|
| A 90 | D 360 |
| B 100 | E 1 460 |
| C 180 | |

139 ITA 1995 Se a soma dos termos da progressão geométrica dada por $0,3 : 0,03 : 0,003 : \dots$ é igual ao termo médio de uma progressão aritmética de três termos, então a soma dos termos da progressão aritmética vale:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| A $\frac{1}{3}$ | D 2 |
| B $\frac{2}{3}$ | E $\frac{1}{2}$ |
| C 1 | |

140 ITA 1998 Seja $(a_1, a_2, a_3, \dots)$ uma progressão geométrica infinita de razão a_1 , $0 < a_1 < 1$, e soma igual a $3a_1$. A soma dos três primeiros termos desta progressão geométrica é:

- | |
|--------------------------|
| A $\frac{8}{27}$ |
| B $\frac{20}{27}$ |
| C $\frac{26}{27}$ |
| D $\frac{30}{27}$ |
| E $\frac{38}{27}$ |

141 ITA 1985 Sejam $a_1, a_2, \dots, a_n$ números reais positivos e $p_n = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$. Se $p > 0$ é uma constante real tal que $p_n = \frac{p^{n^2+n}}{2^n}$, então podemos afirmar que os números $a_1, a_2, \dots, a_n$, nesta ordem:

a) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p$ e

$$a_n = \frac{p^{2n}}{2}$$

b) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p$ e

$$a_n = \frac{p^n}{2}$$

c) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p^2$ e

$$a_n = \frac{p^n}{2}$$

d) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p^2$ e

$$a_n = \frac{p^{2n}}{2}$$

e) Não formam uma progressão geométrica.

142 ITA 1989 Numa progressão geométrica de razão q sabemos que $a_1 = \frac{1}{q}$, $a_1 a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^5$ e o produto dos n primeiros termos é q^{20} . Então, a soma dos n primeiros termos é igual a:

- | |
|--|
| A $\frac{1}{2} \frac{3^8 - 2^8}{3^6}$ |
| B $\frac{1}{2} \frac{3^6 - 2^6}{3^6}$ |
| C $\frac{1}{4} \frac{3^8 - 2^8}{3^6}$ |
| D $\frac{1}{4} \frac{3^6 - 2^6}{3^6}$ |
| E $\frac{1}{4} \frac{3^6 - 2^6}{3^8}$ |

143 ITA 1993 A soma dos 5 primeiros termos de uma progressão aritmética de razão r é 50 e a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita de razão q é 12. Se ambas as progressões tiverem o mesmo termo inicial menor do que 10 e sabendo-se que $q = r^2$, podemos afirmar que a soma dos 4 primeiros termos da progressão geométrica será:

- A $\frac{623}{11}$ C $\frac{35}{2}$ E 13
 B $\frac{129}{32}$ D $\frac{765}{64}$

144 ITA 1994 Seja $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ uma progressão geométrica com um número ímpar de termos e razão $q > 0$. O produto de seus termos é igual a 2^{25} e o termo do meio é 2^5 . Se a soma dos $(n - 1)$ primeiros termos é igual a $2(1 + q)(1 + q^2)$, então:

- A $a_1 + q = 16$ D $a_1 + q + n = 20$
 B $a_1 + q = 12$ E $a_1 + q + n = 11$
 C $a_1 + q = 10$

145 ITA 2006 Seja $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ uma progressão geométrica infinita de razão positiva r , em que $a_1 = a$ é um número real não nulo. Sabendo que a soma de todos os termos de índices pares desta progressão geométrica é igual a 4 e que a soma de todos os termos de índices múltiplos de 3 é $16/13$, determine o valor de $a + r$.

146 ITA 1987 Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que: $f(x) \neq 0$, para cada x em $\mathbb{R}$ e $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$, para todos x e y em $\mathbb{R}$. Considere (a_1, a_2, a_3, a_4) uma P.A. de razão r , tal que $a_1 = 0$. Então, $(f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4))$

- A É uma P.A. de razão igual a $f(r)$ e 1º termo $f(a_1) = f(0)$.
 B É uma P.A. de razão igual a r .
 C É uma P.G. de razão igual a $f(r)$ e 1º termo $f(a_1) = 1$.
 D É uma P.G. de razão igual a r e 1º termo $f(a_1) = f(0)$.
 E Não é necessariamente uma P.A. ou uma P.G.

147 ITA 2003 Considere a seguinte situação baseada num dos paradoxos de Zenão de Eléia, filósofo grego do século V A.C. Suponha que o atleta Aquiles e uma tartaruga apostam uma corrida em linha reta, correndo com velocidades constantes v_A e v_T , com $0 < v_T < v_A$. Como a tartaruga é mais lenta, é-lhe dada uma vantagem inicial, de modo a começar a corrida no instante $t = 0$ a uma distância $d_1 > 0$ na frente de Aquiles. Calcule os tempos $t_1, t_2, t_3, \dots$ que Aquiles precisa para percorrer as distâncias $d_1, d_2, d_3, \dots$, respectivamente, sendo que, para todo $n \geq 2$, d_n denota a distância entre a tartaruga e Aquiles no instante $\sum_{k=1}^{n-1} t_k$

da corrida. Verifique que os termos t_k , $k = 1, 2, 3, \dots$, formam uma progressão geométrica infinita, determine sua soma e dê o significado desta soma.

148 ITA 2007 Seja k um número inteiro positivo e

$$A_k = \{j \in \mathbb{N} : j \leq k \text{ e } \text{mdc}(j, k) = 1\}$$

Verifique se $n(A_3)$, $n(A_9)$, $n(A_{27})$ e $n(A_{81})$, estão ou não, nesta ordem, numa progressão aritmética ou geométrica. Se for o caso, especifique a razão.

Frente 3 – IME

149 IME 1998 Uma soma finita de números inteiros consecutivos, ímpares, positivos ou negativos, é igual a 7^3 . Determine os termos desta soma.

150 IME 1999 Determine as possíveis progressões aritméticas para as quais o resultado da divisão da soma dos seus n primeiros termos pela soma dos seus $2n$ primeiros termos seja independente do valor de n .

151 IME 2002 Calcule a soma dos números entre 200 e 500 que são múltiplos de 6 ou de 14, mas não simultaneamente múltiplos de ambos.

152 IME 1986 Mostre que os números 12, 20 e 35 não podem ser termos de uma mesma progressão geométrica.

153 IME 1989 Três números, cuja a soma é 126, estão em progressão aritmética e outros três em progressão geométrica. Somando os termos correspondentes das duas progressões, obtém-se 85,76 e 84, respectivamente. Encontre os termos destas progressões.

154 IME 1985 Seja a sequência $\{v_n\}$, $n = 0, 1, 2, \dots$, definida a partir de seus dois primeiros termos v_0 e v_1 e pela fórmula geral: $v_n = 6v_{n-1} - 9v_{n-2}$, para $n \geq 2$. Defina-se uma nova sequência: $\{u_n\}$, $n = 0, 1, 2, \dots$

pela fórmula: $v_n = 3^n u_n$

- a) Calcule $u_n - u_{n-1}$ em função de u_0 e u_1 ;
 b) Calcule u_n e v_n em função de n , v_1 e v_0 ;
 c) Identifique a natureza das sequências $\{v_n\}$ e $\{u_n\}$ quando:
 $v_1 = 1$ e $v_0 = \frac{1}{3}$

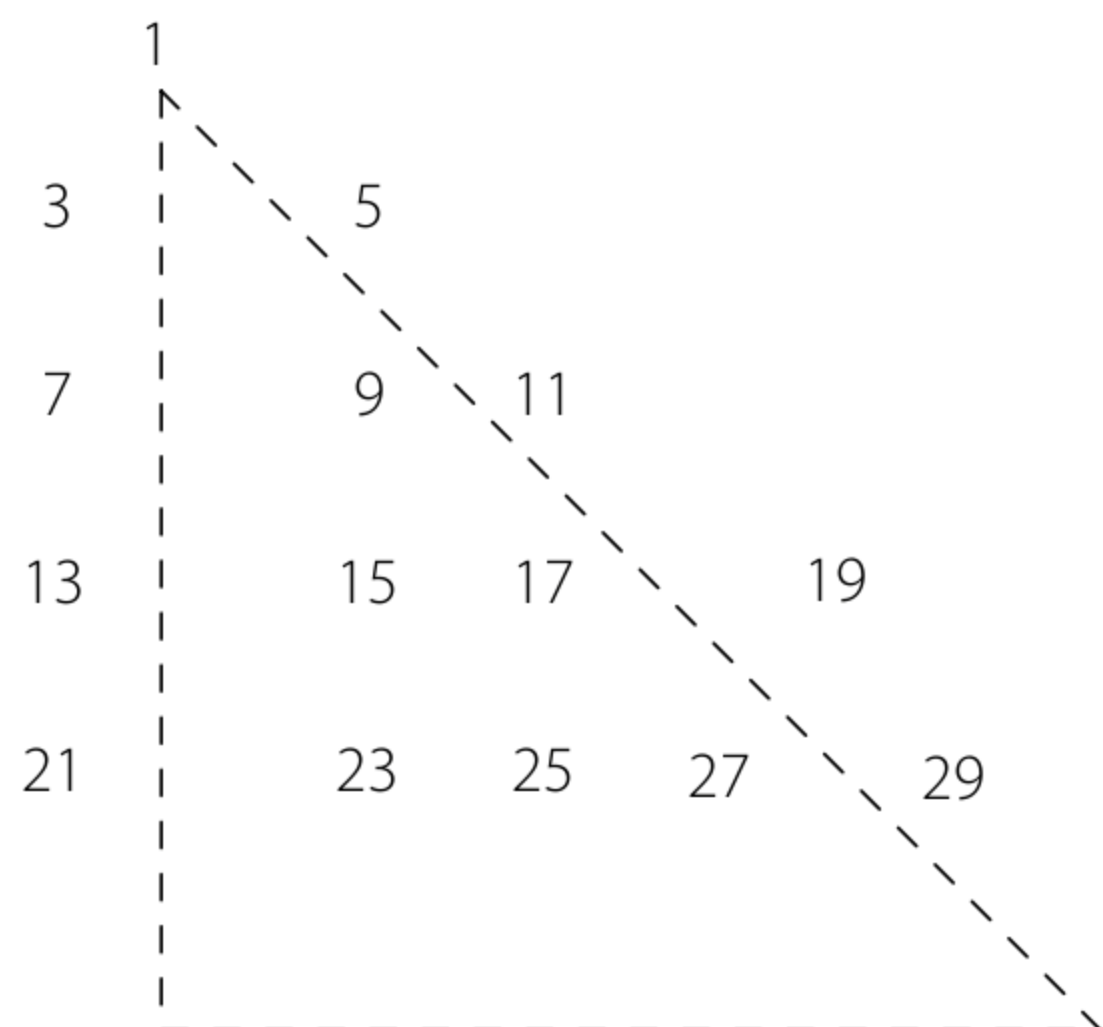
155 IME 1988 Considere a sequência cujos primeiros termos são: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Seja n o seu n -ésimo termo. Mostre que $a_n < \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^n$, para todo $n \geq 2$.

156 IME 1996 Calcule a soma abaixo:

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{2998 \cdot 3001}$$

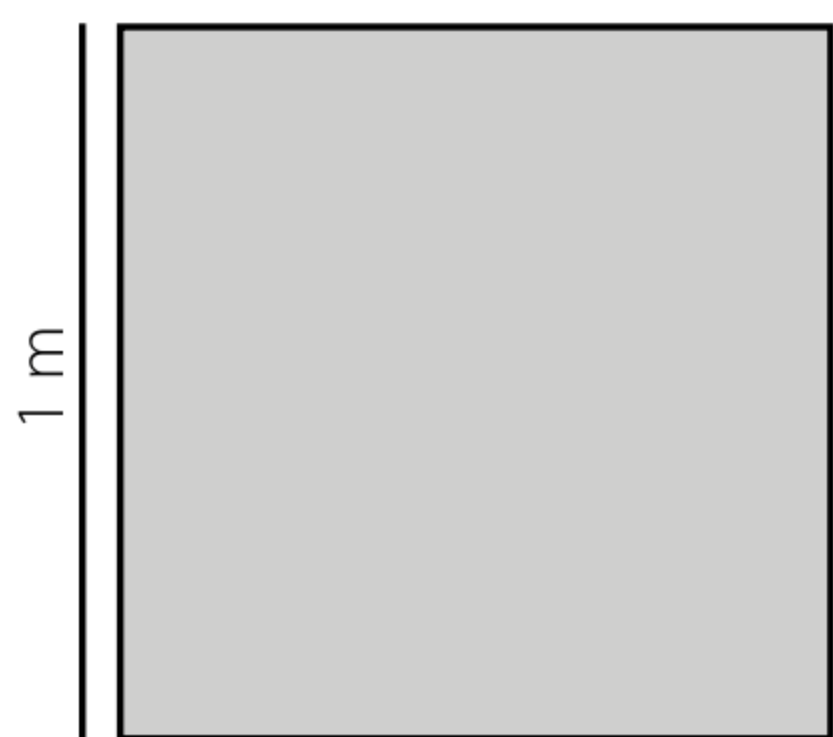
157 IME 1997 Considere os números ímpares escritos sucessivamente, como mostra a figura abaixo, onde a n -ésima linha compreende n números. Encontre em função de n , nesta linha, a soma de todos os números escritos, bem como o primeiro e o último.



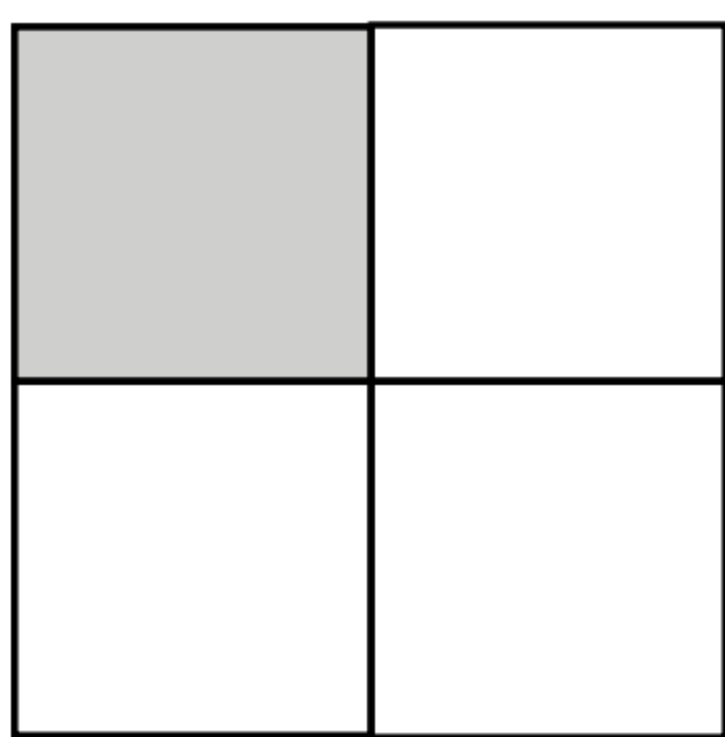
158 IME 2000 Determine o polinômio em n , com no máximo 4 termos, que representa o somatório dos quadrados dos n primeiros números naturais $\left(\sum_{k=1}^n k^2\right)$.

Frente 3 – IME 1ª Fase

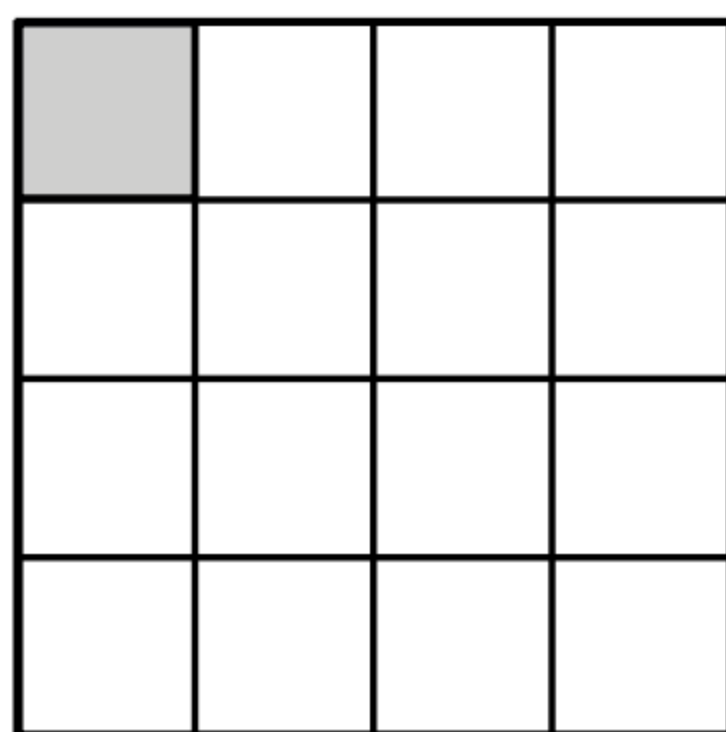
159 IME 1ª Fase 2007 Um quadrado de lado igual a um metro é dividido em quatro quadrados idênticos. Repete-se esta divisão com os quadrados obtidos e assim sucessivamente por n vezes. A figura abaixo ilustra as quatro primeiras etapas desse processo. Quando $n \rightarrow \infty$, a soma em metros dos perímetros dos quadrados hachurados em todas as etapas é:



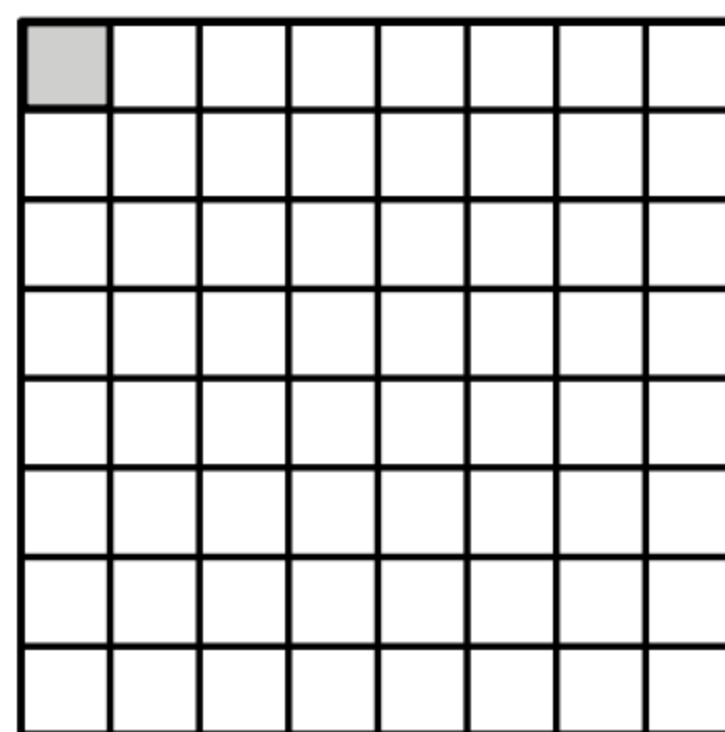
Primeira etapa



Segunda etapa



Terceira etapa



Quarta etapa

- | | | |
|------------|-------------|-------------|
| A 4 | C 8 | E 12 |
| B 6 | D 10 | |

Frente 4 – ITA

160 ITA 1987 Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

- A** Três pontos, distintos dois a dois, determinam um plano.
- B** Um ponto e uma reta determinam um plano.
- C** Se dois planos distintos têm um ponto em comum, tal ponto é único.
- D** Se uma reta é paralela a um plano e não está contida neste plano, então ela é paralela a qualquer reta desse plano.
- E** Se α é o plano determinado por duas retas concorrentes r e s , então toda reta m desse plano, que é paralela a r , não será paralela à reta s .

161 ITA 1987 O perímetro de um triângulo retângulo isósceles é $2p$. Nesse triângulo, a altura relativa à hipotenusa é:

- A** $p\sqrt{2}$
- B** $(p+1)(\sqrt{3}-1)$
- C** $p(\sqrt{2}-1)$
- D** $4p(\sqrt{2}+1)$
- E** $8p(\sqrt{2}+4)$

162 ITA 1988 Por um ponto A de uma circunferência traça-se o segmento $\overline{AA'}$, perpendicular a um diâmetro desta circunferência. Sabendo-se que o ponto A' determina no diâmetro segmentos de 4 cm e 9 cm, podemos afirmar que a medida do segmento $\overline{AA'}$ é:

- A** 4 cm
- B** 12 cm
- C** 13 cm
- D** 6 cm
- E** $\sqrt{13}$ cm

163 ITA 1999 O conjunto de todos os números reais $q > 1$, para os quais a_1 , a_2 e a_3 formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão q e representam as medidas dos lados de um triângulo, é:

- A** $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}[$
- B** $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}]$
- C** $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}]$
- D** $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{4}[$
- E** $]1, 1+\sqrt{5}[$

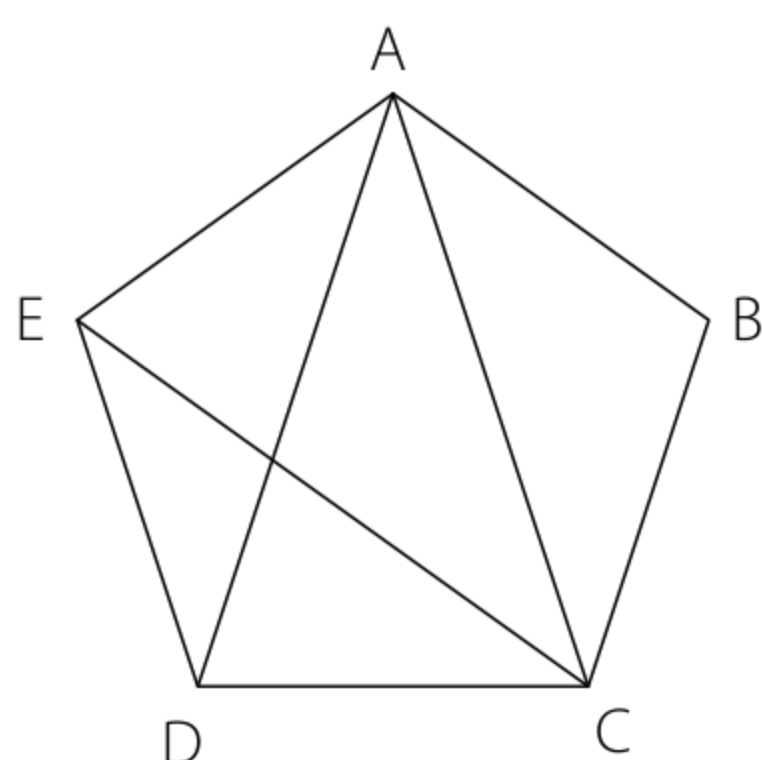
164 ITA 2006 Seja E um ponto externo a uma circunferência. Os segmentos $\overline{EA}$ e $\overline{ED}$ interceptam essa circunferência nos pontos B e A, e, C e D, respectivamente. A corda $\overline{AF}$ da circunferência intercepta o segmento $\overline{ED}$ no ponto G. Se $EB = 5$, $BA = 7$, $EC = 4$, $GD = 3$ e $AG = 6$, então GF vale

- A 1 C 3 E 5
B 2 D 4

165 ITA 2007 Se as medidas dos lados de um triângulo obtusângulo estão em progressão geométrica de razão r, então r pertence ao intervalo

- A $\left(0, \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)$
B $\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}, \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\right)$
C $\left(\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$
D $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}\right)$
E $\left(\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}, \frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$

166 ITA 1995 O comprimento da diagonal de um pentágono regular de lado medindo 1 unidade é igual à raiz positiva de:



- A $x^2 + x - 2 = 0$ D $x^2 + x - 1 = 0$
B $x^2 - x - 2 = 0$ E $x^2 - x - 1 = 0$
C $x^2 - 2x + 1 = 0$

167 ITA 2002 Considere n pontos distintos $A_1, A_2, \dots, A_n$ sobre uma circunferência de raio unitário, de forma que os comprimentos dos arcos $\widehat{A_1A_2}, \widehat{A_2A_3}, \dots, \widehat{A_{n-1}A_n}$ formam uma progressão geométrica de termo inicial π e razão $\frac{1}{2}$. Para que valores de $n \in \mathbb{N}$ teremos o comprimento do arco $\widehat{A_nA_1}$ menor que $\frac{1}{512}$ do comprimento da circunferência?

Obs.: Para todo arco $\widehat{A_kA_\ell}$, o comprimento considerado é o do arco que une o ponto A_k ao ponto A_ℓ no sentido anti-horário.

168 ITA 1998 Seja ABC um triângulo isósceles de base $\overline{BC}$. Sobre o lado $\overline{AC}$ deste triângulo considere um ponto D tal que os segmentos $\overline{AD}$, $\overline{BD}$ e $\overline{BC}$ são todos congruentes entre si. A medida do ângulo $\widehat{BAC}$ é igual a:

- A 23°
B 32°
C 36°
D 40°
E 45°

169 ITA 1988 Num triângulo ABC, $\overline{BC} = 4$ cm, o ângulo C mede 30° e a projeção do lado $\overline{AB}$ sobre $\overline{BC}$ mede 2,5 cm. O comprimento da mediana que sai do vértice A mede:

- A 1 cm
B $\sqrt{2}$ cm
C 0,9 cm
D $\sqrt{3}$ cm
E 2 cm

170 ITA 1992 Num triângulo ABC, retângulo em A, temos $B = 60^\circ$. As bissetrizes destes ângulos se encontram num ponto D. Se o segmento de reta $\overline{BD}$ mede 1 cm, então a hipotenusa mede:

- A $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ cm
B $1+\sqrt{3}$ cm
C $2+\sqrt{3}$ cm
D $1+2\sqrt{2}$ cm
E n.d.a.

171 ITA 2005 Em um triângulo retângulo, a medida da mediana relativa à hipotenusa é a média geométrica das medidas dos catetos. Então, o valor do cosseno de um dos ângulos do triângulo é igual a

- A $\frac{4}{5}$
B $\frac{2+\sqrt{3}}{5}$
C $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$
D $\frac{1}{4}\sqrt{4+\sqrt{3}}$
E $\frac{1}{3}\sqrt{2+\sqrt{3}}$

172 ITA 2003 Considere um quadrado ABCD. Sejam E o ponto médio do segmento $\overline{CD}$ e F um ponto sobre o segmento $\overline{CE}$ tal que $m(\widehat{BC}) + m(\widehat{CF}) = m(\widehat{AF})$. Prove que $\cos \alpha = \cos 2\beta$, sendo os ângulos $\alpha = \widehat{BAF}$ e $\beta = \widehat{EAD}$.

173 ITA 2007 Considere um triângulo isósceles ABC, retângulo em B. Sobre o lado $\overline{BC}$, considere, a partir de B, os pontos D e E, tais que os comprimentos dos segmentos $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EC}$, nesta ordem, formem uma progressão geométrica decrescente. Se β for o ângulo $\widehat{EAD}$, determine $\text{tg}(\beta)$ em função da razão r da progressão.

174 ITA 1989 Dadas as informações:

- I. Quaisquer dois ângulos opostos de um quadrilátero são suplementares.
- II. Quaisquer dois ângulos consecutivos de um paralelogramo são suplementares.
- III. Se as diagonais de um paralelogramo são perpendiculares entre si e se cruzam em seu ponto médio, então este paralelogramo é um losango.

Podemos garantir que:

- A Todas são verdadeiras.
- B Apenas I e II são verdadeiras.
- C Apenas II e III são verdadeiras.
- D Apenas II é verdadeira.
- E Apenas III é verdadeira.

175 ITA 1988 Num losango ABCD, a soma das medidas dos ângulos obtusos é o triplo da soma das medidas dos ângulos agudos. Se a sua diagonal menor mede d cm então sua aresta medirá:

- A $\frac{d}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$
- B $\frac{d}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$
- C $\frac{d}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$
- D $\frac{d}{\sqrt{3-\sqrt{3}}}$
- E $\frac{d}{\sqrt{3-\sqrt{2}}}$

176 ITA 1989 Considere um quadrilátero ABCD cujas diagonais AC e BD medem, respectivamente, 5 cm e 6 cm. Se R, S, T e U são os pontos médios dos lados do quadrilátero dado, então o perímetro do quadrilátero RSTU vale:

- A 22 cm
- B 5,5 cm
- C 8,5 cm
- D 11 cm
- E 13 cm

177 ITA 1993 A diagonal menor de um paralelogramo divide um dos ângulos internos em dois outros, um α e o outro 2α . A razão entre o lado menor e o maior do paralelogramo, é:

- A $1 / \cos 2\alpha$
- B $1 / \sin 2\alpha$
- C $1 / (2 \sin \alpha)$
- D $1 / (2 \cos \alpha)$
- E $\text{tg } \alpha$

178 ITA 1994 Numa circunferência inscreve-se um quadrilátero convexo ABCD tal que $\widehat{ABC} = 70^\circ$. Se $x = \widehat{ACB} + \widehat{BDC}$, então:

- A $x = 120^\circ$
- B $x = 110^\circ$
- C $x = 100^\circ$
- D $x = 90^\circ$
- E $x = 80^\circ$

179 ITA 1985 Considere um triângulo isósceles inscrito em uma circunferência. Se a base e a altura deste triângulo medem 8 cm, então o raio desta circunferência mede:

- A 3 cm
- B 4 cm
- C 5 cm
- D 6 cm
- E $3\sqrt{2}$ cm

180 ITA 1991 Um triângulo ABC está inscrito num círculo de raio $2\sqrt{3}$. Sejam a , b e c os lados opostos aos ângulos A, B e C respectivamente. Sabendo que $a = 2\sqrt{3}$ e (A, B, C) é uma progressão aritmética, podemos afirmar que:

- A $c = 4\sqrt{3}$ e $A = 30^\circ$
- B $c = 3\sqrt{3}$ e $A = 30^\circ$
- C $b = 6$ e $C = 85^\circ$
- D $b = 3$ e $C = 90^\circ$
- E n.d.a.

181 ITA 1996 Um hexágono regular e um quadrado estão inscritos no mesmo círculo de raio R e o hexágono possui uma aresta paralela a uma aresta do quadrado. A distância entre estas arestas paralelas será:

- A $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2} R$
- B $\frac{\sqrt{2}+1}{2} R$
- C $\frac{\sqrt{3}+1}{2} R$
- D $\frac{\sqrt{2}-1}{2} R$
- E $\frac{\sqrt{3}-1}{2} R$

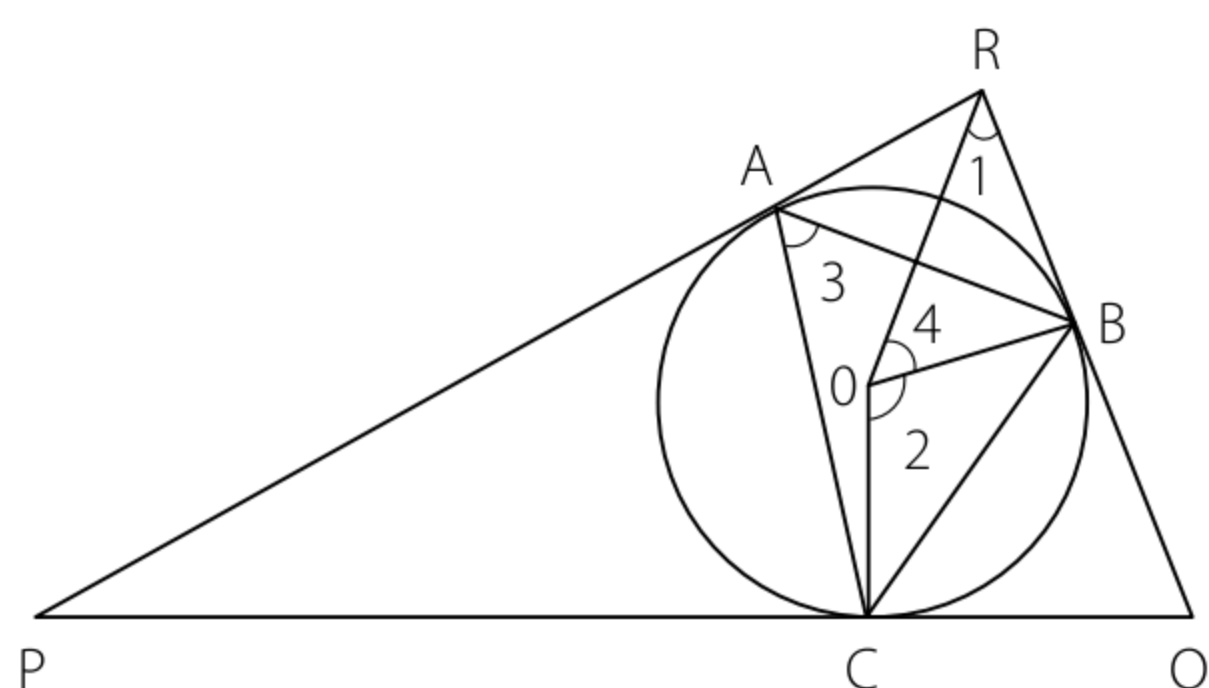
182 ITA 2000 Considere a circunferência inscrita num triângulo isósceles com base de 6 cm e altura 4 cm. Seja t a reta tangente a esta circunferência e paralela à base do triângulo. O segmento de t compreendido entre os lados do triângulo mede:

- A 1 cm
- B 1,5 cm
- C 2 cm
- D 2,5 cm
- E 3 cm

183 ITA 2001 Num trapézio retângulo circunscritível, a soma dos dois lados paralelos é igual a 18 cm e a diferença dos dois outros lados é igual a 2 cm. Se r é o raio da circunferência inscrita e a é o comprimento do menor lado do trapézio, então a soma $a + r$ (em cm) é igual a:

- A 12
- B 11
- C 10
- D 9
- E 8

184 ITA 1992 Considere o triângulo PQR abaixo, circunscrito a uma circunferência de centro O, cujos pontos de tangência são A, B e C. Sabe-se que os ângulos $\hat{P}$, $\hat{Q}$ e $\hat{R}$ estão, nesta ordem, em progressão aritmética de razão 20° . Os ângulos 1, 2, 3, 4 conforme mostrado na figura abaixo medem, nesta ordem:



- A $40^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 50^\circ$
- B $40^\circ, 100^\circ, 50^\circ, 40^\circ$
- C $60^\circ, 140^\circ, 60^\circ, 40^\circ$
- D $60^\circ, 120^\circ, 40^\circ, 50^\circ$
- E n.d.a.

185 ITA 2007 Seja C_1 uma circunferência de raio R_1 inscrita num triângulo equilátero de altura h . Seja C_2 uma segunda circunferência, de raio R_2 , que tangencia dois lados do triângulo internamente e C_1 externamente. Calcule $\frac{R_1 - R_2}{h}$.

Frente 4 – IME

186 IME 1985 Sejam as afirmações:

- I. Por um outro ponto passa uma única reta.
- II. Um ponto e uma reta determinam um plano.
- III. Se dois pontos de uma reta pertencem a um plano então a reta está contida nesse plano.
- IV. Por um ponto situado fora de uma reta, existe uma reta paralela à reta dada.

Podemos garantir que:

- A apenas III é verdadeira.
- B I e II são falsas.
- C apenas I é falsa.
- D apenas II e III são verdadeiras.
- E apenas II e IV são verdadeiras.

187 IME 1993 Provar que a soma das distâncias de um ponto qualquer interior a um triângulo equilátero aos lados é constante.

188 IME 1996 Dados dois trinômios do segundo grau:

$$y = ax^2 + bx + c \text{ (I); } y = a'x^2 + b'x + c' \text{ (II)}$$

Considere, sobre o eixo Ox , os pontos A e B cujas abscissas são as raízes do trinômio (I) e $\overline{A'B'}$ os pontos cujas abscissas são as raízes do trinômio (II).

Determine a relação que deve existir entre os coeficientes a, b, c, a', b', c' , de modo que $\overline{A'B'}$ divida o segmento $\overline{AB}$ harmonicamente.

189 IME 1985 Num triângulo isósceles a razão entre a altura referente à base e esta é $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$. Sobre o ângulo α oposto à base, podemos afirmar que:

- A $\alpha = \frac{\pi}{4}$
- B $\alpha = \frac{\pi}{2}$
- C $\alpha = \frac{\pi}{3}$
- D $\alpha = \frac{\pi}{6}$
- E não temos dados suficientes para determiná-lo.

190 IME 1990 Os lados de um triângulo estão em progressão aritmética e o lado intermediário mede ℓ . Sabendo-se que o maior ângulo excede o menor em 90° , calcule a razão entre os lados.

191 IME 1985 Em um triângulo ABC retângulo em A, é dada a razão k entre o produto das bissetrizes internas dos ângulos B e C e o quadrado da hipotenusa. Calcule o ângulo B, em função de k. Determine entre que valores pode variar a razão k para que o problema tenha solução.

192 IME 1986 Num triângulo ABC ($\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$) traçam-se as bissetrizes externas $\overline{AA'}$ do ângulo $\hat{A}$, com A' sobre o prolongamento de $\overline{BC}$ e $\overline{CC'}$ do ângulo $\hat{C}$, com $\overline{CC'}$ sobre o prolongamento de $\overline{AB}$.

Se $\overline{AA'} = \overline{CC'}$, mostre que:

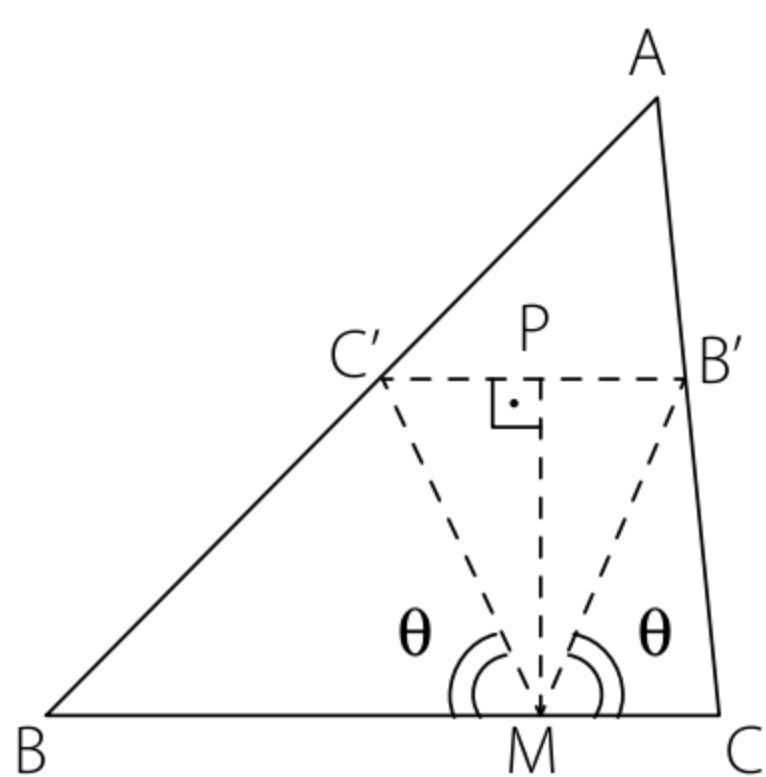
$$C \sin \left(\frac{\hat{A} - \hat{B}}{2} \right) = a \sin \left(\frac{\hat{B} - \hat{C}}{2} \right)$$

193 IME 1987 Dado um triângulo ABC de lados a, b, c opostos aos ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ respectivamente, e de perímetro 2p, mostre que:

$$a = \frac{p \sin \frac{\hat{A}}{2}}{\cos \frac{\hat{B}}{2} \cos \frac{\hat{C}}{2}}$$

194 IME 1995 Seja ABC um triângulo qualquer. Por B' e C' pontos médios dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente, traçam-se duas retas que se cortam em um ponto M, situado sobre o lado BC, e que fazem com esse lado ângulos iguais a θ conforme a figura abaixo. Demonstre que:

$$\cotg \theta = \frac{1}{2} (\cotg B + \cotg C)$$

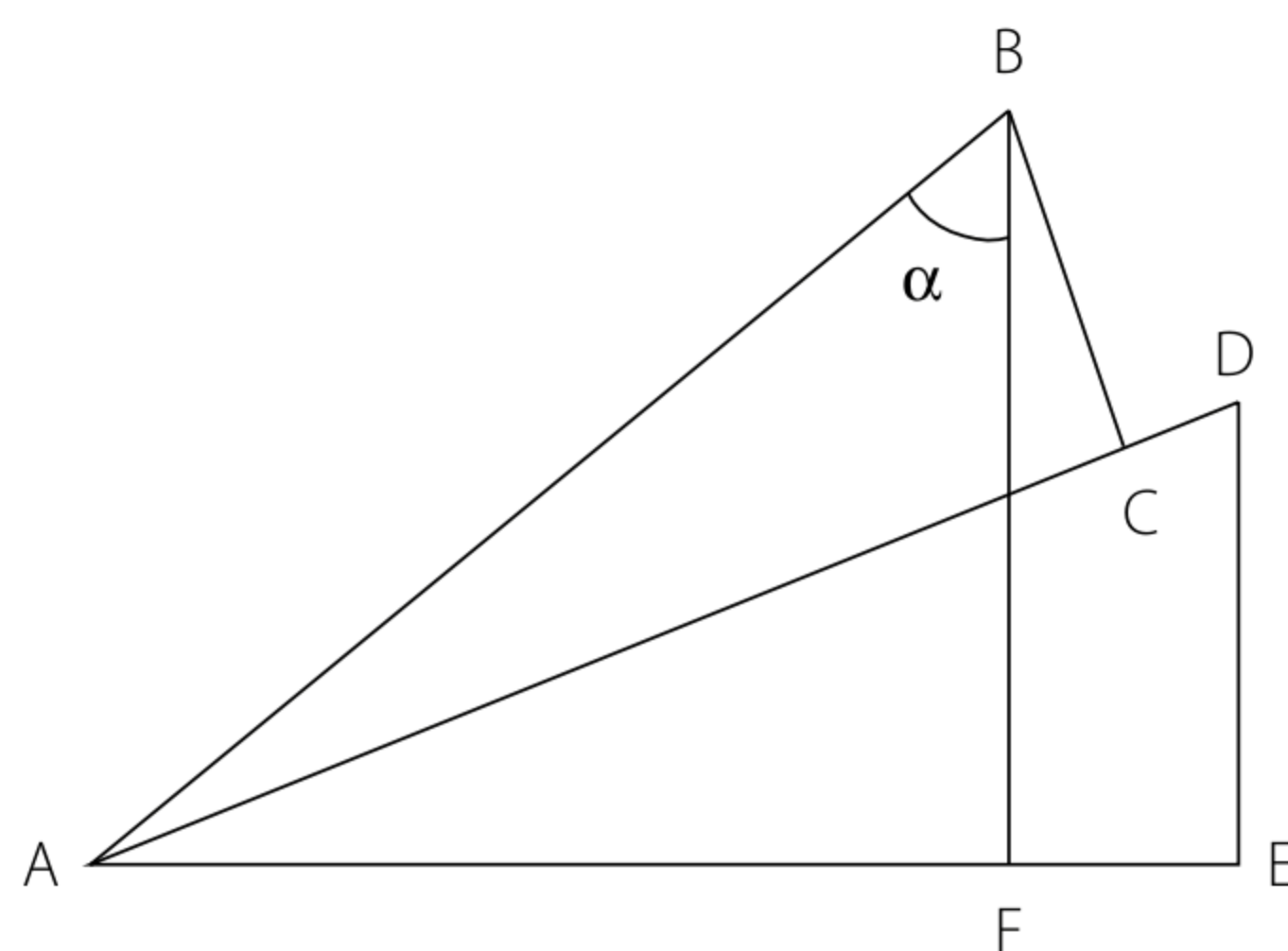


195 IME 2001 Considere a figura a seguir, onde $\overline{AB} = \overline{AD} = 1$, $\overline{BC} = x$, $\overline{AC} = y$, $\overline{DE} = z$ e $\overline{AE} = w$.

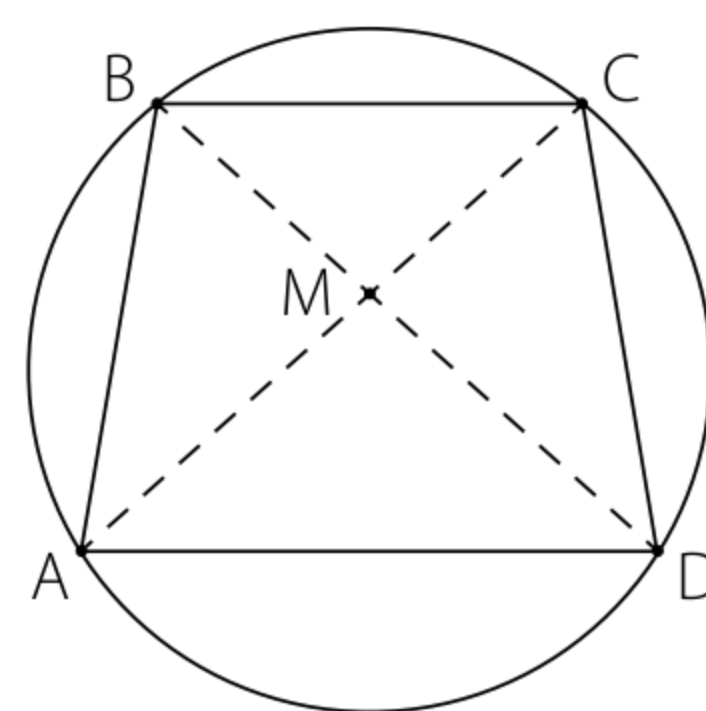
Os ângulos $\hat{D\hat{E}A}$, $\hat{B\hat{C}A}$ e $\hat{B\hat{F}A}$ são retos.

a) Determine o comprimento de $\overline{AF}$ e de $\overline{BF}$ em função de x, y, z e w.

b) Determine a tangente do ângulo α em função de x, y, z e w.



196 IME 1992 Dado o quadrilátero ABCD, inscrito num círculo de raio r, conforme a figura abaixo, prove que:



$$\frac{AC}{BD} = \frac{AB \cdot AD + BC \cdot CD}{AB \cdot BC + CD \cdot AD}$$

Frente 5 – ITA

197 ITA 2001 De dois polígonos convexos, um tem a mais que o outro 6 lados e 39 diagonais. Então, a soma total dos números de vértices e de diagonais dos dois polígonos é igual a:

- A 63
- B 65
- C 66
- D 70
- E 77

198 ITA 1988 A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular é 2160° . Então o número de diagonais deste polígono, que não passam pelo centro da circunferência que o circunscreve, é:

- A 50
- B 60
- C 70
- D 80
- E 90

199 ITA 1989 Numa circunferência de centro O , os pontos A, B e C são vértices de um triângulo equilátero. Seja D um quarto ponto da circunferência, não coincidente com os demais. Sobre a medida x do ângulo $\widehat{ADC}$ podemos afirmar que:

- A** $0^\circ < x < 30^\circ$ ou $60^\circ < x < 120^\circ$
- B** $x = 60^\circ$ ou $x = 120^\circ$
- C** $x = 45^\circ$ ou $x = 150^\circ$
- D** $x = 240^\circ$ para qualquer posição de D na circunferência
- E** $x = 30^\circ$ para qualquer posição de D na circunferência

200 ITA 1998 Considere as afirmações sobre polígonos convexos:

- I. Existe apenas um polígono cujo número de diagonais coincide com o número de lados.
- II. Não existe polígono cujo número de diagonais seja o quádruplo do número de lados.
- III. Se a razão entre o número de diagonais e o de lados de um polígono é um número natural, então o número de lados do polígono é ímpar.

Então:

- A** Todas as afirmações são verdadeiras.
- B** Apenas I e III são verdadeiras.
- C** Apenas I é verdadeira.
- D** Apenas III é verdadeira.
- E** Apenas II e III são verdadeiras.

201 ITA 2003 Considere três polígonos regulares tais que os números que expressam a quantidade de lados de cada um constituam uma progressão aritmética. Sabe-se que o produto destes três números é igual a 585 e que a soma de todos os ângulos internos dos três polígonos é igual a $3\,780^\circ$. O número total das diagonais nestes três polígonos é igual a:

- A** 63
- B** 69
- C** 90
- D** 97
- E** 10

202 ITA 2004 Considere um polígono convexo de nove lados, em que as medidas de seus ângulos internos constituem uma progressão aritmética de razão igual a 5° . Então, seu maior ângulo mede, em graus,

- A** 120
- B** 130
- C** 140
- D** 150
- E** 160

203 ITA 2005 Seja n o número de lados de um polígono convexo. Se a soma de $n - 1$ ângulos (internos) do polígono é 2004° , determine o número n de lados do polígono.

204 ITA 2007 Seja P_n um polígono regular de n lados, com $n > 2$. Denote por a_n o apótema e por b_n o comprimento de um lado de P_n . O valor de n para o qual valem as desigualdades

$$b_n \leq a_n \text{ e } b_{n-1} > a_{n-1},$$

Pertence ao intervalo

- A** $3 < n < 7$
- B** $6 < n < 9$
- C** $8 < n < 11$
- D** $10 < n < 13$
- E** $12 < n < 15$

GABARITO

Módulos ITA/IME

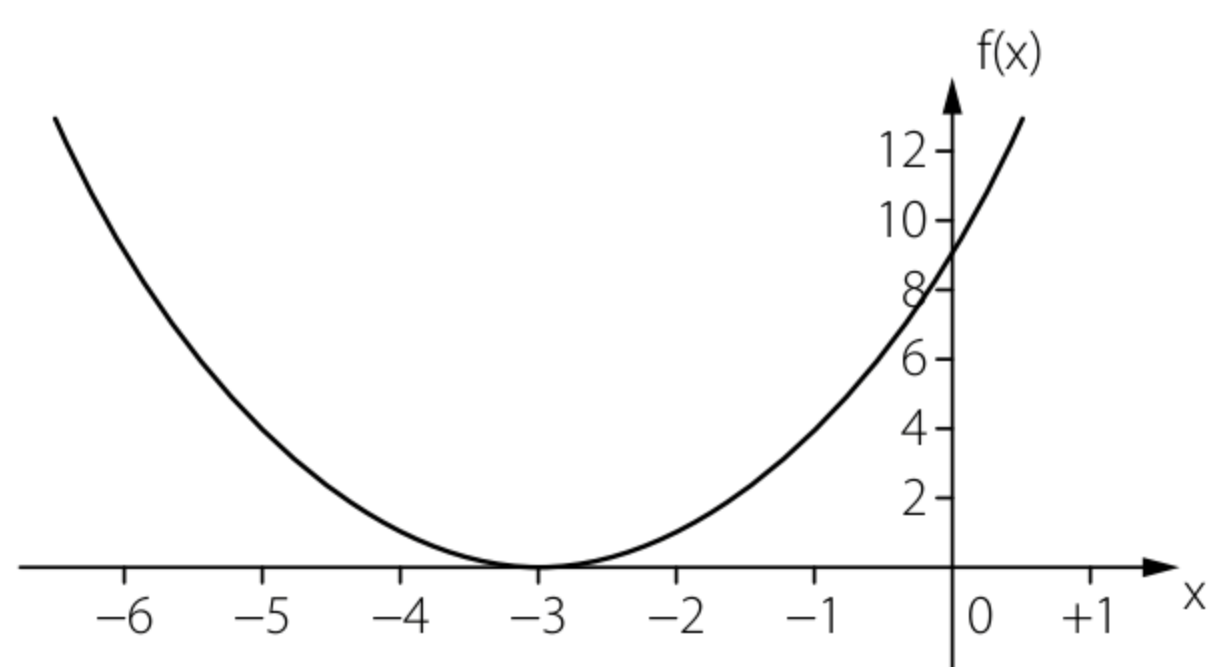
Frente 1 – ITA

1. C
2. B
3. C
4. D
5. A
6. E
7. A
8. D
9. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.
10. B
11. B
12. B
13. a) $n(P(A)) = 2^m$
b) $k_{\text{mínimo}} = 3$
14. C
15. a) 1, 2, 4 e 8.
b) 105
16. D
17. A
18. E
19. D
20. D
21. D
22. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.
23. B
24. B
25. A
26. A
27. B
28. E
29. B
30. C

31. A
32. C
33. A
34. A
35. C
36. C
37. E
38. A
39. E
40. C
41. A
42. D
43. E
44. B
45. a) f é injetora;
b) g é sobrejetora.
46. B
47. C
48. g é par

Frente 1 – IME

49. V, F e V
50. $x = 1$
51. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.
52. 44
53. 3.979
54. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.
55. 2.007
56. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.
57. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.
58. $f(x)$ é periódica de período $2a$
59. $f(x) = (x + 3)^2$



60. É bijetora. Uma relação possível é $g(x, y) = (\sqrt[3]{x}, f^{-1}(\sqrt[3]{x} - y))$

Frente 1 – IME 1ª Fase

61. D
62. A

Frente 2 – ITA

63. a) $x_1 = x_2 = 0$ e $x_{3,4} = \pm 2\sqrt{1 - m^2}$
b) $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq |m| < 1$

64. a) $0 \leq p \leq \frac{4}{3}$
b) $\frac{4 - p}{2\sqrt{4 - 2p}}$

65. C
66. D
67. E
68. D
69. D
70. A
71. D
72. $|S| = |\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y| = 4$
73. E
74. A é não invertível.
75. C
76. C
77. D
78. C
79. B
80. $S = \left\{ \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \right), \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{3} \right), \left(\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \right), \left(\frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{3} \right) \right\}$

81. E
82. A

$$83. \operatorname{sen} x = \frac{\operatorname{sen} y + \operatorname{sen} z}{\cos y + \cos z} = \frac{2 \operatorname{sen} \left(\frac{y+z}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{y-z}{2} \right)}{2 \cos \left(\frac{y+z}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{y-z}{2} \right)} = \operatorname{tg} \left(\frac{y+z}{2} \right) = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi - x}{2} \right) \Rightarrow$$

$$\operatorname{sen} x = \cot g \left(\frac{x}{2} \right) \Rightarrow 2 \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{\cos \left(\frac{x}{2} \right)}{\operatorname{sen} \left(\frac{x}{2} \right)} \Rightarrow \left[2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{x}{2} \right) - 1 \right] \cdot \cos \left(\frac{x}{2} \right) = 0$$

Como $0 < x < \pi$, $\cos \left(\frac{x}{2} \right) \neq 0$ e daí segue:

$$\operatorname{sen}^2 \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2} \right) = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Mais uma vez, $0 < x < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \Rightarrow$ O triângulo ABC é retângulo.

84. B
85. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.
86. A
87. A
88. C
89. B
90. E
91. C
92. C
93. E
94. D
95. A
96. E
97. B
98. B
99. D
100. B

101. B

102. $a \in \left] 0, \frac{\pi}{4} \right[$

103. A

104. D

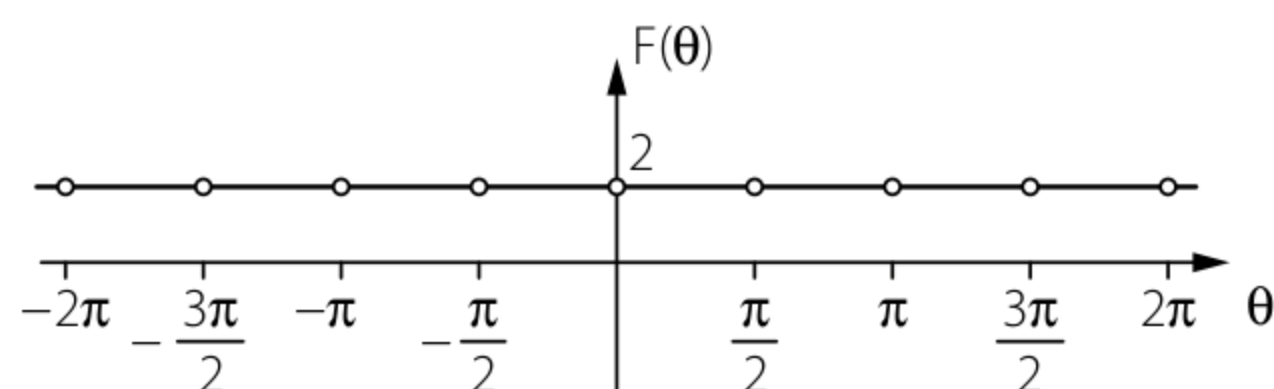
105. C

106. D

Frente 2 – IME

107. $x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$

108.



109. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

110. a) $\frac{3\operatorname{tg}(\alpha) - \operatorname{tg}^3(\alpha)}{1 - 3\operatorname{tg}^2(\alpha)}$

b) $x = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{3}\operatorname{arctg}(m)\right)$

111. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

112. $x = \begin{cases} \pm \frac{\pi}{8} \\ \pm \frac{3\pi}{8} \end{cases}$ e $y = \begin{cases} \pm \frac{3\pi}{8} \\ \pm \frac{\pi}{8} \end{cases}$

113. $y = q$

114. $\frac{1}{16}$

115. $\operatorname{sen}(x + y) = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$

116. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

117. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

118. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

119. $\triangle ABC$ retângulo

120. $x \in \left\{ \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3} \right\}$

121. $S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$

122. A solução geral com $x \in \mathbb{R}$ e $k \in \mathbb{Z}$ é $\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$ ou

123. $\theta \in \{a, (\pi - a), (\pi + a), (2\pi - a)\}$

124. $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{6}$ e $\frac{3\pi}{6}$

125. 1. $S = \left\{ x = k\pi \text{ ou } x = \operatorname{arctg}\left(\frac{2m(m+1)}{2m+1}\right), k \in \mathbb{Z} \right\}$

2. Analisando o conjunto solução do item a, percebemos que a diferença entre as raízes será $\frac{\pi}{2}$ apenas se $\operatorname{tg}(x)$ não existir, isto é, se $\cos(x) = 0$, o que ocorre para $m = -\frac{1}{2}$. Assim, a equação a ser resolvida é $\cos(x) + \operatorname{sen}(x) = 1$.

126. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

127. $x = 2k\pi + \left\{ \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{12}, \frac{23\pi}{12} \right\}, k \in \mathbb{Z}$

128. A solução geral é, para $k \in \mathbb{Z}$,

$$\begin{cases} n \text{ par: } x = k\pi \\ n \text{ ímpar: } x = \begin{cases} 2k\pi \\ 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \end{cases} \end{cases}$$

129. $\alpha = 0^\circ$ ou $\alpha = 60^\circ$

130. $x = \frac{-\pi}{84} + \frac{k\pi}{7}$ ou $x = \frac{-5\pi}{48} - \frac{k\pi}{4}$ com $k \in \mathbb{Z}$

131. $x \in \left\{ \left(\frac{\pi}{4}, \frac{11\pi}{12} \right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{19\pi}{12} \right) \right\} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

132. $x \in \left\{ \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} \right) \right\}$

Frente 3 – ITA

133. B

134. B

135. A

136. $r = \frac{2\pi}{3}$ e $a_1 = \sqrt{2} - \frac{\pi}{3}$

137. Provamos então que $d > 0$, ou seja, $\left(\frac{A_n}{n} - a_n \right)^2 > \left(\frac{A_n}{n} \right)^2 - (a_n)^2$.

138. C

139. C

140. E

141. D

142. A

143. D

144. D

145. 11

146. C

147. $S = \frac{d_1}{v_A - v_t}$, soma esta que representa o tempo que Aquiles levará para alcançar a tartaruga.

148. Estão em uma progressão geométrica de razão 3.

Frente 3 – IME

149. $\{7^3\}$ ou $\{43, 45, 47, 49, 51, 53, 55\}$ ou $\{-41, -39, \dots, 55\}$ ou $\{(2 - 7^3), (4 - 7^3), \dots, 7^3\}$

150. Devemos ter $a_1 \neq 0$ e ainda $r = 0$ ou $r = 2a_1$

151. 20 196

152. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

153. PA: (17, 42, 67) ou (68, 42, 16); PG: (68, 34, 17) ou (17, 34, 68)

154. a) $u_n - u_{n-1} = u_1 - u_0$

b) $u_n = (nv_1/3) + (1 - n)v_0$; $v_n = n3^{n-1} + (1 - n)3^n v_0$

c) $\{v_n\}$: PA; $\{u_n\}$: sequência constante.

155. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

156. $\frac{1000}{3001}$

157. Primeiro: $n^2 - n + 1$; último: $n^2 + n - 1$; soma: n^3

158. $P(n) = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$

Frente 3 – IME 1ª Fase

159. C

Frente 4 – ITA

160. E

161. C

162. D

163. A

164. D

165. Sem alternativa. Tem-se que $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} < r < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ou $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < r < \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$.

Como o enunciado pergunta a qual intervalo pertence o valor de r , não temos garantia que o intervalo da alternativa C contenha a razão.

166. E

167. $n - 1 > 9 \Rightarrow n > 10, \forall n \in \mathbb{N}$

168. C

169. A

170. B

171. C

172. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

173. $\text{tg}(\beta) = \frac{r^2}{2-r}$

174. C

175. B

176. D

177. D

178. B

179. C

180. A

181. A

182. B

183. C

184. A

185. $\frac{2}{9}$

Frente 4 – IME

186. B

187. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

188.
$$\begin{cases} aa' \neq 0 \\ b^2 > 4ac \\ b'^2 > 4a'c' \\ 2(ca'+ac') = bb' \end{cases}$$

189. A

190. $(\ell - r, \ell, \ell, +r) = \left(\frac{7-\sqrt{7}}{7} \ell, \ell, \frac{7+\sqrt{7}}{7} \ell \right)$

191. $\hat{B} = \arccos\left(\frac{k+\sqrt{2}}{2}\right), k \in (-\sqrt{2}, 2-\sqrt{2})$

192. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

193. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

194. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

195. a) $\overline{AF} = yw - zx$ e $\overline{BF} = zy + wx$

b) $\text{tg}(\alpha) = \frac{yw - zx}{zy + wx}$

196. Demonstração está disponibilizada pelo professor no HD virtual.

Frente 5 – ITA

197. B

198. B

199. B

200. B

201. D

202. E

203. 14

204. B

QUÍMICA

A collage of chemistry-related images. At the top, the word "QUÍMICA" is written in large, bold, black letters. Below it, there's a background image of a laboratory setting. A test tube is shown with a drop of liquid falling from it. A beaker is filled with a liquid. In the background, a periodic table is visible. Overlaid on the image are various chemical structures and reactions, including benzene rings, carboxylic acids, and other organic molecules. Some text is written in a handwritten style, such as "purple coloration" and "best reflux oxidation". The overall theme is chemistry and laboratory work.

1. Introdução

a) Objetivo

Este guia da nomenclatura dos compostos orgânicos da IUPAC apresenta um resumo dos princípios gerais da nomenclatura orgânica e inclui alterações importantes aceitas desde a sua publicação. As modificações em relação à edição de 1979 não foram realçadas especificamente. Contudo, em muitos casos, o nome usado na edição de 1979 aparece entre parênteses, em seguida do nome recomendado neste guia, e precedido pela palavra “antigamente”.

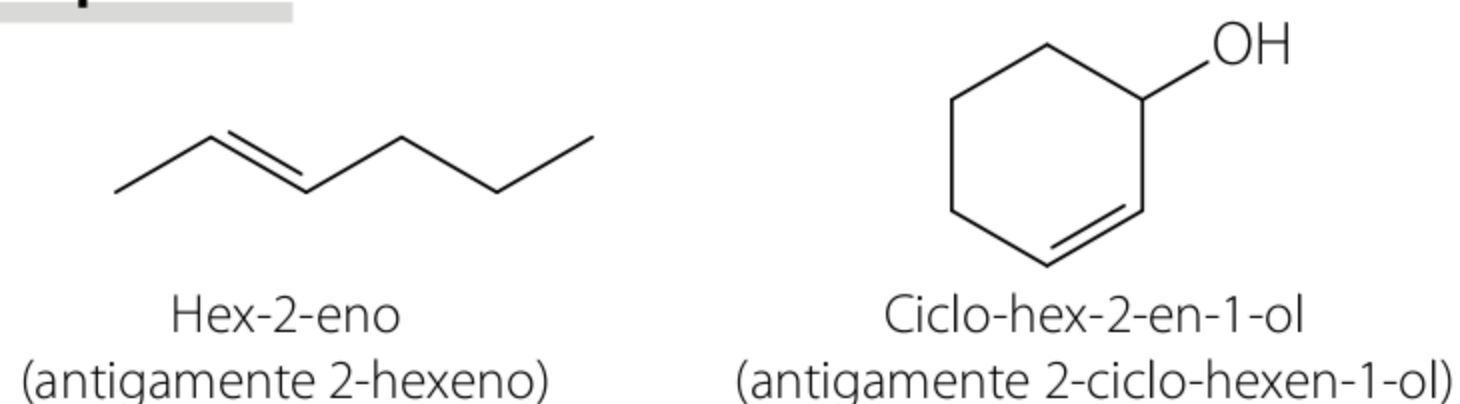
b) Convenções

Neste guia, foram feitos esforços no sentido de sistematizar o estilo (ortografia, posição dos localizadores, tipografia, pontuação, caracteres em itálico etc.) dos nomes dos compostos orgânicos de acordo com o estilo inglês da IUPAC. Com efeito, a IUPAC reconhece a necessidade de outros idiomas introduzirem as suas modificações próprias. Sem dúvida, mesmo em relação à língua inglesa, esse tipo de convenção não chega a ter o estatuto de recomendação, porque a Comissão reconhece que se verificam diferenças nos nomes usados para o mesmo composto no *Beilsteins Handbuch der Organischen Chemie* e nos índices dos volumes do *Chemical Abstracts*, que possuem ambas exigências mais rigorosas do que é necessário para a literatura em geral.

c) Posição dos localizadores

Os localizadores (números e/ou letras) são colocados imediatamente antes da parte do nome com eles relacionada.

Exemplo

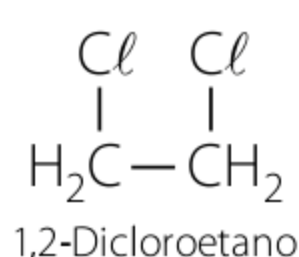


d) Pontuação

A pontuação na nomenclatura química é muito importante, sobretudo para evitar ambiguidades.

As *vírgulas* são usadas para separar os localizadores que se referem à mesma parte de um nome, isto é, os localizadores de uma série.

Exemplo



Os **pontos-finais** (períodos) separam os indicadores numéricos do tamanho dos anéis nos nomes construídos de acordo com o sistema de Von Baeyer e em alguns compostos espiro.

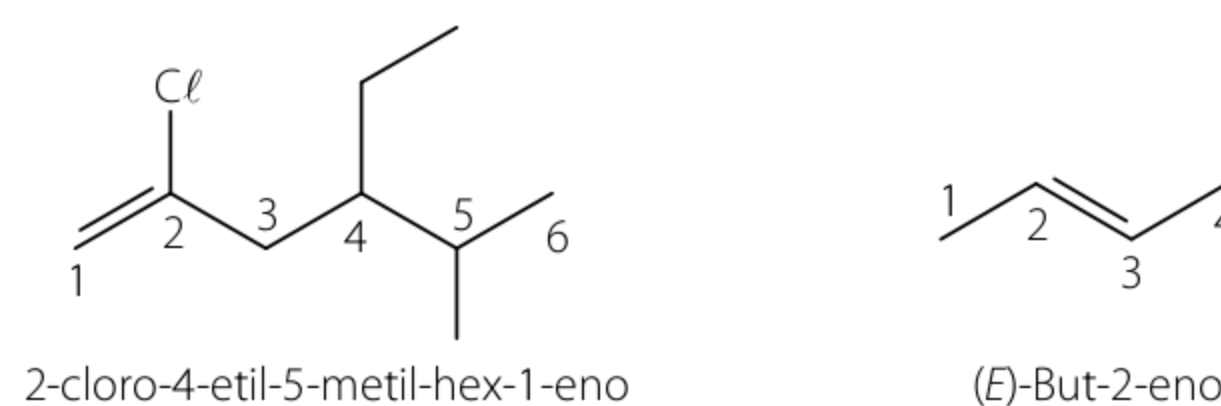
Exemplo



Os *hífens* separam:

- ⇒ os localizadores de palavras ou sílabas de um nome;
- ⇒ palavras ou sílabas de palavras começadas com h;
- ⇒ um elemento estéreo descritor e o nome.

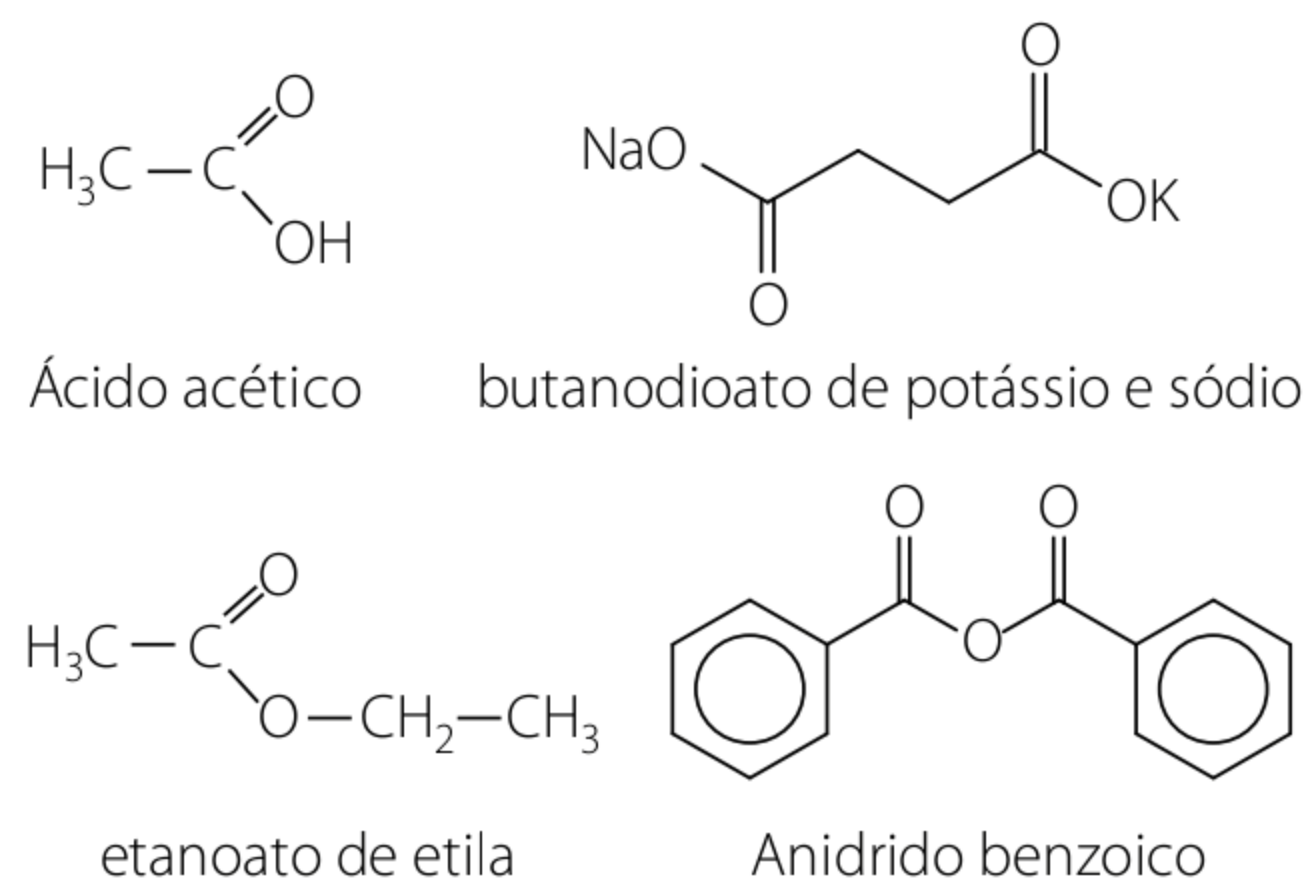
Exemplo



Os **espaços** são uma forma de pontuação muito importante para muitos tipos de nomes. Se um espaço for requerido num nome, ele deve ser usado de forma que o nome não seja ambíguo. Por outro lado, a utilização de espaços onde eles não são requeridos pode conduzir a erros. Os espaços só são usados nos seguintes casos:

- ⇒ Ácidos e seus derivados, tais como sais, ésteres e anidridos.

Exemplo



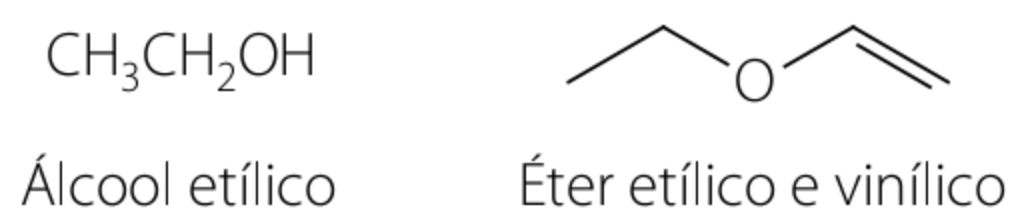
- ⇒ Nomenclatura radicofuncional de compostos halogenados e pseudo-halogenados;

Exemplo



⇒ Nomenclatura radicofuncional de compostos oxigenados (álcoois, éteres etc.).

Exemplo



e) Prefixos numéricos (multiplicativos)

Esses prefixos derivam do latim e do grego e constituem o método principal para descrever a multiplicidade de características idênticas de uma estrutura na nomenclatura química.

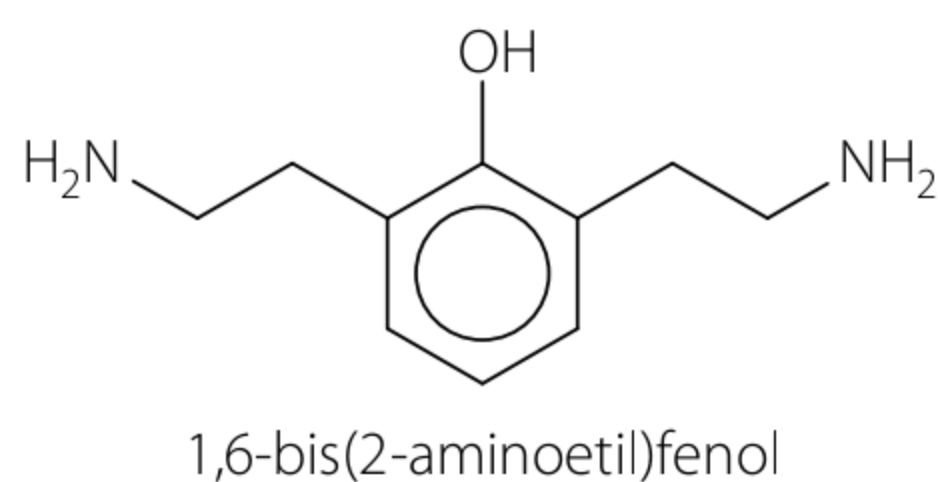
Os **prefixos numéricos simples** “di-”, “tri-”, “tetra-” etc. derivam do grego (exceto “nona-” e “undeca-”, que derivam do latim) e são usados para indicar a multiplicidade de sufixos de substituintes, prefixos de substituintes simples e termos de modificação funcional simples de forma a não haver ambiguidade.

Exemplo



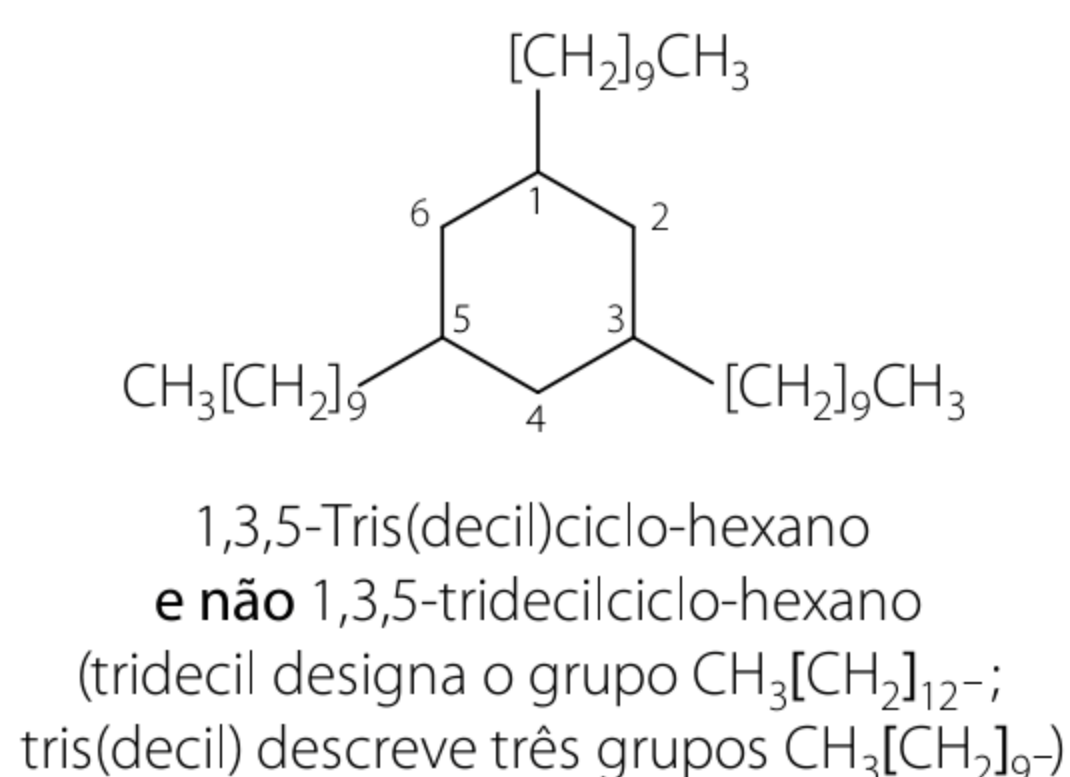
Os **prefixos numéricos** “bis-”, “tris-”, “tetraquis-” etc. derivam da adição de “quis-” ao prefixo numérico simples, à exceção do “bis-” e “tris-”. São usados para expressar uma multiplicidade dos substituintes substituídos ou dos termos de modificação funcional.

Exemplo



Estes prefixos são também usados quando a utilização de “di-”, “tri-” etc. é (ou pode ser) ambígua, o que geralmente acontece quando um análogo do termo que surge mais do que uma vez começa com um prefixo numérico simples.

Exemplo



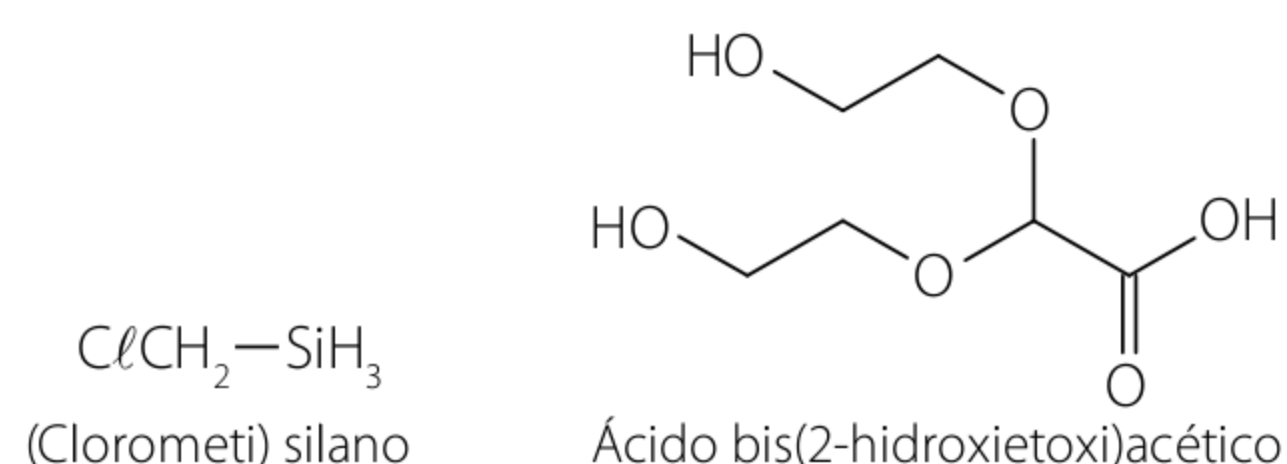
f) Parênteses, colchetes e chaves

Os parênteses são usados na nomenclatura química para separar partes do nome relacionadas com uma característica estrutural específica, com a finalidade de tornar a estrutura de um composto o mais clara possível.

Parênteses

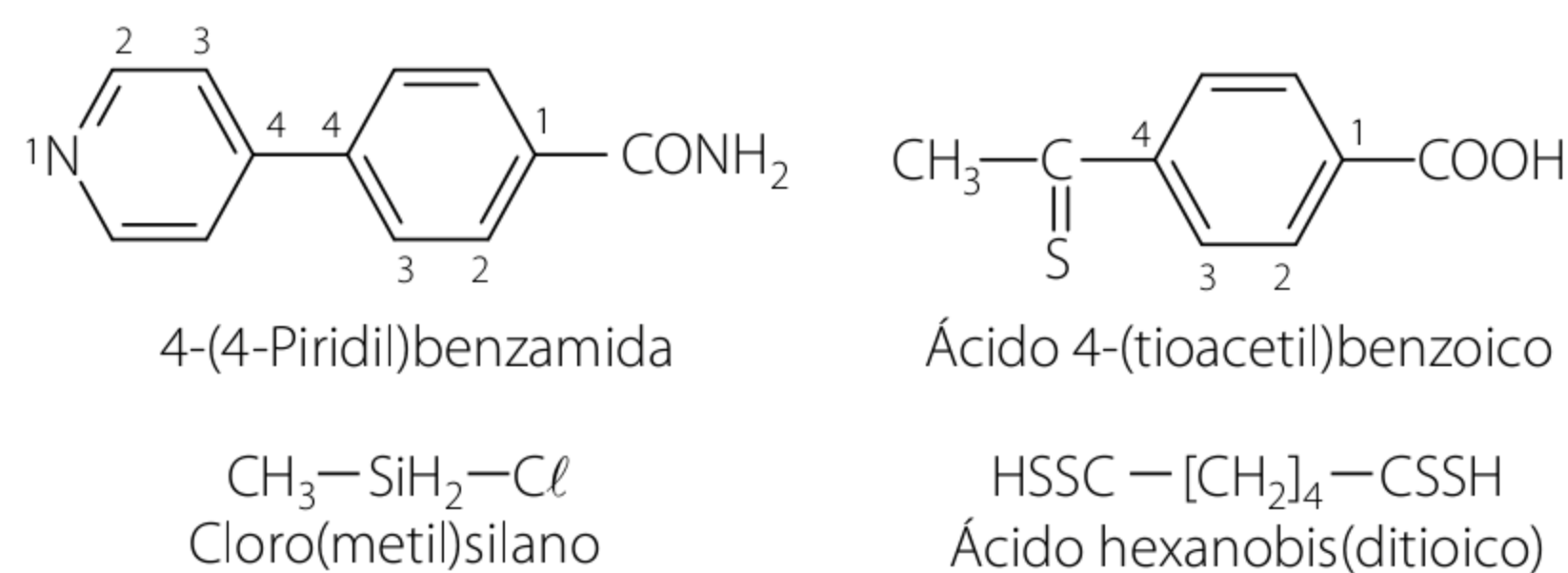
⇒ Os parênteses são colocados em torno dos prefixos que definem os substituintes substituídos e em seguida dos prefixos numéricos multiplicativos “bis-”, “tris-” etc.

Exemplo



⇒ Os parênteses são colocados em torno dos prefixos de substituintes simples para separar localizadores do mesmo tipo referentes a diferentes elementos estruturais e para evitar ambiguidades.

Exemplo



⇒ Os parênteses são usados para envolver estereodescritores, tais como E, Z, R, S etc., e em compostos substituídos isotopicamente.

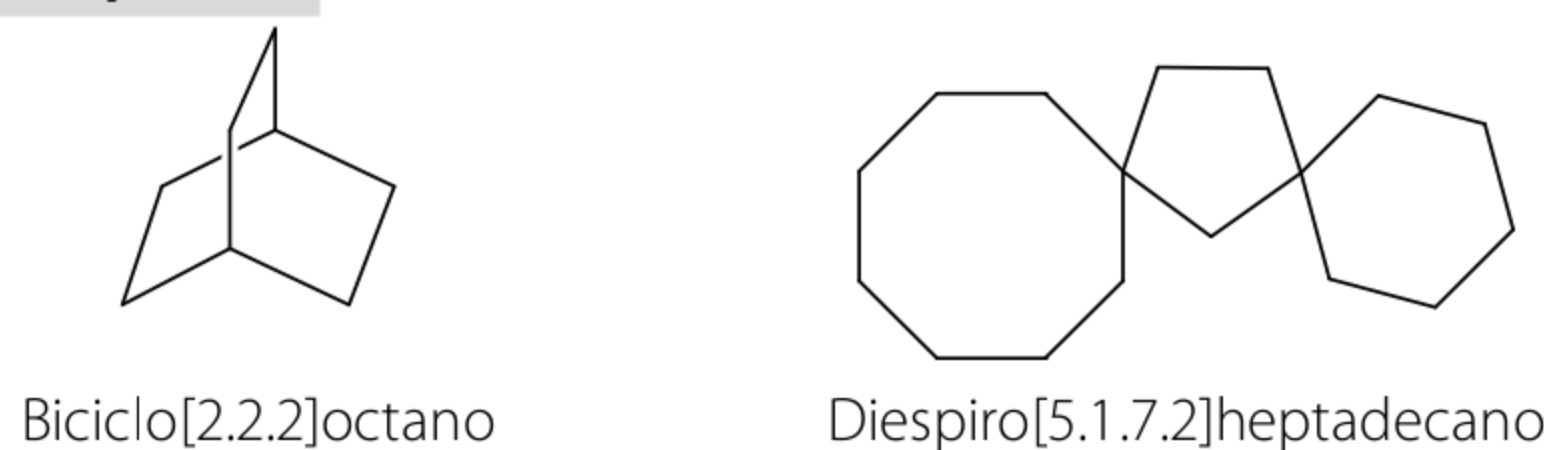
Exemplo



Colchetes

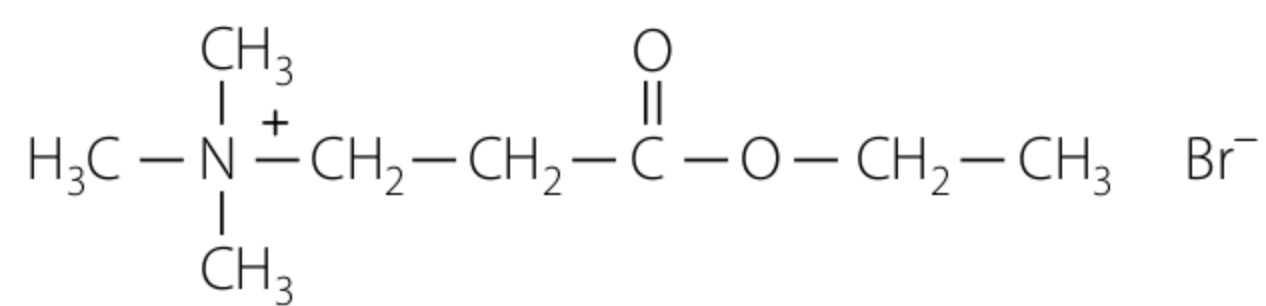
⇒ Os colchetes envolvem o tamanho dos anéis nos nomes construídos de acordo com o sistema de Von Baeyer. São também aplicados em alguns nomes de compostos espiro.

Exemplo



⇒ Os colchetes são aplicados nos prefixos que indicam substituintes nos quais os parênteses curvos já foram utilizados.

Exemplo



Brometo de [2-(etoxycarbonil)etil]trimetilamônio

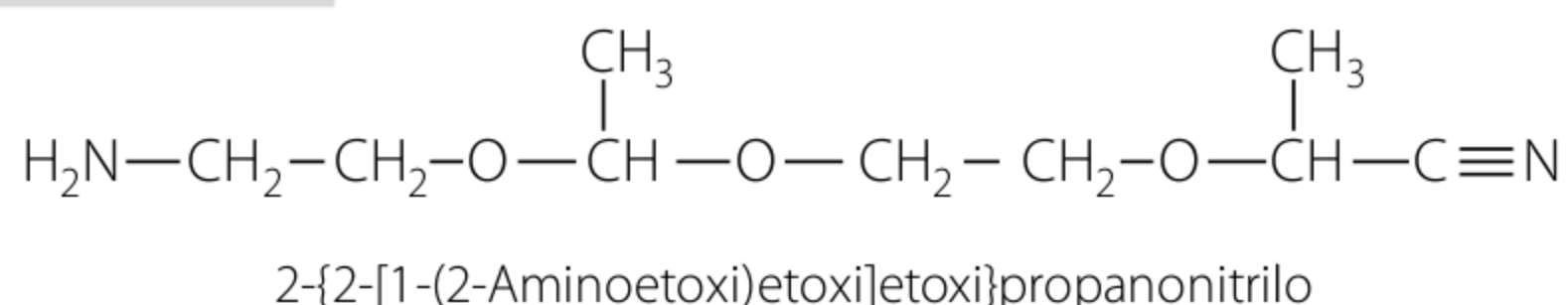
⇒ Os colchetes são aplicados nas fórmulas químicas para indicar a repetição de grupos numa cadeia.

Exemplo



As **chaves** podem ser usadas para envolver prefixos de substituintes nos quais os parênteses e colchetes já foram usados.

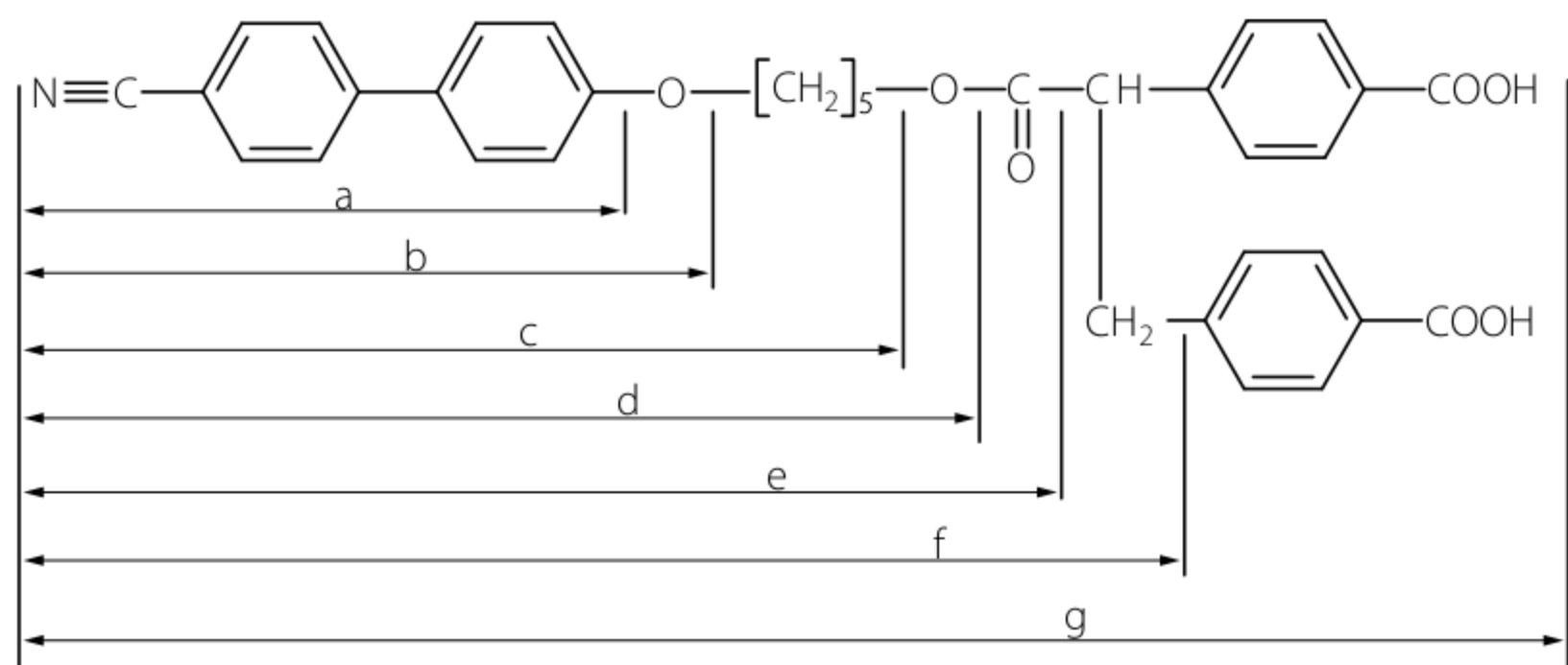
Exemplo



2-[2-[1-(2-Aminoetoxi)etoxi]etoxi]propanonitrilo

Quando são requeridos parênteses adicionais, a ordem a seguir é parênteses, colchetes, chaves e novamente parênteses, colchetes, chaves etc., isto é, { [({ [()] })] }.

Exemplo



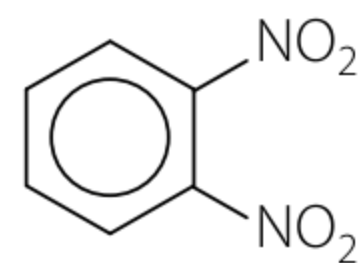
- (a) = 4'-cianobifenil-4-il
(b) = (4'-cianobifenil-4-il)oxi
(c) = 5-[(4'-cianobifenil-4-il)oxi]pentil
(d) = {5-[(4'-cianobifenil-4-il)oxi]pentil}oxi
(e) = ({5-[(4'-cianobifenil-4-il)oxi]pentil}oxi)carbonil
(f) = 1-[(5-[(4'-cianobifenil-4-il)oxi]pentil}oxi)carbonil]etileno
(g) = Ácido 4,4'-1-[(5-[(4'-cianobifenil-4-il)oxi]pentil}oxi)carbonil]etileno}dibenzoico

g) Caracteres itálicos

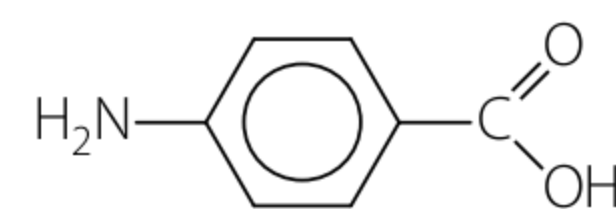
Serve principalmente para assinalar letras que não foram incluídas na primeira ordenação alfabética.

As **letras minúsculas em itálico** *o*, *m* e *p* podem ser usadas em vez dos localizadores numéricos 1,2 (*orto*), 1,3 (*meta*) e 1,4 (*para*), respectivamente, nos derivados do benzeno dissustituídos, sendo no entanto, preferida a numeração.

Exemplo



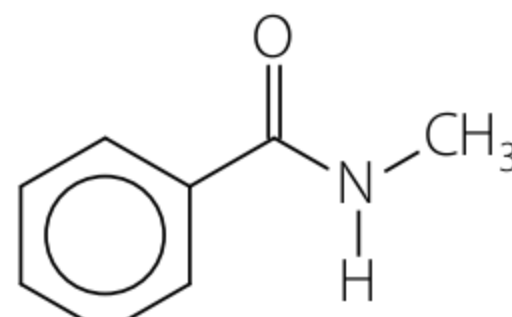
o-Dinitrobenzeno



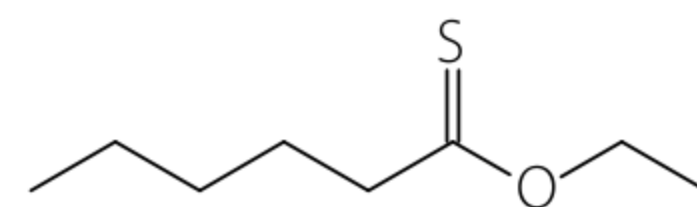
Ácido *p*-aminobenzoico

Elementos em itálico, tais como *O*-, *N*-, *P*- e *S*-, são localizadores que indicam ligação a esses heteroátomos.

Exemplo



N-Metilbenzamida



Hexanotioato *O*-etilo

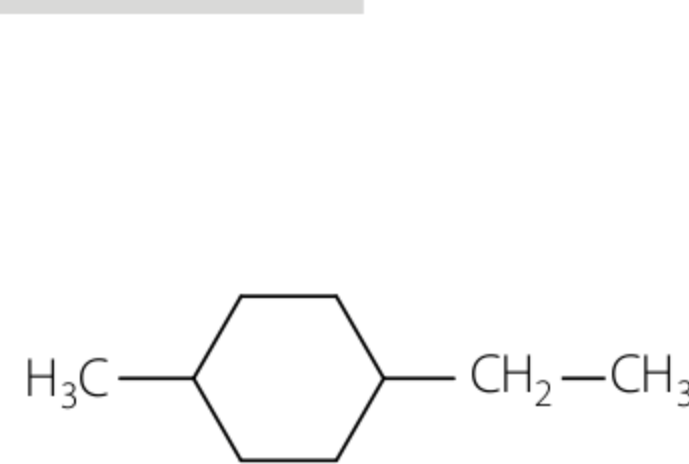
As **palavras, sílabas e letras maiúsculas em itálico** são usadas em alguns elementos descritores da estrutura ou estereodescritores tais como *sec* e *tert* (mas não para "iso" ou "ciclo"); *cis* e *trans*; *R* e *S*; *Z* e *E*.

As letras "*s*-", "*t*-" e "*i*-" usadas como prefixos com as abreviações Bu (para butila) ["*i*-" também com Pr (para propila)], podem ser encontradas em muitas publicações (por exemplo, *s*-Bu, *i*-Pr), no entanto, a sua utilização nos nomes dos compostos não é recomendada.

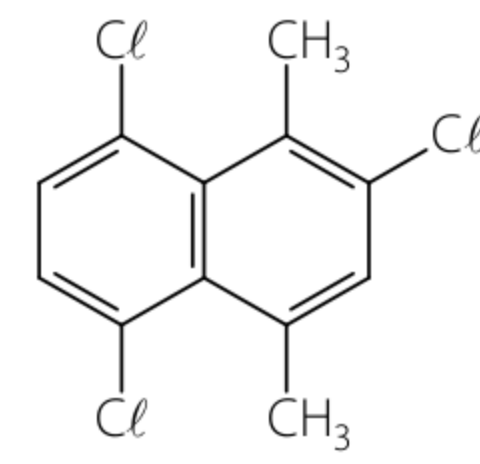
h) Ordem dos prefixos

Os prefixos que descrevem átomos e substituintes não substituídos são colocados por ordem alfabética. Se for necessário introduzir afixos multiplicativos, eles são inseridos sem alterar a ordem alfabética previamente estabelecida.

Exemplo



1-etil-4-metilciclo-hexano



2,5,8-tricloro-1,4-dimetilnaftaleno

2. Glossário

Hidreto parental: uma estrutura cíclica ou acíclica não ramificada ou uma estrutura cíclica/acíclica possuindo um nome semissistemático ou trivial à qual estão ligados apenas átomos de hidrogênio.

Estrutura funcional: uma estrutura cujo nome implica a presença de um ou mais grupos característicos.

Átomo ou grupo substituinte (anteriormente designado "radical"): um átomo ou um grupo que substitui um ou mais átomos de hidrogênio ligados a uma estrutura parental ou a um grupo característico (O termo "radical" é agora usado apenas para espécies que contêm elétrons desemparelhados).

Grupo característico: um heteroátomo simples, por exemplo, $-\text{Cl}$ e $=\text{O}$; um heteroátomo contendo um ou mais átomos de hidrogênio ou outros heteroátomos como, por exemplo, $-\text{NH}_2$, $-\text{OH}$, $-\text{SO}_3\text{H}$, $-\text{PO}_3\text{H}_2$ e $-\text{IO}_2$; ou um grupo heteroatômico ligado a/ou contendo um átomo de carbono simples, por exemplo, $-\text{CHO}$, $-\text{C}\equiv\text{N}$, $-\text{COOH}$ e $-\text{NCO}$, ligados, por sua vez, a um hidreto parental.

Grupo principal: grupo característico escolhido para ser citado no final do nome por um sufixo ou pelo nome da classe.

Nome trivial: Um nome que não contém nenhuma parte usada na nomenclatura sistemática.

Exemplo

Ureia

Nome semissistemático ou **nome semitrivial:** um nome cuja última parte é usada na nomenclatura sistemática.

Exemplo

Glicerol (ol), Acetona (ona), Estireno (eno)

Nome IUPAC: um nome formado de acordo com o procedimento descrito nas seções A, B, C, D, E, F e H da edição de 1979 da *Nomenclature of Organic Chemistry* e modificado por essas recomendações. Existem vários tipos de nomes IUPAC, de acordo com o tipo de operação de nomenclatura envolvido. Alguns exemplos estão descritos a seguir.

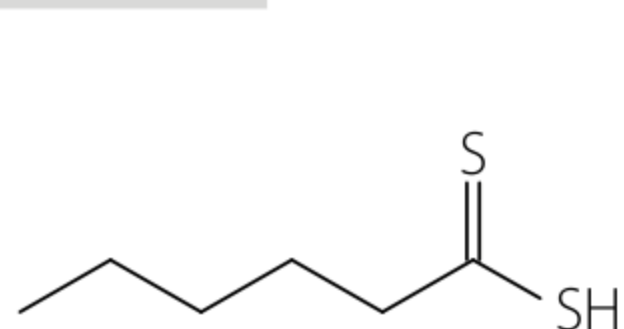
O **nome de classe funcional** é um nome que exprime um grupo característico como um termo característico da classe, escrito numa palavra separada, seguido pelo nome da estrutura parental ou de um nome derivado de uma estrutura parental. No último caso, quando o nome derivado é o nome de um grupo substituinte (antigamente denominado “radical”), o método tem sido designado “nomenclatura radicofuncional”.

Exemplo

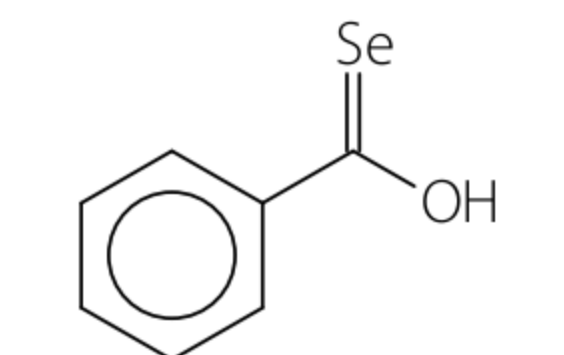
Iodeto de metila, Álcool etílico, Cloreto de acetila, Acetato de etila.

O **nome de permuta** é um nome no qual a troca de um átomo ou de um grupo de uma estrutura parental por outro átomo ou grupo é indicada por um afixo ligado ou inserido no nome da estrutura parental.

Exemplo



Ácido hexano (ditioico)



Ácido selenobenzoico

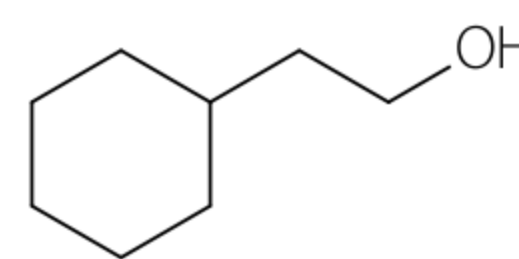
O **nome substitutivo** é um nome que indica, através de um sufixo ou prefixo, a substituição de um ou mais átomos de hidrogênio ligados a um átomo do esqueleto de uma estrutura parental ou a um átomo de um grupo característico por outro átomo ou grupo.

Exemplo

1,4-Difenilnaftaleno, Butano-1,4-diol, Ácido 2-metilbutanoico

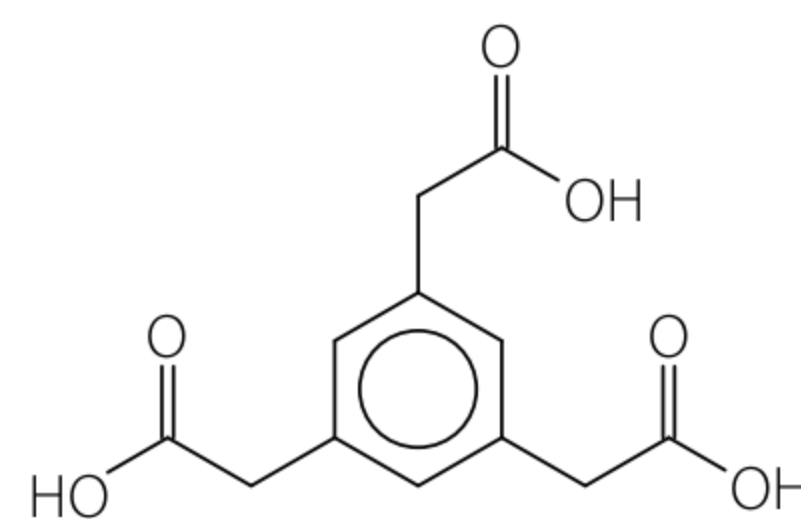
O **nome conjuntivo** é um nome utilizado para as associações de hidretos parentais acíclicos funcionalizados e sistemas cíclicos envolvendo a perda de um número apropriado de átomos de hidrogênio de cada um.

Exemplo



nome conjuntivo: Ciclo-hexanoetanol

nome substitutivo: 2-ciclo-hexiletanol



Ácido benzeno-1,3,5-triacético

3. Princípios gerais da nomenclatura orgânica

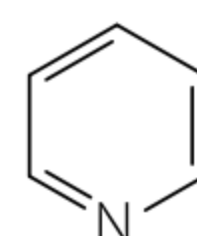
Introdução

A designação sistemática de um composto orgânico requer, geralmente, a identificação e a designação de uma estrutura parental. Esse nome pode ser, em seguida, modificado por prefixos, infixos e, no caso de um hidreto parental, por sufixos que indicam com precisão as modificações estruturais requeridas para gerar o composto a designar a partir da estrutura parental.

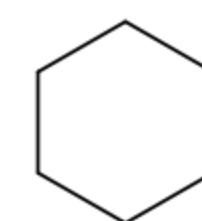
Normalmente, uma *estrutura parental* é um hidreto parental, i.e., uma estrutura que contém, para além de átomos de hidrogênio, um único átomo de um elemento; um número de átomos (iguais ou diferentes) ligados uns aos outros formando uma cadeia não ramificada, como o pentano; ou um sistema monocíclico ou policíclico, como o ciclo-hexano, a piridina, o naftaleno. As regras para a designação dos hidretos parentais serão apresentadas adiante. A seguir, apresentam-se exemplos de estruturas parentais:



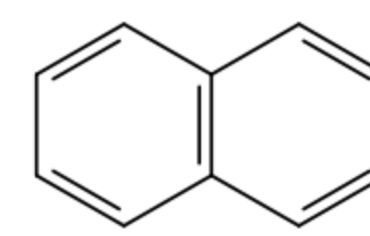
Pentano



Piridina



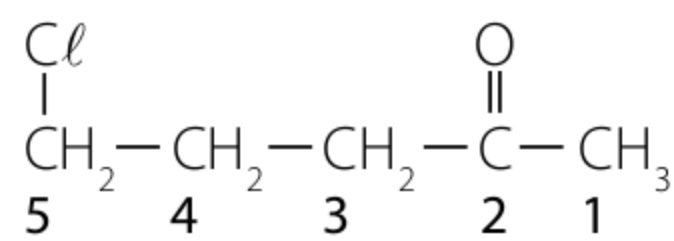
Ciclo-hexano



Naftaleno

Para se identificar a estrutura parental de uma molécula, é necessário realizar várias operações formais. Por exemplo, na designação da estrutura:

Exemplo



O hidreto parental “pentano” deriva formalmente da substituição de átomos de oxigênio e de cloro por um número apropriado de átomos de hidrogênio. Para a construção de um nome, essa operação formal é invertida. O prefixo “clo-ro-” e o sufixo “-ona”, que indicam a substituição de átomos de hidrogênio do pentano, são adicionados ao nome do hidreto parental, originando o nome *5-cloropentan-2-ona*. Os prefixos e sufixos podem indicar um número de diferentes tipos de operações formais efetuadas na estrutura parental. Frequentemente, o prefixo ou o sufixo designa a ligação de um grupo característico, por exemplo, “oxo-” ou “-ona” para =O. Um prefixo pode também descrever um grupo derivado de um hidreto parental, por exemplo, pentan-1-il ou pentil para $\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_2-$ (a partir do pentano).

3.1 Hidretos parentais e grupos substituintes deles derivados

“Hidreto parental” é uma estrutura à qual se atribui um nome antes da adição de afixos referentes aos substituintes, para a formação do nome de um composto específico. Esse nome significa que uma determinada população de átomos de hidrogênio está ligada ao esqueleto da estrutura. Os hidretos parentais acíclicos nunca são ramificados; um exemplo é o pentano. Embora alguns nomes triviais de hidrocarbonetos acíclicos ramificados sejam mantidos, a sua utilização na denominação de derivados substituídos não é recomendada. Normalmente, os hidretos parentais cíclicos são completamente saturados, como o ciclopentano, o biciclo [2.2.2] octano e o espiro [4.5] decano, ou são completamente insaturados, isto é, contêm o número máximo de ligações duplas não cumulativas, como, por exemplo, o benzenol, a piridina.

3.1.1 Hidretos mononucleares

Os nomes dos hidretos mononucleares dos elementos, usados como parentais na nomenclatura substitutiva, são apresentados na tabela a seguir.

Tabela dos hidretos mononucleares	
BH ₃	Borano
CH ₄	Metano ^a (Carbano)
SiH ₄	Silano
GeH ₄	Germano
SnH ₄	Estanano
PbH ₄	Plumbano

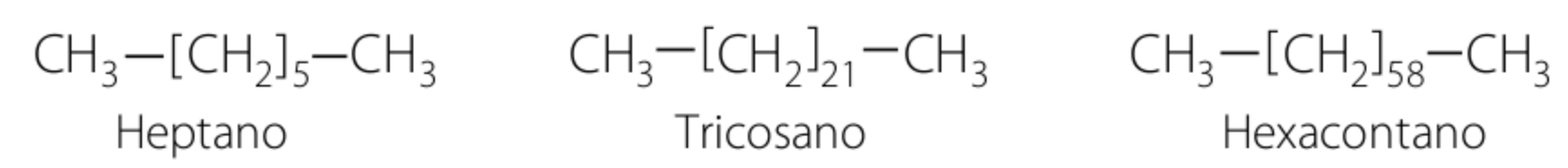
NH ₃	Azano ^b
PH ₃	Fosfano (Fosfina)
PH ₅	λ ⁵ -Fosfano (Fosforano)
AsH ₃	Arsano (Arsino)
AsH ₅	λ ⁵ -Arsano (Arsorano)
SbH ₃	Estibano (Estibino)
SbH ₅	λ ⁵ -Estibano (Estiborano)
BiH ₃	Bismutano ^c (Bismutino)
OH ₂	Oxidano ^{b,c,d}
SH ₂	Sulfano ^d
SH ₄	λ ⁴ -Sulfano ^c
SH ₆	λ ⁶ -Sulfano ^d
SeH ₂	Selano ^d
TeH ₂	Telano ^d
FH	Fluorano ^{b,d}
ClH	Clorano ^{b,d}
BrH	Bromano ^{b,d}
IH	Iodano ^{b,d}
IH ₃	λ ³ -Iodano
IH ₅	λ ⁵ -Iodano

^aNome preferido.
^b“Amoníaco”, “água”, “cloreto de hidrogênio” (e análogos) são os nomes comuns para NH₃, OH₂ e ClH (e análogos), respectivamente.
^cExceções. Os nomes esperados, bismano, oxano, tiano, selenano, telurano e polonano são os nomes de anéis heteromonocíclicos saturados de seis ligações.
^dAs fórmulas H₂O, H₂S etc. foram invertidas nesta tabela com uma finalidade comparativa.

3.1.2 Hidretos polinucleares acíclicos

Os hidrocarbonetos lineares, não ramificados e saturados, de C₂ a C₄, são denominados de etano, propano e butano. Os nomes sistemáticos dos membros superiores desta série são constituídos pelo termo numérico, seguido da terminação “-ano”, com elisão do “o” final do termo numérico de base. O nome genérico para os hidrocarbonetos acíclicos saturados (ramificados ou não ramificados) é “alcano”. A cadeia é numerada de uma extremidade à outra com números árabes.

Exemplo



3.1.3 Hidretos monocíclicos

Os nomes dos hidrocarbonetos monocíclicos saturados formam-se antepondo o prefixo “ciclo-” ao nome do hidrocarboneto não ramificado, saturado e acíclico com o mesmo número de átomos de carbono. O nome genérico do hidrocarboneto monocíclico é “cicloalcano” e a numeração é atribuída sequencialmente em torno do anel.

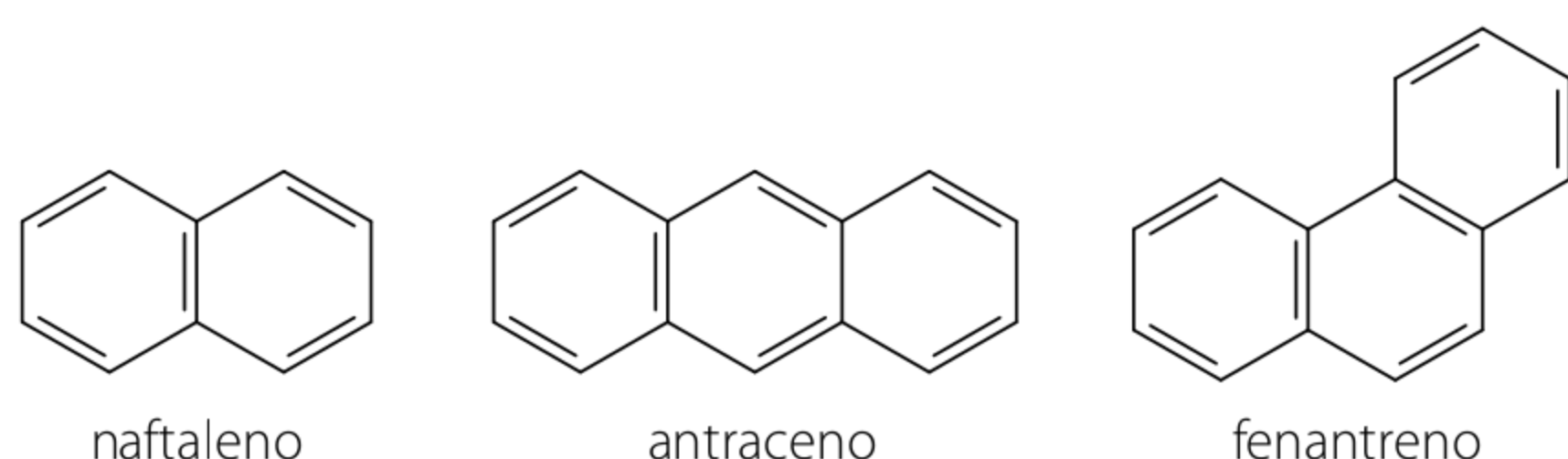
Exemplo



3.1.4 Hidretos parentais policíclicos

Os sistemas policíclicos aromáticos podem ser designados pelos seus nomes triviais ou semissistemáticos.

Exemplo

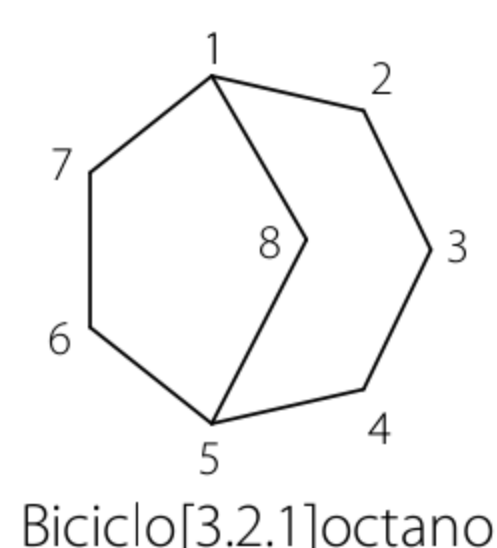


a) Hidretos parentais com pontes-extensão do sistema de Von Baeyer

Os nomes dos sistemas bicíclicos homogêneos saturados que contêm dois ou mais átomos comuns formam-se antepondo o prefixo “biciclo-” ao nome do hidreto parental acíclico com o mesmo número de átomos de carbono. O número de átomos do esqueleto em cada uma das três cadeias acíclicas que ligam os dois átomos comuns é indicado por algarismos, citados por ordem decrescente, separados por pontos e entre colchetes.

A numeração do sistema inicia-se num dos dois átomos em comum, prosseguindo ao longo da maior cadeia até o segundo átomo em comum, voltando de novo ao primeiro átomo em comum, percorrendo também o caminho mais longo ainda não numerado. Essas duas cadeias constituem o “anel principal” do sistema. A numeração fica completa, numerando-se a cadeia restante (a menor), começando pelo átomo próximo ao 1.

Exemplo



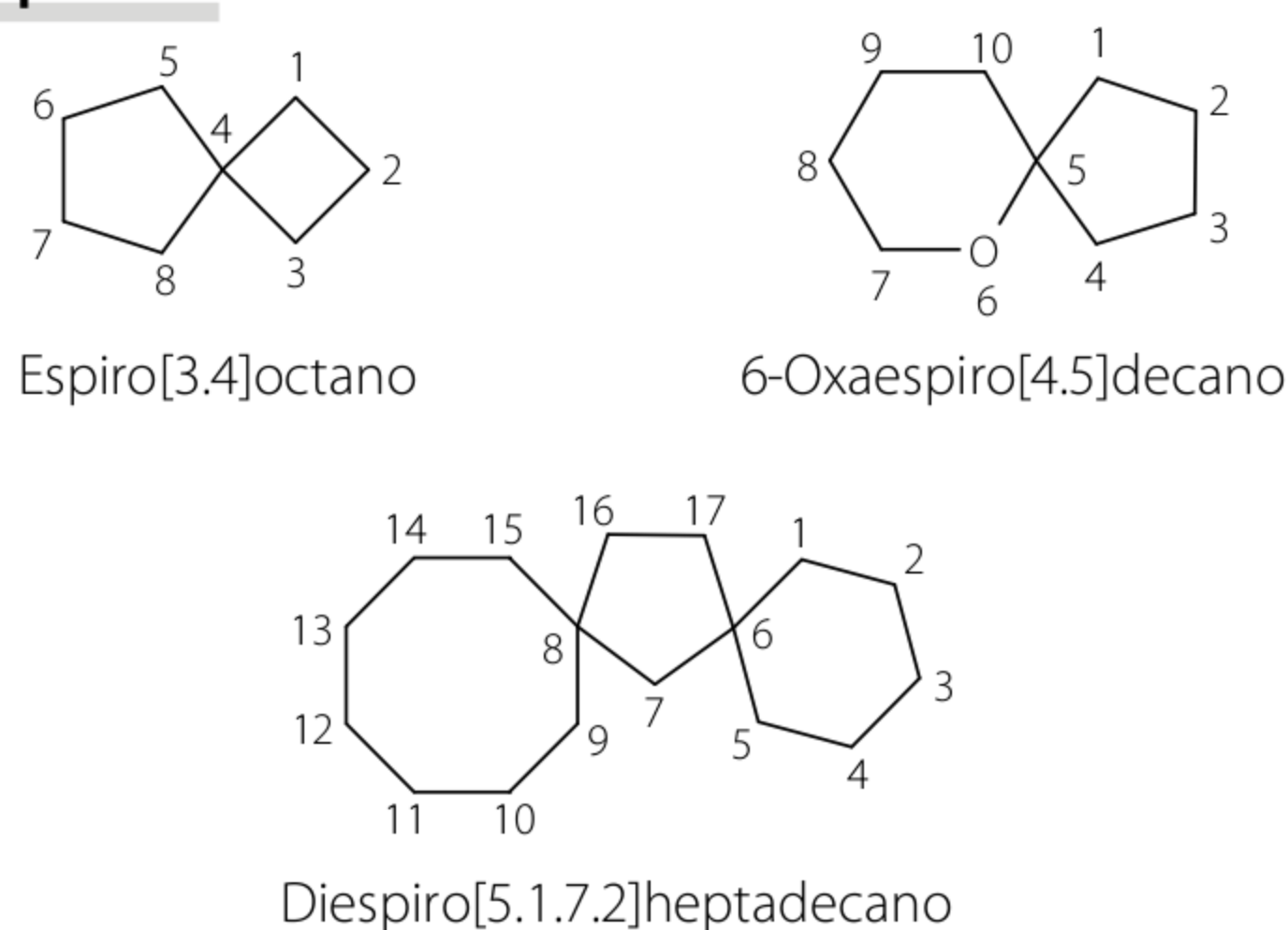
b) Hidretos parentais espiro

Designa-se de “união espiro” a ligação de dois anéis através de um átomo comum aos dois. O átomo comum é denominado de “átomo espiro” e, consoante o número de átomos espiro presentes, os compostos são designados monoespiro, diespiro, triespiro etc.

Os nomes dos hidretos parentais espiro formam-se antepondo o termo “espiro” ao nome do hidreto parental acíclico com o mesmo número total de átomos do esqueleto. Os números dos átomos do esqueleto ligados ao átomo espiro, em cada anel, são indicados por algarismos separados por pontos, citados por ordem crescente, entre colchetes e colocados entre o prefixo espiro e o nome do hidreto parental.

A numeração desses compostos inicia-se num átomo do anel adjacente ao átomo espiro, prosseguindo primeiro ao longo do anel menor, se existir, passando pelo átomo espiro e seguindo em torno do segundo anel.

Exemplo



4. Nomes dos prefixos derivados da perda de átomos de hidrogênio de hidretos parentais

A presença de uma ou mais valências livre(s) derivadas da perda de um ou mais átomos de hidrogênio de um hidreto parental é indicada por sufixos como “-il”, “-di-il”, “-ilideno”, “-tri-il”, “-ilidieno”.

Monovalente	Divalente	Trivalente	Tetravalente
-il	-di-il	-tri-il	-tetra-il
	-ilideno	-ilidino	-ililidino
		-ililideno	-di-ilideno
			-di-ililideno

5. Nomes dos prefixos dos substituintes dos hidretos parentais

Os prefixos e/ou sufixos ligados a um nome parental que especificam uma estrutura molecular particular representam, usualmente, *substituintes* de vários tipos, que substituem átomos de hidrogênio de um hidreto parental ou de uma estrutura parental. Esses substituintes têm sido considerados como *característicos* (ou *funcionais*) quando a ligação entre o substituinte e a estrutura parental é diferente da ligação carbono-carbono, por exemplo, -OH, =O e -NH₂. No entanto, são reconhecidas várias exceções, como, por exemplo, -COOH e -C≡N. Parece apropriado, neste momento, reter o significado geral de *funcionalidade*, que implica a presença de heteroátomos e/ou insaturação, mas não seria proveitoso tentar definir os limites da aplicação deste termo.

A insaturação carbono-carbono em espécies acíclicas é observada como um tipo especial de funcionalidade; contudo, a sua presença neste capítulo é anômala, pois, em alguns casos, como a escolha da estrutura parental, pode ser considerada parte da estrutura; mas, noutros casos, tais como a sua numeração, é tratada como se fosse um substituinte.

5.1 Insaturação

Como referido anteriormente, a insaturação (de um hidreto parental saturado) ou a saturação (de um hidreto parental insaturado) são tratadas de forma diferente das outras funções. Essa diferença tem implicações na escolha do hidreto parental e na numeração. As seguintes três subseções descrevem como indicar a insaturação/saturação.

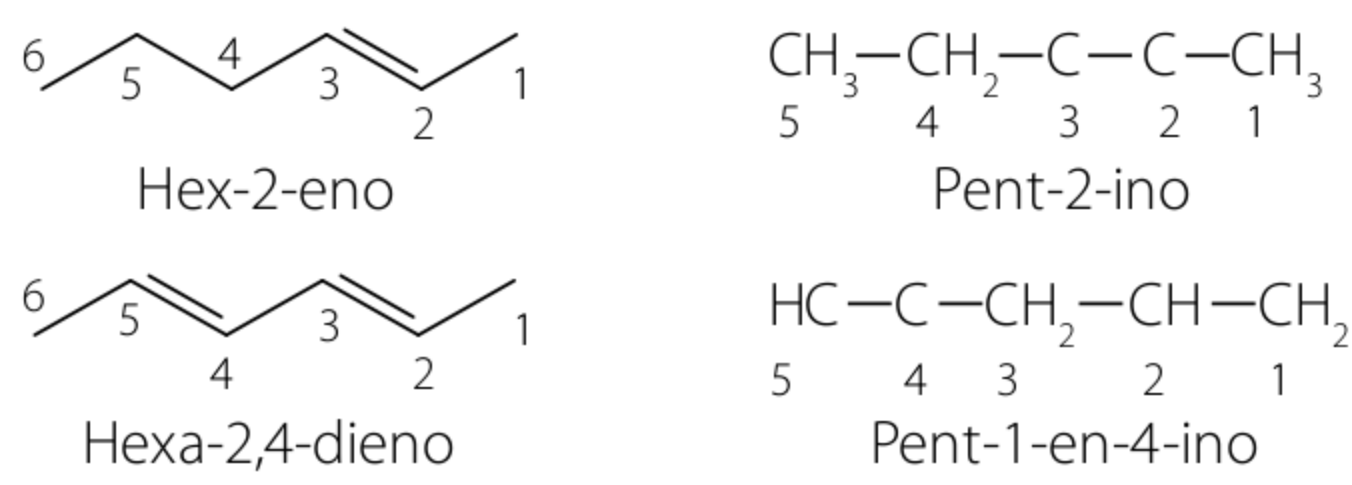
Sufixos que indicam ligações múltiplas

A presença de uma ou mais ligações duplas ou triplas num hidreto parental saturado é indicada pela substituição da terminação “-ano” do nome do hidreto parental saturado por uma das seguintes terminações:

	Uma	Duas	Três
Ligação dupla	-eno	-adieno	-atrieno
Ligação tripla	-ino	-adiino	-atriino

A presença simultânea de ligações duplas e triplas é indicada de forma análoga, por terminações como “-enino”, “-adienino”, “-enodiino” etc. São atribuídos os algarismos mais baixos às ligações duplas e triplas em conjunto, mesmo que em alguns casos seja atribuído à terminação “-ino” um algarismo inferior ao da terminação “-eno”. Sempre que possível, atribui-se, preferencialmente, o algarismo mais baixo à ligação dupla. Apenas o algarismo mais baixo de uma ligação múltipla é citado.

Exemplo



5.2 Especificação dos grupos característicos

Prefixos e sufixos

A presença de um grupo característico pode ser indicada por um prefixo ou sufixo ligado ao nome parental (com elisão do “o”, se presente). Estes prefixos e sufixos são ilustrados na tabela a seguir. Mais pormenores sobre a utilização dos prefixos e sufixos funcionais estão descritos na próxima seção (Construção de nomes).

Tabela de sufixos e prefixos para alguns grupos característicos importantes (por ordem alfabética)

Classe	Fórmula	Prefixo	Sufixo
Ác. carboxílicos	-COOH	carboxi-	ácido... -oico
Ác. sulfônicos	-SO ₂ -OH	sulfo-	ácido - sulfônico
Álcoois, fenóis	-OH	hidroxi-	-ol
Alcoolatos, fenolatos	-O ⁻	óxido-	-olato
Aldeídos	-CHO	oxo-	-al
Amidas	-CO-NH ₂	carbamoil-	-amida
Aminas	-NH ₂	amino-	-amina
Carboxilatos	-COO ⁻	carboxilato-	-oato
Cetonas	>C=O	oxo-	-ona
Ésteres	-COOR	(R)-oxicarbonil-	-oato de (R)
Éteres	-OR	(R)-oxi-	—
Halogênios	-F	fluoro-	—
	-Cl	cloro-	—
	-Br	bromo-	—
Haleto de acila	-I	iodo-	—
	-CO-	halocarbonil- ^a	haleto de ... -oilo
	halogênio		
Hidroperóxidos	-O-OH	hidroperoxi-	—
Iminas	=NH	imino-	-imina
	=NR	(R)-imino-	
Nitrocompostos	-NO	nitroso-	—
	-NO ²	nitro-	—
Nitrilos	-C≡N	Ciano-	-carbonitrilo
Peróxidos	-O-OR	(R)-peroxi-	—
Sais	-COO ⁻ M ⁺	—	-oato de (cátion)
Sulfonatos	-SO ₂ -O ⁻	sulfonato-	-sulfonato
Sulfuretos	-SR	(R)-sulfanil-	—
Tióis	-SH	sulfanil- ^b	-tiol
Tiolatos	-S ⁻	sulfido-	-tiolato

^aHalocarbonil substitui haloformil usado na edição de 1979 da *Nomenclature of Organic Chemistry* da IUPAC.

^bNessas recomendações, o prefixo “sulfanil-” é preferido a “mercapto-”, o qual era usado na edição anterior da *Nomenclature of Organic Chemistry* da IUPAC.

6. Permuta funcional

A permuta de átomos de oxigênio ou de grupos hidroxilo por outros átomos ou grupos pode ser descrita por prefixos ligados aos nomes dos grupos característicos, ou por infixos nestes inseridos, por meio de nomes parentais funcionais ou de nomes triviais. Por exemplo, “tio” indica a permuta de átomos de oxigênio por enxofre nos sufixos dos ácidos “-tiosulfônico”

e “-carbotioico”. Analogamente, os termos “peroxi” ou “peroxo” indicam a permuta de um átomo de oxigênio pelo grupo -O-O- no sufixo “-peroxicarboxílico” e no nome trivial “ácido peroxiacético”.

7. Guia para a construção de nomes

Nesta seção são apresentados os princípios que orientam a construção de um nome. Nas discussões que envolvem a nomenclatura química, é reconhecida a necessidade de haver algum desvio das regras rigorosas, de modo a obter o nome mais apropriado para compostos químicos e evitar omitir uma característica importante. Contudo, tais desvios não devem ser autorizados sem uma razão forte e esses nomes não são aconselhados para uso geral.

A aplicação dos princípios gerais discutidos nesta seção não dá origem, necessariamente, a um único nome, mas o nome obtido não deve ser ambíguo. Encontra-se em preparação as recomendações que conduzem a um só nome e serão publicadas futuramente.

O objetivo final não é a concepção do nome que será comunicado pelo químico praticante aos colegas e família, mas sim a obtenção do nome químico que será citado em documentos legislativos ou em índices.

7.1 Princípios gerais

A formação de um nome sistemático de um composto orgânico envolve várias etapas, as quais devem ser aplicadas pela seguinte ordem:

- ⇒ determina-se a natureza do grupo característico (se existir), a ser citado por um sufixo ou pelo nome da classe funcional. Apenas um tipo de grupo característico (conhecido como o grupo principal) pode ser citado por um sufixo ou pelo nome da classe funcional. Todos os restantes substituintes devem ser especificados por prefixos.
- ⇒ designa-se o hidreto parental e o grupo característico principal, se existir; (as regras para a escolha da cadeia principal, do anel ou sistema cíclico preferido, do parental funcional ou dos componentes conjuntivos estão descritas mais pormenorizadamente na edição de 1979 da *Nomenclature of Organic Chemistry* da IUPAC).
- ⇒ determina-se os infixos e/ou prefixos (com os prefixos multiplicativos apropriados) e numera-se a estrutura tanto quanto possível.
- ⇒ designam-se os prefixos dos substituintes e completa-se a numeração da estrutura, se for necessário.
- ⇒ unem-se os componentes num nome completo, por ordem alfabética de todos os prefixos substitutivos.

Na nomenclatura substitutiva, alguns grupos característicos podem ser designados por prefixos ou sufixos, mas outros só podem ser denominados por prefixos. Os nomes baseados nas

classes funcionais diferem da nomenclatura substitutiva, pois a classe funcional é designada numa palavra separada, seguida do nome de um “substituente” referente à restante estrutura.

Os grupos característicos apresentados são sempre citados como prefixos dos nomes da estrutura parental. Se for necessário, são adicionados prefixos multiplicativos e localizadores.

Exemplo



Quando um composto contém mais do que um tipo de grupo característico, o grupo característico principal é aquele que caracteriza a classe que aparece primeiro (i.e., mais perto do topo) na tabela de prioridade. Todos os outros grupos característicos são mencionados como prefixos.

Classes de compostos por ordem decrescente de prioridade

1	Radicais
2	Ânions
3	Cátions
4	Compostos dipolares (zwitteriônicos)
5	Ácidos (pela ordem COOH, C(O)O ₂ H e seus derivados S e Se, e depois os ácidos sulfônicos, sulfínicos, selenoicos)
6	Anidridos
7	Ésteres
8	Halogenetos de ácidos
9	Amidas
10	Hidrazidas
11	Imidas
12	Nitrilos
13	Aldeídos seguidos pelos tioaldeídos, selenoaldeídos e teluroaldeídos
14	Cetonas seguidas pelos tiocetonas, selenocetonas e telurocetonas
15	Álcoois e fenóis seguidos pelos tióis, selenóis e teluróis
16	Hidroperóxidos seguidos pelos tio-hidroperóxidos, seleno-hidroperóxidos e teluro-hidroperóxidos
17	Aminas
18	Iminas
19	Hidrazinas, fosfanos etc.
20	Éteres seguidos de sulfuretos, selenetos e teluretos
21	Peróxidos seguidos pelos dissulfuretos, disselenetos e diteluretos

Quando o hidreto parental (cadeia principal, sistema cíclico), grupo principal e outros substituintes foram selecionados e designados, a numeração completa do composto é atribuída.

Se as regras anteriores permitirem uma escolha, o ponto de partida e a direção da numeração de um composto são selecionados de forma a atribuir os localizadores mais baixos às seguintes características estruturais (quando presentes), consideradas sucessivamente pela ordem apresentada, até se encontrar uma decisão:

- a) numeração fixa (naftaleno etc.);
- b) grupo principal designado por um sufixo;
- c) insaturação (eno/ino);
- d) substituintes designados por prefixos.

Depois de os vários componentes terem sido selecionados, designados e numerados, fazem-se, se necessário, algumas modificações aditivas ou subtrativas. O nome completo é então formado, sendo os prefixos colocados por ordem alfabética.

Exemplo

	$\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—OH}$	e	$\text{OH—CH}_2\text{—CH}_2\text{—OH}$
Grupo principal:	—OH		—ol
Hidreto parental:	$\text{CH}_3\text{—CH}_3$		Etano
Hidreto parental + um grupo principal:	$\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—OH}$		Etanol
Hidreto parental + dois grupos principais:	$\text{OH—CH}_2\text{—CH}_2\text{—OH}$		Etano-1,2-diol
	1		2

	$\text{HO—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—C(=O)—CH}_3$	
Grupo principal:	>C=O	—ona
Hidreto parental:	$\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_3$	Heptano
Hidreto parental + grupo principal:	$\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—C(=O)—CH}_3$	Heptan-2-ona
Substituinte:	—OH	Hidroxi-
Nome do composto:	7-Hidroxi-heptan-2-ona	

	$\text{CH}_2\text{=CH—CH}_2\text{—CH(OH)—CH}_3$	
Grupo principal:	—OH	—ol
Hidreto parental:	$\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH}_3$	Pentano
Hidreto parental + grupo principal:	$\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—CH(OH)—CH}_3$	Pentan-2-ol
	5	4 3 2 1

Modificação subtrativa:	—2H	—en—
Nome do composto:	Pent-4-en-2-ol	
Grupo principal:	—COOH	Ácido oico
Hidreto parental:	$\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—CH}_3$	Propano
Hidreto parental + grupo principal:	$\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—COOH}$	Ácido propanoico
Grupo de ligação multiplicativo:	$\text{—O—CH}_2\text{—CH}_2\text{—O—}$	
Componentes:	—O—	—oxi—
Nome do grupo de ligação:	$\text{—CH}_2\text{—CH}_2\text{—}$	—etileno— Oxibis(etileno-oxi)-
Nome do composto:	Ácido 3,3'-[oxibis(etileno-oxi)]dipropanoico	

7.2 Aplicação a classes específicas de compostos

As seguintes recomendações ilustram a aplicação dos princípios gerais aos vários tipos de compostos apresentados nas seções precedentes.

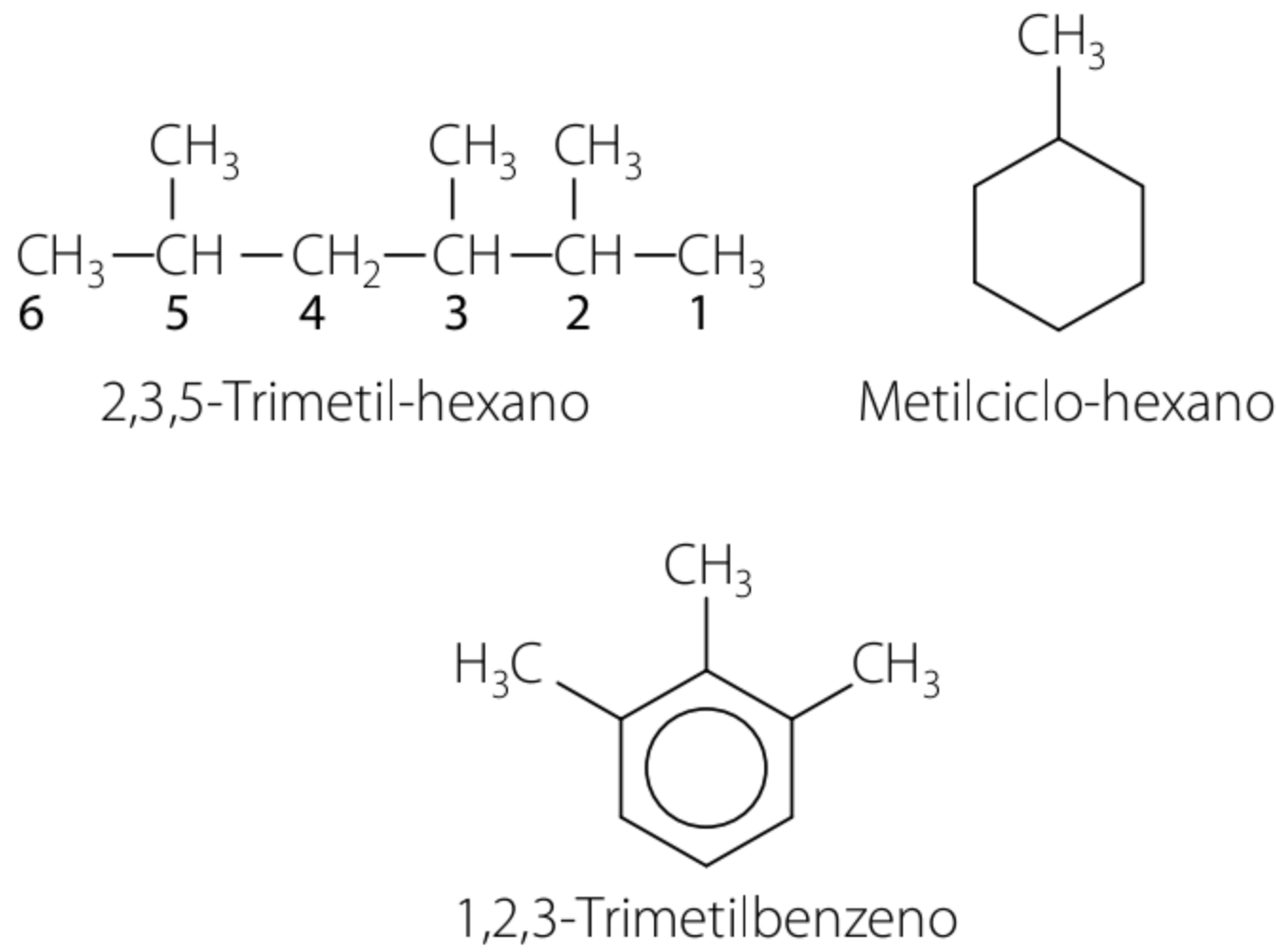
7.2.1 Hidretos binários e hidretos parentais com eles relacionados

Os hidretos binários, para os quais o nome do hidreto parental não é apropriado, possuem um nome constituído pelo nome do hidreto parental e pelos prefixos substitutivos.

Hidrocarbonetos

Os hidrocarbonetos substituídos são designados como derivados de hidretos parentais de carbono, mantendo-se também alguns nomes triviais.

Exemplo

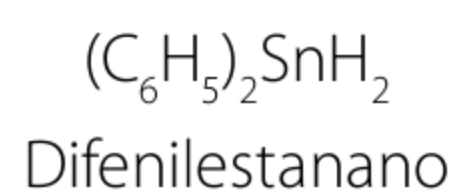
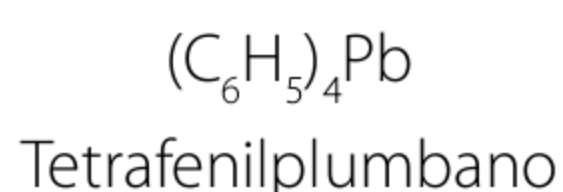
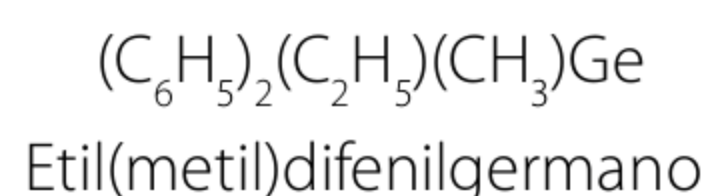
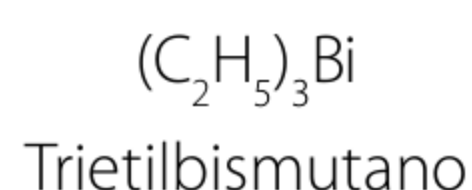


7.2.2 Composto organometálicos

a) Compostos organometálicos de antimônio, bismuto, germânio, estanho e chumbo

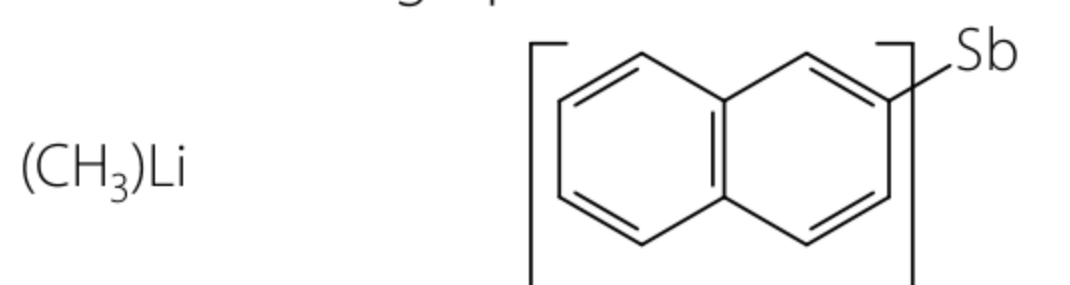
Esses compostos são designados substitutivamente com base no hidreto parental apropriado.

Exemplo



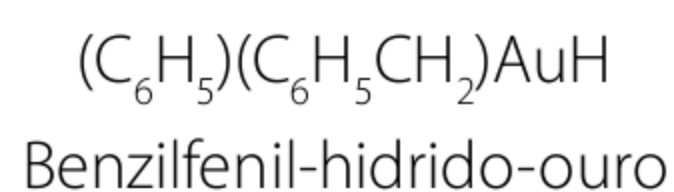
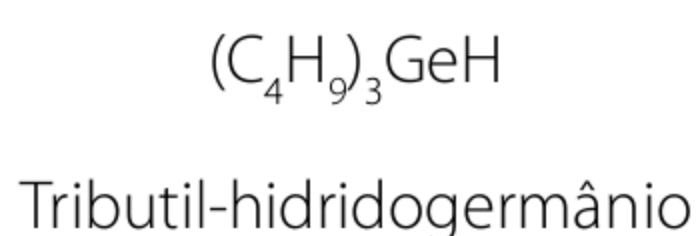
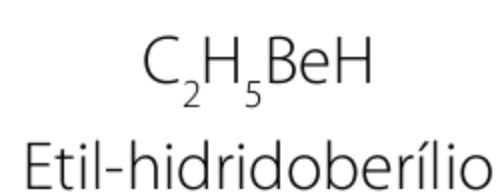
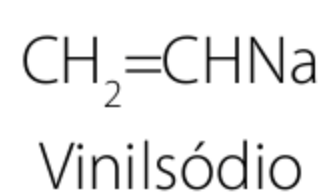
b) Compostos organometálicos, nos quais o metal está ligado apenas a átomos de carbono dos grupos orgânicos e a átomos de hidrogênio.

Os nomes desses compostos formam-se antepondo ao nome do metal, por ordem alfabética, os prefixos que designam os grupos orgânicos e o prefixo "hidrido-" referente aos átomos de hidrogênio, se existirem. A presença de átomos de hidrogênio ligados ao átomo do metal deve ser sempre indicada dessa forma. Entre os nomes dos grupos e do metal não existe espaço.



Metil-lítio

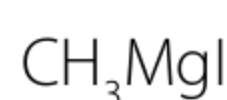
Penta-2-naftilantimônio



c) Compostos organometálicos com ligantes aniônicos

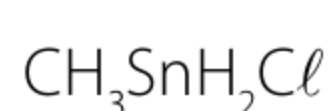
Os nomes destes compostos formam-se referindo o(s) nome(s) do ânion(s), por ordem alfabética, se existir mais do que um, seguido pelo(s) nome(s) do(s) grupo(s) orgânico(s), também por ordem alfabética e finalmente do nome do metal. Os nomes dos ânions são separados do nome do metal e de outros nomes, por um espaço.

Exemplo



Iodeto de metilmagnésio

Iodo(metil)magnésio



Cloreto de di-hidridometilestanho

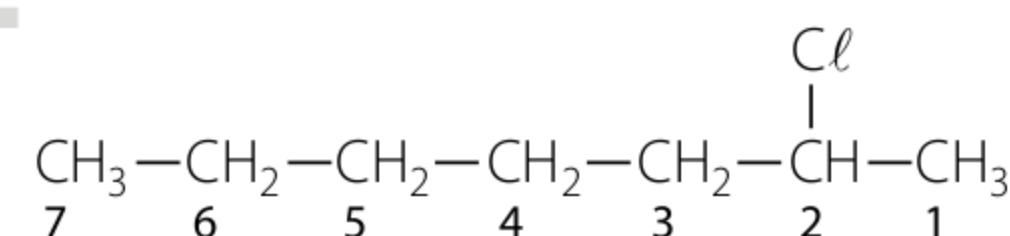
Cloro(metil)estanano

7.2.3 Compostos halogenados de nitroíla, de nitrosila, azoicos e azidas

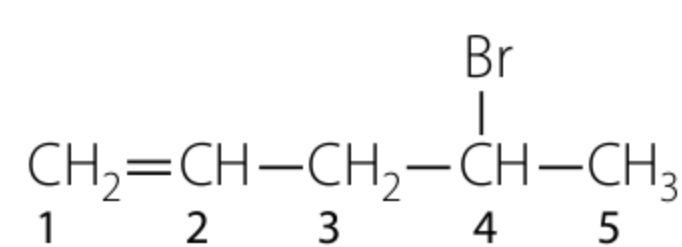
a) Compostos halogenados

Os compostos halogenados podem ser designados sistematicamente de acordo com dois sistemas, mantendo-se também alguns nomes triviais. Os nomes substitutivos formam-se antepondo os prefixos "fluoro-", "cloro-", "bromo-" ou "iodo-" ao nome do composto parental. Em cadeias insaturadas, o menor número deverá ser atribuído ao carbono que apresenta a insaturação.

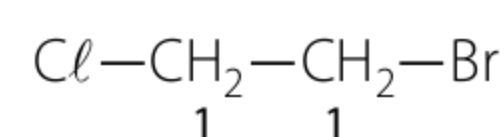
Exemplo



2-cloro-hexano



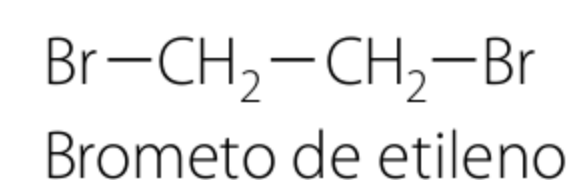
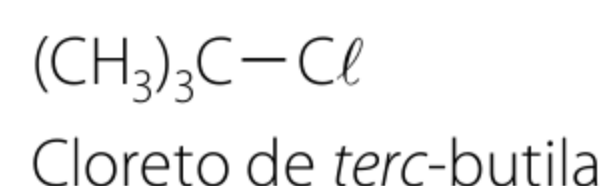
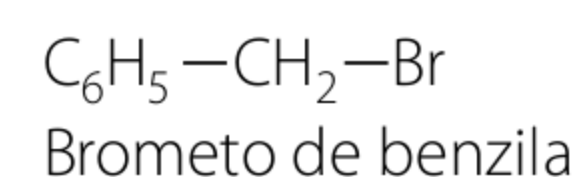
4-bromopent-1-eno



1-bromo-2-cloroetano

Os nomes de classe funcional formam-se citando o nome de classe "fluoreto", "cloreto", "brometo" ou "iodeto", numa palavra separada, precedido, se necessário, por um prefixo numérico, seguido pelos nomes dos "grupos" orgânicos.

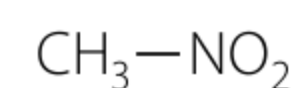
Exemplo



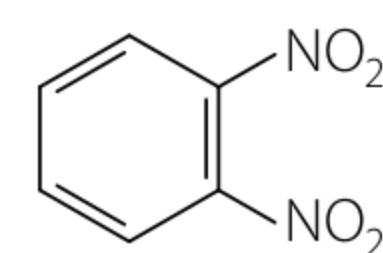
b) Compostos de nitroílo e de nitrosilo

Nos compostos que contêm um grupo $-\text{NO}_2$ ou um grupo $-\text{NO}$, estes são designados exclusivamente pelos prefixos "nitro-" ou "nitroso-", respectivamente.

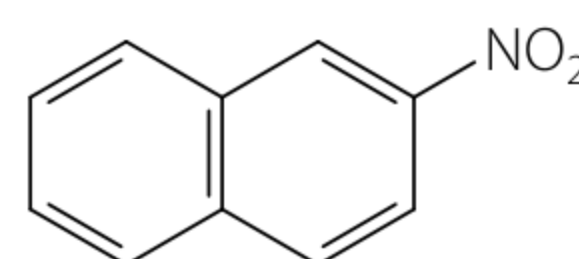
Exemplo



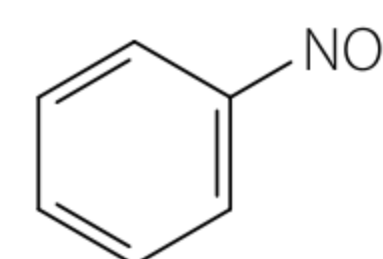
Nitrometano



1,2-Dinitrobenzeno



2-Nitronaftaleno

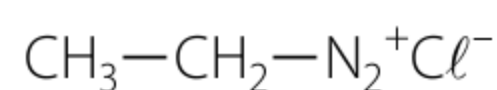


Nitrosobenzeno

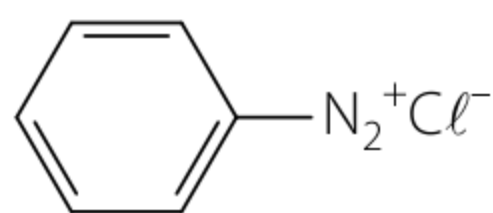
c) Compostos de diazônio

Os nomes dos compostos com a estrutura geral $\text{R}-\text{N}_2^+\text{X}^-$ são formados pelo nome do íon X^- , seguido, numa palavra separada, pelo do nome do hidreto parental RH , ao qual foi adicionado o sufixo "-diazônio".

Exemplo



Cloreto de etanodiazônio



Cloreto de benzenodiazônio

7.2.4 Aminas e iminas

O nome genérico “amina” é aplicado a compostos com as fórmulas NH_2R , NHRR' e $\text{NRR}'\text{R}''$, classificados, respectivamente, como aminas primárias, secundárias e terciárias.

a) Aminas primárias

As aminas primárias NH_2R podem ser designadas de acordo com um dos seguintes três métodos:

(a) citando o nome do grupo substituinte R como um prefixo do nome do hidreto parental azano;

(b) adicionando o sufixo “-amina” ao nome do hidreto parental RH;

(c) adicionando o sufixo “-amina” ao nome do substituinte R.

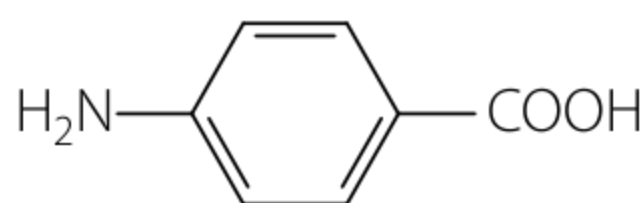
Exemplo



(a) Etilazano ou (b) Etanamina ou (c) Etilamina

Quando o grupo —NH_2 não é o grupo característico principal, ele é designado pelo prefixo “amino-”.

Exemplo



Ácido 4-aminobenzoico

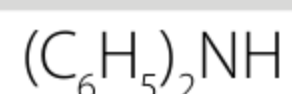
b) Aminas secundárias e terciárias

As aminas secundárias e terciárias simétricas NHR_2 e NR_3 podem ser designadas de acordo com os dois métodos seguintes:

(a) citando o nome do grupo substituinte R, precedido pelo prefixo numérico “di-” ou “tri-”, respectivamente, antes do nome do hidreto parental azano;

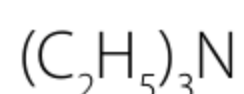
(b) citando o nome do grupo substituinte R, precedido do prefixo apropriado “di-” ou “tri-”, seguido, sem espaço, pelo nome “amina”.

Exemplo



(a) Difetilazano

(b) Difetilamina



(a) Trietilazano

(b) Trietilamina

As aminas secundárias e terciárias assimétricas, NHRR' , $\text{NR}_2\text{R}'$ e $\text{NRR}'\text{R}''$, podem ser designadas de acordo com os três métodos seguintes:

(a) como derivados substituídos do hidreto parental azano;

(b) como derivados *N*-substituídos de uma amina primária RNH_2 ou de uma amina secundária R_2NH ;

(c) citando os nomes de todos os grupos substituintes, R, R' ou R'', precedidos pelos prefixos numéricos apropriados, seguidos diretamente, sem espaço, pelo nome de classe “amina”.

Nos nomes das aminas secundárias e terciárias assimétricas, os grupos substituintes são ordenados alfabeticamente.

Exemplo

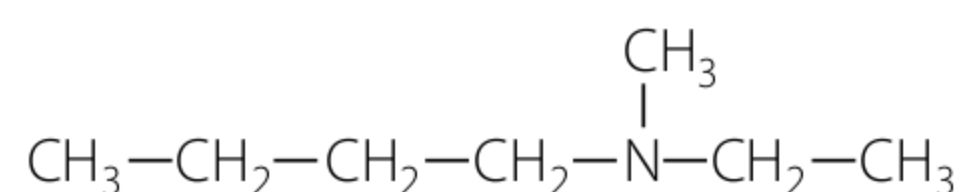


(a) (2-Cloroetil)(propil)azano

(b) *N*-(2-Cloroetil)propan-1-amina

N-(2-Cloroetil)propilamina

(c) (2-Cloroetil)(propil)amina



(a) Butil(etil)metilazano

(b) *N*-Etil-*N*-metilbutan-1-amina

N-Etil-*N*-metilbutilamina

(c) Butil(etil)metilamina

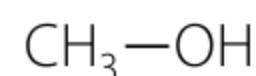
7.2.5 Compostos hidroxilados, seus derivados e análogos

a) Compostos hidroxilados e análogos

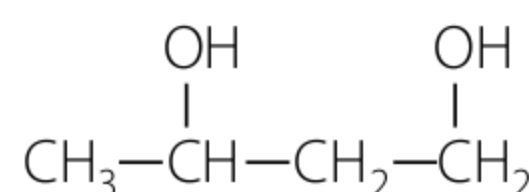
Álcoois e fenóis

Na nomenclatura substitutiva, a indicação do grupo hidroxilo, —OH , como grupo característico principal é feita pela adição de um sufixo apropriado, como “-ol”, “-diol” etc. ao nome do hidreto parental, com elisão da terminação “o” quando seguido de uma vogal.

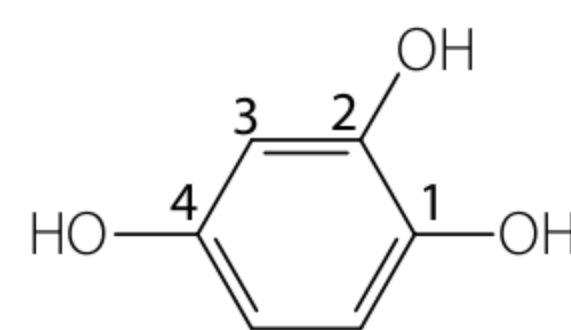
Exemplo



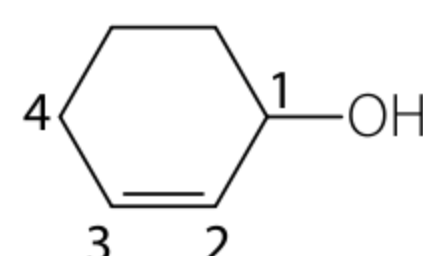
Metanol



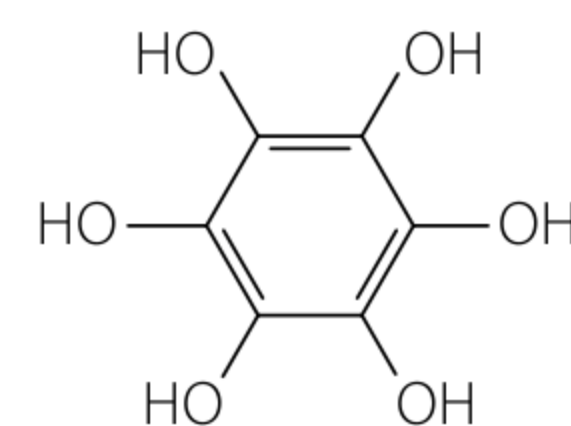
Butano-1,3-diol



Benzeno-1,2,4-triol



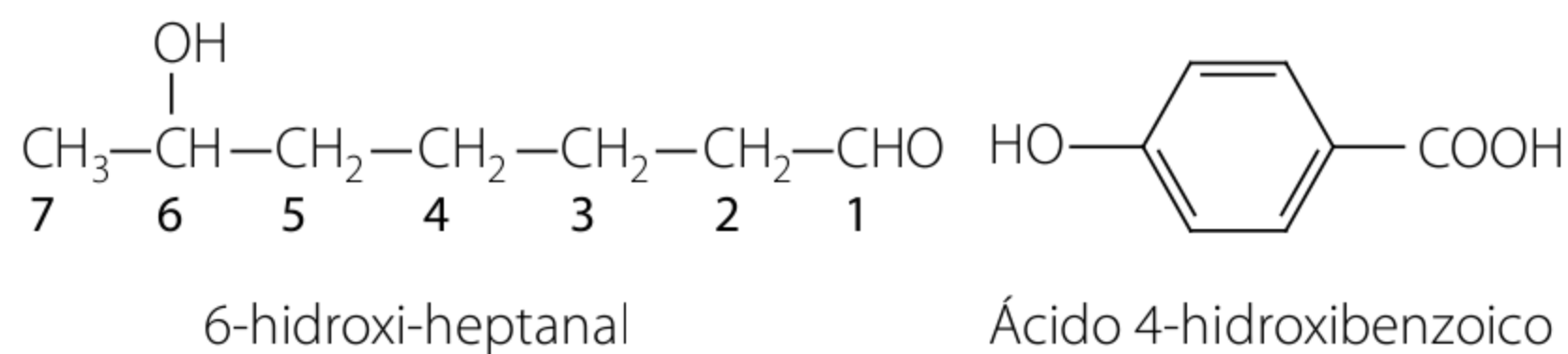
Ciclo-hex-2-en-1-ol



Benzeno-hexol

Quando estiver presente outro grupo com prioridade na citação como grupo característico principal, os grupos hidroxilo são indicados pelo prefixo “hidroxi-”.

Exemplo



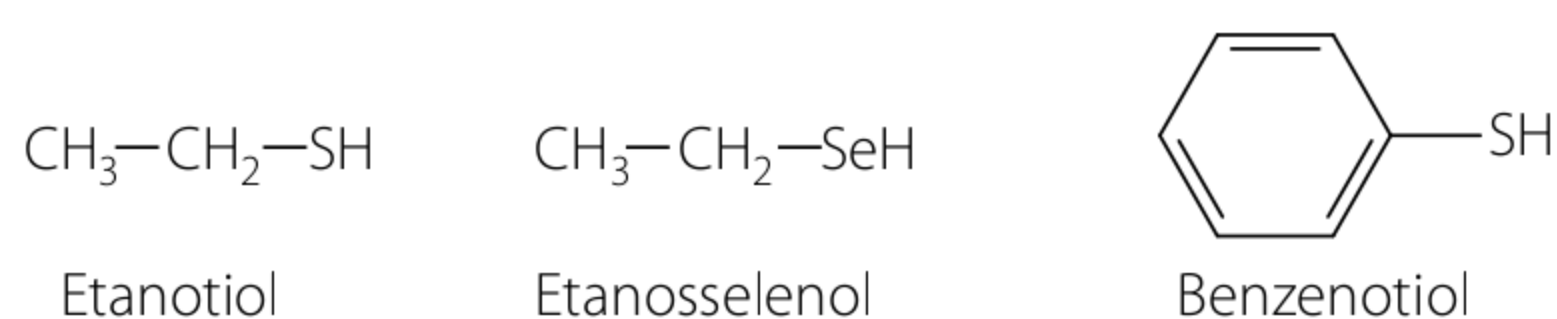
Os nomes de classe funcional dos álcoois são formados pelo nome de classe “álcool”, citado numa palavra separada, seguido do prefixo do substituinte derivado do nome do hidreto parental correspondente, ao qual foi adicionado o sufixo “-ico”.

Exemplo



Os análogos de enxofre, selênio e telúrio de álcoois e fenóis são designados de forma semelhante, usando sufixos como “-tiol”, “-selenol” e “-telurol”.

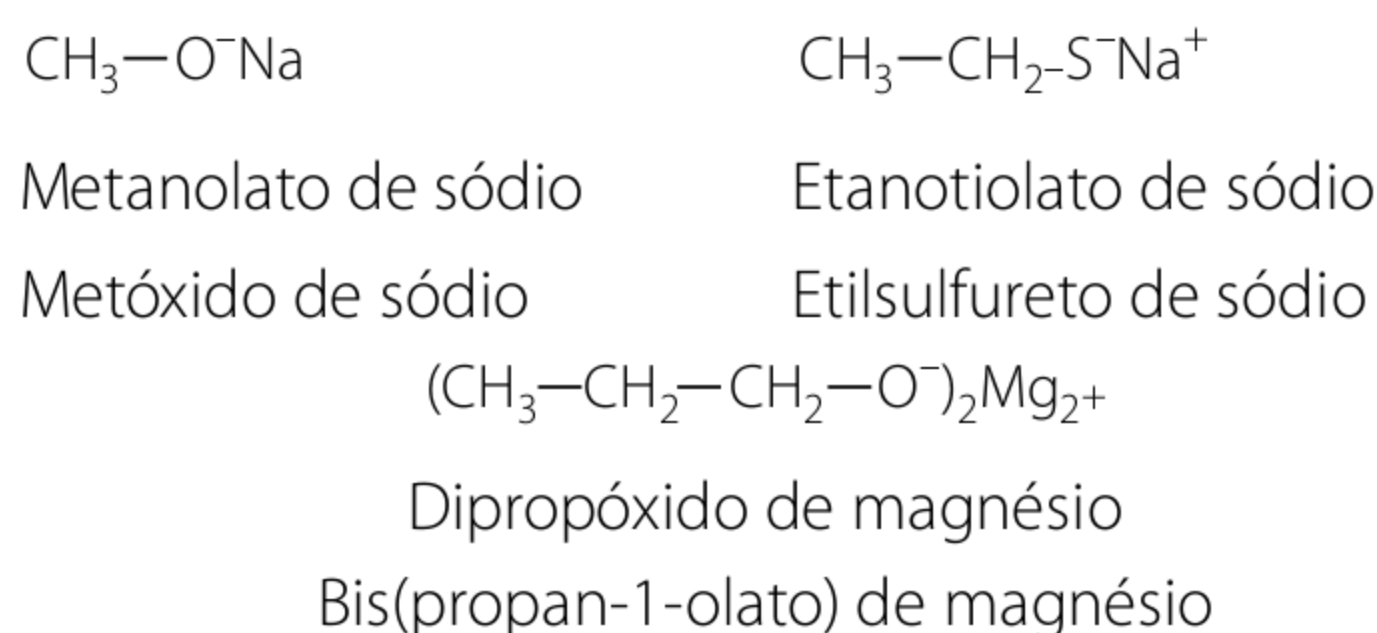
Exemplo



b) Sais

Os nomes dos ânions derivados dos álcoois, fenóis e dos seus análogos calcogênicos pela perda de um átomo de hidrogênio ligado ao átomo calcogênico formam-se modificando o “ol” final do nome para “olato”. Quando o grupo RO- possui um nome abreviado, por exemplo, metoxi, o nome do ânion pode ser formado substituindo a terminação “-oxi” por “-óxido”.

Exemplo

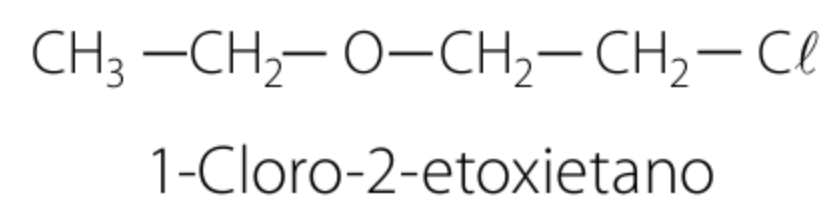


c) Éteres e análogos calcogênicos

Os compostos com a estrutura geral R-O-R', R-S-R', R-Se-R' e R-Te-R' são chamados genericamente de “éteres”, “sulfuretos”, “selenetos” e “teluretos”, respectivamente, e são designados por um dos três métodos: substitutivo, classe funcional ou de permuta.

Os **nomes substitutivos** formam-se mencionando os nomes dos grupos R'O-, R'S-, R'Se- ou R'Te- como prefixos do nome do hidreto parental correspondente ao grupo R.

Exemplo



Os **nomes de classe funcional** formam-se citando o nome de classe “éter”, “sulfureto”, “seleneto” ou “telureto” numa palavra separada, seguido pelos nomes dos grupos R e R' por ordem alfabética da seguinte forma: se R e R' forem iguais, usa-se a preposição “di” e o sufixo “ílico”. Se não forem iguais, usa-se o mesmo sufixo no caso dos éteres, enquanto no caso dos nomes de classe funcional terminados em eto (como sulfureto) usam-se os próprios nomes de R e R' precedidos por “de” e separados por “e”.

Exemplo

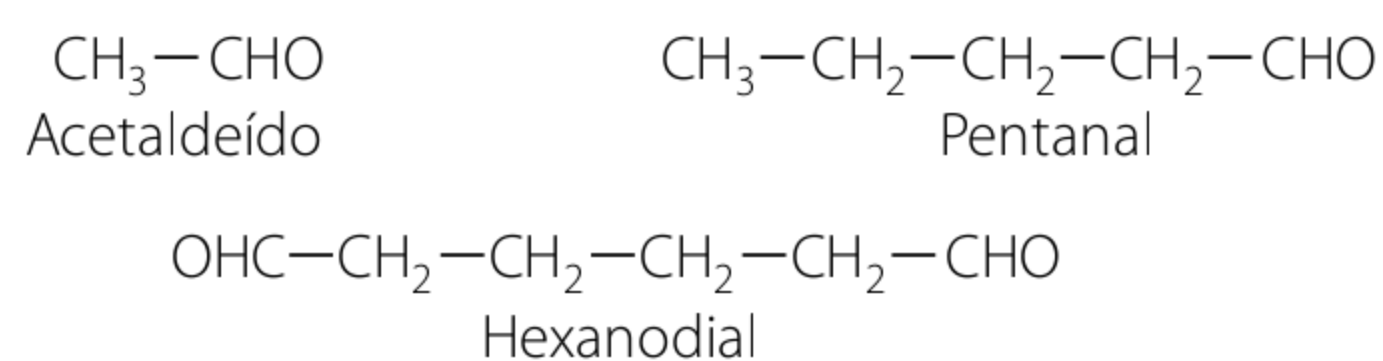


7.2.6 Aldeídos e cetonas

a) Aldeídos

O termo genérico “aldeído” é referido para compostos que contêm um grupo -CHO ligado a um átomo de carbono. Os nomes dos aldeídos correspondentes aos ácidos carboxílicos com nomes triviais formam-se modificando a terminação “-ico” ou “-oico” do nome do ácido para “-aldeído”. Os mono- e dialdeídos são designados pela adição do sufixo “-al” ou “-dial” ao nome do hidrocarboneto acíclico com o mesmo número de átomos de carbono, elidindo-se o “o” final do nome do hidrocarboneto, quando seguido da vogal “a”.

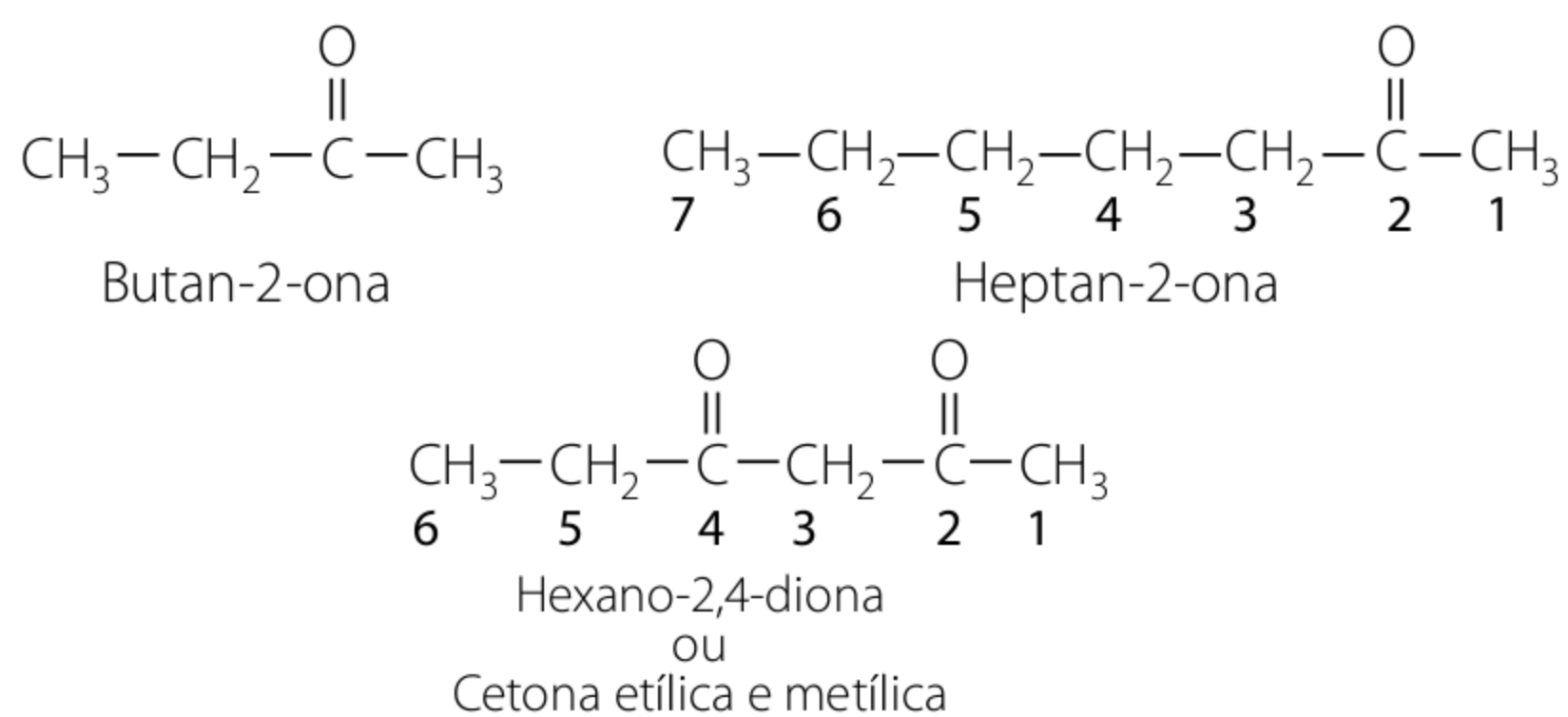
Exemplo



b) Cetonas

O termo genérico “cetona” é referido para compostos que contêm o grupo carbonilo, >C=O, ligado a dois átomos de carbono. As cetonas são designadas substitutivamente pela adição de um sufixo como “-ona” e “-diona” ao nome do hidreto parental, com elisão do “o” final do nome do hidreto parental, quando seguido da vogal “o”.

Exemplo

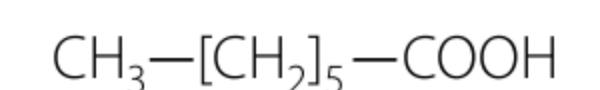


7.2.7 Ácidos e grupos funcionais relacionados

a) Ácidos mono- e dicarboxílicos acíclicos simples

Os grupos característicos ácidos carboxílicos, $-\text{COOH}$, que substituem grupos CH_3 terminais da cadeia de um hidrocarboneto acíclico, são indicados pela adição do sufixo “-oico” ou “-dioico” ao nome do hidrocarboneto acíclico, com elisão do “o” final antes do o, fazendo anteceder o nome da palavra ácido.

Exemplo



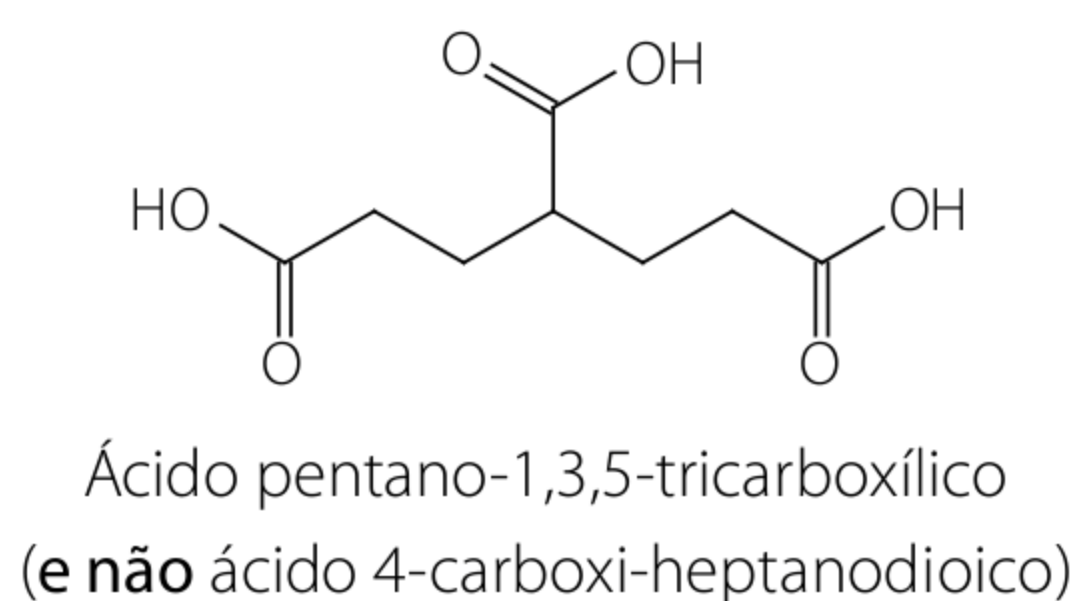
Ácido heptanoico



Ácido decanodioico

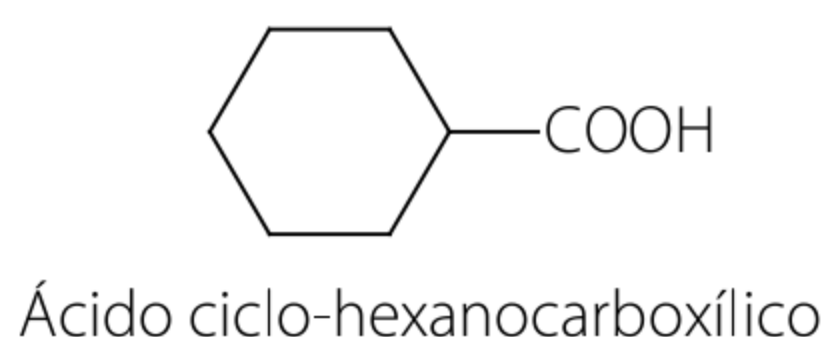
Se uma cadeia não ramificada estiver ligada diretamente a mais do que dois grupos carboxilo, estes grupos são designados adicionando um sufixo substitutivo ao hidreto parental, por exemplo, “-tricarboxílico”.

Exemplo



Outros ácidos carboxílicos são denominados pela adição do sufixo “-carboxílico” ao nome do hidreto parental, anteposto da palavra ácido.

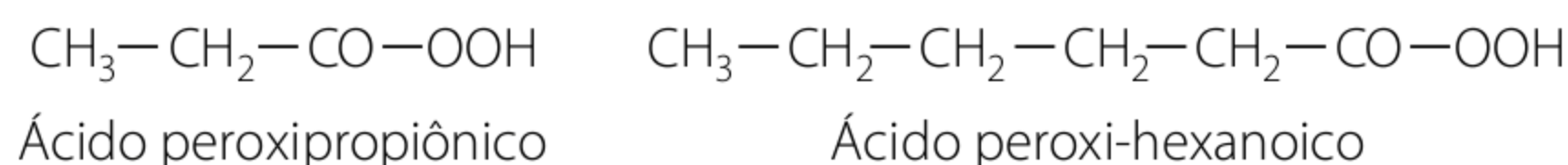
Exemplo



b) Modificação dos sufixos dos ácidos carboxílicos

Peroxiácidos. Os ácidos que contêm o grupo $-\text{CO}-\text{OOH}$ são chamados genericamente de “peroxiácidos” e são designados colocando-se um prefixo como “peroxi-”, “monoperoxi-” e “diperoxi-” antes do nome trivial ou sistemático com a terminação “-oico” ou antes do sufixo “-carboxílico” ou “-dicarboxílico”.

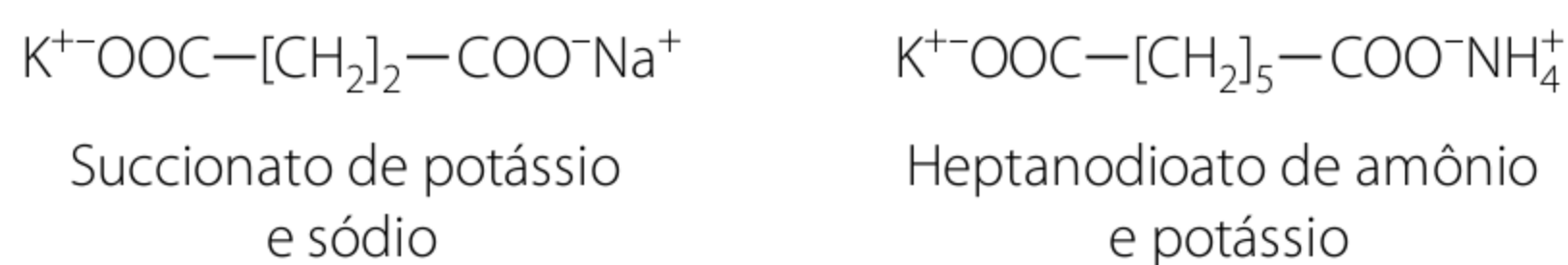
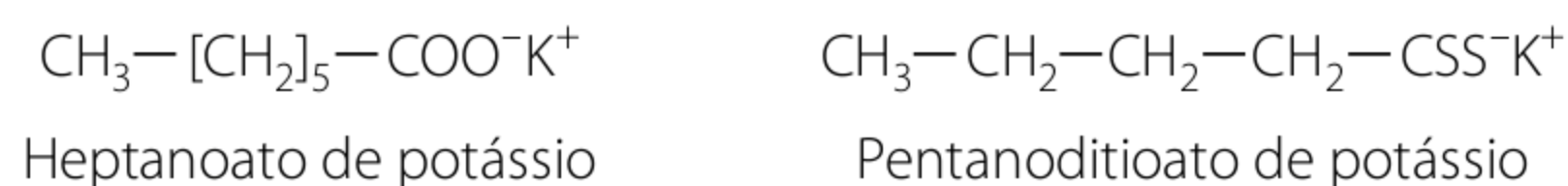
Exemplo



c) Sais

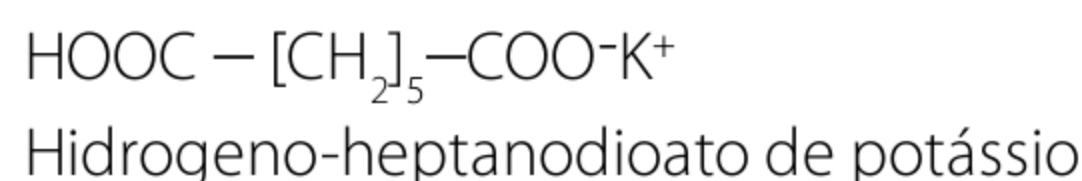
Os sais neutros de ácidos orgânicos são denominados mencionando-se o nome do ânion, seguido do nome do cátion, numa palavra separada. Se estiverem presentes vários cátions, eles são citados em ordem alfabética.

Exemplo



Os sais ácidos de ácidos orgânicos polibásicos são designados de forma análoga aos sais neutros, sendo o(s) átomo(s) de hidrogênio do ácido restante(s) indicado(s) pela palavra “hidrogênio” (ou “di-hidrogênio”) introduzida antes do nome do ânion. Os substituintes iônicos, como $-\text{COO}^-$, $-\text{SO}_2\text{O}^-$ e $-\text{PO}(\text{O}^-)_2$, são descritos pelos nomes dos prefixos “carboxilato-”, “sulfonato-” e “fosfanato-”, respectivamente.

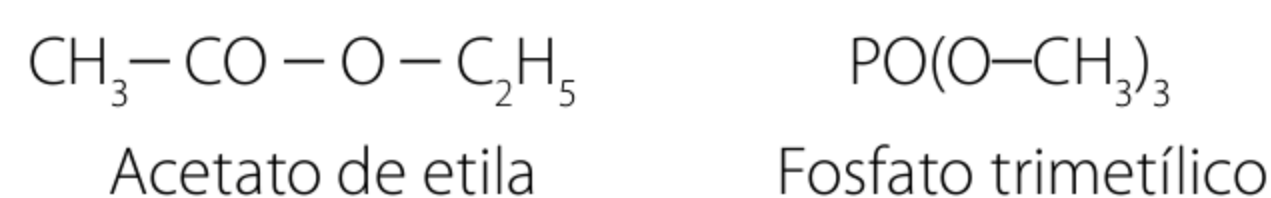
Exemplo



d) Ésteres

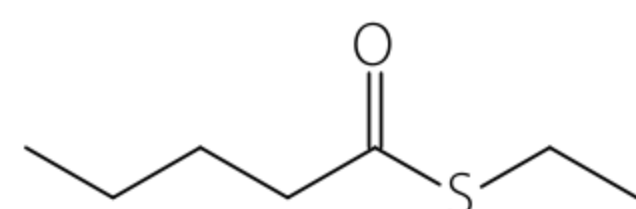
Os ácidos completamente esterificados são denominados de forma semelhante aos sais neutros. No entanto, os nomes dos grupos alquilo, arilo etc, que substituem o nome dos cátions, são citados em ordem alfabética.

Exemplo

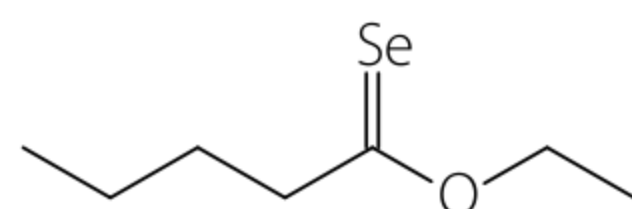


Quando necessário, as especificidades estruturais dos ésteres de ácidos tio- ou selenocarboxílicos são indicadas pelos símbolos dos elementos apropriados em *itálico*, por exemplo, *S*- ou *O*-, como prefixos dos grupos alquila, arila etc.

Exemplo



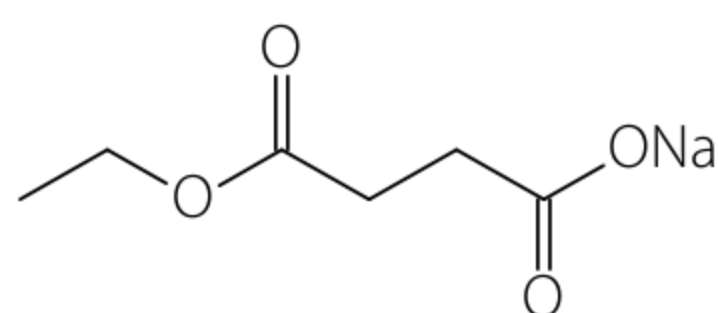
Hexanotioato de *S*-etila



Hexanosselenoato de *O*-etila

Os ésteres parciais (ácidos) de ácidos polibásicos e os seus sais são designados pelos processos de denominação dos ésteres neutros e dos sais ácidos, sendo os componentes presentes referidos pela ordem: ânion, grupo alquila ou arila, hidrogênio e cátion. Quando for necessário indicar alguma especificidade, são usados algarismos de posição e símbolos dos elementos em *itálico*.

Exemplo



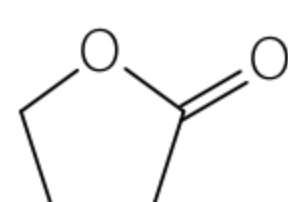
Succinato de etila e sódio

e) Lactonas, lactamas, lactimas e análogos

Os compostos que podem ser considerados como derivados de um ácido hidroxicarboxílico ou de um ácido aminocarboxílico pela perda de água, como resultado da formação de uma ligação intramolecular, são chamados genericamente de "lactonas" ou "lactamas", respectivamente. As formas tautoméricas das lactamas são denominadas de "lactimas". Nessas recomendações, esses compostos são designados preferencialmente como heterociclos; no entanto, são também apresentados os nomes derivados dos hidroxi- ou aminoácidos correspondentes.

As ***lactonas*** são ésteres intramoleculares de ácidos hidroxicarboxílicos. São designadas como heterociclos quer através da substituição da terminação "-ico" do nome trivial de um hidroxiácido por "-olactona", quer através da substituição da terminação "-oico" de um nome sistemático do ácido parental não hidroxilado por "-lactona". Em qualquer dos casos, insere-se um localizador entre a letra "o" e a palavra "lactona", que designa a posição do grupo hidroxila.

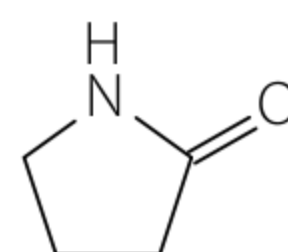
Exemplo



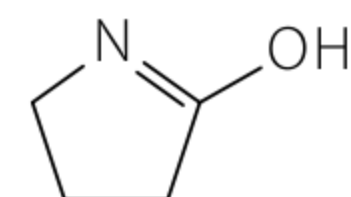
Butano-4-lactona (antigamente γ -Butirolactona)

Lactamas e ***lactimas***. Os análogos azotados das lactonas que contêm o grupo -CO-NH- incluído num anel ou num sistema de anéis são chamados genericamente de "lactamas"; e os seus tautômeros, -C(OH)=N-, de "lactimas". Esses compostos são designados como compostos heterocíclicos ou substituindo o termo "-lactona" por "-lactama" ou "-lactima", respectivamente.

Exemplo



Butano-4-lactama

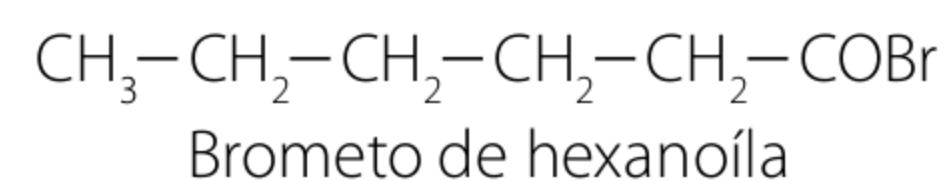
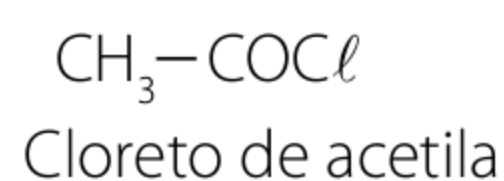


Butano-4-lactima

f) Halogenetos de acila

Os nomes dos halogenetos de acila, nos quais os grupos hidroxila dos ácidos (ácidos carboxílicos, sulfônico, sulfinico, selenoico etc.) foram substituídos por átomos de halogênio, formam-se mencionando o(s) nome(s) do(s) halogênio(s) específico(s) por ordem alfabética, seguido(s) do nome do grupo acila em palavras separadas; e, quando necessário, cada um dos nomes é precedido por um prefixo multiplicativo.

Exemplo



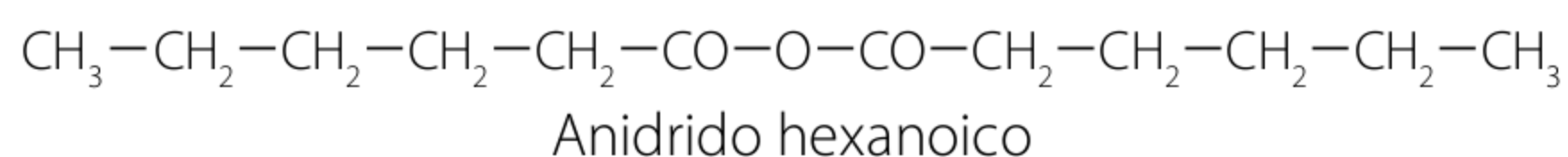
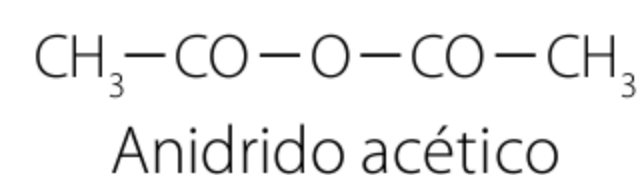
g) Anidridos e seus análogos

Os anidridos são compostos que derivam formalmente de duas funções ácido por eliminação de uma molécula de água.

Anidridos simétricos

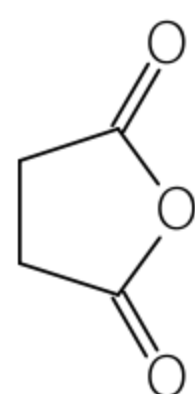
Os nomes dos anidridos simétricos de ácidos monobásicos, substituídos ou não substituídos, formam-se modificando o termo "ácido" do nome do ácido pelo nome de classe "anidrido".

Exemplo

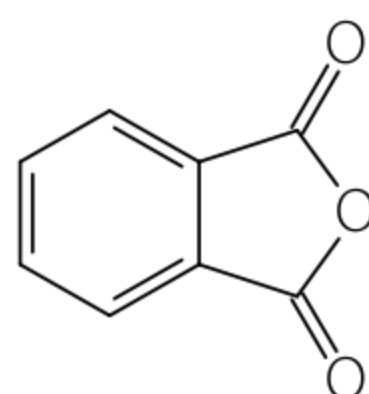


Os anidridos cíclicos formados a partir de dois grupos ácido ligados à mesma estrutura parental podem ser designados de forma semelhante aos anidridos simétricos ou como compostos heterocíclicos.

Exemplo



Anidrido succínico



Anidrido ftálico

Anidridos assimétricos (mistos)

Os anidridos derivados de ácidos monobásicos distintos são designados antepondo o nome de classe “anidrido”, numa palavra separada, ao nome dos dois ácidos, ordenados por ordem alfabética e omitindo-se as palavras ácido.

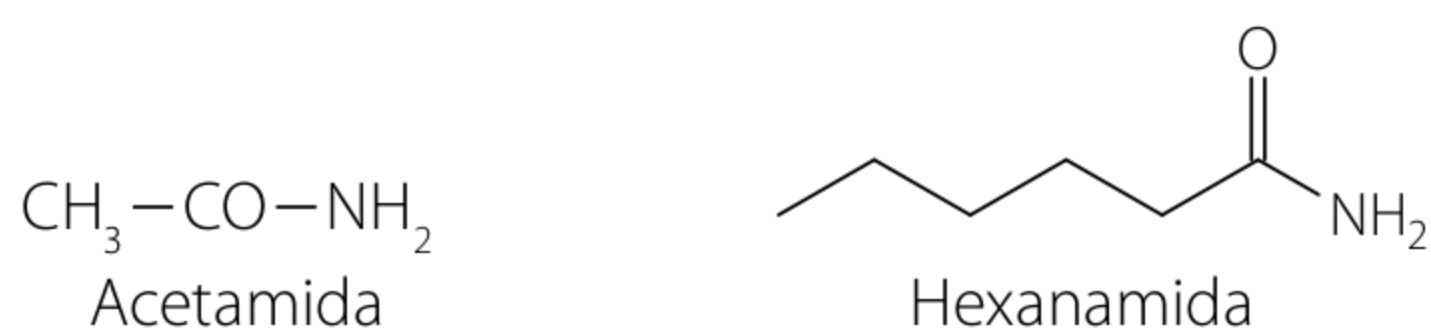
Exemplo



h) Amidas e imidas

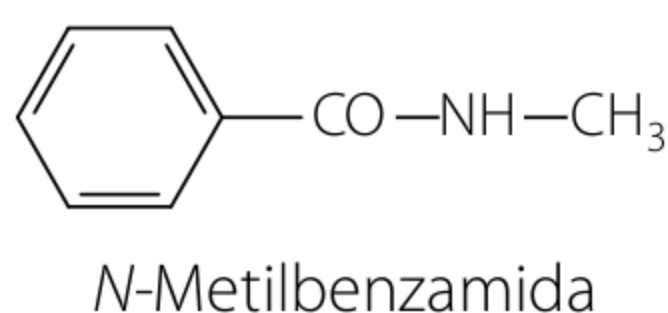
Os nomes dos *derivados monoacilados do amoníaco (amidas primárias)* são formados pela substituição dos sufixos “-oico”, “-ico” ou “-carboxílico”, do nome do ácido correspondente ao grupo acilo, por “-amida” ou “-carboxamida”. O prefixo do substituinte correspondente ao grupo $-\text{CONH}_2$ é “carbamoíl-”.

Exemplo



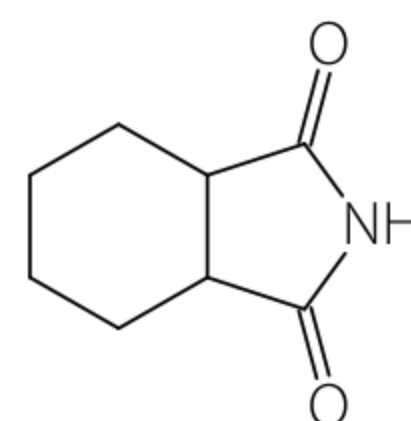
Os nomes das amidas primárias substituídas com a estrutura geral $\text{R}-\text{CO}-\text{NHR}'$, $\text{R}-\text{CO}-\text{NR}'\text{R}''$ e das sulfonamidas correspondentes formam-se referindo os substituintes R' e R'' como prefixos.

Exemplo

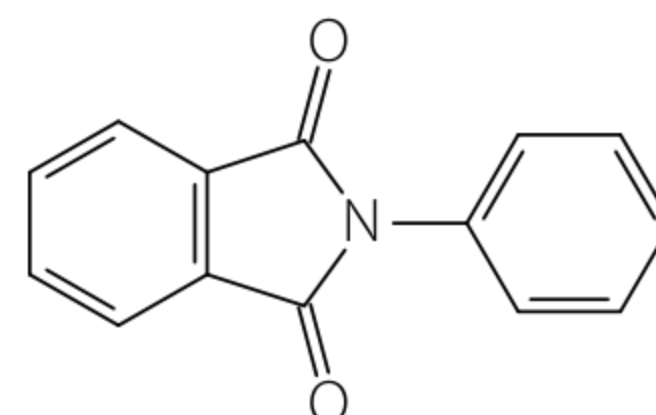


As *imidas* são compostos que contêm o grupo estrutural $-\text{CO}-\text{NH}-\text{CO}-$ e podem ser consideradas como análogos azotados dos anidridos ou como derivados diacilados do amoníaco. Os nomes das imidas cíclicas formam-se substituindo os sufixos “-dioico”, “-ico” ou “-dicarboxílico” do nome do ácido dibásico correspondente por “-imida” ou “-dicarboximida”. Elas podem ser também designadas como compostos heterocíclicos.

Exemplo



Ciclo-hexano-1,2-dicarboximida



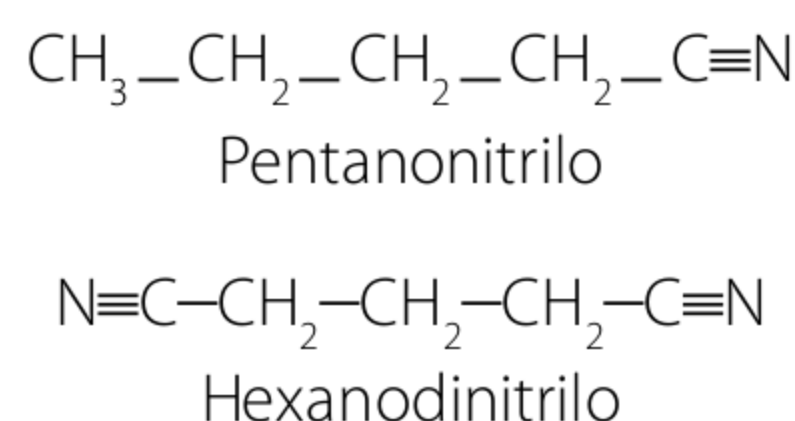
N-Fenilftalimida

i) Nitrilos, isocianetos e compostos com eles relacionados

Nitrilos

Os compostos com a estrutura geral $\text{R}-\text{C}\equiv\text{N}$ são denominados genericamente de “nitrilos” ou “cianetos” e podem ser designados substitutivamente de forma semelhante à descrita para os ácidos e outros compostos com eles relacionados. Os nomes dos mono- e dinitrilos acíclicos, nos quais o grupo $-\text{C}\equiv\text{N}$ substitui o(s) grupo(s) $-\text{COOH}$ de um ácido designado pelo sufixo “-oico” ou “-dioico”, são formados pela adição do sufixo “-nitrilo” ou “-dinitrilo” ao nome do hidrocarboneto que originou o nome do ácido.

Exemplo



Os nitrilos, nos quais o grupo $-\text{C}\equiv\text{N}$ substitui o grupo $-\text{COOH}$ de um ácido que possui um nome trivial mantido, são designados modificando-se a terminação “-ico” ou “-oico” do nome do ácido para “-onitrilo”, sendo elidida a palavra ácido.

Exemplo



Os nomes da classe funcional para os nitrilos com a estrutura geral $\text{R}-\text{C}\equiv\text{N}$ formam-se mencionando, em palavras separadas, o nome de classe “cianeto”, seguido do nome do prefixo correspondente ao grupo R.

Exemplo

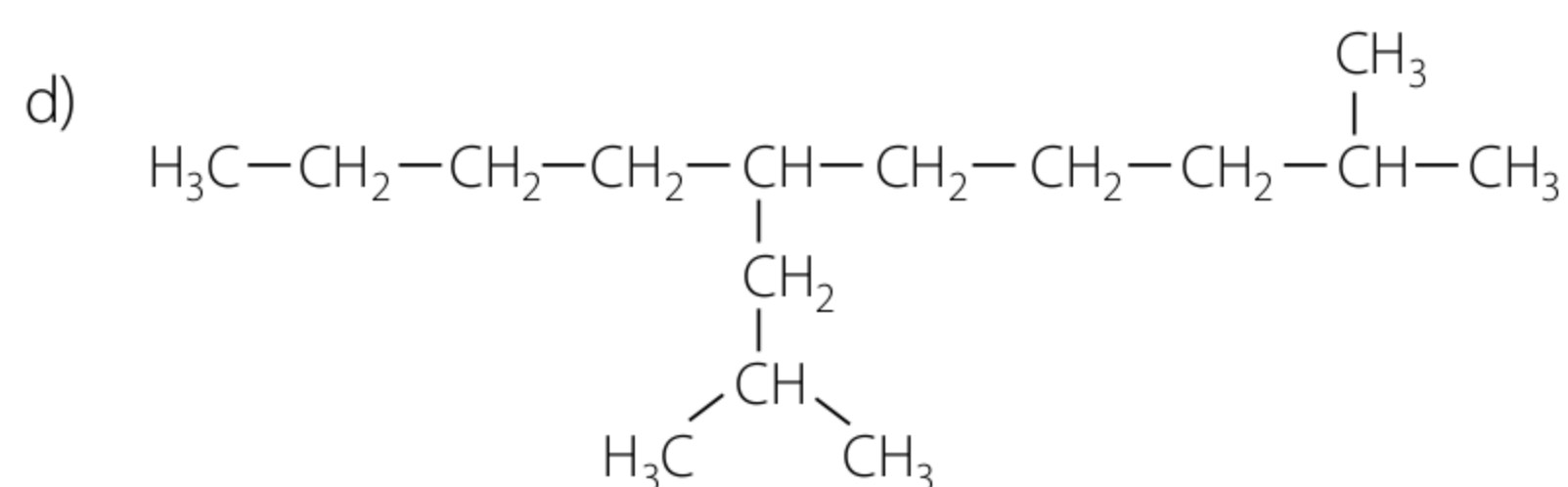
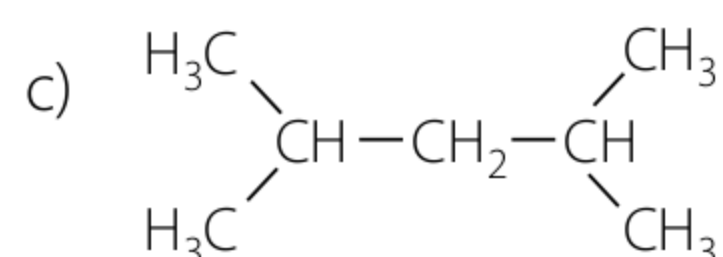


1 Escreva a estrutura de cada um dos compostos abaixo:

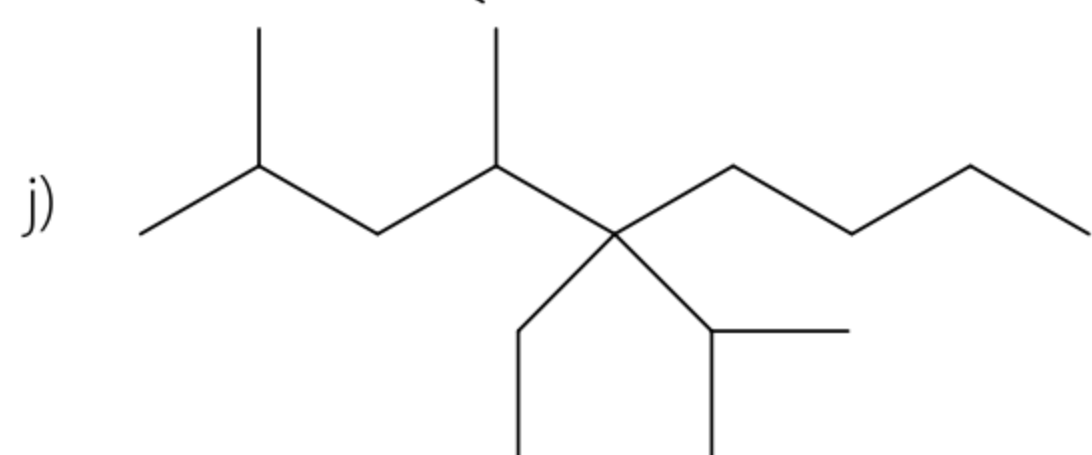
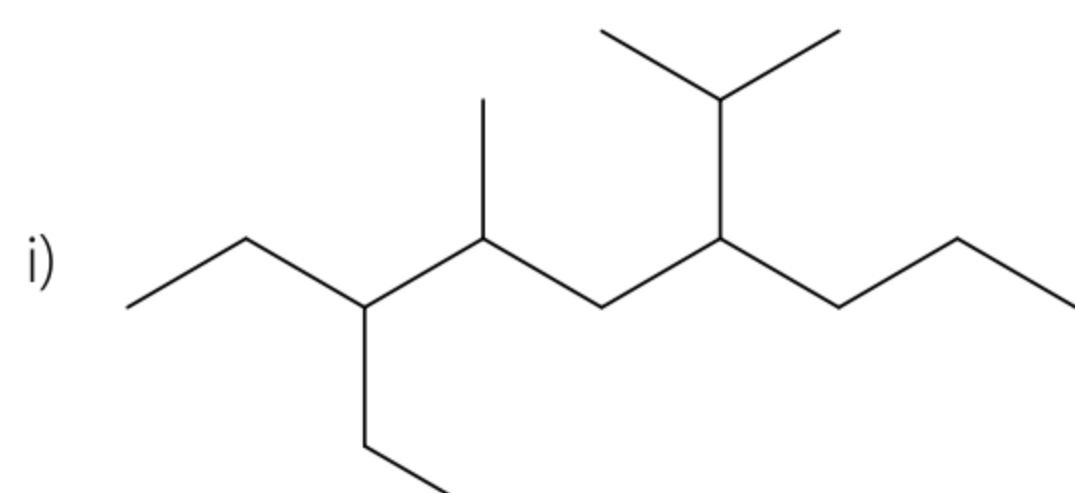
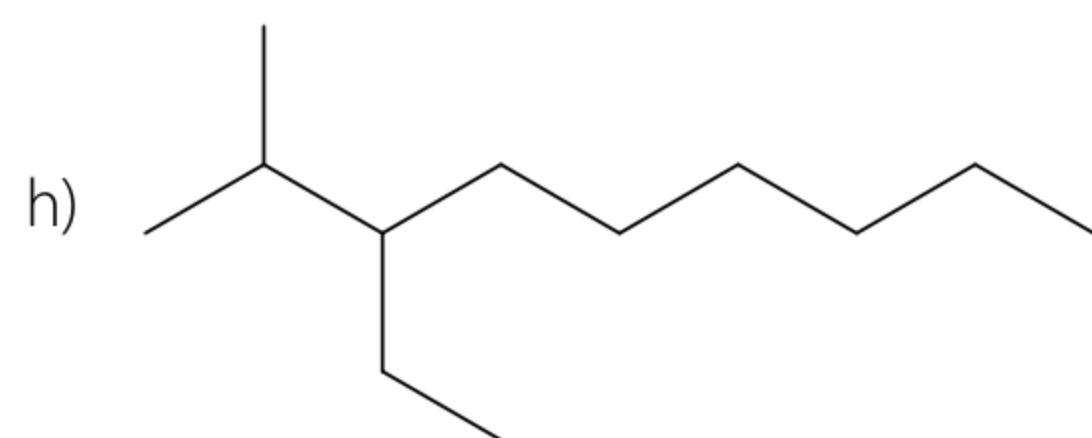
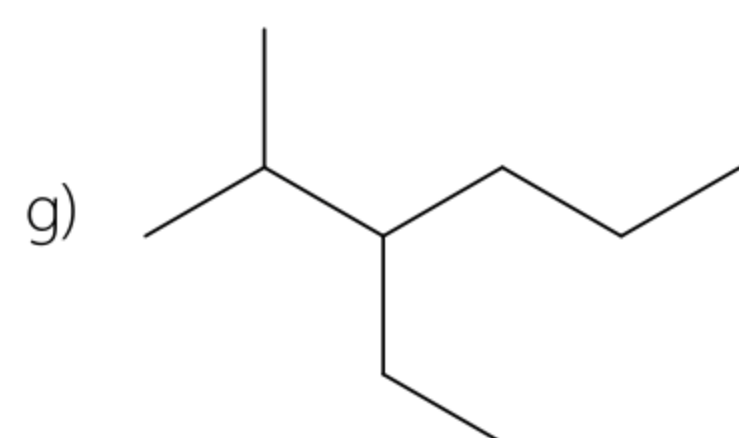
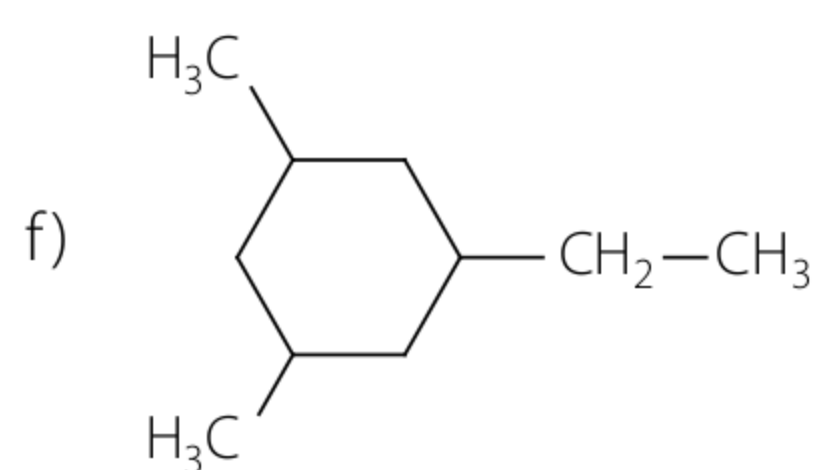
- 2,3-dicloropentano
- iodeto de *t*-butila
- 3-etilpentano
- 2,3,4-trimetildecano
- 4-isopropilnonano
- 1-cloro-4-metilpentano
- 1,1-dimetilciclopropano
- 1-cloro-3-metilbutano
- cloreto de neopentila

2 Dê nome a cada um dos seguintes compostos:

- $\text{CH}_3\text{CH}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{CH}_3$
- $\text{CH}_3\text{CH}(\text{C}_2\text{H}_5)\text{CH}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{CH}_3$



- e) $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}(\text{C}_2\text{H}_5)\text{CH}_3$



3 Escreva a estrutura e dê o nome de alcanos ou ciclanos com a fórmula:

- C_5H_{12} que possua apenas hidrogênios primários.
- C_5H_{12} que possua apenas um hidrogênio terciário.
- C_5H_{10} que possua apenas hidrogênios secundários.
- C_6H_{14} que possua apenas hidrogênios primários e terciários.

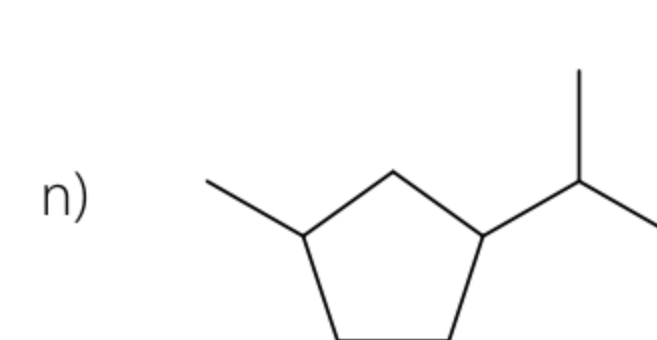
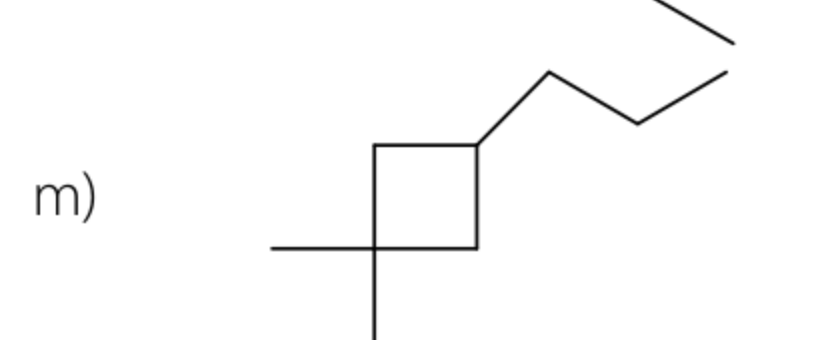
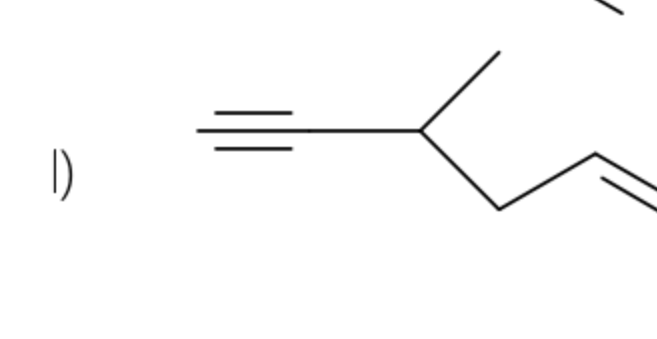
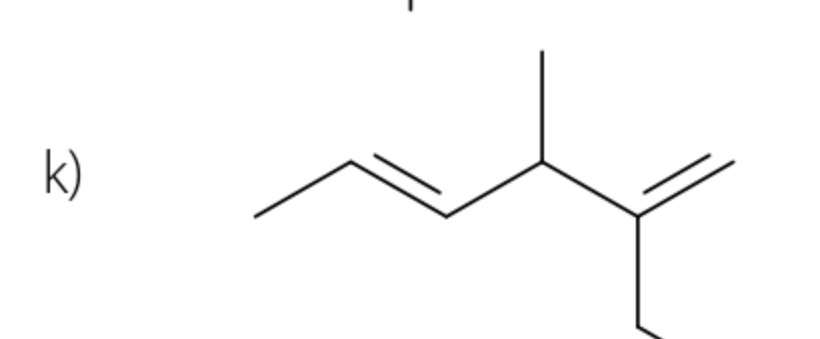
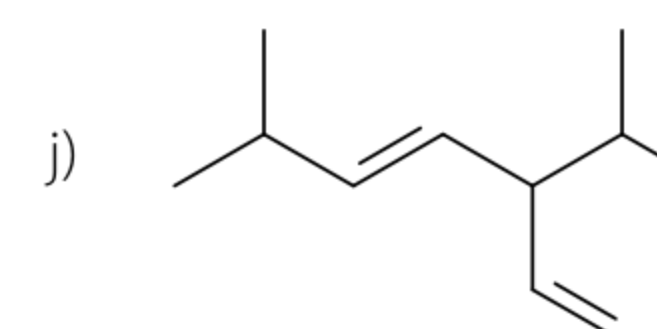
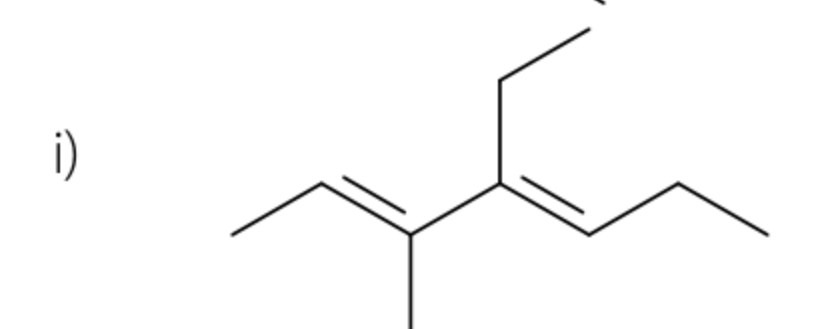
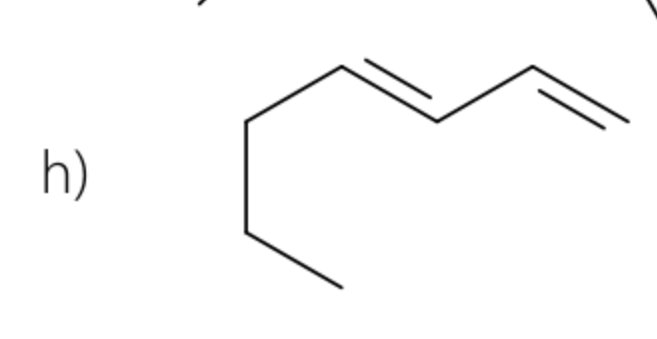
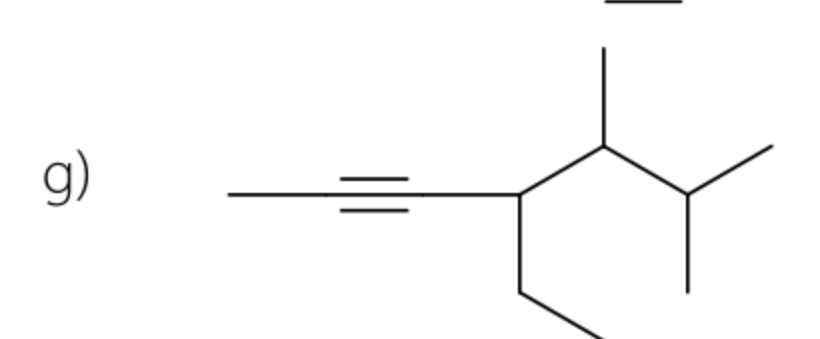
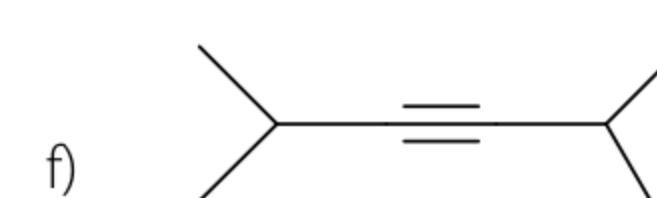
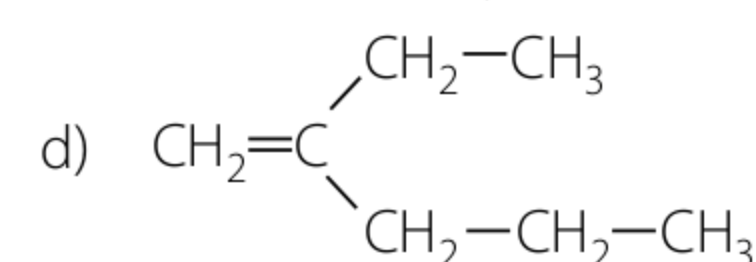
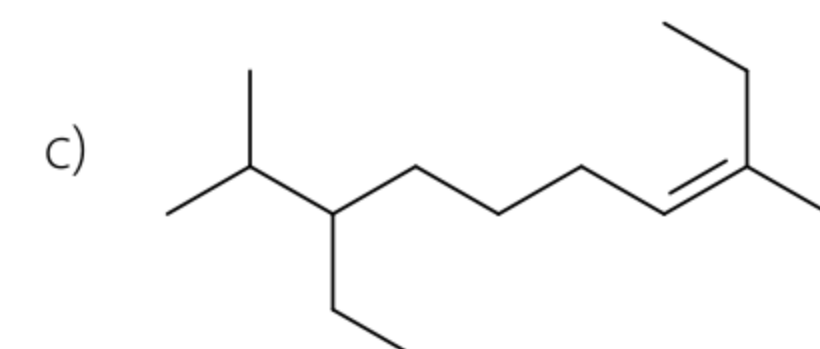
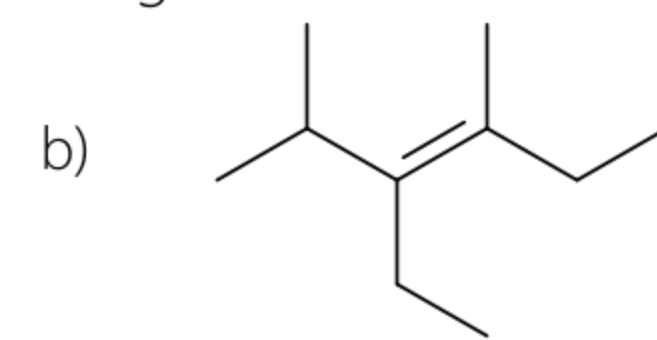
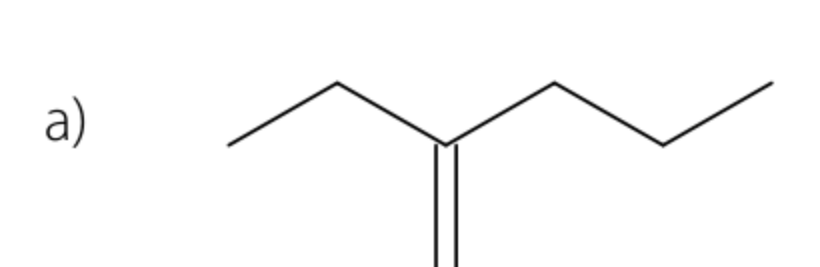
4 Os nomes abaixo estão incorretos. Diga onde está o erro e dê o nome correto.

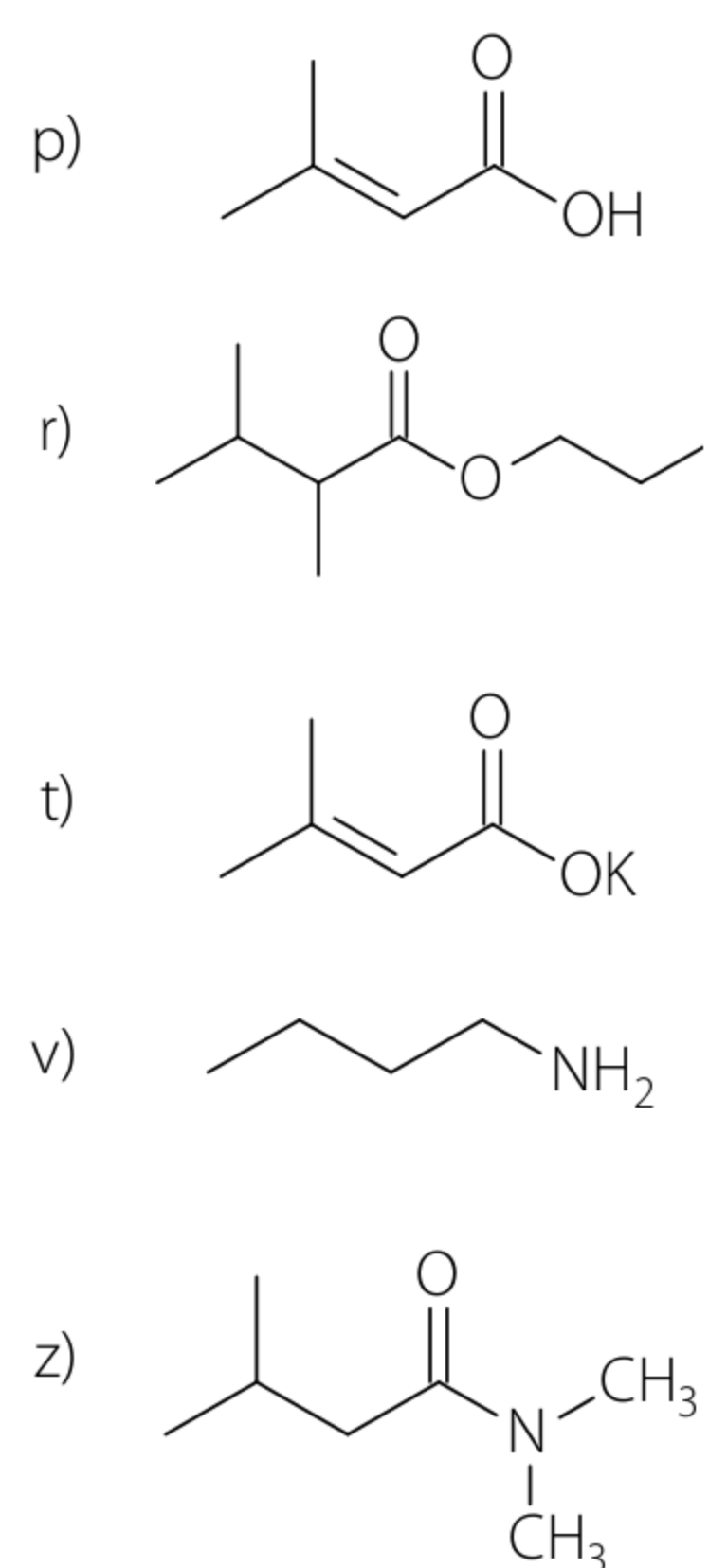
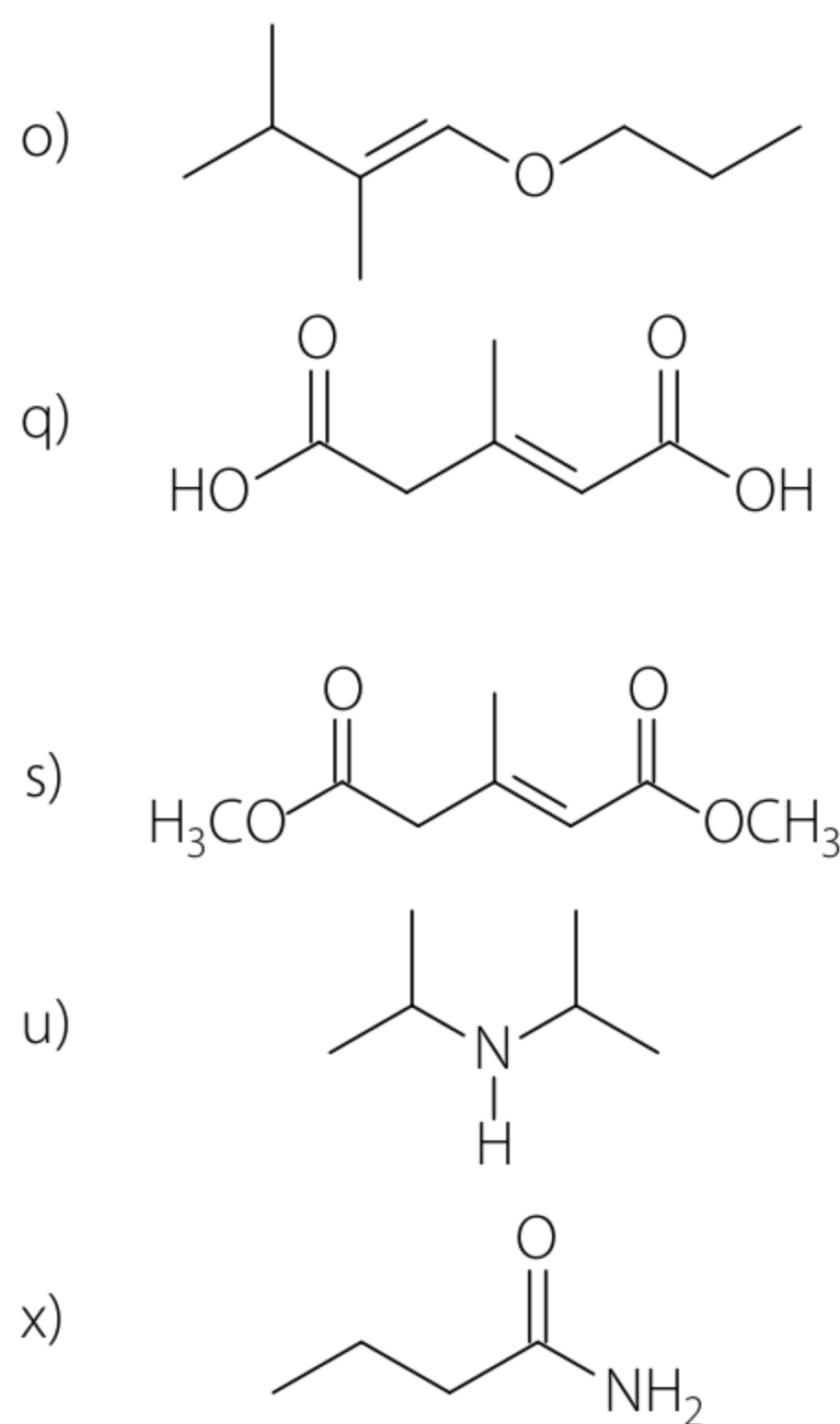
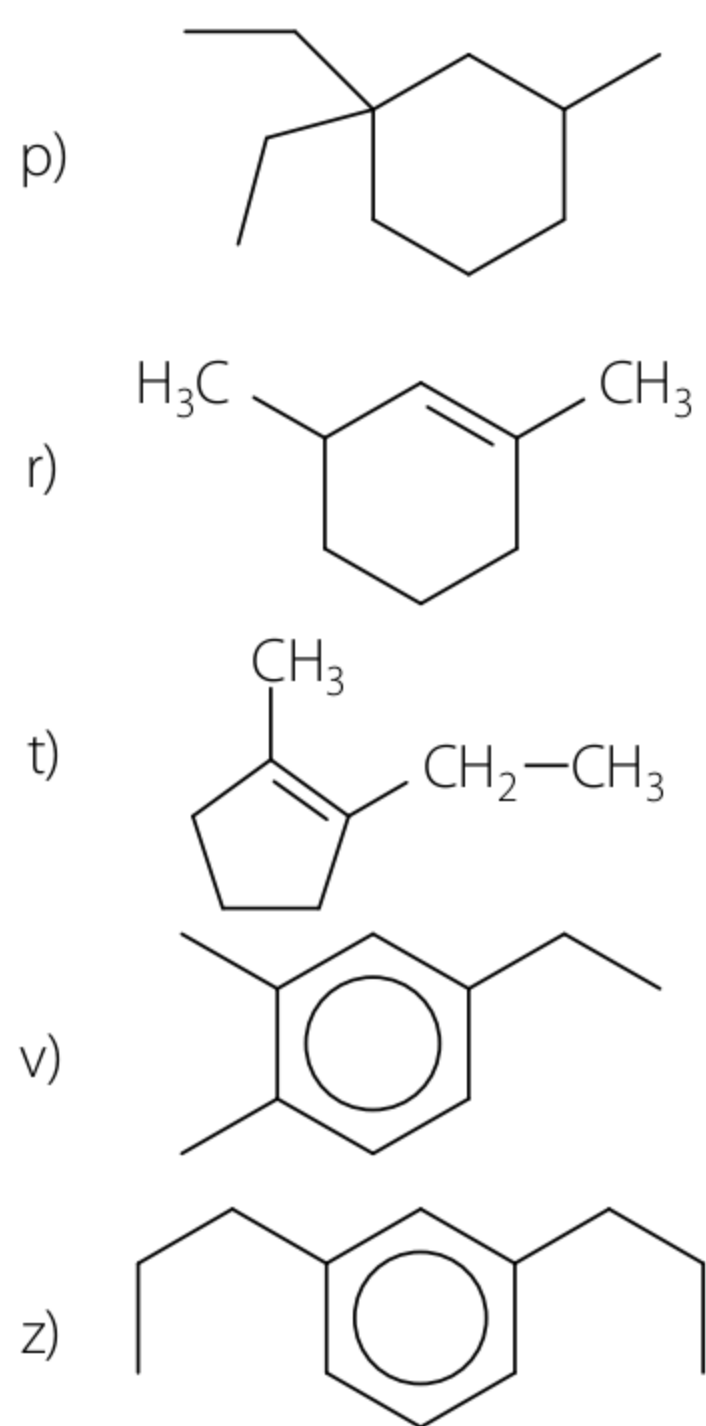
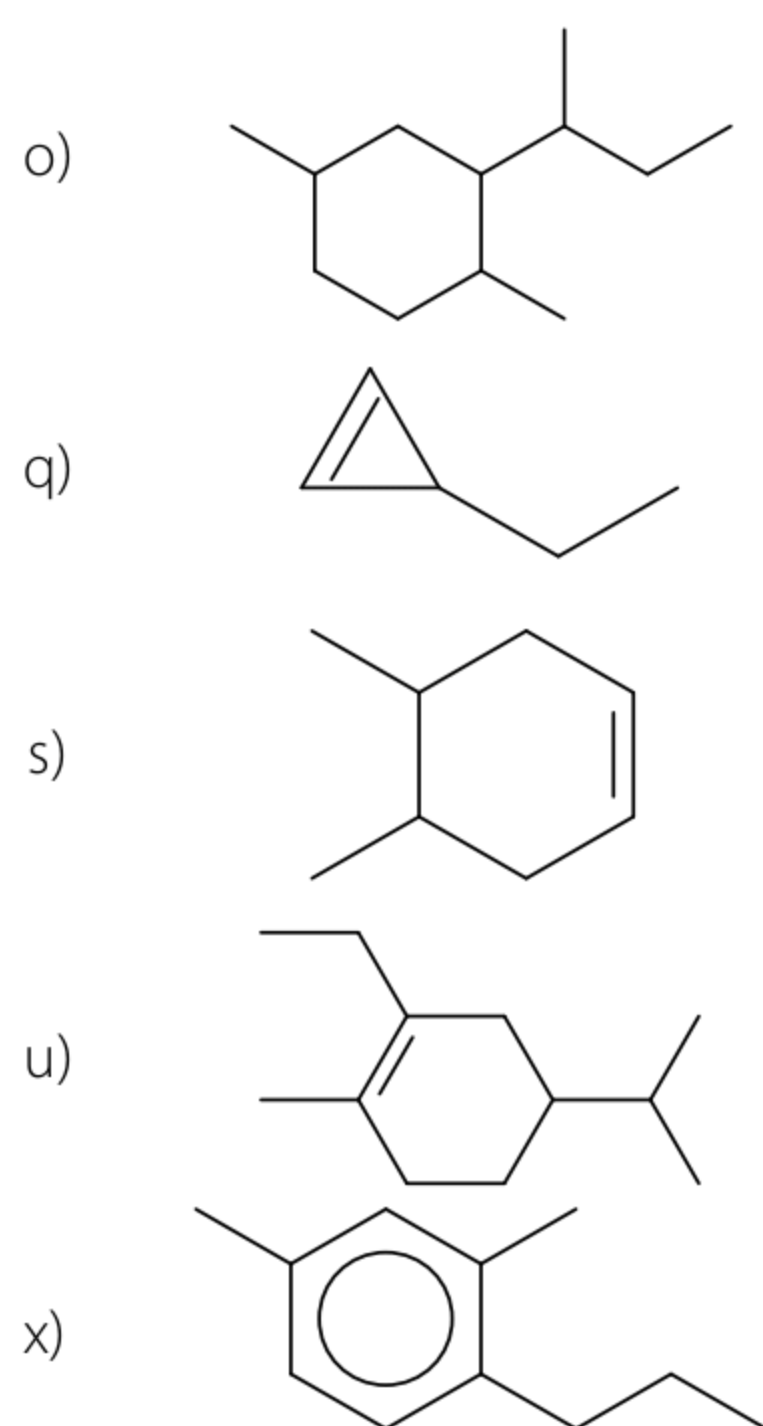
- pent-3-eno
- 1,1,2,2-tetrametiletano
- 2-metilciclo-hepteno
- 1-metil-hept-1-eno
- 3-metilbut-2-eno
- 4,5-diclorociclopenteno

5 Escreva as fórmulas estruturais e dê os nomes de todos os alcenos de fórmula:

- C_5H_{10}
- C_6H_{12}
- Que outras fórmulas são possíveis para C_5H_{10} e C_6H_{12} ?

6 Dê o nome dos compostos a seguir:

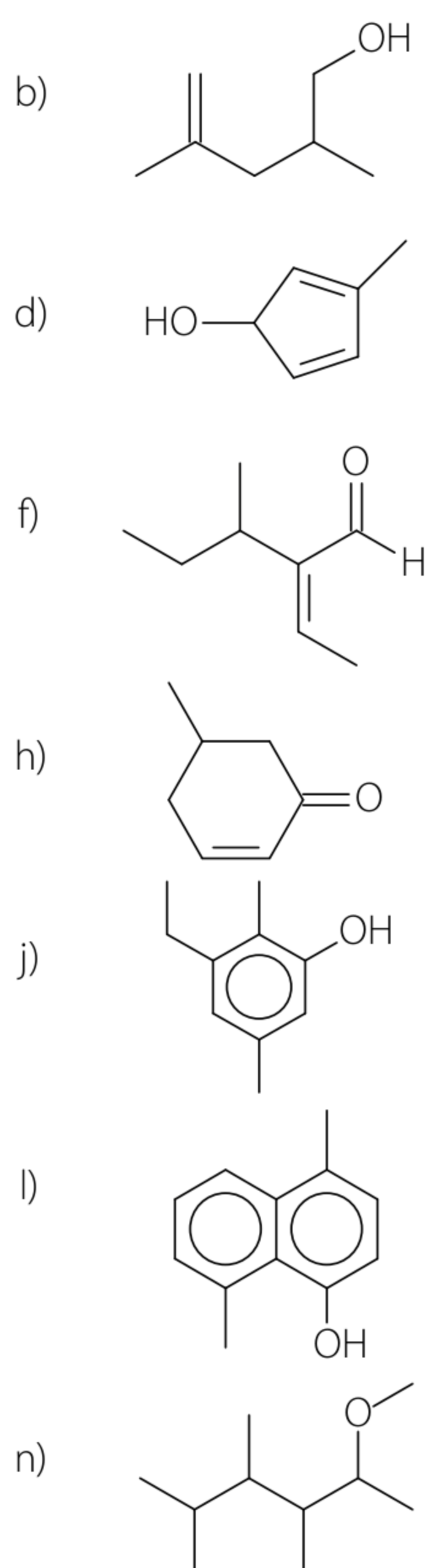
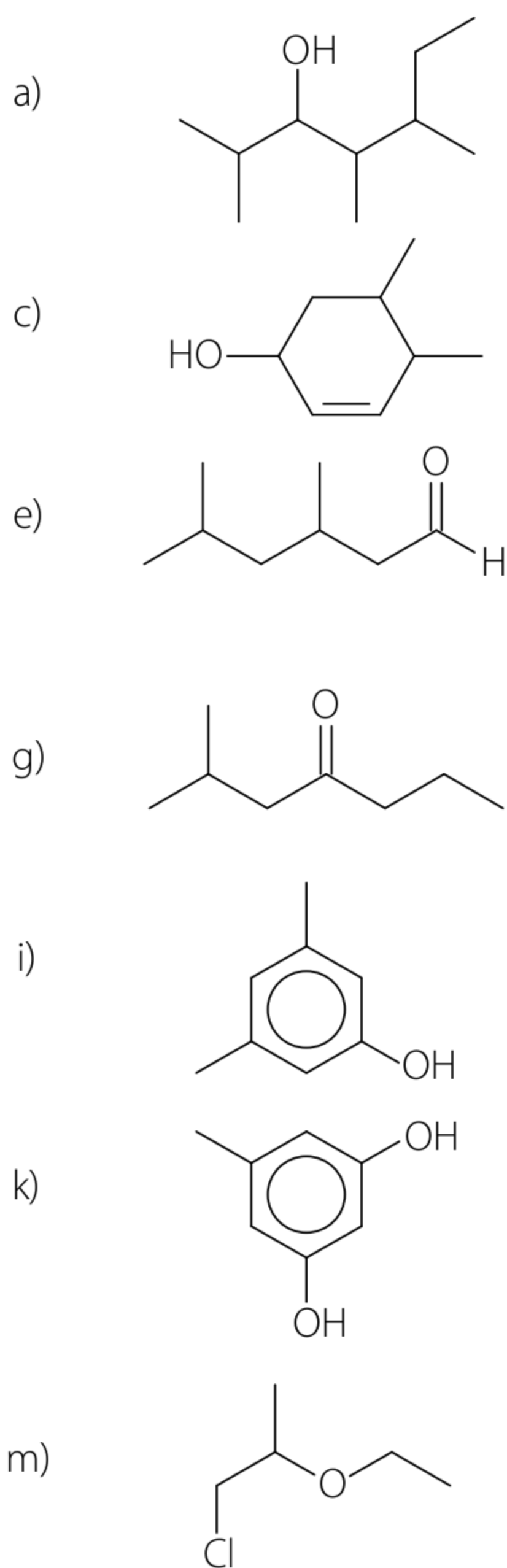




7 Escreva as estruturas dos seguintes biciclanos:

- Biciclo[2.1.0]pentano
- 2-clorobiciclo[3.2.0]heptano
- 7-metilbiciclo[2.2.1]heptano

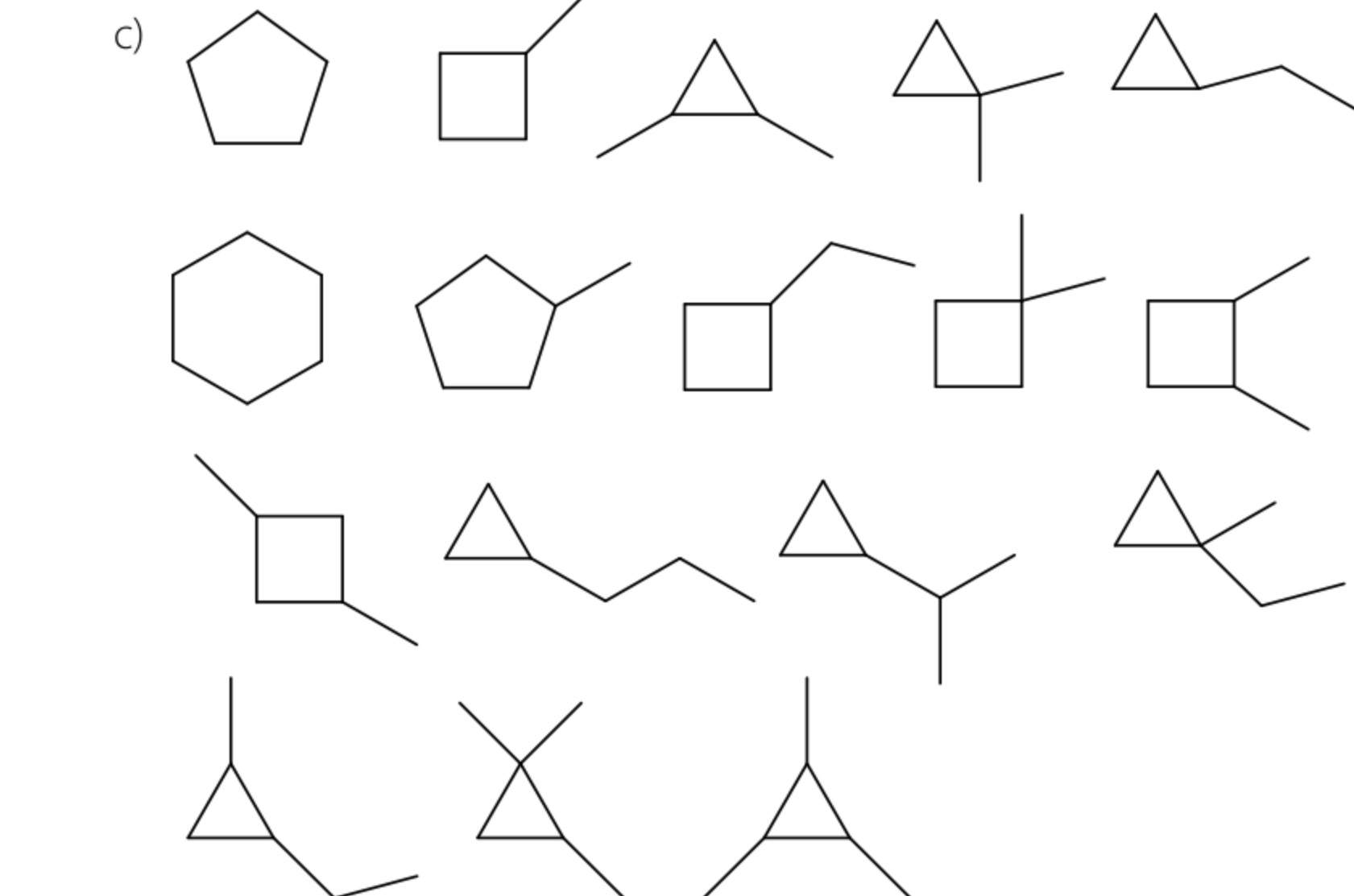
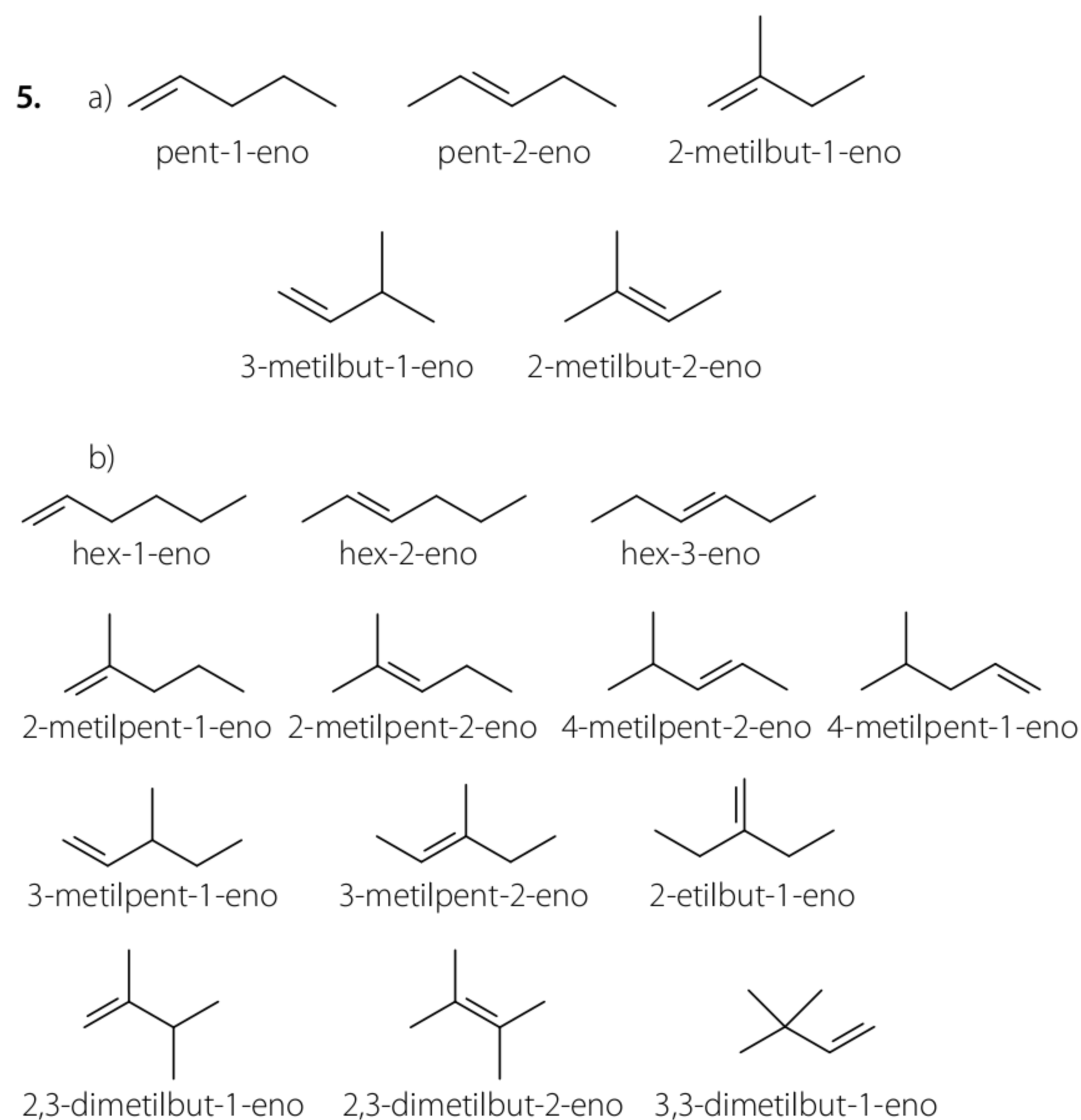
8 Dê o nome dos compostos a seguir:



GABARITO

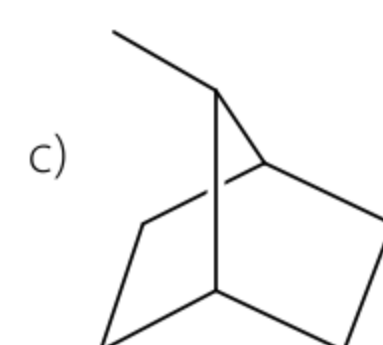
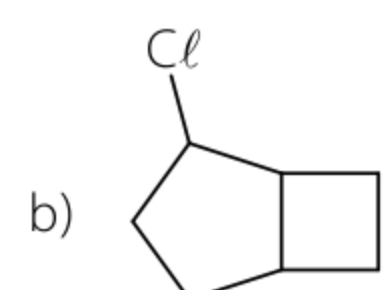
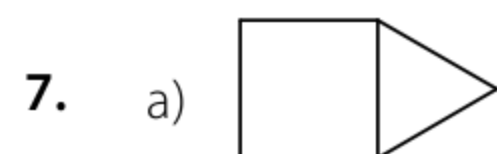
- -
 -
 -
 -
 -
 -
 -
 -
- metilbutano
 - 3-4-dimetil-hexano
 - 2,4-dimetilpentano
 - 6-isobutil-2-metildecano
 - 3-metilpentano
 - 1-etil-3,5-dimetilciclo-hexano
 - 3-etil-2-metil-hexano
 - 3-etil-2-metilnonano
 - 3-etil-6-isopropil-4-metilnonano
 - 5-etil-5-isopropil-2,4-dimetilnonano
- dimetilpropano
 - metilbutano
 - ciclopentano
 - 2,3-dimetilbutano

4. a) pent-2-eno
b) 2,3-dimetilbut-2-eno
c) 1-metilciclo-hepteno
d) oct-2-eno
e) 2-metilbut-2-eno
f) 3,4-diclorociclopenteno



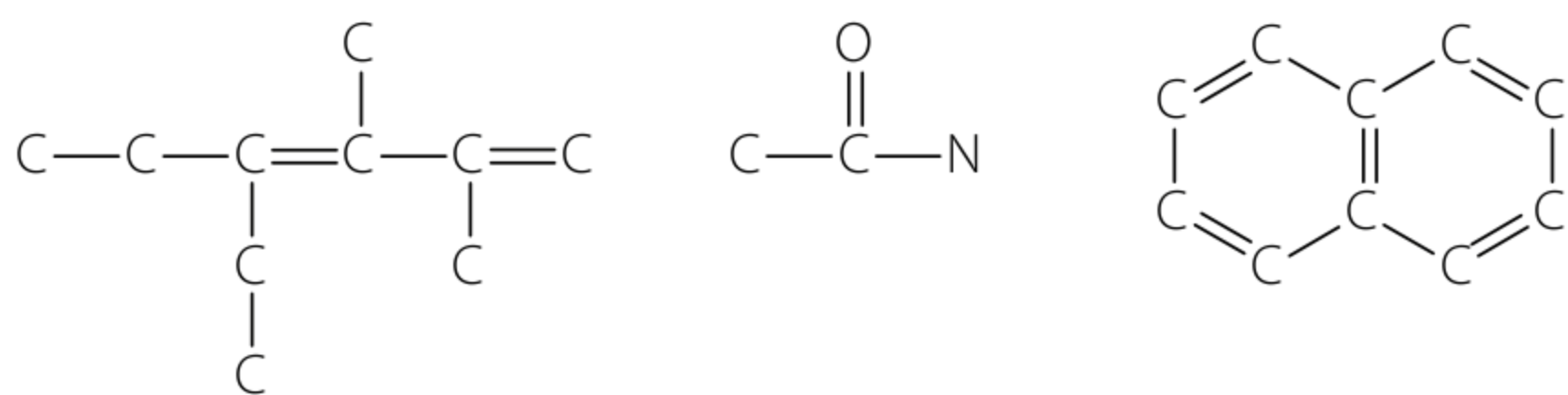
6. a) 2-etilpent-1-eno
b) 3-etil-2,4-dimetil-hex-3-eno
c) 8-etil-3,9-dimetildec-3-eno
d) 2-etilpent-1-eno
e) 5,5-dimetil-hept-2-ino
f) 2,5-dimetil-hex-3-ino
g) 4-etil-5,6-dimetil-hept-2-ino
h) hepta-1,3-dieno
i) 4-etil-3-metil-2,4-dieno
j) 3-isopropil-6-metil-hepta-1,4-dieno
k) 2-etil-3-metil-hexa-1,4-dieno
l) 3-metil-hex-5-en-1-ino
m) 1,1-dimetil-3-propilciclobutano

- n) 1-isopropil-3-metilciclopentano
o) 2-sec-butil-1,4-dimetilciclo-hexano
p) 1,1-dietil-3-metilciclo-hexano
q) 3-etilciclopropeno
r) 1,3-dimetilciclo-hexeno
s) 4,5-dimetilciclo-hexeno
t) 1-etil-2-metilciclopenteno
u) 2-etil-4-isopropil-1-metilciclo-hexeno
v) 4-etil-1,2-dimetilbenzeno
x) 2,4-dimetil-1-propilbenzeno
z) 1,3-dipropilbenzeno

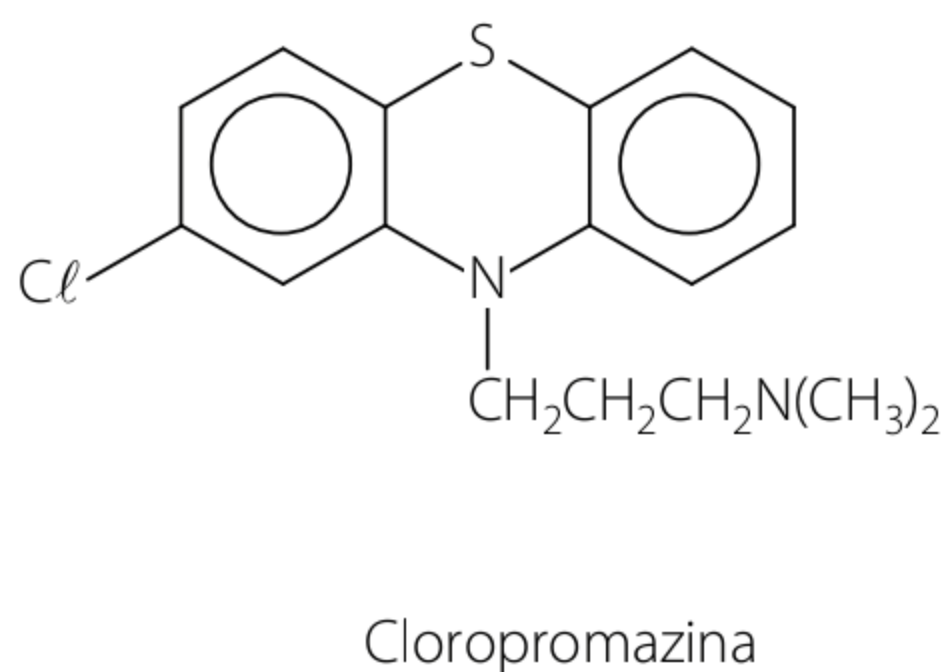
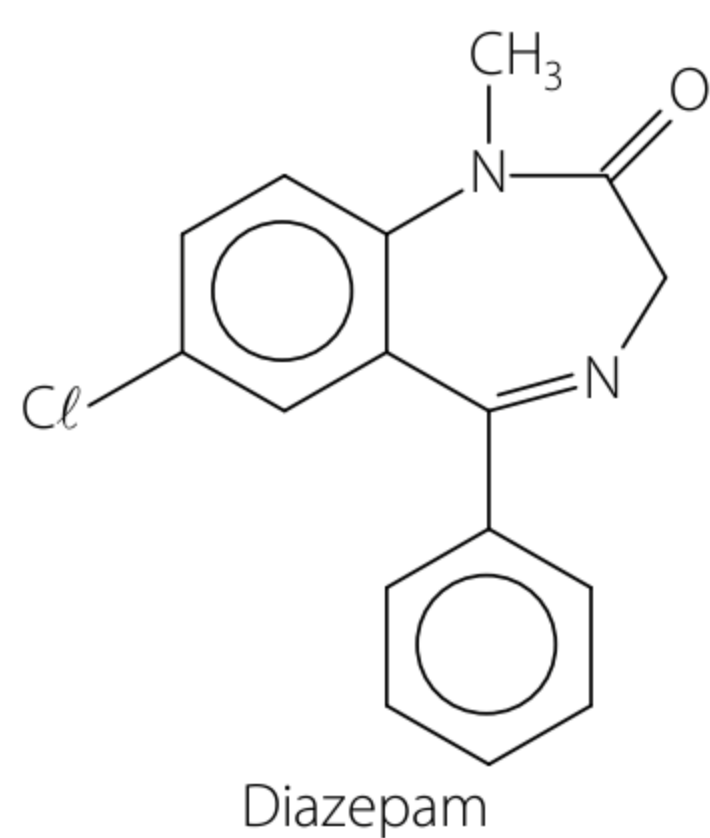


8. a) 2,4,5-trimetil-heptan-3-ol
b) 2,4-dimetilpent-4-en-1-ol
c) 4,5-dimetilciclo-hex-2-enol
d) 3-metilciclopenta-2,4-dienol
e) 3,5-dimetil-hexanal
f) 2-sec-butilbut-2-enal
g) 2-metil-heptan-4-ona
h) 5-metilciclo-hex-2-enona
i) 3,5-dimetilfenol
j) 3-etil-2,5-dimetilfenol
k) 5-metilbenzeno-1,3-diol
l) 4,8-dimetilnaftaleno-1-ol
m) 1-cloro-2-etoxipropano
n) 3,4,5-trimetil-2-metoxi-hexano
o) 2,3-dimetil-1-propoxibut-1-eno
p) ácido 3-metilbut-2-enoico
q) ácido 3-metilbut-2-enodioico
r) 2,3-dimetilbutanoato de propila
s) 3-metilbut-2-enodioato de metila
t) 3-metilbut-enoato de potássio
u) diisopropilamina
v) *n*-butilamina
x) butanamida
z) *N,N*,3-trimetilbutanamida

1 Reescreva as seguintes estruturas, completando com o número adequado de hidrogênio, e indique a fórmula molecular de cada um deles.

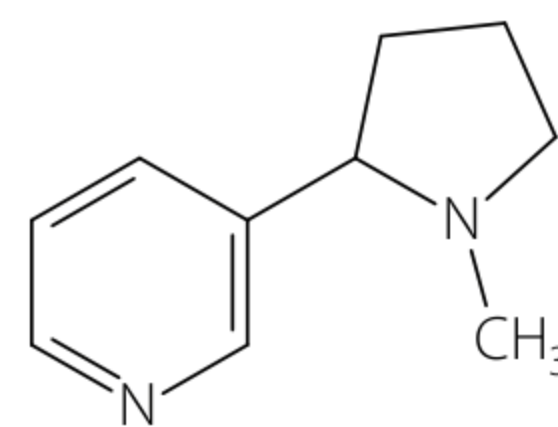


2 Valium (ou diazepam) é uma substância medicamentosa que atua no sistema nervoso, possuindo ação tranquilizante. É prescrita por médicos a pacientes que sofrem de ansiedade. Cloropromazina é um composto farmacológico indicado por médicos neurologistas no tratamento da esquizofrenia. As fórmulas estruturais dessas substâncias aparecem a seguir.



Quais as fórmulas moleculares dessas substâncias?

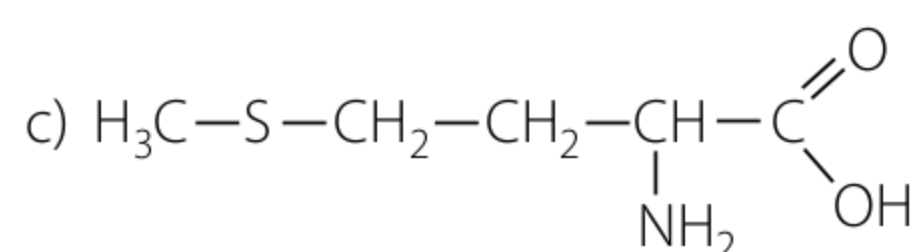
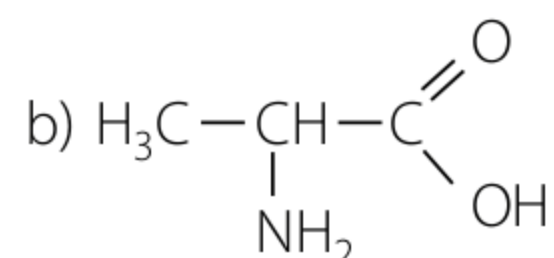
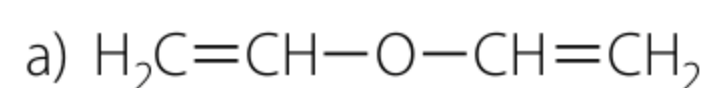
3 A fórmula da nicotina é:



Quantos carbonos quaternários há nessa estrutura?

- A Zero
- B 1
- C 2
- D 3
- E 4

4 Classifique as cadeias carbônicas dos compostos mostrados:



GABARITO

1. $\text{C}_{10}\text{H}_{18}$, $\text{C}_2\text{H}_5\text{NO}$ e C_{10}H_8
2. $\text{C}_{16}\text{H}_{13}\text{N}_2\text{OCl}$ e $\text{C}_{17}\text{H}_{19}\text{N}_2\text{SCl}$
3. A
4. a) aberta, heterogênea, insaturada.
b) aberta, normal, homogênea, saturada.
c) aberta, normal, heterogênea, saturada.

SÉRIE 1 ESTRUTURA ATÔMICA

1 UFPB (seriado) Considerando determinados conceitos químicos, é correto afirmar:

- A** O_2 e O_3 são dois isótopos do oxigênio.
- B** grafite e diamante são formas alotrópicas do elemento carbono.
- C** elemento químico é um conjunto de átomos de mesmo número de prótons, elétrons e nêutrons.
- D** água e etanol juntos formam uma mistura heterogênea.
- E** o átomo é uma partícula eletricamente neutra, porque possui número de elétrons igual ao número de nêutrons.

2 UFPE A água contendo isótopos ^2H é denominada “água pesada”, porque a molécula $^2H_2^{16}O$, quando comparada com a molécula $^1H_2^{16}O$, possui:

- A** maior número de nêutrons.
- B** maior número de prótons.
- C** maior número de elétrons.
- D** menor número de elétrons.
- E** menor número de prótons.

3 Ufepar A massa do átomo está quase que totalmente concentrada no núcleo, já que a massa do elétron é muito pequena se comparada à do próton e do nêutron. O Urânio é o elemento químico que ocorre naturalmente com maior número de elétrons (92 elétrons), ou seja, nenhum elemento químico encontrado na natureza possui mais que 92 elétrons. Certas reações nucleares podem ocorrer espontaneamente com a adição de um nêutron ao núcleo de um átomo X e conseqüentemente o aumento de uma unidade de massa desse átomo.

Com base no texto e nos seus conhecimentos sobre o assunto, assinale a alternativa correta.

- A** Hipoteticamente são necessários aproximadamente 1 800 elétrons para aumentar em uma unidade a massa de um dado átomo.
- B** A massa do próton é aproximadamente o dobro da massa do nêutron.
- C** Um átomo X que receba um nêutron torna-se um isóbaro de um átomo X que não recebeu um nêutron.
- D** Hipoteticamente são necessários exatamente 92 elétrons para aumentar em uma unidade a massa de um átomo de urânio.
- E** A massa do nêutron é aproximadamente o dobro da massa do próton.

4 UFPA Dois átomos, A e B, são isóbaros. A tem número de massa $4x + 5$ e número atômico $2x + 2$, e B tem número de massa $5x - 1$. O número atômico, o número de massa, o número de nêutrons e o número de elétrons do átomo A correspondem, respectivamente, a:

- A** 14, 29, 14 e 15
- B** 29, 15, 14 e 14
- C** 29, 14, 15 e 14
- D** 14, 29, 15 e 14
- E** 29, 14, 15 e 15

5 Dalton, na sua teoria atômica, propôs, entre outras hipóteses, que: “Os átomos de um determinado elemento são idênticos em massa”. À luz dos conhecimentos atuais, podemos afirmar que a hipótese é:

- A** verdadeira, pois foi confirmada pela descoberta dos isótopos.
- B** verdadeira, pois foi confirmada pela descoberta dos isótonos.
- C** falsa, pois com a descoberta dos isótopos, verificou-se que átomos do mesmo elemento químico podem ter massas diferentes.
- D** falsa, pois com a descoberta dos isóbaros, verificou-se que átomos do mesmo elemento químico podem ter massas diferentes.

6 Uece Dissolva $NaCl$ em água. Em seguida, mergulhe um pedaço de madeira na solução, retire-o e deixe secar. Ao queimá-lo, aparece uma chama amarela.

Esse fenômeno ocorre porque:

- A** o calor transfere energia aos elétrons dessa substância, fazendo com que eles se desloquem para níveis energéticos mais altos, emitindo luz.
- B** o calor transfere energia aos elétrons dessa substância, fazendo com que eles se desloquem para níveis energéticos mais baixos, emitindo luz.
- C** o calor transfere energia aos elétrons dessa substância, fazendo com que eles se desloquem para níveis energéticos mais altos. Quando esses elétrons “excitados” voltam a níveis energéticos inferiores, eles devolvem a energia absorvida sob a forma de luz.
- D** os elétrons, para não se deslocarem do seu nível energético, ao receberem calor, emitem luz.

7 UFRGS Em fogos de artifício, as diferentes colorações são obtidas quando se adicionam sais de diferentes metais às misturas explosivas. Assim, para que se obtenha a cor azul, é utilizado o cobre, enquanto, para a cor vermelha, utiliza-se o estrôncio. A emissão de luz com cor característica para cada elemento deve-se:

- A** aos elétrons desses íons metálicos, que absorvem energia e saltam para níveis mais externos e, ao retornarem para os níveis internos, emitem radiações com coloração característica.
- B** às propriedades radioativas desses átomos metálicos.
- C** aos átomos desses metais que são capazes de decompor a luz natural em um espectro contínuo de luz visível.
- D** à baixa eletronegatividade dos átomos metálicos.
- E** aos elevados valores de energia de ionização dos átomos metálicos.

8 PUC-MG As diferentes cores produzidas por distintos elementos são resultado de transições eletrônicas. Ao mudar de camadas, em torno do núcleo atômico, os elétrons emitem energia nos diferentes comprimentos de ondas, as cores.

O Estado de S. Paulo. Ciências e Tecnologia, 26 dez. 1992.

O texto anterior está baseado no modelo atômico proposto por:

- A** Niels Bohr.
- B** Rutherford.
- C** Heisenberg.
- D** John Dalton.
- E** J. J. Thomson.

9 F.F.O.D-MG Quantas das afirmações dadas a seguir estão corretas?

- I. A Lei de Lavoisier (Conservação das Massas) e a Lei de Proust (Proporções Definidas) serviram de base para a Teoria Atômica de Dalton.
- II. A descoberta das partículas alfa(α) foi de fundamental importância para a descoberta do “núcleo” nos átomos.
- III. Foi interpretando o “espectro descontínuo” (espectro de linhas) que Bohr propôs a existência dos “estados estacionários” no átomo.
- IV. Quando o elétron de um átomo salta de uma camada mais externa para outra mais próxima do núcleo, há emissão de energia.

- A** 0
- B** 1
- C** 2
- D** 3
- E** 4

10 E.E.M-SP Uma certa variedade atômica do estrôncio, cujo número atômico é 38, tem número de massa igual a 87. Por outro lado, certa variedade de criptônio, cujo número atômico é 36, apresenta número de massa igual a 83. Qual é o número de nêutrons contido num átomo de X que é, simultaneamente, isótopo do estrôncio e isóbaro do argônio?

11 FEI-SP São dadas as seguintes informações relativas aos átomos X, Y e Z:

- I. X é isóbaro de Y e isótono de Z.
- II. Y tem número atômico 56, número de massa 137 e é isótopo de Z.
- III. O número de massa de Z é 138.

O número atômico de X é:

- A** 53
- B** 54
- C** 55
- D** 56
- E** 57

12 FEI-SP Um íon de carga -3 tem o mesmo número de elétrons que um certo átomo, cujo número atômico é 14. Sabendo-se que o íon possui 20 nêutrons, o número atômico e o número de massa do átomo que dá origem a esse íon são, respectivamente:

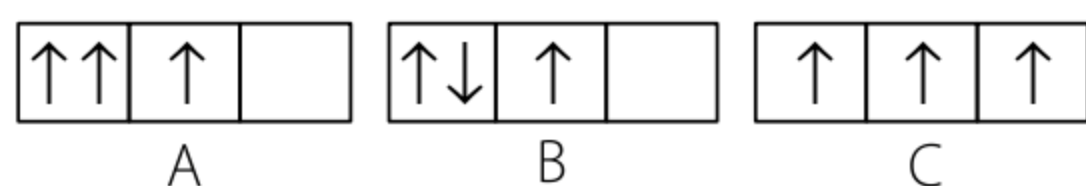
- A** 11 e 31
- B** 14 e 34
- C** 17 e 37
- D** 37 e 17
- E** 34 e 14

13 OSEC-SP Levando em conta a existência dos três isótopos do hidrogênio (^1_1H , ^2_1H e ^3_1H) e de apenas um isótopo do oxigênio ($^{16}_8\text{O}$), o número de nêutrons impossível de se encontrar numa molécula de água é:

- A** 9
- B** 10
- C** 11
- D** 12
- E** 13

14 UFPR O último elétron de um átomo neutro apresenta o seguinte conjunto de números quânticos: $n = 4$; $\ell = 1$; $m = 0$; $s = +1/2$. Convencionando que o primeiro elétron a ocupar um orbital possui número quântico de *spin* igual a $-1/2$, calcule o número atômico desse átomo.

15 F.S-BA Os diagramas abaixo mostram a distribuição de três elétrons em três orbitais do tipo p:



A partir da análise dos diagramas, assinale V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas.

- ☐ A distribuição eletrônica em A está incorreta, porque não obedece ao Princípio de Pauli e à Regra de Hund.
- ☐ A distribuição eletrônica em C está correta, porque é o estado de menor energia.
- ☐ A distribuição eletrônica em B está incorreta, porque obedece ao Princípio de Pauli, mas não obedece à Regra de Hund.
- ☐ A distribuição eletrônica em B e C está correta, porque obedece ao Princípio de Pauli e à Regra de Hund.
- ☐ A distribuição eletrônica em B está correta, porque os elétrons estão no estado fundamental; e a distribuição eletrônica em C está correta, porque está no estado excitado.

16 UFCE A aplicação de um campo magnético externo aos átomos e íons revela que os elétrons que têm o mesmo valor de número quântico principal, n , e o mesmo número quântico azimutal, ℓ , ainda podem ter comportamento diferente e então devem ser distinguidos pela introdução de um outro número quântico.

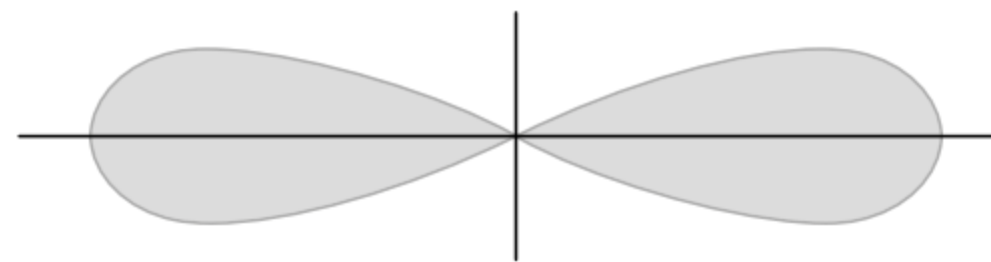
Com relação ao texto acima, transcrito de um compêndio de química, marque a(s) alternativa(s) correta(s).

- A** O número quântico magnético é a nova função que distinguirá esses elétrons.
- B** Há um erro nessa afirmação, porquanto um campo magnético externo não revela diferenças entre átomos.
- C** Se dois elétrons têm iguais valores de n e ℓ , eles são energeticamente idênticos.
- D** A aplicação de um campo magnético externo sobre o átomo revela o número quântico de *spin*, que é necessário para definir a distância do elétron ao núcleo.

17 UFGO Os números atômicos dos elementos que, no estado fundamental, têm elétrons nos orbitais 1s, 2s, 2p, 3s e 3p, dos quais apenas um é desemparelhado, estão indicados nas alternativas:

- A** 13
B 14
C 15
D 16
E 17
F 18
G 19

18 F.O-SP Com relação ao orbital esquematizado, a proposição falsa é:



- A** O seu número quântico principal é $n > 1$.
- B** O orbital apresenta número quântico secundário $\ell = 2$.
- C** Nesse orbital pode haver no máximo dois elétrons.
- D** No nível de número quântico principal $n = 2$ do átomo de sódio (número atômico = 11) existem três desses orbitais.
- E** O número quântico magnético desse orbital pode ter um dos valores: $-1, 0, +1$.

19 Mogi-SP Assinale a alternativa que representa um conjunto de números quânticos não permitido.

- A** $n = 3; \ell = 2; m = 0; s = +1/2$
- B** $n = 4; \ell = 0; m = 0; s = -1/2$
- C** $n = 3; \ell = 1; m = 1; s = +1/2$
- D** $n = 3; \ell = 2; m = 1; s = +1/2$
- E** $n = 3; \ell = 0; m = 1; s = +1/2$

20 F.O-SP Quantos elétrons não emparelhados existem no átomo de manganês (número atômico = 25) no estado fundamental?

- A** 6
B 2
C 3
D 5
E 1

21 UNB/ICSA-DF São dados os seguintes números quânticos para os elétrons de maior energia de um átomo no estado fundamental: $n = 3; \ell = 1; m_\ell = -1; m_s = +1/2$. A representação correta para o seu subnível será:

- A**

↑↓		
----	--	--
- B**

↑↓	↑	↑
----	---	---
- C**

↑	↑	↑
---	---	---
- D**

↑↓

- E**

↑

22 FEI-SP A configuração eletrônica de um átomo neutro no estado fundamental é $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$. O número de orbitais vazios remanescentes no nível principal M é:

- A** 0
B 1
C 5
D 6
E 10

23 UFCE Considere três átomos: A , B e C . Os átomos A e C são isótopos, os átomos B e C isóbaros e os átomos A e B são isótonos. Sabendo que o átomo A tem vinte prótons e número de massa 41, e que o átomo C tem 22 nêutrons. Os números quânticos do elétron mais energético do átomo B são:

- A** $n = 3; \ell = 0; m_\ell = 2; s = -1/2$
- B** $n = 3; \ell = 2; m_\ell = 0; s = -1/2$
- C** $n = 3; \ell = 2; m_\ell = -2; s = -1/2$
- D** $n = 3; \ell = 2; m_\ell = -1; s = +1/2$

24 Uece A distribuição eletrônica do átomo de molibdênio, Mo, é: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^1 4d^5$. O conjunto de números quânticos: n , ℓ , m_ℓ e m_s para o 5º elétron do $2p^6$ é dado por: 2, 1, 0, $-1/2$. Segundo esse modelo, o conjunto dos números quânticos para o 8º elétron do $3d^{10}$ é:

- A** 3, 2, -1 , $-1/2$
- B** 3, 2, 0, $-1/2$
- C** 3, 2, $+1$, $-1/2$
- D** 3, 2, 0, $+1/2$

25 Uma emissora de televisão transmite na faixa de 76 a 82 MHz (megahertz). Sendo de 300 000 km/s a velocidade das ondas eletromagnéticas, qual é a faixa de comprimentos de onda utilizada por essa emissora?

26 UFMT Toda matéria, quando aquecida a uma temperatura suficientemente elevada, emite energia na forma de radiação (luz). Um exemplo comum é a lâmpada incandescente, na qual um filamento de tungstênio é aquecido até ficar branco, pela resistência que ele oferece à passagem de um fluxo de elétrons. Nesse dispositivo, a energia elétrica é convertida em energia térmica e energia radiante. Se essa radiação passar através de uma fenda estreita, transforma-se-á numa "fita luminosa". Se fizermos essa "fita" atingir uma tela, aparecerá uma imagem da fenda na forma de linha. Colocando um prisma no caminho da luz, a posição da linha na tela varia. Quando a luz é emitida por um corpo quente e examinada dessa maneira, produzirá num primeiro caso uma região contínua de cores variáveis, de modo que a linha se expanda, dando uma faixa de cores desde o vermelho até o violeta (como num arco-íris); num segundo, uma série de linhas separadas com áreas escuras entre elas.

A partir do exposto, julgue os itens.

- (0) No primeiro caso, tem-se um chamado espectro contínuo.
- (1) Quando se usa a visão humana para detectar radiações, é possível abranger todas as faixas do espectro eletromagnético.
- (2) No segundo caso, fala-se de um espectro ou descontínuo.
- (3) O aparelho no qual é feita a decomposição da luz em seus diversos componentes é chamado espectrógrafo.

27 UNB-DF O entendimento da estrutura dos átomos não é importante apenas para satisfazer a curiosidade dos cientistas; possibilita a produção de novas tecnologias. Um exemplo disso é a descoberta dos raios catódicos, feita pelo físico Willian Crookes enquanto ele estudava as propriedades da eletricidade. Tal descoberta, além de ter contribuído para um melhor entendimento a respeito da constituição da matéria, deu origem aos tubos de imagem de televisores e dos monitores dos computadores. Alguns grandes cientistas que contribuíram para o entendimento da estrutura do átomo foram: Dalton (1766-1844), Rutherford (1871-1937), Bohr (1885-1962) e Linus Pauling (1901-1994). Com relação à estrutura da matéria, julgue os itens seguintes.

- (0) Ao passar entre duas placas eletricamente carregadas, uma positivamente e outra negativamente, as partículas alfa desviam-se para o lado da placa negativa.
- (1) O átomo é a menor partícula que constitui a matéria.
- (2) Cada tipo de elemento químico é caracterizado por um determinado número de massa.
- (3) O modelo atômico que representa exatamente o comportamento do elétron é o modelo de Rutherford-Bohr.

28 UFPR Para interpretar a grande maioria dos processos químicos, é suficiente considerar o átomo como sendo constituído por apenas três partículas: o próton, o nêutron e o elétron. Essas três partículas não estão distribuídas ao acaso; elas interagem entre si, e essa interação produz um conjunto organizado, que é o átomo.

A respeito do átomo, é correto afirmar:

- A** prótons e nêutrons são encontrados no núcleo, que é a parte do átomo com carga elétrica positiva e que contém praticamente toda a massa do átomo.
- B** os elétrons, partículas de carga elétrica negativa, distribuem-se em torno do núcleo em diversos níveis e subníveis energéticos (camadas e subcamadas).
- C** se o número de elétrons em um átomo for igual ao número de prótons, o átomo será neutro; se for maior, será um ânion; se for menor, será um cátion.
- D** o número de prótons de um átomo é denominado número atômico e é representado pela letra Z .
- E** o núcleo dos átomos será sempre formado por igual número de prótons e nêutrons.
- F** a soma dos prótons e nêutrons de um átomo é conhecida como número de massa, que é representado pela letra A e é igual à sua massa atômica.

29 **ITEB-SP** Sabendo que o número atômico do ferro é 26, responda:

Na configuração eletrônica do íon Fe^{3+} , o último subnível ocupado e o seu número de elétrons é, respectivamente:

- A** 3 d, com 6 elétrons.
- B** 3 d, com 5 elétrons.
- C** 3 d, com 3 elétrons.
- D** 4 s, com 2 elétrons.

Obs.: agora, use $\frac{1}{\lambda} = 109678 \text{ cm}^{-1} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$

(Equação de Rydberg) $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

$$\Delta E = 2,18 \cdot 10^{-11} \text{ erg} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

30 Que quantidade de energia deve ser fornecida para levar um elétron da primeira órbita de Bohr para a terceira?

31 Calcule a energia de um fóton tendo uma frequência de $3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Se um fóton tem uma energia de $2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$, qual o seu comprimento de onda?

32 Preencha:

Tubos de Crookes _____

Tubos de Goldstein _____

Elétron _____

J.J. Thomson _____

Relação carga-massa do elétron _____

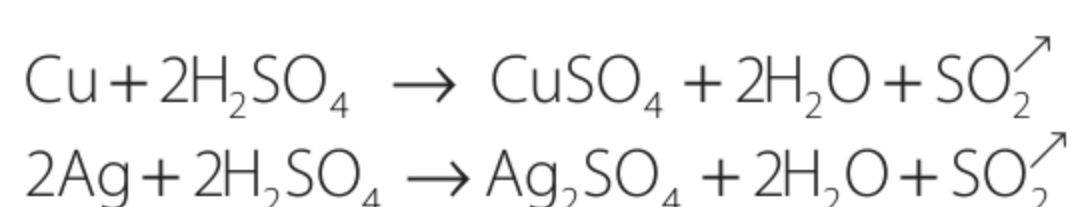
Modelo de Rutherford _____

Modelo de Bohr _____

Modelo de Sommerfeld _____

Modelo Atual _____

Descoberta do nêutron _____



GABARITO

1. B
2. A
3. C
4. D
5. C
6. C
7. A
8. A
9. E
10. 45
11. C
12. A
13. E
14. 35
15. V; V; V; F; F
16. A
17. A, B
18. B
19. E
20. D
21. B
22. C
23. C
24. D
25. De 3,95 a 3,66 m
26. Somente 1 é falso
27. Somente 0 é correta
28. A, B, C, D
29. B
30. $1,94 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
31. $2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ e 10^{-5} m
32. 1850, 1886, 1887 por J.J. Thomson, 1911, 1913, 1915, 1923, 1932

SÉRIE 2 LIGAÇÕES QUÍMICAS

1 Contar o número de ligações " σ " e " π " nos seguintes compostos.

Ácido nítrico – HNO_3

Ácido oxálico – $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$

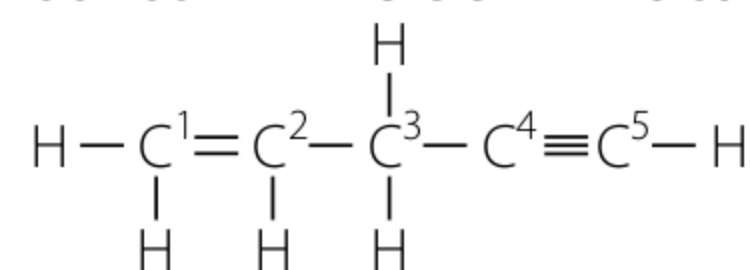
Ozona – O_3

Ácido sulfúrico – H_2SO_4

Carbono de sódio – Na_2CO_3

Ácido bórico – H_3BO_3

2 No hidrocarboneto abaixo, os ângulos formados pelas ligações entre os carbonos 1 – 2 – 3 e 3 – 4 – 5 são, respectivamente:



- A** $109^\circ 28'$ e $109^\circ 28'$
- B** 120° e 180°
- C** 90° e 120°
- D** 120° e $109^\circ 28'$
- E** 90° e 180°

3 Com relação ao composto citado na questão anterior, podemos afirmar que o:

- A** carbono 2 forma apenas três ligações sigma.
- B** carbono 4 forma apenas quatro ligações sigma.
- C** carbono 5 forma duas ligações sigma e duas ligações pi.
- D** carbono 3 forma duas ligações pi e duas ligações sigma.
- E** carbono 1 forma apenas duas ligações pi.

4 Ainda com referência ao hidrocarboneto citado nas questões anteriores, podemos afirmar que:

- A** a distância entre os carbonos 1 e 2 é maior que a distância entre os carbonos 3 e 4.
- B** a distância entre os carbonos 4 e 5 é maior que a distância entre os carbonos 2 e 3.
- C** a distância entre os carbonos 4 e 5 é menor que a distância entre os carbonos 1 e 2.
- D** as distâncias entre os carbonos 1 e 2 e entre os carbonos 2 e 3 são iguais.
- E** todas as distâncias entre os carbonos são iguais.

5 Qual das seguintes moléculas ou íons não apresenta estrutura tetraédrica?

- A** GeCl_4
- B** CCl_4
- C** BF_4
- D** SeCl_4

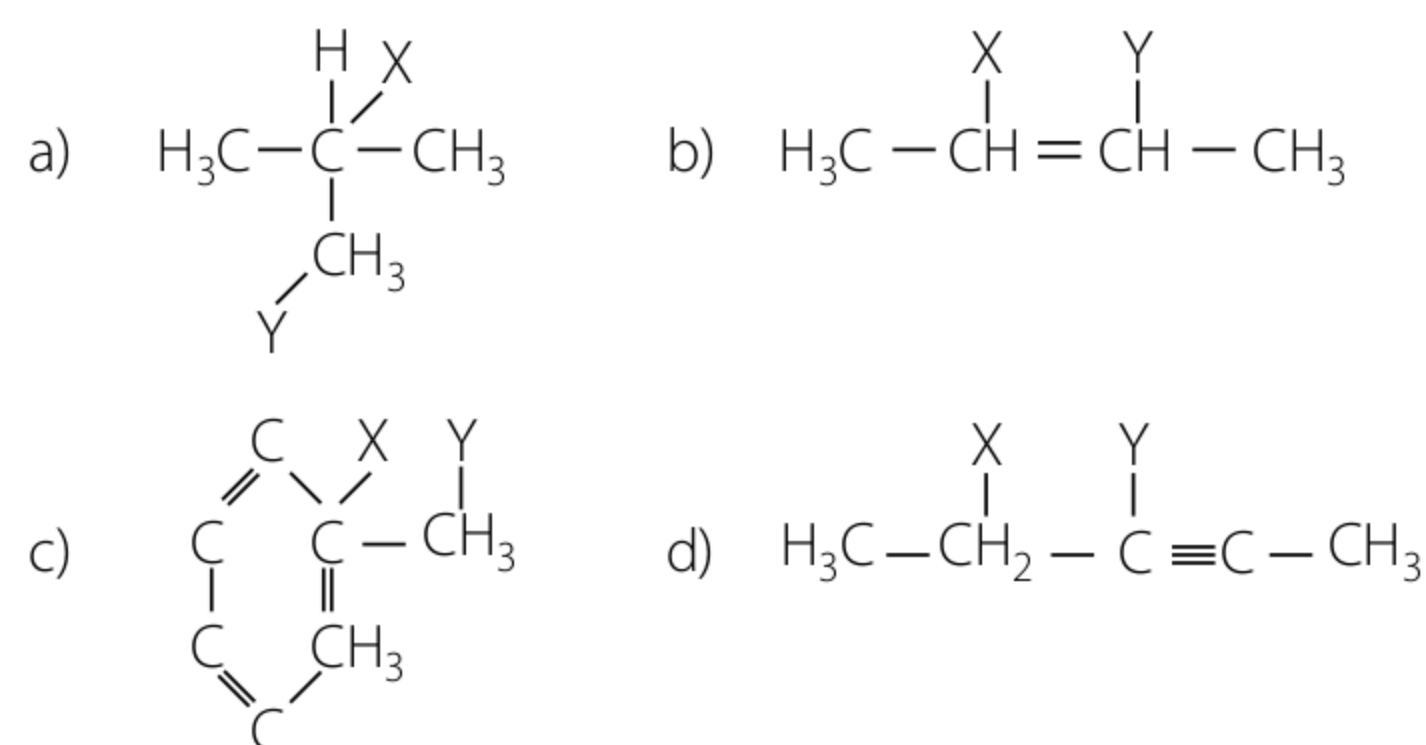
6 Qual é o par de compostos que apresentam estereoisomeria semelhante?

- A** NH_3 e BF_3
- B** H_2S e BeH_2
- C** CO_2 e SO_2
- D** SO_3 e BF_3
- E** CH_4 e XeF_4

7 Quantas estruturas ressonantes apresenta o íon NO_3^- ?

- A** Duas
- B** Três
- C** Quatro
- D** Cinco
- E** Não é ressonante.

8 Nos compostos abaixo representados, entre os átomos de carbono assinalados, X e Y, existem exclusivamente ligações:



- A** $\text{sp}^3 - \text{sp}^3$
- B** $\text{sp} - \text{sp}^3$
- C** $\text{sp} - \text{sp}^2$
- D** $\text{sp}^2 - \text{sp}^3$
- E** $\text{sp}^2 - \text{sp}^2$

9 Qual das seguintes fórmulas eletrônicas é incorreta?

- A** cloridreto, HCl $\text{H}:\ddot{\text{Cl}}:$
- B** amoníaco, NH_3 $\begin{array}{c} \text{H}:\ddot{\text{N}}:\text{H} \\ | \\ \text{H} \end{array}$
- C** trifluoreto de boro, BF_3 $\begin{array}{c} :\ddot{\text{F}}:\ddot{\text{B}}:\ddot{\text{F}}: \\ | \\ :\ddot{\text{F}}: \end{array}$
- D** água, H_2O $\text{H}:\ddot{\text{O}}:\text{H}$
- E** ácido hipocloroso, HClO $\text{H}:\ddot{\text{O}}:\ddot{\text{Cl}}:$

10 A molécula do cloreto de amônio contém:

- A** 4 covalências e 2 coordenações.
- B** 2 eletrovalências e 3 covalências.
- C** 3 covalências, 2 coordenações e 1 eletrovalência.
- D** 3 covalências, 1 coordenação e 1 eletrovalência.
- E** 3 covalências e 1 eletrovalência.

11 Complete o quadro abaixo, conforme o exemplo:

Fórmula	Número de orbitais híbridos	Número de pares de elétrons não compartilhados	Forma geométrica	Hibridação
BeF_2	2	0	linear	sp
BF_3	3		trigonal	sp^2
NH_3	4	1	pirâmide trigonal	
PCl_5	5	0		sp^3d
SF_6	6	0		sp^3d^2
AsCl_3		1	pirâmide trigonal	sp^3

12

- a) Admitindo-se que, na formação da molécula de H_2O , sejam usados, para as ligações, os orbitais atômicos do oxigênio no estado fundamental, prediga, justificando, que ângulo seria formado entre as ligações nessa molécula.
- b) Na realidade, o ângulo observado entre as ligações na molécula de H_2O é de aproximadamente 105° . Que modelo foi adotado para explicar esse fato? Justifique sucintamente sua resposta.

13 Dadas as moléculas: KMnO_4 ; H_2 ; KCl ; CH_4 ; HF e HCN , escreva:

- a) todos os tipos de ligações químicas – iônica, covalente (polar, apolar e dativa ou coordenada) – presentes em cada molécula;
- b) quais e quantos são os orbitais moleculares envolvidos nas 3 (três) últimas moléculas; e
- c) o número de oxidação do Mn no KMnO_4 .

14 Faça uma tabela, associando o nº de ligantes em relação ao átomo central, à geometria e à hibridação.

GABARITO

- 1.
- | | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| σ | 4 | 7 | 2 | 6 | 3 | 6 |
| π | 1 | 2 | 1 | - | 1 | - |
2. B
3. C
4. C
5. D
6. D
7. B
8. a) A
b) E
c) D
d) B
9. B
10. D
11. n° OH:4
n° PENC:O
F.G: bipiramidal/octaédrica
H: sp^3
12. a) 90°
b) O modelo do oxigênio sofrendo hibridação sp^3 , que deveria ter ângulo de $109^\circ 28'$, mas com a repulsão dos pares sobran-tes diminui ligeiramente.

13. a)
- $H-H \quad K^+ \curvearrowright :\ddot{Cl}:$

$F-H \quad H-C \equiv N$
- b) * 4 orbitais moleculares $\sigma(sp^3 - s)$
* 1 orbital molecular $\sigma(p - s)$
* 1 orbital molecular $\sigma(s - sp)$
1 orbital molecular $\sigma(sp - p)$
2 orbitais moleculares $\pi(p - p)$
- c) Mn^{7+}

14.

Ligantes	Geometria	Hibridação
1	Linear	—
2	Linear	sp
3	Trigonal	sp^2
4	Tetraédrica	sp^3
5	Bipiramidal	sp^3d
6	Octaédrica	sp^3d^2

1. Equação de Van der Waals: (para gases reais)

No livro 1, Frente 3, Capítulo 2, você pôde encontrar todo o estudo a respeito dos gases ideais, que culminou na dedução da famosa Equação de Clapeyron, dada por: $PV = nRT$.

Porém, essa equação foi deduzida somente para os gases ideais, que não existem na realidade. O gás ideal é um modelamento que facilita o estudo dos gases, pois reduz o tamanho das equações. Todavia, todos os gases são reais, o que não significa que não se aproximem bastante das hipóteses do gás ideal. As diferenças entre a realidade e o comportamento idealizado no modelamento do gás ideal são mostradas no quadro a seguir.

Variável de estado	Gás ideal	Gás real
P	Não há forças interativas entre as moléculas.	Há forças atrativas entre as moléculas, embora sejam pequenas.
V	As moléculas não têm volume, apenas ocupam-no.	Além de ocupar volume, as moléculas gasosas possuem volume, embora muito pequeno.
T	Agitação molecular	Agitação molecular

Portanto, a Equação de Clapeyron deve ser verdadeiramente escrita como: $P_{\text{ideal}} \cdot V_{\text{ideal}} = nRT_{\text{ideal}}$ (I)

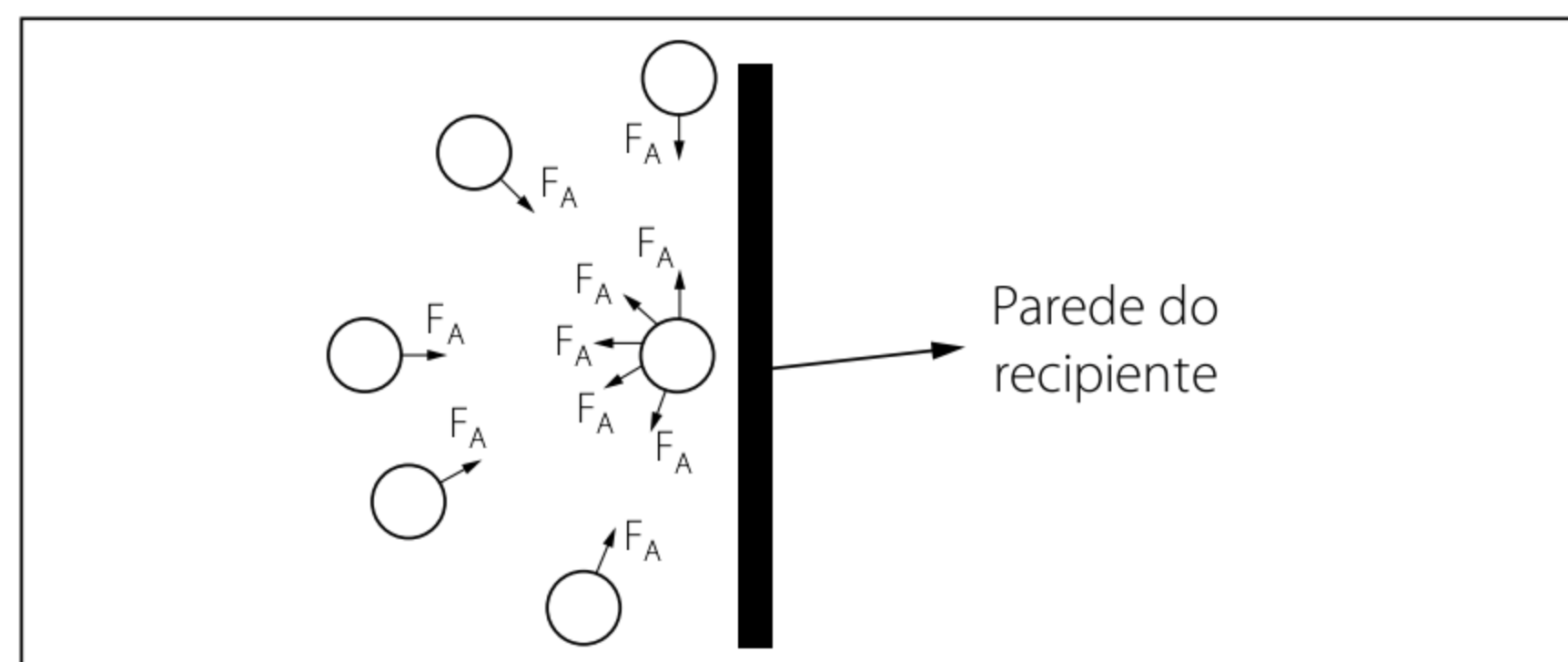
Mas $T_{\text{ideal}} = T_{\text{real}}$, já que em ambos os casos o significado é o mesmo.

Já o V_{ideal} é diferente do volume real. Como no gás ideal as moléculas não têm volume e no gás real têm, então:

$V_{\text{real}} = V_{\text{ideal}} + nb$, onde n é o número de mols de gás em um recipiente e b é o volume molar (de 1 mol) das moléculas do gás. O valor de b varia de gás para gás e é tabelado. O valor de b deve ser fornecido no problema e é uma propriedade específica de cada gás. A unidade de b é L/mol.

A pressão ideal também é diferente da pressão real. Quando consideramos um gás ideal, como o volume das moléculas é nulo, não há choques entre elas, somente delas com as paredes do recipiente. Além disso, não há forças de atração entre as moléculas. Em um gás real, os choques entre as moléculas devem ser considerados. Devido à existência de choques entre as moléculas, o número de choques entre as moléculas e as paredes do recipiente diminui, pois são substituídos por aqueles. Quanto maior a concentração (n/V) de um gás, maior o número de choques entre suas partículas, o que diminui a pressão, já que isso diminui os choques com as paredes do recipiente. Logo, devido a esse fator, a diminuição de pressão em um gás real é proporcional a (n/V).

Todavia, esse não é o único fator que diminui a pressão. Quando o gás é ideal, não há forças atrativas entre as moléculas. Porém, nos gases reais, há. No momento imediatamente anterior ao choque de uma molécula com a parede do recipiente, ela é forçada por todas as outras moléculas a chocar-se com menos força, o que também diminui a pressão. Veja:



Momento imediatamente anterior ao choque de uma partícula de um gás real com as paredes do recipiente.

Quanto maior a concentração (n/V) dos gases, mais atração incidirá sobre as moléculas no momento imediatamente anterior ao choque e, conseqüentemente, menor será a intensidade do choque e a pressão. Nesse caso, a diminuição de pressão é proporcional a (n/V).

Computando os dois fatores, fica claro que a queda de pressão é proporcional a $(n/V)^2$, cujo fator de proporcionalidade é **a** e a unidade de **a** é $L^2 \text{ mol}^{-2} \cdot \text{atm}$. A constante **a** também difere pelo tipo de gás e é uma propriedade específica, cujos valores devem ser fornecidos.

$$\text{Logo: } P_{\text{real}} = P_{\text{ideal}} - a \frac{n^2}{V^2} \text{ (II)}$$

Portanto, a equação dos gases reais será obtida a partir da Equação de Clapeyron.

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT \text{ (de I e II)}$$

As constantes a e b são chamadas de constantes de Van der Waals, cientista que deduziu essa fórmula, em 1910, e ganhou o prêmio Nobel de Física em virtude desse trabalho.

Veja como lidar com essa fórmula a partir dos exemplos.

Exemplo

Para 20 g de metano (CH_4) em um recipiente de 11 a 20°C , qual a pressão se:

- utilizarmos o modelamento do gás ideal?
- utilizarmos a equação dos gases reais? ($a = 2,25 \text{ atm L}^2/\text{mol}^2$; $b = 0,0428 \text{ L/mol}$)

Resolução

$$\text{a) } PV = nRT \Rightarrow P \cdot 1 = \frac{20}{16} \cdot 0,082 \cdot 293 \Rightarrow P = 30,03 \text{ atm}$$

$$b) \left(P + \frac{an^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT \Rightarrow$$

$$\left(P + 2,25 \cdot \left(\frac{20/16}{1} \right)^2 \right) \left(1 - \frac{20}{16} \cdot 0,0428 \right) = \frac{20}{16} \cdot 0,082 \cdot 293$$

$$(P + 3,5156)(0,9465) = 30,03 \Rightarrow P + 3,5156 = 31,7274$$

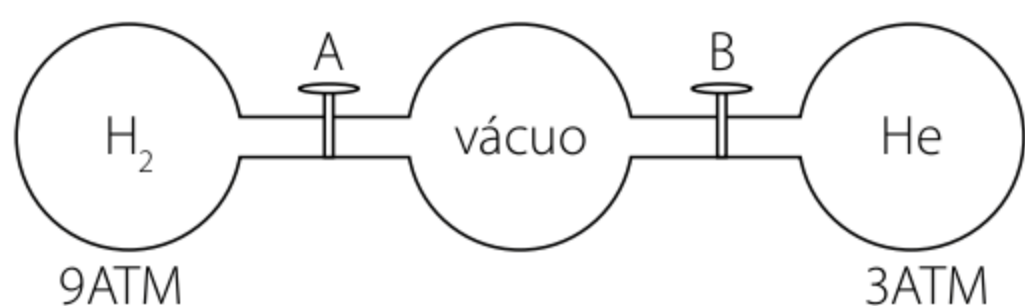
$$P = 35,24 \text{ atm}$$

SÉRIE 1 GASES

1 Em uma experiência, verificou-se que a decomposição de 2 L do composto $AsCl_x$ gasoso produziu As sólido e 3 L de Cl_2 gasoso. Qual o valor de x?

2 A temperatura a que deve ser aquecido um gás contido em um recipiente aberto, inicialmente a 25 °C, de tal modo que nele permaneça 1/5 das moléculas nele inicialmente contidas, é?

3 Se o sistema representado abaixo for mantido a uma temperatura constante e se os três balões possuírem o mesmo volume, após se abrirem as válvulas A e B, qual será a pressão total nos três balões?



4 Quando dizemos que o ar tem 15% de umidade relativa, queremos dizer que nesse ar:

- A** 15% das moléculas são de água.
- B** 15% da massa é de água.
- C** a pressão parcial do vapor de água é 15% da pressão total.
- D** a pressão parcial do vapor de água é $0,15 \cdot 760 \text{ mmHg}$.
- E** a pressão parcial do vapor de água é 15% da pressão de vapor saturante para a temperatura em que se encontra o ar.

5 Nas CNTP, a massa de 22,4 L do gás x_2 é igual a 28 g.

- a) Qual a densidade desse gás?
- b) Qual a massa atômica de x?

6 Consideremos um gás formado de moléculas todas iguais e que corresponda ao que se considera um gás ideal. Esse gás é mantido num recipiente de volume constante. Dentre as afirmações a seguir, todas referentes ao efeito do aumento de temperatura, assinale a correta em relação ao caminho livre médio das moléculas à frequência das colisões entre elas:

- | | Caminho livre médio | Frequência de colisão |
|----------|---------------------|-----------------------|
| A | inalterado | aumenta |
| B | diminui | inalterada |
| C | aumenta | aumenta |
| D | inalterado | diminui |
| E | diminui | aumenta |

Exemplo 2

Qual o erro percentual relativo do exercício anterior, quando usamos a aproximação do gás ideal?

Resolução

$$E_p = \frac{|P_{\text{real}} - P_{\text{ideal}}|}{P_{\text{real}}} = \frac{|35,24 - 30,03|}{35,24} = \frac{5,21}{35,24} = 0,148 \text{ ou } 14,8\%$$

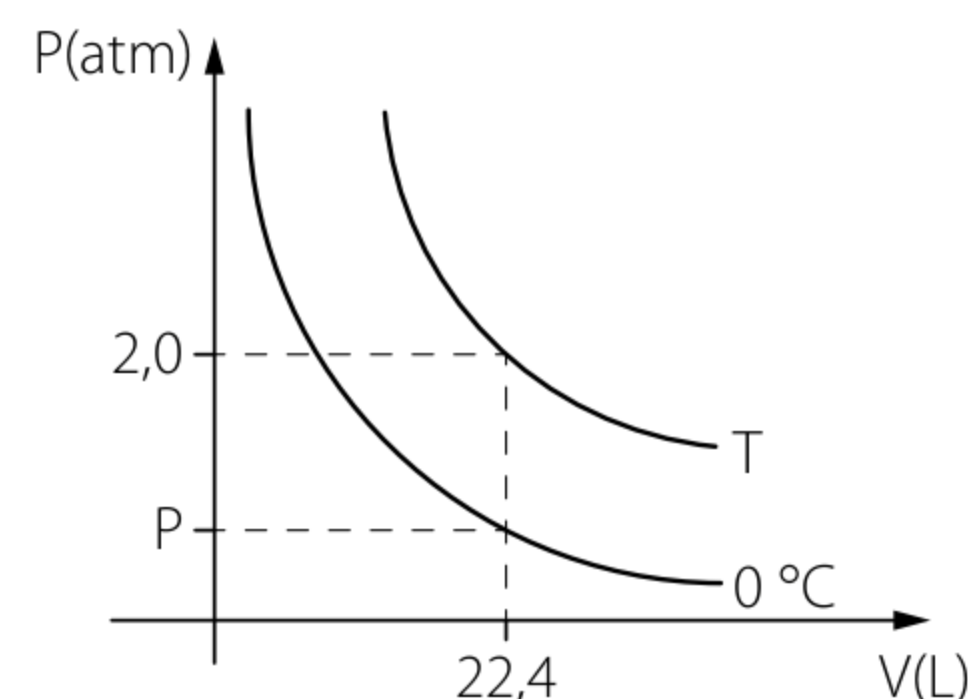
7 A tabela seguinte contém dados sobre o comportamento pressão-volume de 1 mol de amônia a 25 °C.

P(atm)	V(L)
2,0	12,0
4,0	6,0
8,0	2,9
9,9	2,4
10,0	0,0020
11,0	0,0020
13,0	0,0020

Esboce um gráfico com esses dados e justifique por que o volume se manteve constante acima de 9,9 atm (represente pressões na abscissa e volumes na ordenada).

8 Durante o transporte de etano (C_2H_6) gasoso em um caminhão-tanque com capacidade de 12,3 m³, à temperatura de -23 °C, houve um acidente e verificou-se uma queda de pressão de 0,6 atm. Admitindo-se a temperatura constante, calcular a massa do etano perdida no ambiente.

9 No gráfico abaixo estão representadas duas isotermas (Lei de Boyle) de 1 mol de gás ideal. Uma na temperatura de 0 °C e a outra na temperatura em Kelvin(T).



- a) Qual o valor de P?
- b) Determine o valor de T.

10 Colocou-se 1 L de nitrogênio líquido, $N_{2(l)}$, num recipiente de 30 L, que foi imediatamente fechado. Após a vaporização do nitrogênio líquido, a temperatura do sistema era 27 °C. A densidade do $N_{2(l)}$ a -196 °C = 0,81 g/cm³.

- a) Qual a massa de nitrogênio colocada no recipiente?
- b) Qual a pressão final dentro do recipiente?

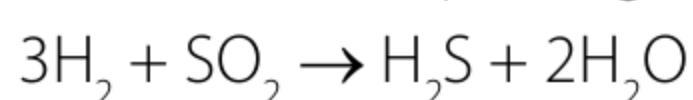
A inicial é de 1 atm.

11 Uma mistura de 4 g de H_2 gasoso com uma quantidade desconhecida de He gasoso é mantida nas CNTP. Se uma massa de 10 g de H_2 gasoso for adicionada à mistura, mantendo-se a pressão e a temperatura constantes, o volume dobra. Calcule a massa de He presente na mistura.

12 Uma mistura de N_2 e vapor de água foi introduzida a $20^\circ C$ num recipiente que continha um agente secante. Imediatamente após a introdução da mistura, a pressão era 750 mmHg. Depois de algumas horas, a pressão atingiu o valor estacionário de 735 mmHg. Pedem-se:

- a composição em porcentagem molar da mistura inicial.
- o volume do frasco, sabendo-se que o agente secante aumenta o seu peso em 0,150 g, e que o volume ocupado pelo agente secante pode ser desprezado.

13 Dois gases, H_2 e SO_2 , são colocados nas extremidades opostas de um tubo de 94,1 cm. O tubo é fechado, aquecido até $120^\circ C$, e os gases se difundem dentro do tubo. A reação que se processa no momento em que os gases se encontram é:



O ponto do tubo onde se inicia a reação está a:

- 14,1 cm do local onde foi colocado o gás H_2 .
- 20 cm do local onde foi colocado o gás SO_2 .
- 18,6 cm do local onde foi colocado o gás SO_2 .
- 80 cm do local onde foi colocado o gás H_2 .

14 Num grande cilindro provido de torneira e pistão com êmbolo, foi introduzido um pouco de água líquida, tomando o cuidado de não deixar entrar ar. Após a admissão da porção de água, a torneira foi fechada, variando o volume, por movimento lento do pistão, mantendo a temperatura no interior do cilindro. Faça o gráfico pressão x volume correspondente ao fenômeno.

15 20 cm^3 de um hidrocarboneto são adicionados a 100 cm^3 de O_2 e a mistura é submetida à combustão. Os gases resultantes da combustão, são totalmente absorvidos pelo KOH. Depois da combustão, foi verificada uma contração ao volume igual à metade do volume inicial. Qual a fórmula do hidrocarboneto?

16 10 cm^3 de um alceno são adicionados a 50 cm^3 de oxigênio e a mistura é submetida à combustão. Depois da combustão, o volume da mistura é de 35 cm^3 . Qual a fórmula do composto?

17 Use a equação de Van der Waals para calcular o volume ocupado por 1 mol de CO_2 a 400 K e 600 atm.

Dados: $a = 3,59\text{ L}^2\text{ atm/mol}^2$; $b = 0,0427\text{ L/mol}$

18 Use:

- a lei do gás ideal.
- a equação de Van der Waals para calcular a pressão exercida por 10 g de N_2 num recipiente 0,02 L de volume a $25^\circ C$.

Dados: $a = 1,39\text{ L}^2\text{ atm/mol}^2$; $b = 0,0391\text{ L/mol}$

19 Uma mistura de C_2H_6 e C_3H_8 , submetida a combustão, experimenta uma expansão de volume igual a $5/33$ do volume inicial quando medido à temperatura em que a água está no estado de vapor. Pede-se a composição volumétrica da mistura.

20 10 cm^3 de um hidrocarboneto são colocados num eudiômetro, juntamente com excesso de oxigênio, ambos a $7^\circ C$ e pressão normal. Depois da faísca elétrica, a mistura ocupa um volume de 95 cm^3 a $107^\circ C$ e pressão normal. Esse volume se reduz a 50 cm^3 quando a temperatura atinge $7^\circ C$, à pressão normal. Os 50 cm^3 de gás se reduzem a 20 cm^3 depois de atravessarem solução de KOH. Dar a fórmula molecular do hidrocarboneto.

21 15 cm^3 de um hidrocarboneto são colocados num eudiômetro, juntamente com 50 cm^3 de oxigênio. Verifica-se uma contração de volume de 30 cm^3 . Os gases resultantes da combustão depois de atravessarem a solução de KOH têm seu volume igual a 20 cm^3 . Dar a fórmula do hidrocarboneto.

22 Certo volume de um alcino é submetido à combustão. Verifica-se que não há variação de volume, quando a temperatura se mantém acima de $100^\circ C$ e a pressão normal. Pede-se a fórmula do alcino.

23 Um alceno é submetido a combustão e experimenta uma contração de volume igual a $3/7$ do volume inicial. Dar a fórmula do alceno.

24 Suponha que lhe é dada uma amostra de dois gases diferentes, A e B, que possuem o mesmo volume. A massa molecular de A é duas vezes a de B. A velocidade média das moléculas de A é duas vezes a das moléculas de B. Se ambas as amostras contêm o mesmo número de moléculas e se a pressão de B é 3,0 atm, qual é a pressão de A?

25 Use:

- a lei do gás ideal e
- a equação de Van der Waals, para calcular a pressão em atm exercida por 10,0 g de metano, CH_4 , colocado em um recipiente de 1,00 L a $25^\circ C$.

Dados: $a = 2,25\frac{\text{L}^2\text{atm}}{\text{mol}^2}$ e $b = 0,0428\text{ L/mol}$

26 Use:

- a) a lei do gás ideal e
b) a equação de Van der Waals para calcular a temperatura em °C, na qual um recipiente de 5,00 L manterá 7,00 g de oxigênio (O₂) à pressão de 1,00 atm.

Dados: $a = 1,36 \frac{\text{atmL}^2}{\text{mol}^2}$ e $b = 0,0318 \text{ L/mol}$

27 **ITA 1958** Determinar a porcentagem em volume de álcool etílico em octano, sabendo-se que 10 mL da mistura gasosa queimados completamente fornecem 56 mL de gás carbônico. Todos os volumes gasosos foram medidos nas mesmas condições de temperatura e pressão.

28 Do que depende o caminho livre médio das moléculas gasosas? Justifique.

29 Calcule o volume molar de O₂ nas CNTP pela equação de Van der Waals.

Dados: $a = 138 \text{ dm}^6\text{kPa mol}^{-2}$; $b = 0,0318 \text{ dm}^3/\text{mol}$

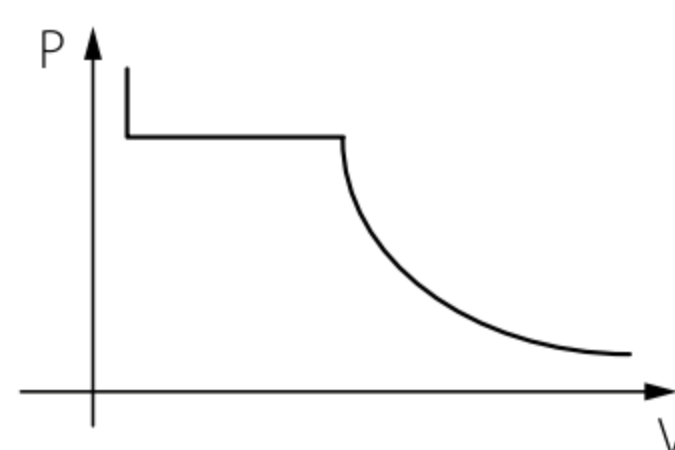
Obs.: cuidado com as unidades!

30 O NH₃ é produzido a partir de N₂ e H₂. Quantos litros de NH₃ podem ser produzidos de 4,62 L de H₂ se os dois gases são medidos nas mesmas condições de pressão e temperatura?

8. 10,8 kg
9. a) 1 atm
b) 546 K
10. a) 810 g
b) 24,7 atm
11. 12 g
12. a) 98% de N₂ e 2% de H₂O
b) 10,14 L

13. D

14.

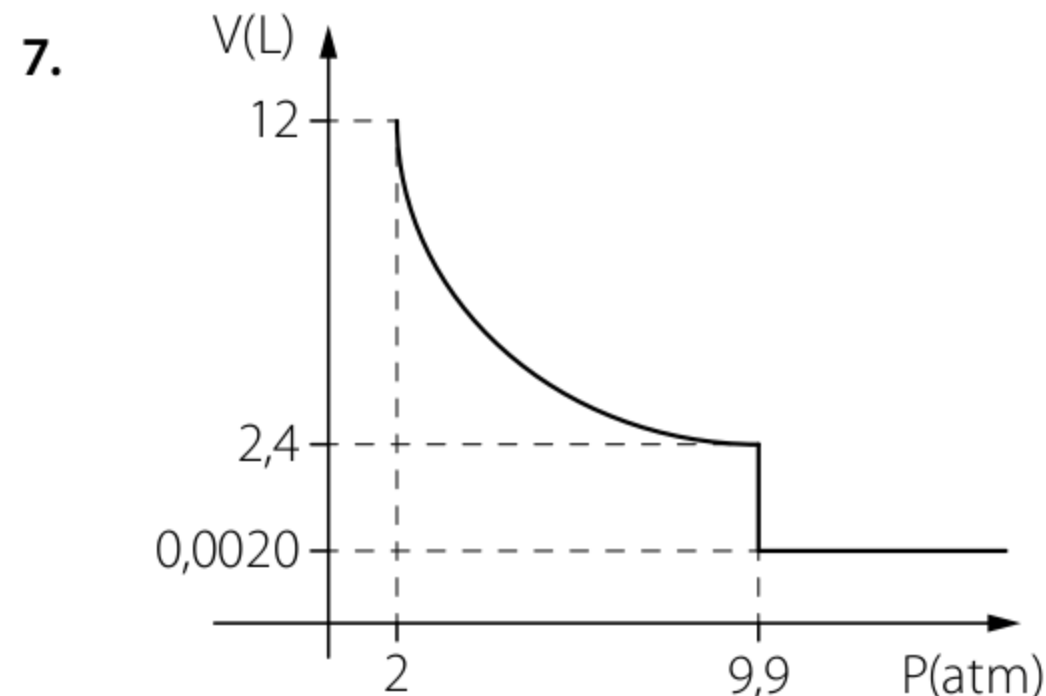


15. C₃H₈
16. C₂H₆
17. ≈ 100 mL
18. a) 437 atm
b) 1000 atm
19. 66,66% de C₃H₈ e 33,33% de C₂H₆
20. C₃H₄
21. CH₄
22. C₃H₄
23. C₄H₈
24. 24 atm
25. a) 15,3 atm
b) 14,8 atm
26. a) 5 °C
b) 6 °C
27. 40%
28. Número de moléculas.
29. 22,38 L
30. 3,08 L

GABARITO

1. 3
2. 1.217 °C
3. 4 atm
4. E
5. a) 1,25 g/L;
b) 14 u

6. A



1. Lei de Dalton: (proporções múltiplas)

A Lei de Dalton é uma lei ponderal das reações químicas, ou seja, trata de massas.

O seu enunciado diz:

“Em compostos binários com elementos comuns, a proporção de massa entre os elementos comuns desses compostos é de números inteiros e pequenos”.

Veja alguns casos:

CO e CO₂: fixando-se a quantidade de carbonos para os dois compostos, a proporção de oxigênios é de 1:2.

SO_2 e SO_3 : fixando-se a quantidade de enxofre para os dois compostos, a proporção dos oxigênios é de 2:3.

Agora, analise como esta lei pode ser transformada em exercícios, através dos exemplos a seguir.

Exemplo

Sejam dois compostos binários constituídos de Fe e O, cujas relações de massas são dadas pela tabela a seguir:

	Fe	O
1º	56 g	16 g
2º	112 g	48 g

Qual a proporção de Dalton para o oxigênio nestes compostos?

Resolução

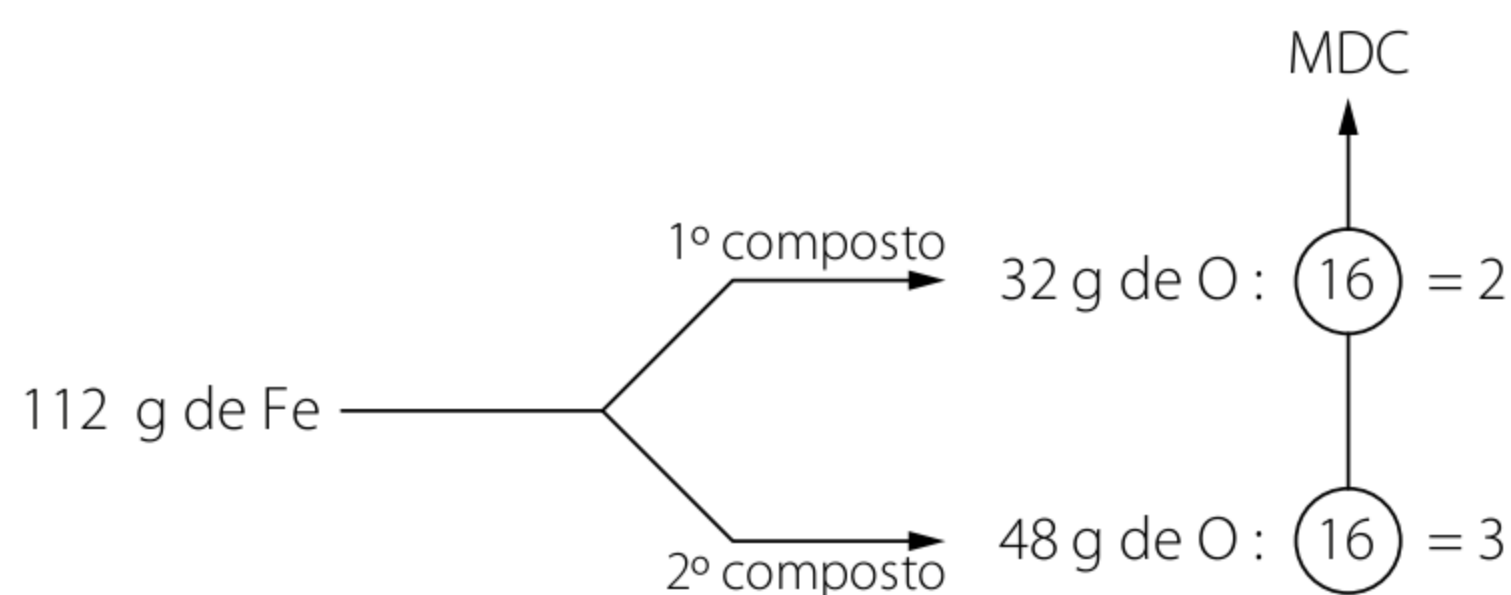
Para se encontrar a proporção de Dalton para o oxigênio, deve-se fixar a massa de Fe para os dois compostos. Igualando-se a massa de Fe do 1º composto ao 2º composto, temos:

1º composto: 56 g de Fe : 16 g de O

112 g de Fe : x

$$x = 32 \text{ g de O}$$

Logo, temos:



Portanto, a proporção de Dalton é de 2 : 3.

Exemplo

Sejam dois compostos binários constituídos de N e O, cujas relações de massa são dadas pela tabela abaixo:

	N	O
1º	14 g	24 g
2º	56 g	160 g

Qual a proporção de Dalton para o oxigênio nestes compostos?

Resolução

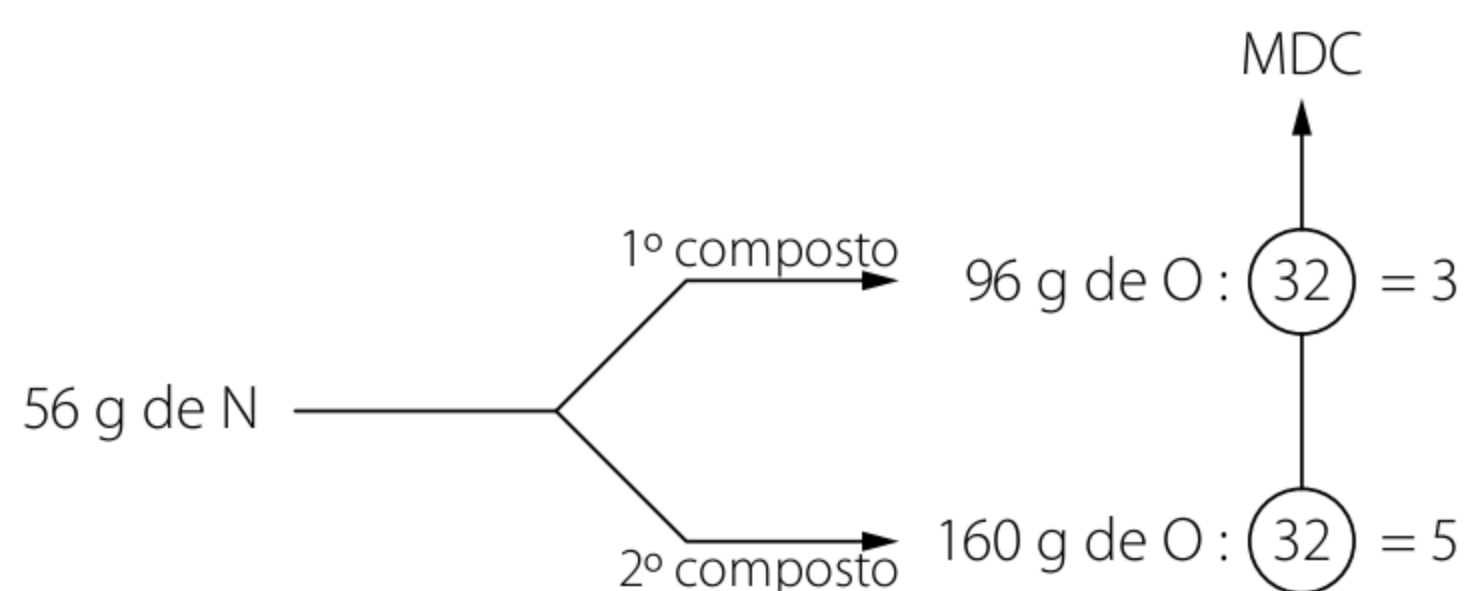
Fixando-se a massa de nitrogênio para ambos, igualando-se a do 1º composto à do 2º composto, temos:

1º composto: 14 g de N : 24 g de O

56 g de N : x

$$x = 96 \text{ g de O}$$

Portanto,



Logo, a proporção de Dalton é de 3 : 5.

2. Lei de Richter-Wenzel-Berzelius: (proporções recíprocas)

Esta é a última lei ponderal das reações químicas. Seu enunciado diz:

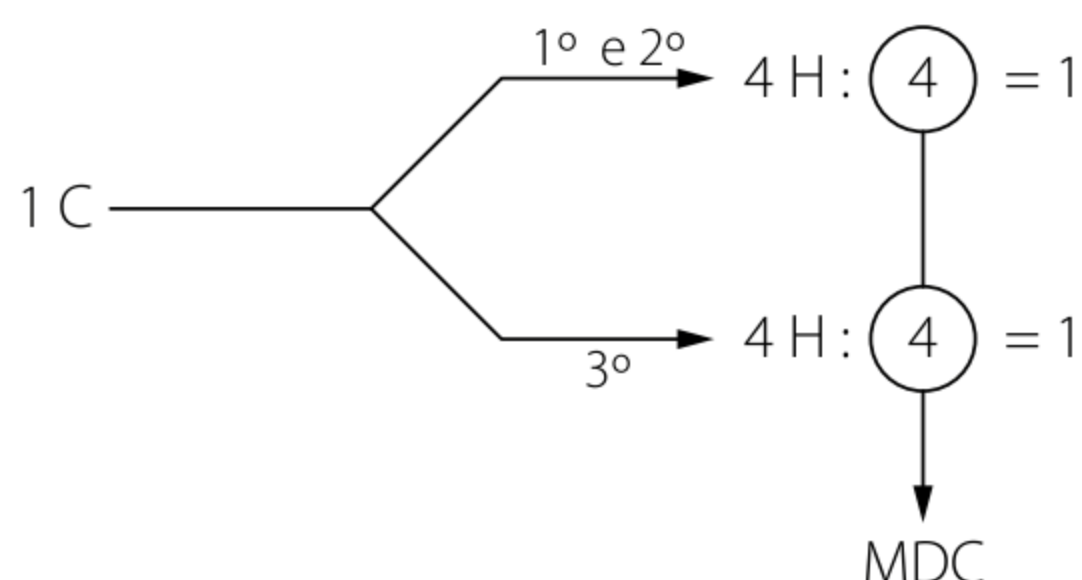
“Em substâncias binárias com um elemento comum, a proporção entre os elementos comuns e a substância por eles formada é de números inteiros e pequenos”.

Veja alguns casos:

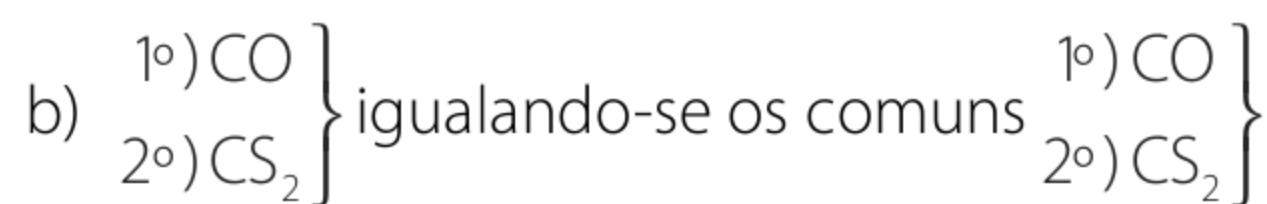
a) $\left. \begin{array}{l} 1^\circ) \text{H}_2\text{O} \\ 2^\circ) \text{CO}_2 \end{array} \right\} \text{igualamos os comuns} \left. \begin{array}{l} 1^\circ) \text{H}_4\text{O}_2 \\ 2^\circ) \text{CO}_2 \end{array} \right\}$

3°) CH₄

A proporção entre os não comuns é de 1 de C: 4 de H. A substância por eles formada é CH_4 (3º). Portanto, a proporção entre os elementos não comuns e a substância por eles formada é:

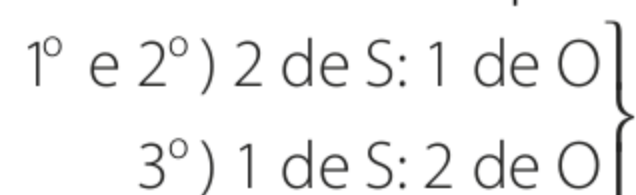


Logo, a proporção recíproca é de 1 : 1.



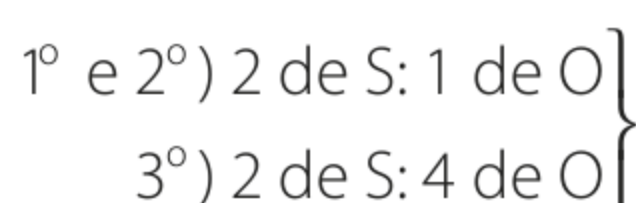
3º) SO_2

A proporção entre os não comuns é de 1 de O : 2 de S. A substância por eles formada é SO_2 (3º). Portanto, a proporção entre os elementos não comuns e a substância por eles formada é:



igualando-se a quantidade de enxofre do 3º.

A proporção resultante do 1º e 2º é:



Portanto, a proporção recíproca é de 1 : 4.

Veja os exemplos:

Exemplo 3

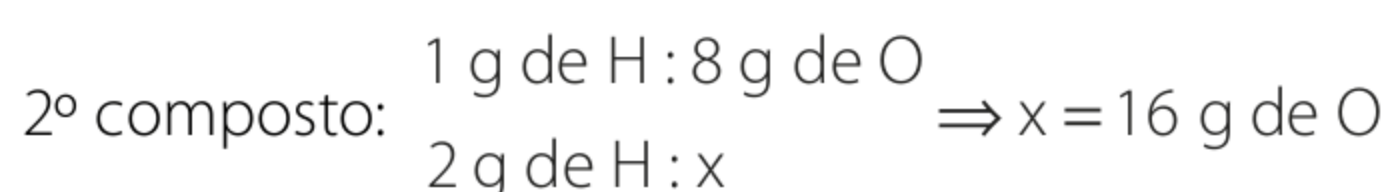
Dada a tabela abaixo de proporção de massas em 3 compostos binários, calcule a proporção recíproca para o oxigênio.

	H	S	O
1º	2 g	32 g	–
2º	1 g	–	8 g
3º	–	1 g	1 g

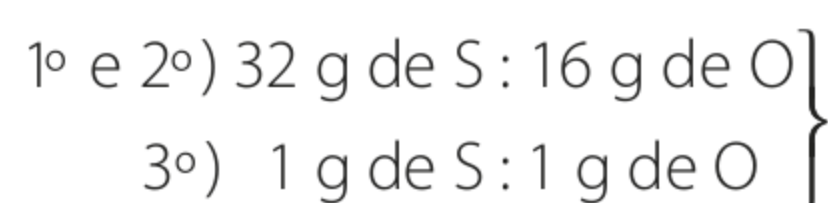
Resolução

Na prática, aplicar a Lei de Richter-Wenzel-Berzelius é aplicar a Lei de Dalton duas vezes. Observe:

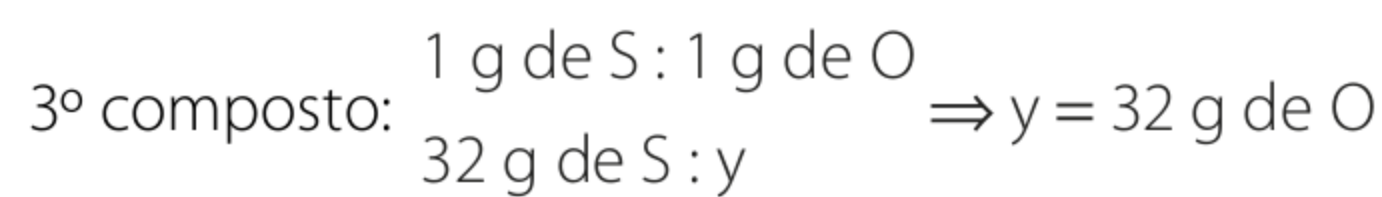
Entre o 1º e o 2º composto, o elemento comum é o hidrogênio. Igualando-se a massa deste elemento de 2º composto à do 1º composto, temos:



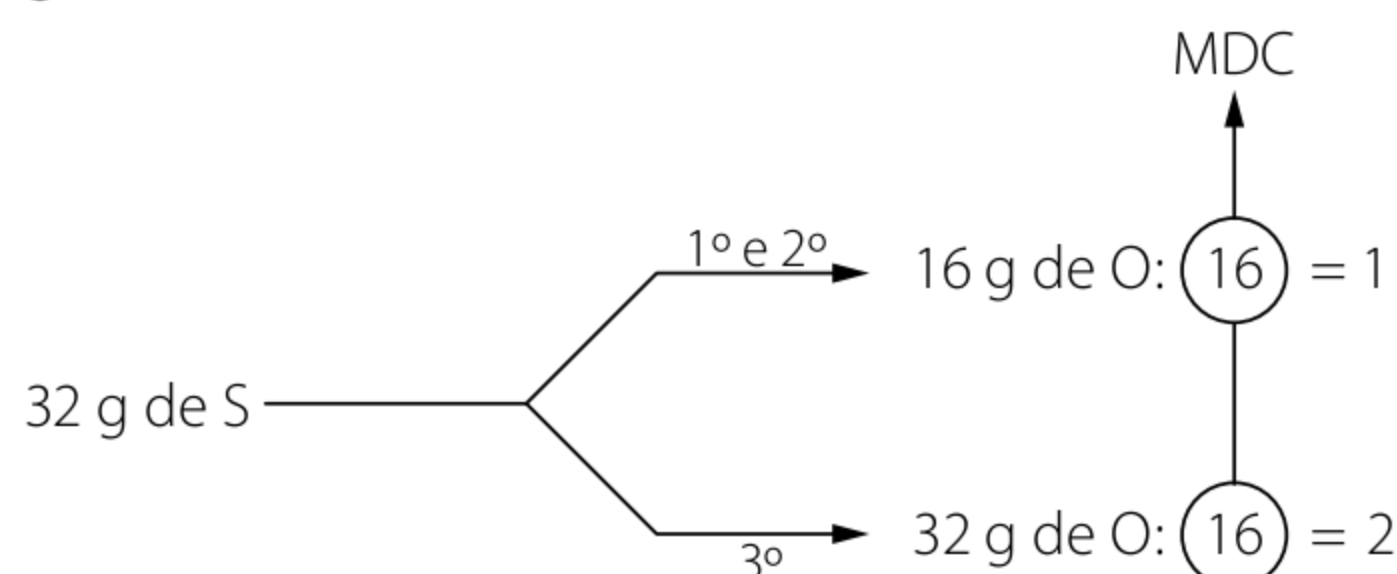
Portanto, a proporção entre os não comuns para o 1º e 2º compostos é de 32 g S : 16 g de O. Aplicando-se novamente a Lei de Dalton para o par (1º e 2º): 3º, temos:



igualando-se a massa de S no 3º composto à proporção obtida entre o 1º e o 2º, temos:



Logo:



A proporção recíproca é de 1 : 2.

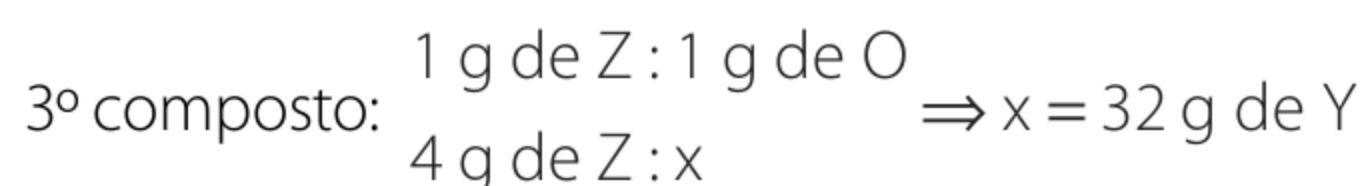
Exemplo 4

Dada a tabela abaixo de proporção de massas em 3 compostos binários, calcule a proporção recíproca para X.

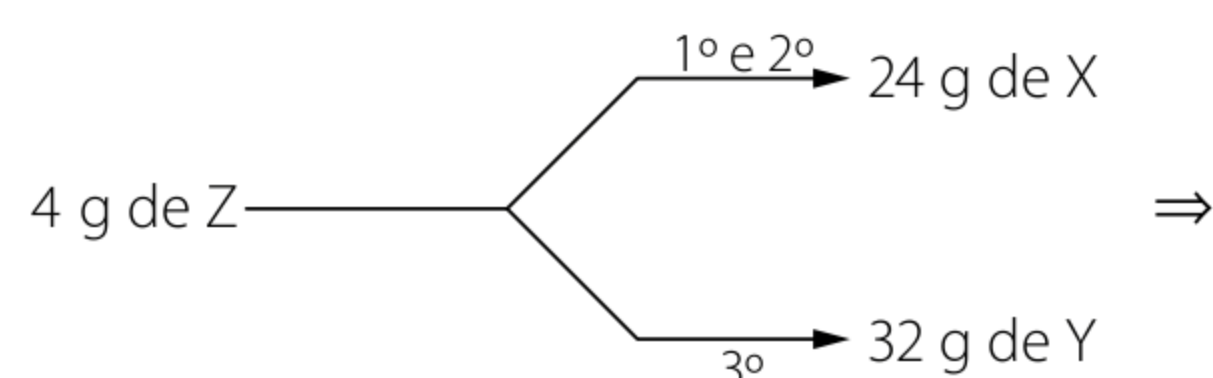
	X	Y	Z
1º	12 g	16 g	–
2º	24 g	–	4 g
3º	–	8 g	1 g

Resolução

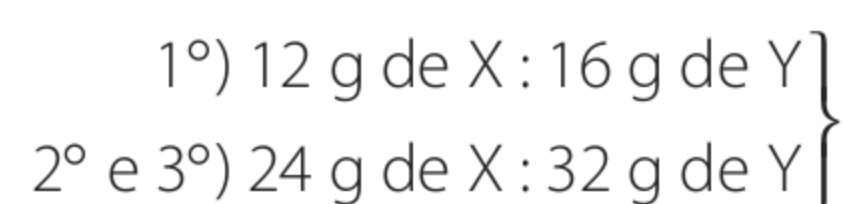
Entre o 2º e o 3º composto, o elemento comum é Z. Igualando-se a massa de Z do 3º composto à do 2º, temos:



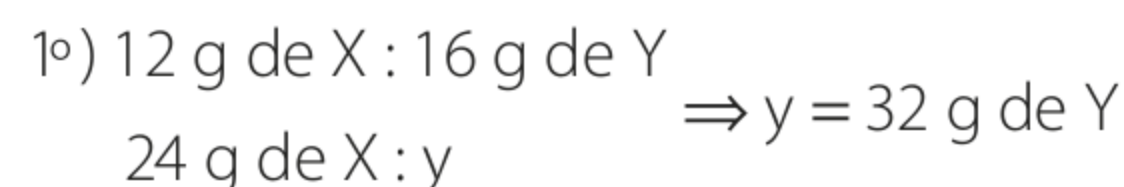
Entre o 2º e o 3º composto, temos:



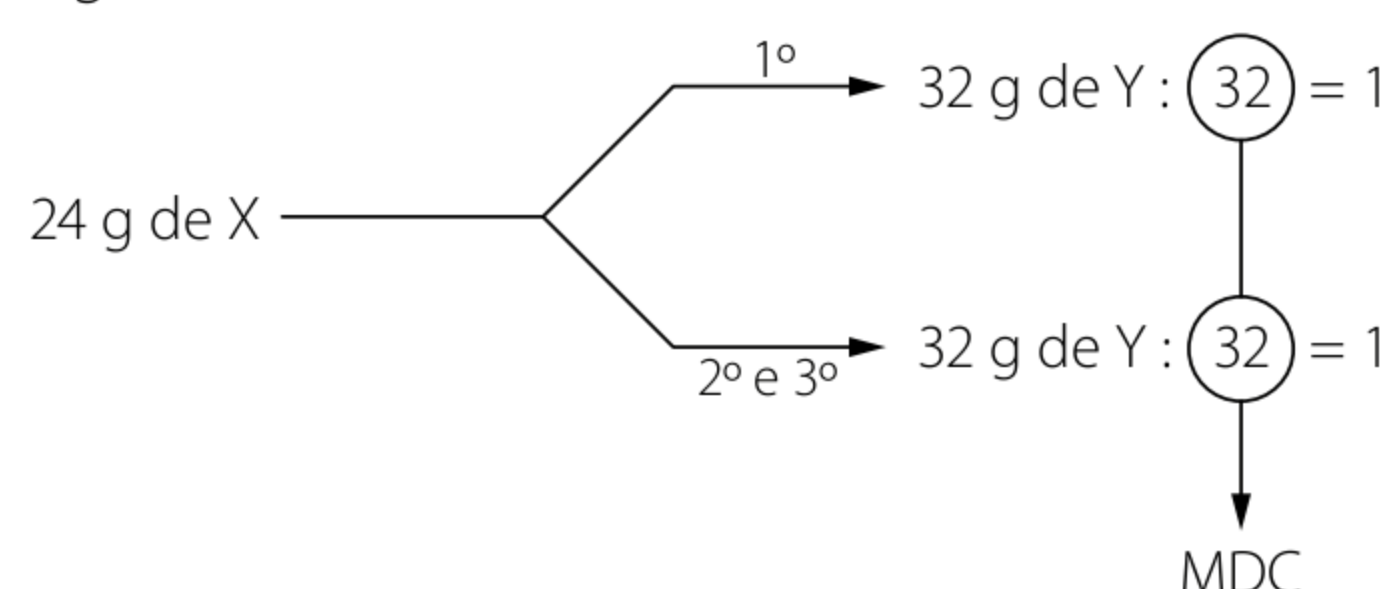
Aplicando-se novamente a Lei de Dalton para o par 1º : (2º e 3º), obtemos:



Igualando-se a massa de X no 1º composto àquela obtida entre o 2º e o 3º, temos:



Logo:



Portanto, a proporção recíproca é de 1 : 1.

1 Tratando-se 1 kg de “carbureto”, contendo 90% de carboneto de cálcio, por água em excesso, pergunta-se:

- qual o gás que se desprende?
- qual o seu volume a 27 °C e 2 atmosferas de pressão?

2 Tratando-se 10 g de zinco por 50 cm³ de uma solução de HCl contendo 73 g desse ácido por litro de solução, pergunta-se qual a massa de zinco que permanece sem se dissolver?

3 Qual a massa de nitrato de chumbo que, submetida à calcinação, deixa um resíduo que, tratado com excesso de solução de H₂SO₄, forma um precipitado branco que pesou 12,12 g?

4 1,000 g de uma mistura contendo somente cloreto de sódio, nitrato de potássio e sulfato de magnésio foi dissolvida em água e tratada com nitrato de prata. O precipitado de cloreto de prata pesou 1,435 g. O filtrado da precipitação do cloreto é tratado com nitrato de bário, dando um precipitado de sulfato de bário pesando 0,233 g. Qual a composição centesimal da mistura?

5 2,5 g de uma mistura de cloreto de amônio e carbonato de sódio são tratadas pelo H₂SO₄, até completa transformação. Adicionando-se solução de AgNO₃, obtém-se um precipitado que, depois de lavado e seco, pesou 3,5 g. Qual a composição centesimal da mistura, sabendo-se que ela contém 20% de impurezas inatacáveis pelo H₂SO₄?

6 Tem-se uma mistura de brometo de sódio e sulfato de magnésio. Tratando-se uma certa massa x dessa mistura pelo carbonato de sódio em excesso, obteve-se um precipitado que pesou 0,8 g, e, pelo nitrato de prata, obteve-se um precipitado que pesou 1,5 g. Qual a massa x da mistura?

7 Um químico deseja sintetizar um certo composto, que tem um peso molecular igual a 100. A síntese requer seis etapas consecutivas, cada uma das quais dando 50% de rendimento (calculado em base molar). Se ele começar com 30,0 g de matéria-prima com um peso molecular de 80,0:

- Quantos gramas de produto final serão obtidos?
- Quantos gramas de matéria-prima serão necessários para produzir 10,0 g do produto final?

8 Dada a equação química:

$4\text{FeS}_2 + 11\text{O}_2 \rightarrow 2\text{Fe}_2\text{O}_3 + 8\text{SO}_2$, a massa de FeS₂ impura, que encerra 48,00% de enxofre, necessária à produção de 4,48 litros de SO₂ nas CNTP é: (S = 32)

- | | |
|-----------------|---------------------------------|
| A 20 g | D 20/3 g |
| B 40/3 g | E nenhuma das respostas. |
| C 15 g | |

9 Qual a massa de KClO₃ com 90% de pureza que é necessária para produzir 20,16 litros de oxigênio, medidos nas T.P.N., quando o rendimento do processo é de 80%?

Dados: K = 39; Cl = 35,5; O = 16

- 102,08 g
- 10,208 g
- 20,416 g
- 204,16 g
- Outro valor.

10 Unicamp 1997 Com a intenção de proteger o motorista e o passageiro de lesões corporais mais graves, em muitos países já é obrigatório, em automóveis, o dispositivo chamado de “air bag”. Em caso de acidente, um microprocessador desencadeia uma série de reações químicas que liberam uma certa quantidade de nitrogênio, N_{2(g)}, que infla rapidamente um balão plástico situado à frente dos ocupantes do automóvel. As reações químicas que ocorrem nesse processo estão representadas pelas seguintes equações:

(Equação 1) $2\text{NaN}_{3(s)} = 2\text{Na}_{(s)} + 3\text{N}_{2(g)}$

(Equação 2) $10\text{Na}_{(s)} + 2\text{KNO}_{3(s)} = 5\text{Na}_2\text{O}_{(s)} + \text{K}_2\text{O}_{(s)} + \text{N}_{2(g)}$

(Equação 3) $\text{K}_2\text{O}_{(s)} + \text{Na}_2\text{O}_{(s)} + \text{SiO}_{2(s)} = \text{silicato alcalino (vidro)}$

No caso de acionamento do sistema de segurança descrito, supondo que o volume do saco plástico, quando totalmente inflado, seja de 70 litros e que, inicialmente, houvesse 2,0 mols de NaN₃ e 2,0 mols de KNO₃:

- qual será a pressão do gás (em kPa) dentro do balão quando este estiver totalmente inflado? Considere a temperatura como sendo 27 °C.

Dado: R = 8,3 kPa L mol⁻¹ K⁻¹; KPa = quilopascal

- supondo-se que o processo envolvesse apenas as reações representadas pelas equações 1 e 2, qual seria a massa total de substâncias sólidas restantes no sistema?

11 0,21 g de nitrogênio combina-se com 0,12 g de oxigênio, dando um primeiro óxido; 0,70 g de nitrogênio combina-se com 0,80 g de oxigênio, dando um segundo óxido; e, finalmente, 0,28 g de nitrogênio combina-se com 0,64 g de oxigênio, dando um terceiro óxido. Verificar a Lei de Dalton, estabelecendo a proporção das massas do oxigênio que se combinam com massa fixa de nitrogênio.

12 Num dos óxidos de carbono, existe 0,30 g de carbono para 0,40 g de oxigênio. No outro óxido, existe 0,24 g de carbono para 0,64 g de oxigênio. Esses resultados estão de acordo com a Lei de Dalton?

13 A análise do dióxido de carbono dá 0,30 g de carbono para 0,80 g de oxigênio; a do dióxido de silício, 0,56 g de silício para 0,64 g de oxigênio; e a do carbeto de silício, 0,36 g de carbono para 0,84 g de silício. Demonstre que esses valores estão de acordo com a Lei de Richter-Wenzel-Berzelius.

14 Existem dois óxidos de ferro contendo, respectivamente, 77,77% e 70,00% de ferro em massa. Mostre que esses resultados confirmam a Lei de Dalton.

15 ITA-SP O hidrogênio produzido na reação de 5,59 g de ferro metálico com excesso de solução de ácido clorídrico reduziria a seguinte massa de óxido cuproso: (Massas atômicas: H = 1; O = 16; Fe = 55,9; Cu = 63,4)

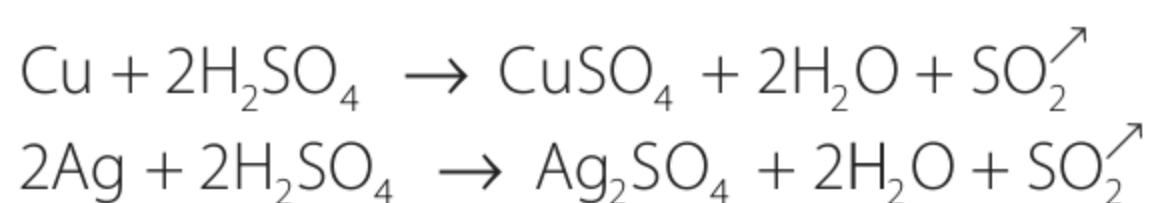
- A 5,6 g
- B 7,9 g
- C 9,5 g
- D 14,2 g
- E 28,4 g

16 ITA 1993 1,31 g de uma mistura de limalhas de cobre e zinco reagiu com excesso de solução de ácido clorídrico, numa aparelhagem adequada, produzindo gás hidrogênio. Esse gás, depois de seco, ocupou um volume de 269 mL sob pressão de 0,90 atm e a 300 K (que corresponde a $1,10 \cdot 273$ K). A fração de massa do zinco nessa mistura é:

- A 0,13
- B 0,25
- C 0,50
- D 0,75
- E 1,00

17 IME-RJ 10 g de uma liga de cobre e prata são tratados com ácido sulfúrico a quente, liberando 2,1 L de um gás, medidos nas CNTP. Calcule a composição percentual da liga, usando as seguintes massas atômicas aproximadas: O = 16; S = 32; Cu = 64; Ag = 108.

Obs.: as reações do problema são:



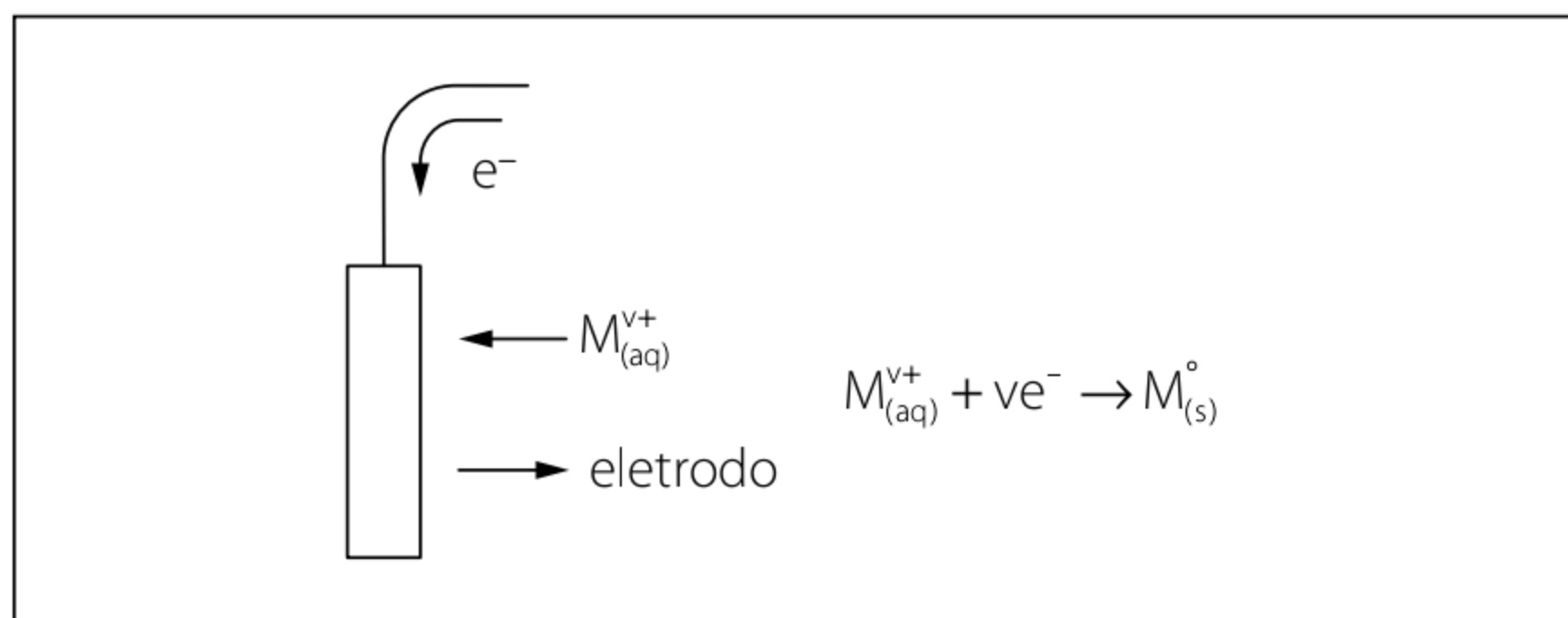
GABARITO

1. a) C_2H_2
b) 173 L
2. 6,75 g de Zn
3. 13,24 g
4. NaCl: 58,5%; MgSO_4 : 12%; KNO_3 : 29,50%
5. 52% NH_4Cl , 28% Na_2CO_3 e 20% de impurezas
6. 2 g
7. a) 300/512 g
b) 512 g
8. B
9. A
10. a) 113,8 kPa
b) 242,4 g
11. 1 : 2 : 4
12. Sim
13. Demonstração
14. 2 : 3
15. D
16. C
17. 42,68% Cu e 57,32% Ag

Nos vestibulares do ITA e do IME, podem aparecer questões envolvendo a obtenção experimental da constante de Avogadro. Um dos métodos mais utilizados é, sem dúvida, o de difração de raio X em Al (por exemplo). Esse método já foi explicado no próprio texto complementar do Livro 1, Frente 2, Capítulo 2. Entretanto, existem alguns outros métodos de grande importância, que serão analisados a seguir.

1. Método eletroquímico

Foi um método muito utilizado no passado, porém requer uma constância de corrente e tensão que a rede elétrica normal não possui. Por isso, obtendo-se a constante de Avogadro pelo método eletroquímico em um laboratório de colégio, haverá um erro considerável, devido aos picos de tensão. Mas, em laboratórios com experimentação e instrumentos bem mais precisos e que eliminem as oscilações da rede elétrica, o valor da constante pode ser obtido com enorme precisão. Veja:



Esquema de uma eletrólise com obtenção de metal reduzido para determinação da constante de Avogadro.

Por proporção estequiométrica, temos:

$$v \text{ mol de } e^{-} : 1 \text{ mol de } M_{(s)}$$

$$\underbrace{n \text{ mol de } e^{-}}_{Q=it} : m$$

$$m = \frac{M \cdot i \cdot t}{v(CA)(1,6 \cdot 10^{-19})}$$

$$CA \triangleq \text{constante de Avogadro} \\ 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \triangleq \text{carga elementar}$$

$$CA = \frac{M \cdot i \cdot t}{mv(1,6 \cdot 10^{-19})}$$

Pela relação obtida é que se pode calcular a constante de Avogadro. A massa molar e a valência do metal já são previamente conhecidos. A massa (m), a corrente (i) e o tempo (t) podem ser medidos experimentalmente, com instrumentos de precisão. Com isso, determina-se CA.

Exemplo

Na tentativa de se determinar a constante de Avogadro pelo método eletroquímico, um professor de laboratório de Química do Ensino Médio fez eletrólise em solução aquosa de Cu^{2+} . Durante um tempo de meia hora (cronometrado), a massa de Cu que se depositou no eletrodo foi de 0,9 g. A corrente foi de 1 A.

Qual o erro na determinação da constante de Avogadro? ($M_{\text{Cu}} = 63,5 \text{ g/mol}$)

Resolução

$$CA = \frac{M \cdot i \cdot t}{m \cdot v \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{63,5 \cdot 1 \cdot 1800}{0,9 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{CA = 3,97 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}$$

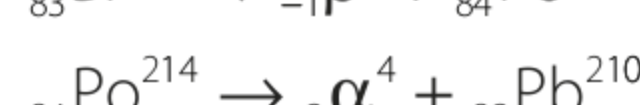
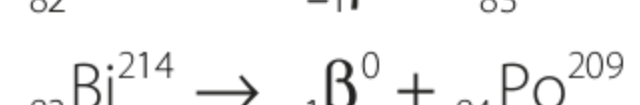
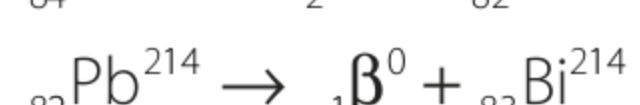
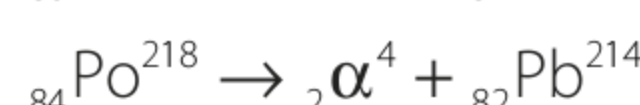
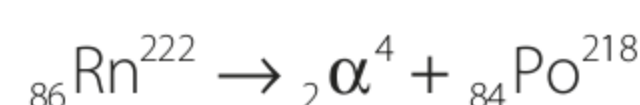
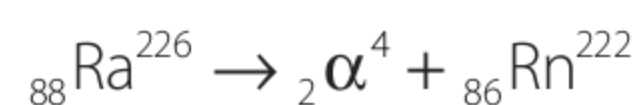
Como o erro experimental existe, já que o verdadeiro valor é de $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, podemos calculá-lo como:

$$\text{ERRO} = \frac{X_{\text{real}} - X_{\text{exp}}}{X_{\text{real}}} \cdot 100\% \Rightarrow \text{ERRO} = \frac{6,02 \cdot 10^{23} - 3,97 \cdot 10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23}} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\boxed{\text{ERRO} = 34\%}$$

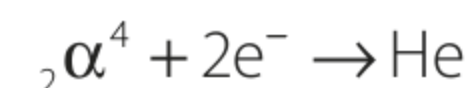
2. Método radioativo

Esse método de determinação da constante de Avogadro foi utilizado primeiramente por Ernest Rutherford. Observando séries ou sequências de reações radioativas, eles perceberam que as partículas (α^4) transformam-se em átomos de He, quase com rendimento de 100%. Como o He é um gás nobre, ocupa um volume em determinadas condições de pressão e temperatura. A sequência de reações radioativas observada por Rutherford pode ser equacionada da seguinte forma:



(Note o equilíbrio de cargas e o equilíbrio de números de massa)

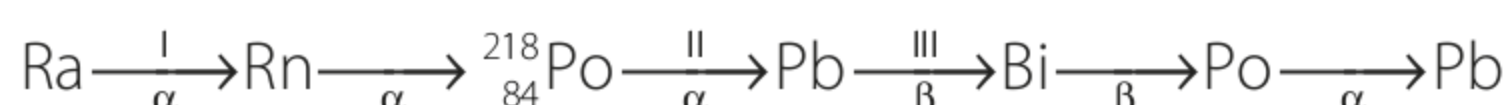
Logo, para uma dada massa inicial do radionuclídeo ${}_{88}\text{Ra}^{226}$, é emitido, ao longo de toda a sequência, um número de partículas α^4 que se converterão em He através da equação:



Recolhendo-se o He em determinadas condições de temperatura e pressão, pode-se medir experimentalmente o seu volume e, portanto, o seu número de mols. A partir disso é fácil calcular a constante de Avogadro. Veja no exemplo a seguir:

Exemplo

Rutherford determinou o valor da constante de Avogadro estudando a série radioativa a seguir, na qual está indicado o modo de decaimento de cada nuclídeo.



Calcule a constante de Avogadro, sabendo que:

- 1 g de Ra produz $3,0 \cdot 10^{15}$ partículas α por dia na etapa I de desintegração.
- uma vez formado o Rn, este e os demais núclídeos que o sucedem se desintegram rapidamente até dar o último núclídeo (Pb) da série apresentada.
- as partículas α transformam-se em átomos de He.
- 1 g de Ra, considerando-se todas as etapas de desintegração, produz, em 80 dias, 0,40 mL de gás He, medido a 25 °C e 1 atm.

Dado: Volume molar dos gases a 25 °C e 1 atm = 25 L/mol.

Resolução

Se são $3 \cdot 10^{15}$ partículas α emitidas em um único dia na etapa I, nos 80 dias, considerando-se todas as etapas, teremos um total de $3 \cdot 10^{15} \cdot 80 \cdot 4 = 9,6 \cdot 10^{17}$ partículas α para 1 g de Ra.

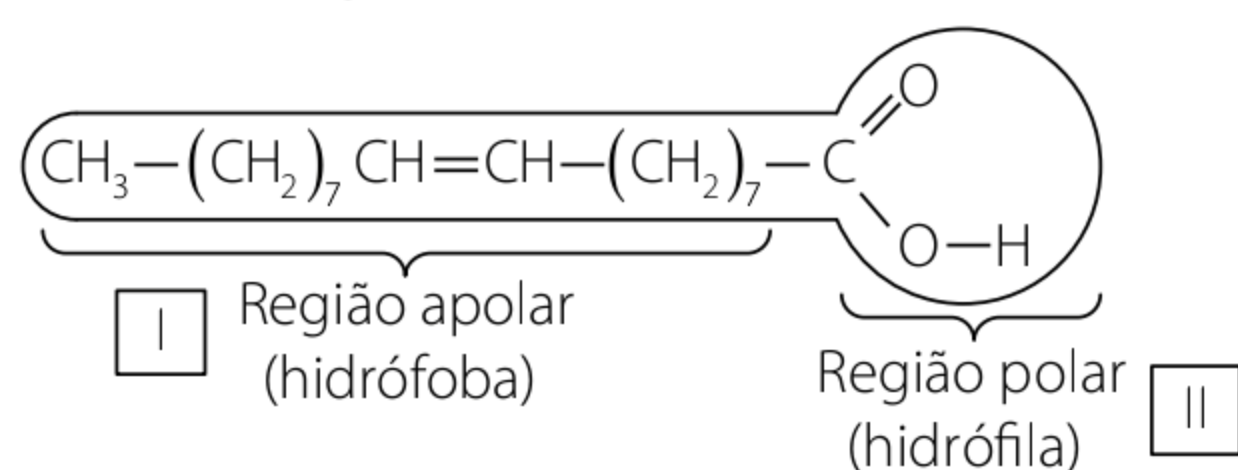
Cada partícula α gera um átomo de He, então teremos $9,6 \cdot 10^{17}$ átomos de He. Mas:

$$\begin{aligned} 1 \text{ mol} &: 25 \text{ L} \\ n_{\text{He}} &: 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ L} \Rightarrow n_{\text{He}} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \\ \text{Se } 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ mol} &: 9,6 \cdot 10^{17} \text{ partículas} \\ 1 \text{ mol} &: x \\ \boxed{x = 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} \end{aligned}$$

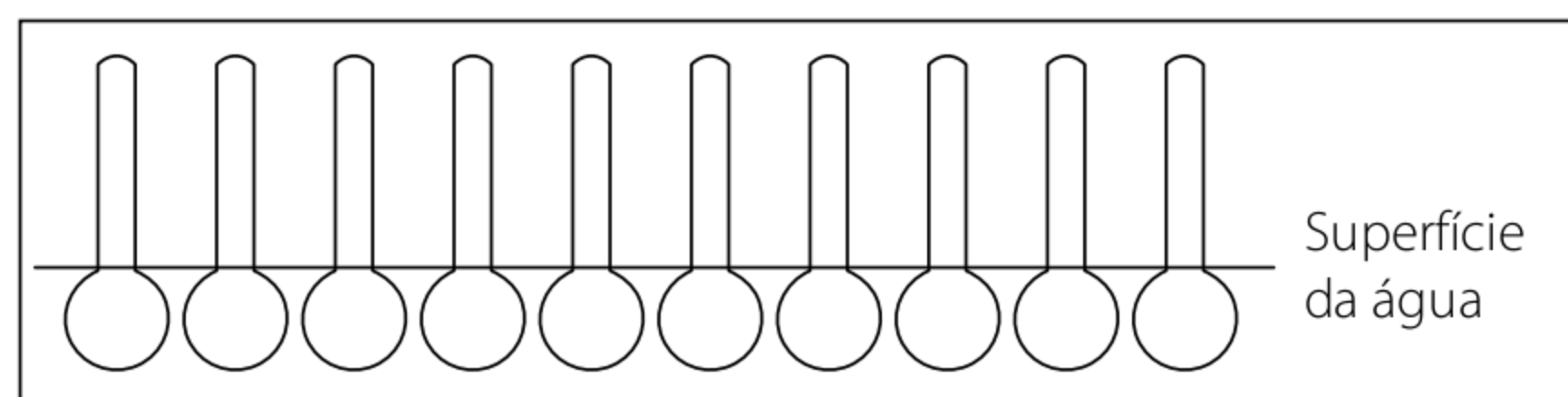
Observação: O grande inconveniente do método é o tempo de espera para a conclusão da experiência, que é de praticamente 3 meses.

3. Método da gota do ácido oleico

O ácido oleico ($\text{CH}_3(\text{CH}_2)_7\text{CH}=\text{CH}(\text{CH}_2)_7\text{COOH}$) é um ácido carboxílico de cadeia carbônica longa, denominado também de ácido graxo. Ele apresenta duas regiões bem distintas, como mostrado a seguir.

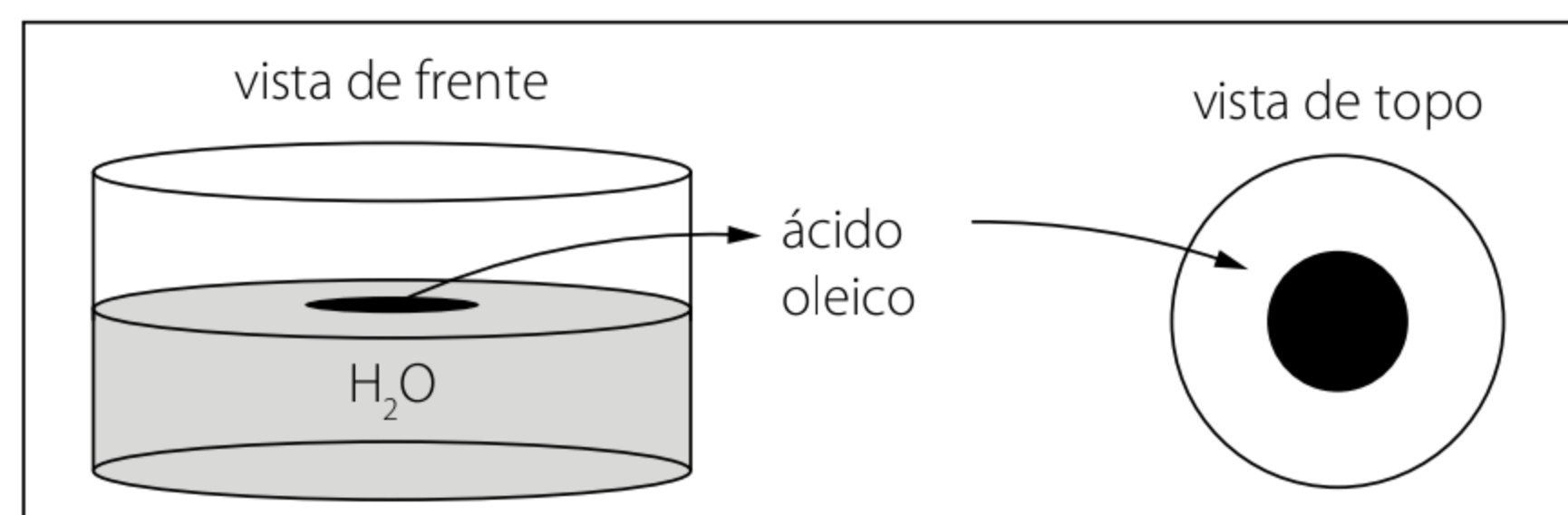


Com isso, suas interações com água só podem ocorrer pela região II, como mostra a figura a seguir.



Interações entre ácido oleico e água.

Se pingarmos uma gota de ácido oleico sobre a água, ela se espalha, formando uma monocamada de moléculas, como mostra a figura a seguir.



Disposição circular de uma gota de ácido linoleico sobre a água.

Imaginando, por simplicidade, que cada molécula ocupe um cubo, é bastante fácil calcularmos a constante de Avogadro, embora o método, na prática, tenha uma precisão muito baixa.

Veja:

Exemplo

Numa bandeja com água, espalha-se sobre a superfície um pó muito fino, que fica boiando. A seguir, no centro da bandeja, adiciona-se $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^3$ de um ácido orgânico (densidade $0,9 \text{ g/cm}^3$), insolúvel em água. Com a adição do ácido, forma-se imediatamente um círculo de 200 cm^2 na água, constituído por uma única camada de moléculas de ácido, arranjadas lado a lado; cada molécula delimita o espaço de um cubo.

- Qual o volume de uma única molécula de ácido, em cm^3 ?
- Qual o número de moléculas em 282 g (1 mol) de ácido oleico?

Resolução

$$\begin{aligned} \text{a) } V &= S_b \cdot h \Rightarrow V = 200 \text{ cm}^2 \cdot a \Rightarrow 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^3 = 200 \text{ cm}^2 \cdot a \\ a &= 8 \cdot 10^{-8} \text{ cm} \\ V_c &= a^3 \Rightarrow V_c = (8 \cdot 10^{-8} \text{ cm})^3 \Rightarrow \boxed{V_c = 512 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3} \end{aligned}$$

$$\text{b) } d = \frac{m}{V} \Rightarrow 0,9 = \frac{282}{V} \Rightarrow V = 313,3 \text{ cm}^3$$

Se 1 molécula : $512 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$ (do item a)

$$\begin{aligned} 1 \text{ mol} &: 313,3 \text{ cm}^3 \\ \boxed{1 \text{ mol} = 6,12 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}} \end{aligned}$$

1 Um composto x apresenta 38,71% de C, 16,13% de H e 45,16% de N. A velocidade de x é 0,254 da velocidade de difusão do hidrogênio. Determine a fórmula desse composto.

2 A análise elementar de um composto orgânico x revelou que 4 g desse composto contêm 1,548 g de C, 0,654 g de H e 1,806 g de N. Calcular a fórmula molecular de x, sabendo-se que a sua densidade de vapor em relação ao ar é 1,08.

3 A análise elementar de 0,564 g de um composto orgânico produziu 0,827 g de CO_2 e 0,336 g de $\text{H}_2\text{O}_{(v)}$. 0,402 g do composto depois de volatizado ocuparam o volume de 150 cm^3 nas CNTP. Qual a sua fórmula molecular?

4 A análise elementar quantitativa de um composto orgânico nitrogenado A forneceu o seguinte resultado: 0,365 g de A deram por combustão 0,66 g de CO_2 e 0,315 g de H_2O . 0,146 g de A deram por combustão $23,6 \text{ cm}^3$ de N_2 medidos a 14°C e 772 mmHg de pressão. A tensão de vapor-d'água a 14°C é 12 mm de Hg. O peso molecular de A é 73. Calcular a fórmula de A.

5 A análise de uma amostra de um composto orgânico mostrou que este continha C, H, N, O e Cl. Observou-se que a queima de uma amostra de 0,150 g do composto produziu 0,138 g de CO_2 e 0,0566 g de H_2O . Convertendo-se todo o nitrogênio de uma outra amostra de 0,200 g do composto em NH_3 , obteve-se 0,0238 g deste. Finalmente, o cloro, em uma amostra de 0,125 g do composto, foi convertido em Cl e precipitado como AgCl . O AgCl , quando seco, pesou 0,251 g. Qual a fórmula empírica do composto?

6 Inflamou-se uma amostra de 0,5000 g de ácido cítrico, que contém apenas C, H e O. Produziu 0,6871 g de CO_2 e 0,1874 g de H_2O . A massa molecular do composto é 192 u. Qual a sua fórmula molecular?

7 Uma amostra de 0,537 g de um composto orgânico que contém apenas carbono, hidrogênio e oxigênio foi queimada ao ar e produziu 1,030 g de CO_2 e 0,632 g de H_2O . Qual a fórmula empírica do composto?

8 A análise elementar de um composto formado apenas por carbono, hidrogênio, nitrogênio e oxigênio revelou que 76,7g desse composto produziram 114,4 g de CO_2 e 58,5 g de H_2O . Todo gás nitrogênio produzido a partir da queima de uma outra amostra de 29,5 g do mesmo composto foi coletado e obteve-se 5,6 L do gás, nas CNTP. Sabendo-se que a massa de uma molécula do composto é igual a $1,96 \cdot 10^{-22}\text{g}$, determine a fórmula molecular do composto analisado.

9 Que fórmulas empíricas dos cloretos de vanádio contêm 58,0%, 67,8% e 73,6% de cloro?

10 Qual é a fórmula empírica de um catalisador usado na polimerização do butadieno, se sua composição é 23,3% de Co, 25,3% de Mo e 51,4% de Cl.

11 Determine o composto que tem o maior percentual de arsênio em massa: Na_3AsO_4 , As_2O_3 ou As_2S_3 .

12 Durante uma autópsia, uma pequena quantidade de pó branco foi encontrada no interior da boca da vítima. A análise indicou que a massa molecular da substância estava na faixa de 210 u e que sua composição tinha 33,18% de sódio, 36% de arsênio, o restante sendo oxigênio. Qual é a fórmula e o nome do composto?

13 CICLO 2013 O tiofeno é um composto líquido à temperatura ambiente, formado por carbono, hidrogênio e enxofre. Uma amostra de tiofeno, com massa de 7,96 mg, entrou em combustão e formou 16,65 mg de CO_2 . Outra amostra de tiofeno foi submetida a uma série de reações que transformaram todo o enxofre do composto em sulfato de bário. Sabendo-se que 4,31 mg de tiofeno resultaram em 11,96 mg de BaSO_4 e que o valor da massa molar do tiofeno está compreendido entre 80 e 89 g/mol, determine a fórmula molecular desse composto.

14 CICLO 2015 Em 1885, o médico alemão Ludwig Brieger identificou um composto nitrogenado como um dos responsáveis pelo cheiro de putrefação: a cadaverina. Essa substância é uma das responsáveis pelo cheiro de fluidos corporais, como a urina, cheiro de manteiga rançosa, mau hálito, dentre outros odores. A fim de se determinar a fórmula molecular da cadaverina, tomou-se uma amostra de 3,57mg dessa substância. Tal amostra foi queimada em uma corrente de oxigênio seco, formando 7,7mg de CO_2 e 4,41mg de H_2O . A seguir, uma amostra de 7,65mg de cadaverina foi submetida a uma série de reações que transformaram todo o nitrogênio do composto em ácido nítrico, resultando em 9,45mg de HNO_3 . Sabendo que a cadaverina é composta apenas por átomos de C, H e N, e que sua densidade a 187°C e 1 atm – condições nas quais a substância pode ser considerada um gás ideal – é igual a 2,7g/L, determine sua fórmula molecular.

15 Um sal cristalino hidratado tornou-se anidro, perdendo 45,6% no processo. A composição percentual do sal anidro é: Al = 10,5%; K = 15,1%; S = 24,8% e O = 49,6%. Determine a fórmula empírica do sal em sua forma anidra e em sua forma hidratada.

GABARITO

- | | |
|--|---|
| <p>1. CH_5N</p> <p>2. CH_5N</p> <p>3. $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$</p> <p>4. $\text{C}_3\text{H}_7\text{NO}$</p> <p>5. $\text{C}_3\text{H}_6\text{NOCl}_2$</p> <p>6. $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7$</p> <p>7. $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$</p> <p>8. $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{N}_2\text{O}_2$</p> | <p>9. $\text{VCl}_2, \text{VCl}_3, \text{VCl}_4$</p> <p>10. $\text{Co}_3\text{Mo}_2\text{Cl}_{11}$</p> <p>11. As_2O_3</p> <p>12. Na_3AsO_4, arsenato de sódio.</p> <p>13. $\text{C}_4\text{H}_4\text{S}$</p> <p>14. $\text{C}_5\text{H}_{14}\text{N}_2$</p> <p>15. KAlS_2O_8 e $\text{KAlS}_2\text{O}_8 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$</p> |
|--|---|

SÉRIE 2 CRISTALOGRAFIA E CONSTANTE DE AVOGADRO

1 Mostre que o fator de empacotamento de CFC é o mesmo de HC, calculando esse valor para ambos.

2 Um metal X se cristaliza na forma CCC. Sua massa molar vale 50 g/mol, e sua densidade vale 10 g/cm³. Sabendo que a aresta de seu cubo vale 2,55 Å, Calcule a constante de Avogadro.

3 O mesmo metal X, se cristalizasse na estrutura CFC, com aresta de cubo valendo 4 Å, teria qual erro relativo na determinação da constante de Avogadro?

4 Qual o valor da aresta de um cubo do tipo CS, para um metal de massa molar 60 g/mol e densidade 8 g/cm³?

5 Uma substância iônica XY cristaliza na forma CFC. XY tem massa molar de 66 g/mol e densidade 3 g/cm³. Qual a distância entre os núcleos de X e Y?

6 Um metal que cristaliza na forma CCC, com massa molar 40 g/mol, tem a aresta de seu cubo valendo 2 Å. Qual a densidade do metal?

7 Se a distância entre dois átomos de X é de 3 Å no HC, qual o valor da altura do prisma?

8 Calcule o fator de empacotamento da estrutura CCC.

9 A densidade do KCl é 1,9893 g/cm³ e o comprimento da aresta da célula unitária é 6,29082 Å, determinada por difração de raios-X. Calcule o valor da constante de Avogadro.
Dados: K=39; Cl=35,5

10 A prata cristaliza na forma cúbica de face centrada. A densidade da prata é 10,5g/cm³. Calcule o tamanho da aresta da célula unitária, em picômetros.

11 O ferro cristaliza em uma estrutura CCC. O raio atômico do ferro é 124 pm. Determine:

- o número de átomos por célula unitária;
- o número de coordenação do retículo;
- o comprimento da aresta da célula unitária.

12 Calcule a densidade de cada um dos seguintes metais a partir das informações dadas:

- alumínio (estrutura CFC, raio atômico 143 pm);
- potássio (estrutura CCC, raio atômico 227 pm).

13 A densidade do ródio é 12,42 g.cm⁻³ e seu raio atômico é 134 pm. O metal cristaliza na forma CFC ou CCC?

14 CICLO 2011 Em uma experiência com difração de raio-X, foi-se determinar a constante de Avogadro. Para tanto, tomou-se um composto iônico XY que se agrupa em uma estrutura cúbica de face centrada (CFC). A massa molar do composto é de 60 g/mol e sua densidade é de 4 g/cm³. A difração de raio-X forneceu o valor de 2,5 Å para a distância entre X e Y. Qual o erro percentual cometido na determinação da constante de Avogadro, em relação ao valor real da constante?

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| A 10 % | C 30 % | E 50 % |
| B 20 % | D 40 % | |

15 CICLO 2012 Considere as afirmações:

- Em uma estrutura cristalina cúbica, o número de átomos inteiros contidos na estrutura (x) é dado por $x = \frac{a^3 d}{M \cdot 6 \cdot 10^{23}}$, em que a é a aresta do cubo, d é a densidade do metal e M é a sua massa molar.
- No processo eletroquímico de determinação do número de Avogadro (N_{av}) temos que $N_{av} = \frac{Mit}{mv \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}$, em que M é a massa molar do material depositado, i é a corrente que passa pelo circuito, t é o tempo de funcionamento da eletrólise, m é a massa do material depositado e v a sua valência.
- Na estrutura hexagonal compacta, o fator de empacotamento é o mesmo da estrutura cúbica de face centrada.

São corretas:

- | | | |
|--------------------|--------------------------|----------------|
| A apenas I | C apenas III | E todas |
| B apenas II | D apenas II e III | |

16 CICLO 2013 A 25 °C e 1 atm, o ferro apresenta estrutura cristalina cúbica de corpo centrado e é conhecido como ferro- α . À mesma pressão e entre 912 °C e 1 394 °C, o ferro passa a ter um arranjo cúbico de face centrada, conhecido como ferro- γ . Tal fenômeno é conhecido na ciência dos materiais como polimorfismo. As seguintes afirmações são feitas a respeito das estruturas cristalinas do ferro:

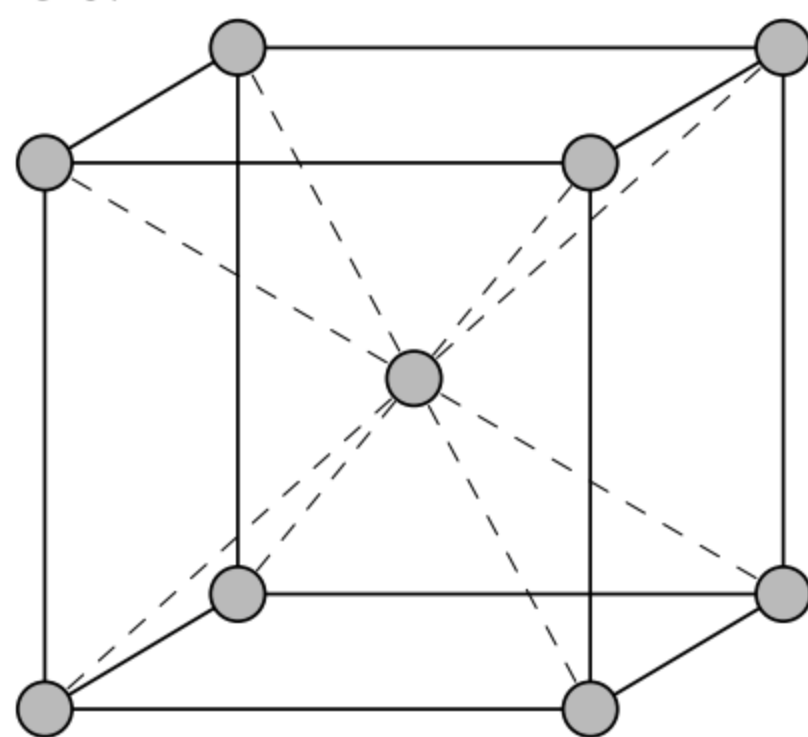
- O número de coordenação da estrutura cristalina do ferro- γ é maior do que o número de coordenação da estrutura cristalina do ferro- α .
- O fator de empacotamento atômico teórico para o ferro- γ é aproximadamente 8,8% maior do que aquele calculado para o ferro- α .
- A densidade do ferro pode ser calculada de acordo com a seguinte relação: $d = \frac{n \cdot A}{N_{av} \cdot V_c}$, em que A é a massa molar do ferro, n é o número de átomos por célula unitária, N_{av} é a constante de Avogadro e V_c é o volume da célula unitária.

São corretas:

- A** I, apenas. **C** I e III, apenas. **E** I, II e III.
B II, apenas. **D** II e III, apenas.

17 CICLO 2013 Assinale a alternativa que contém as afirmações verdadeiras.

- O espectrômetro de massa, aparelho inventado no início do século XX com base em conceitos de óptica, permitiu a descoberta de isótopos estáveis de diversos elementos químicos.
- O valor de 1 u, em gramas, é de $1,66 \cdot 10^{-24}$ o que corresponde exatamente à massa de um próton ou de um nêutron.
- O número de átomos mais próximos de certo átomo em uma estrutura cristalina é denominado número de coordenação. Assim, para a célula unitária da estrutura cristalina do ferro que está representada na figura a seguir, o número de coordenação é 8.



- A** Apenas I. **C** Apenas II e III. **E** I, II e III.
B Apenas I e II. **D** Apenas III.

18 CICLO 2013 A constante de Avogadro foi determinada pela primeira vez em 1865, por meio de estudos conduzidos por Josef Loschmidt, com base na teoria cinética dos gases. Após esse experimento, muitos outros surgiram ao final do século XIX e início do século XX. Um método experimental de destaque para a determinação da constante de Avogadro foi o eletroquímico.

- Na determinação da constante de Avogadro pelo Método Eletroquímico, estabeleça uma relação válida entre a massa do metal depositado no eletrodo, a valência deste metal, a sua massa molar, a corrente elétrica e o tempo de duração da eletrólise, sabendo-se que a carga elementar é $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$.
- Para a eletrodeposição do zinco, cuja reação de redução é representada por $\text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Zn}^0$, obteve-se um erro experimental de 18,55% na determinação da constante de Avogadro. O valor experimental – inferior ao da verdadeira constante – foi obtido aplicando-se uma corrente elétrica contínua e constante de 50 mA à cuba eletrolítica durante 32 minutos. Pergunta-se: qual o ganho de massa, em mg, do eletrodo em que se deposita o zinco metálico?

19 CICLO 2014 Analise as afirmações a seguir:

- Sabendo que a densidade do composto iônico XY (massa molar $60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) é de $3,2 \text{ g/cm}^3$, e que o composto cristaliza na forma de CFC, então a distância entre os íons X^+ e Y^- é de $2,5 \text{ \AA}$.
- Em uma estrutura hexagonal compacta, formada por átomos de um único metal, em que a distância entre dois átomos é de $4 \text{ \AA}$ a altura do prisma da célula unitária é de $\frac{8\sqrt{6}}{3} \text{ \AA}$.
- A estrutura cristalina hexagonal compacta e a cúbica de corpo centrado têm o mesmo número de coordenação e o mesmo fator de empacotamento.

Está (ão) correta(s):

- A** apenas I. **C** apenas III. **E** todas.
B apenas II. **D** apenas I e II.

20 A estrutura do CsCl ocorre em todos os haletos de alcalis apenas quando o raio do cátion é suficientemente grande, conseguindo impedir que os ânions vizinhos mais próximos se toquem. Qual é o valor mínimo da razão entre o raio do cátion e o raio do ânion (r^+/r^-) necessária para impedir esse contato?

GABARITO

- | | | | |
|--|-----------------------|---------------------------|----------------------------|
| 1. 74,04% | 3. 47,8% | 5. $2,63 \text{ \AA}$ | 7. $2\sqrt{6} \text{ \AA}$ |
| 2. $6 \cdot 10^{23}$ | 4. $2,32 \text{ \AA}$ | 6. $16,67 \text{ g/cm}^3$ | |
| 8. 68,01% | | | |
| 9. $6,02 \cdot 10^{23}$ | | 10. 408,9 pm. | |
| 11. a) 2; b) 8; c) 286 pm. | | | |
| 12. a) $2,72 \text{ g/cm}^3$ b) $0,89 \text{ g/cm}^3$. | | | |
| 13. CFC | | | |
| 14. B | 15. D | 16. E | 17. D |
| 18. a) $\frac{M}{m} = \frac{v \cdot N_{av} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{i \cdot t}$; | | b) 40 mg. | |
| 19. 19.D | | | |
| 20. $\sqrt{3} - 1$ | | | |

Módulo 1 - Química

CONSTANTES

Constante de Avogadro	$= 6,02 \times 10^{23} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante de Faraday (F)	$= 9,65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$
	$= 9,65 \times 10^4 \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{mol}^{-1}$
	$= 9,65 \times 10^4 \text{ J} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Volume molar de gás ideal	$= 22,4 \text{ L (CNTP)}$
Carga elementar	$= 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R)	$= 8,21 \times 10^{-2} \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
	$= 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
	$= 1,98 \text{ cal} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
	$= 62,4 \text{ mmHg} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante gravitacional (g)	$= 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante de Planck (h)	$= 6,626 \times 10^{-34} \cdot \text{m}^2 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$
Velocidade da luz no vácuo	$= 3,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

DEFINIÇÕES

Pressão de 1 atm = 760 mmHg = 101 325 N m⁻² = 760 Torr

1 J = 1 N m = 1 kg m² s⁻² ln 2 = 0,693

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP):

0 °C e 760 mmHg

Condições ambientes: 25 °C e 1 atm.

Condições-padrão: 1 bar; concentração das soluções = 1 mol L⁻¹ (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (ℓ) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso.

(CM) = circuito metálico. (conc) = concentrado.

(ua) = unidades arbitrárias.

[X] = concentração da espécie química X em mol L⁻¹.

MASSAS MOLARES

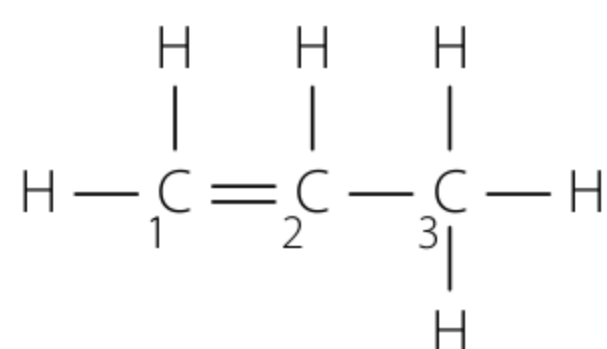
Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g · mol ⁻¹)
H	1	1,01
He	2	4,00
Be	4	9,01
B	5	10,81
C	6	12,01
N	7	14,01
O	8	16,00
F	9	19,00
Na	11	22,99
Mg	12	24,31
Al	13	26,98
Si	14	28,09
P	15	30,97
S	16	32,06

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g · mol ⁻¹)
Cl	17	35,45
K	19	39,10
Cr	24	52,00
Mn	25	54,94
Fe	26	55,85
Ni	28	58,69
Cu	29	63,55
Zn	30	65,38
Br	35	79,90
Pd	46	106,42
Ag	47	107,87
Xe	54	131,30
Pt	78	195,08
Hg	80	200,59

MÓDULOS ITA / IME

FRENTE 1 – ITA

1 ITA 1991 Em relação à molécula esquematizada abaixo, são feitas as seguintes afirmações:



- Entre os átomos de carbono 1 e 2 existe uma ligação sigma.
- Entre os átomos de carbono 1 e 2 existe uma ligação pi.

- Entre os átomos de carbono 1 e 2 existem duas ligações sigma.
- Entre os átomos de carbono 1 e 2 existem duas ligações pi.
- Todas as ligações entre os átomos de carbono e hidrogênio são ligações sigma.

Dentre as afirmações feitas estão corretas apenas:

- I e II
- I e III
- II, III e V
- I, III e V
- II, IV e V

2 ITA 1994 Gás natural, um recurso energético cada vez mais importante no mundo, tem sido apontado como um combustível “limpo” porque sua combustão produziria menos poluentes atmosféricos do que outros combustíveis fósseis, por exemplo, os derivados de petróleo. Dentre as opções abaixo, contendo afirmações relacionadas com a combustão do gás natural, assinale a única que contém a afirmação correta.

A queima do gás natural:

- A** não produz dióxido de carbono.
- B** não produz monóxido de carbono, mesmo em condições que favorecem combustão incompleta.
- C** produz apenas água, se as condições de combustão forem adequadamente ajustadas.
- D** praticamente não produz dióxido de enxofre, se o gás for purificado previamente.
- E** praticamente produz nitrogênio, se as condições de combustão forem rigorosamente ajustadas.

3 ITA 1998 Nas condições ambientes, misturam-se 100 mL de n-hexano (C_6H_{14}) com 100 mL de n-heptano (C_7H_{16}). Considere as seguintes afirmações em relação ao que irá ocorrer:

- I. Formação de uma mistura bifásica.
- II. Produção de um polímero com fórmula mínima $C_{13}H_{30}$.
- III. Formação de uma mistura homogênea de vários hidrocarbonetos com cadeias menores.
- IV. Produção de um polímero com fórmula mínima $C_{13}H_{28}$ e liberação de H_2 gasoso.
- V. Produção de efeito térmico comparável àquele produzido na formação de 100 mL de C_6H_{14} a partir de $H_{2(g)}$ e C(grafite).

Qual das opções abaixo contém apenas a(s) afirmação(ões) CORRETA(S)?

- A** I
- B** I, IV e V
- C** II
- D** III e IV
- E** Nenhuma das afirmações está correta

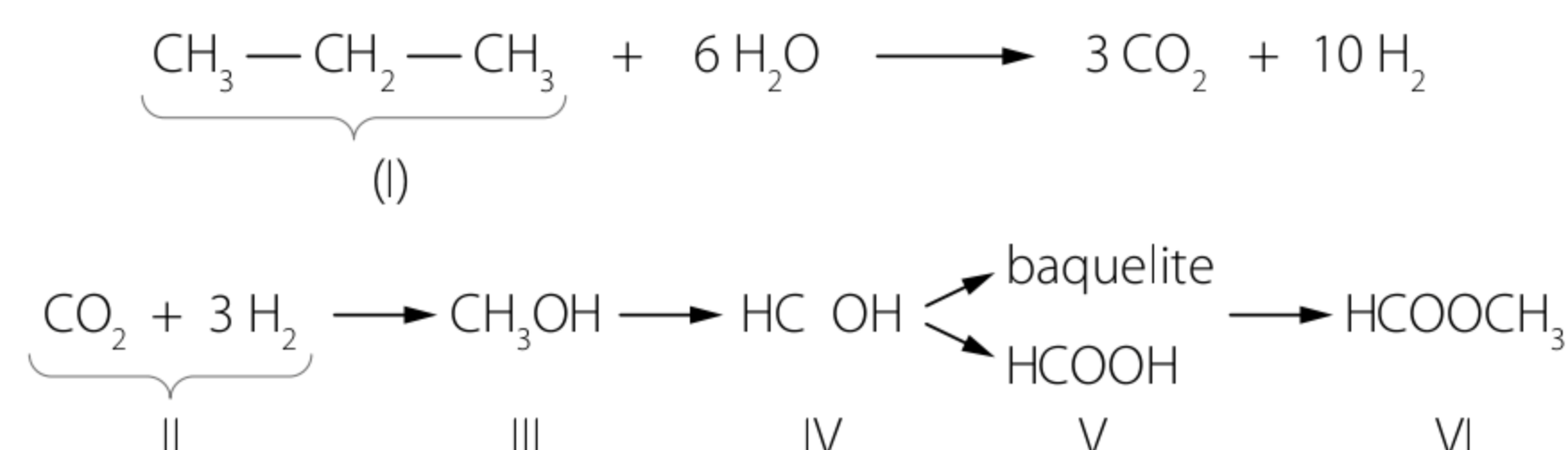
4 ITA 2001 Considere as afirmações abaixo, relativas a hidrocarbonetos normais e saturados na temperatura de 25 °C e pressão de 1 atm.

- I. O estado físico mais estável de hidrocarbonetos contendo de 1 a 4 átomos de carbono é o gasoso.
- II. O estado físico mais estável de hidrocarbonetos contendo de 5 a 12 átomos de carbono é o líquido.
- III. O estado físico mais estável de hidrocarbonetos contendo de 25 a 50 átomos é o sólido cristalino.
- IV. Hidrocarbonetos contendo de 25 a 50 átomos de carbono são classificados como parafina.
- V. Hidrocarbonetos contendo de 1 000 a 3 000 átomos de carbono são classificados como polietilenos.

Das afirmações feitas, estão corretas:

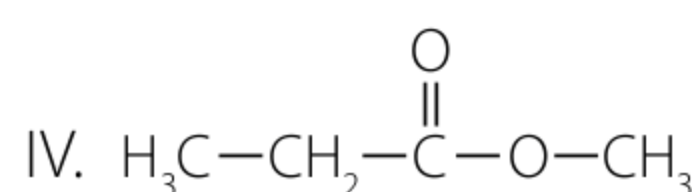
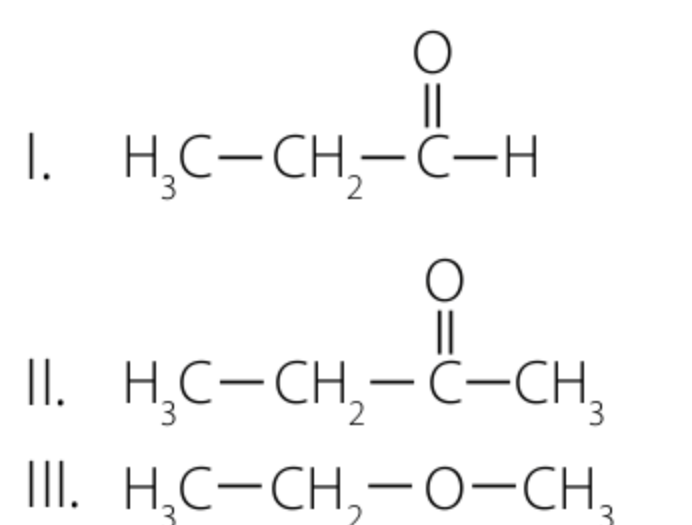
- A** apenas I, II, IV e V.
- B** apenas I, II e V.
- C** apenas III, IV e V.
- D** apenas IV e V.
- E** todas.

5 ITA 1985 Considere a seguinte sequência esquemática de reações:



Quais os nomes dos compostos I, III, IV, V e VI?

6 ITA 1991 Considere as seguintes substâncias:



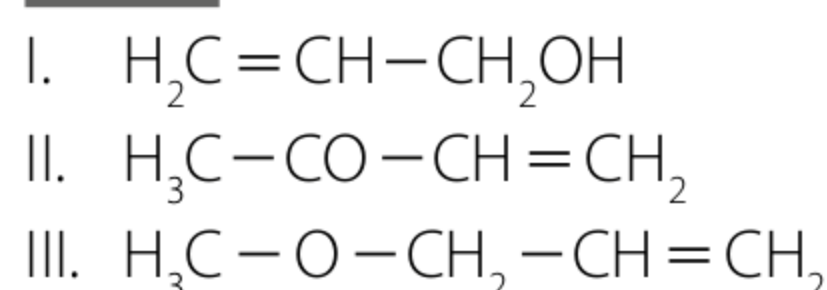
e as seguintes funções químicas:

- a) ácido carboxílico
- b) álcool
- c) aldeído
- d) cetona
- e) éster
- f) éter

A opção que associa corretamente as substâncias com as funções químicas é:

- A** Id; IIc; IIIe; IVf
- B** Ic; IId; IIIe; IVa
- C** Ic; IId; IIIf; IVe
- D** Id; IIc; IIIf; IVe
- E** Ia; IIc; IIIe; IVd

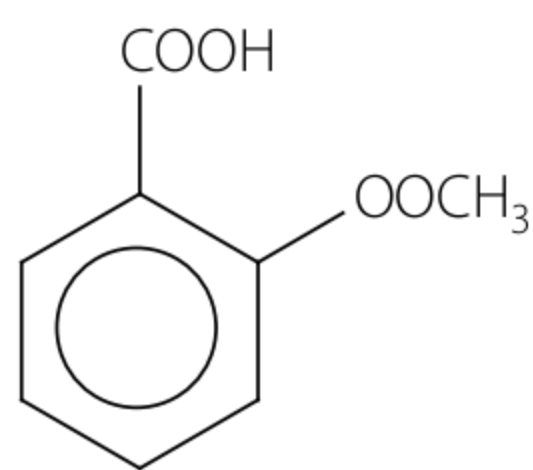
7 ITA 1994 Considere:



Os compostos I, II e III são, respectivamente, exemplos de:

- A** hidrocarboneto, éter, cetona.
- B** álcool, cetona, éter.
- C** hidrocarboneto, cetona, éster.
- D** álcool, éster, hidrocarboneto.
- E** hidrocarboneto, éster, éter.

8 ITA 1996 Sabemos que o analgésico sintetizado por A. Bayer tem fórmula estrutural mostrada abaixo:

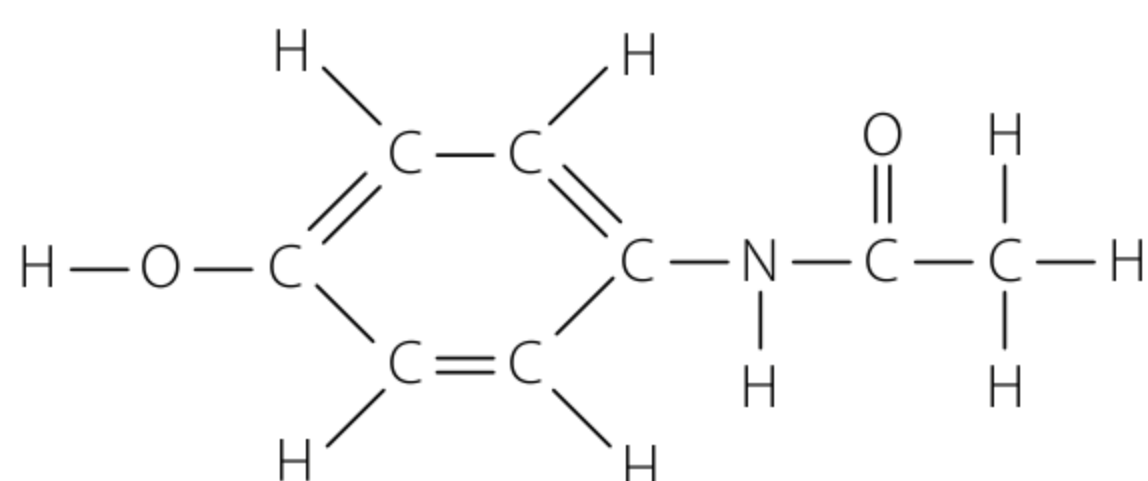


Em relação à constituição deste composto, qual das opções abaixo contém a afirmação errada?

Este composto contém:

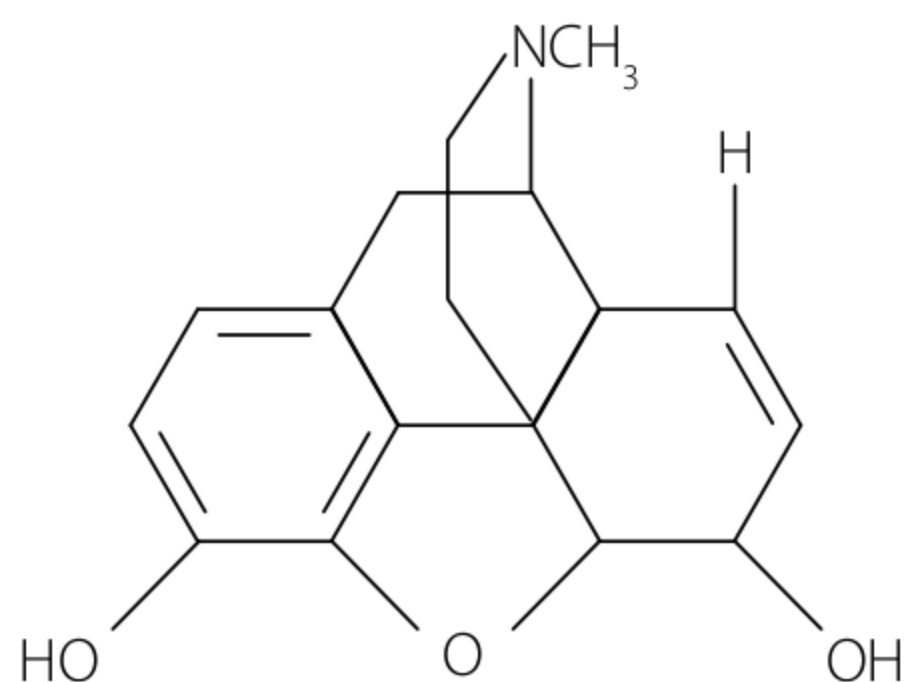
- A** Um grupo carboxila.
- B** Um anel aromático e um grupo carboxila.
- C** Um grupo éter e um anel aromático.
- D** Um grupo éster e um grupo carboxila.
- E** Um anel aromático, um grupo éster e um grupo carboxila

9 ITA 1997 Em relação ao paracetamol, que é um analgésico muito consumido, cuja fórmula é:



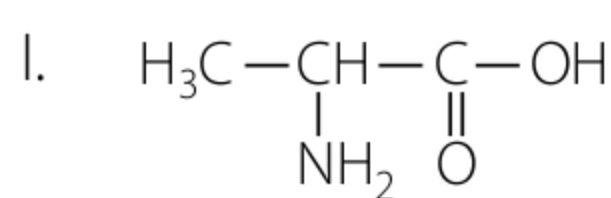
- a) Quais os grupos funcionais presentes no paracetamol?
- b) Quais os tipos de hibridização de cada um dos oito átomos de carbono do paracetamol?
- c) Quantas e quais são as ligações sigma e pi presentes no paracetamol?

10 ITA 2004 A estrutura molecular da morfina está representada abaixo. Assinale a opção que apresenta dois dos grupos funcionais presentes nesta substância.



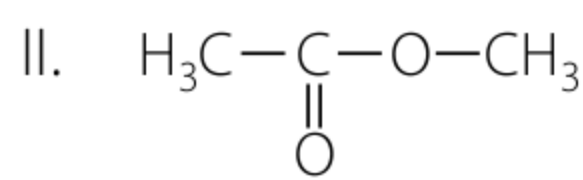
- A** Álcool e éster.
- B** Amina e éter.
- C** Álcool e cetona.
- D** Ácido carboxílico e amina.
- E** Amida e éster.

11 ITA 1987 Associe a cada composto, à esquerda, a sua função química correspondente, escolhida entre as dadas à direita:



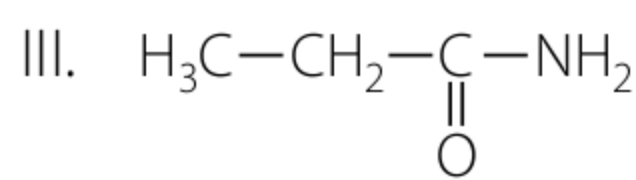
a) Ácido dicarboxílico

b) Amida



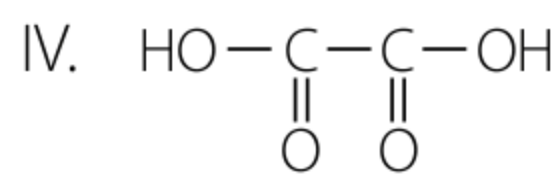
c) Amina

d) Aminoácido



e) Aminocetona

f) Diketodialcool



g) Cetona

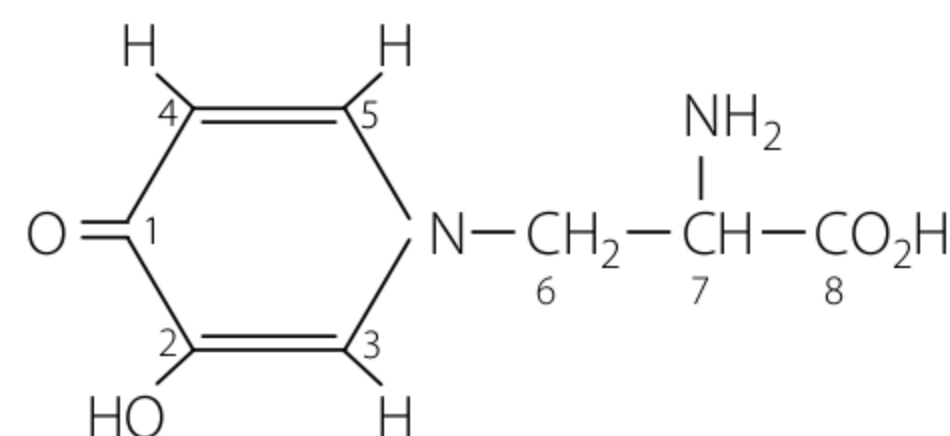
h) Éster



i) Hidroxialdeído

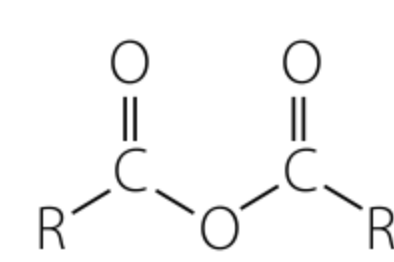
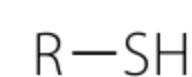
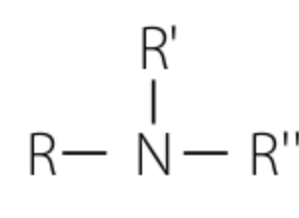
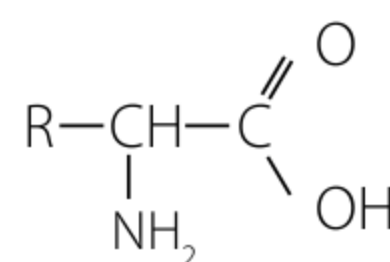
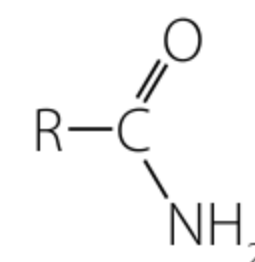
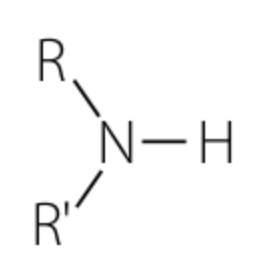
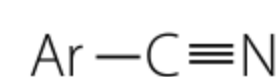
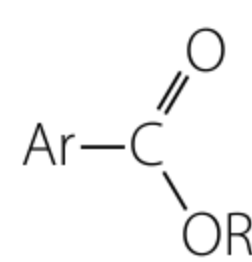
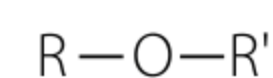
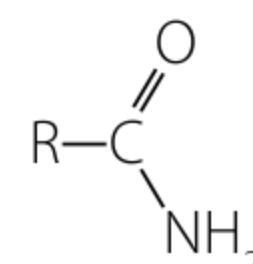
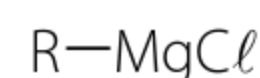
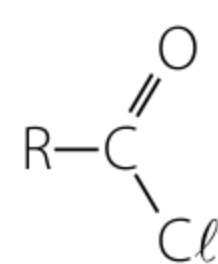
	I	II	III	IV	V
A	a	f	h	i	c
B	d	g	b	a	e
C	e	h	d	g	b
D	e	f	c	i	b
E	d	h	b	a	c

12 ITA 2002 Um produto natural encontrado em algumas plantas leguminosas apresenta a seguinte estrutura:



- a) Quais são os grupos funcionais presentes nesse produto?
- b) Que tipo de hibridização apresenta cada um dos átomos de carbono dessa estrutura?
- c) Quantas são as ligações sigma e pi presentes nessa substância?

13 ITA 1988 Assinale a opção que contém a afirmação correta relativa às funções orgânicas representadas abaixo, onde R, R' e R'' são grupos alquila e Ar um grupo aromático.



(IX)

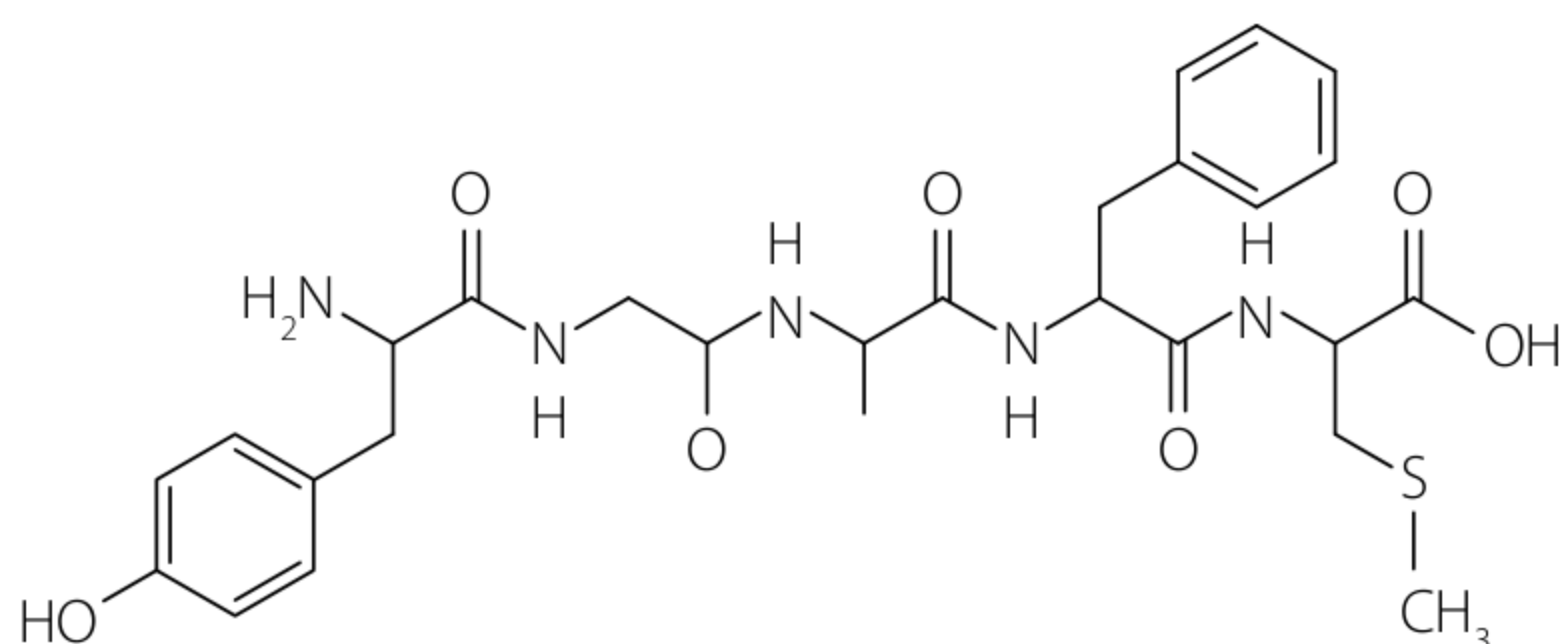
(X)

(XI)

(XII)

- A** IV - éter; X - amida; XI - tioálcool; IX - aminoácido
B VII - amina primária; II - composto de Grignard; V - éster; VIII - ácido carboxílico
C II - haleto de alquila; V - éster; IX - aminoácido; XI - tioálcool
D XII - ácido dicarboxílico; V - éster; IV - éter; VIII - ácido carboxílico
E III - amida; VI - nitrila; XII - anidrido; I - haleto de acila

14 ITA 2007 O composto mostrado abaixo é um tipo de endorfina, um dos neurotransmissores produzidos pelo cérebro.



- a) Transcreva a fórmula estrutural da molécula.
 b) Circule todos os grupos funcionais.
 c) Nomeie cada um dos grupos funcionais circulados.

15 ITA 2007 Em junho deste ano, foi noticiado que um caminhão transportando cilindros do composto t-butil mercaptana (2-metil-2-propanotiol) tombou na Marginal Pinheiros – cidade de São Paulo. Devido ao acidente, ocorreu o vazamento da substância. Quando adicionada ao gás de cozinha, tal substância fornece-lhe um odor desagradável. Assinale a opção que indica a fórmula molecular CORRETA desse composto.

- A** $(\text{CH}_3)_3\text{CNH}_2$
B $(\text{CH}_3)_3\text{CSH}$
C $(\text{CH}_3)_3\text{CNHCH}_3$
D $(\text{CH}_3)_3\text{CCH}_2\text{NH}_2$
E $(\text{CH}_3)_3\text{CSCH}_2\text{OH}$

16 ITA 1990 Entre os solutos abaixo assinale aquele que, quando dissolvido em água, a 25 °C, confere à sua solução milimolar a maior condutividade elétrica.

- A** Etanol
B Iodeto de etila
C Etilamina
D Amônia
E Cloreto de tetrametilamônio

17 ITA 1990 Uma solução aquosa de etilamina conduz eletricidade? Justifique.

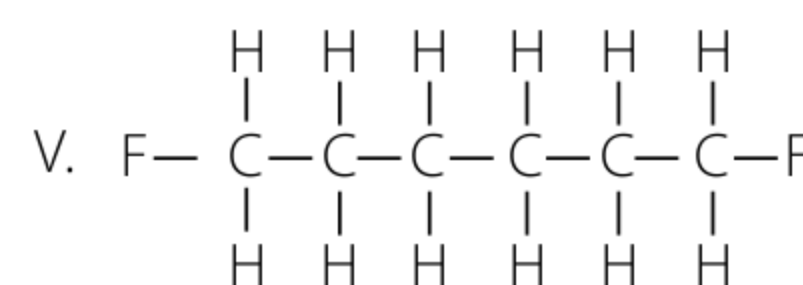
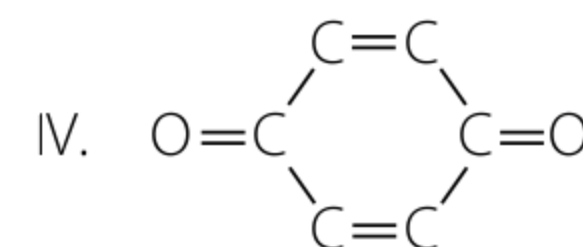
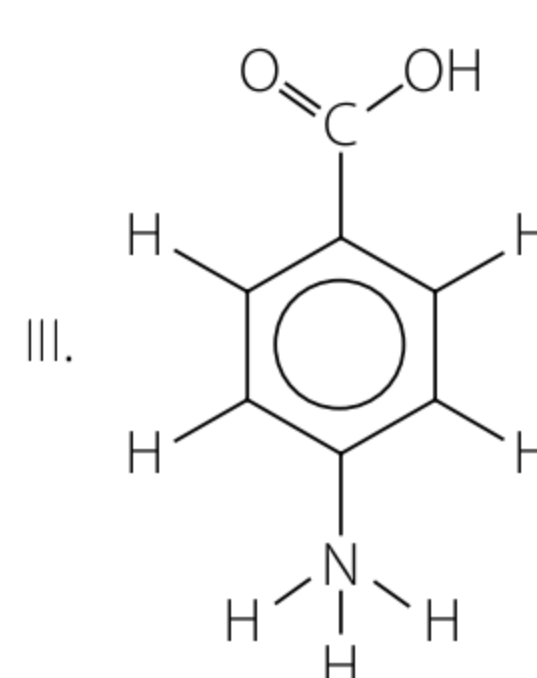
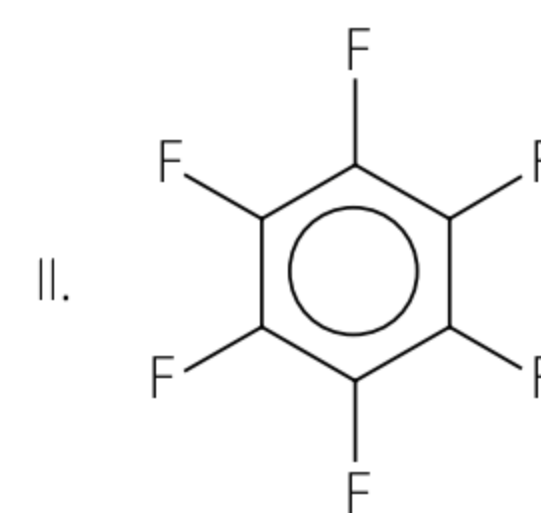
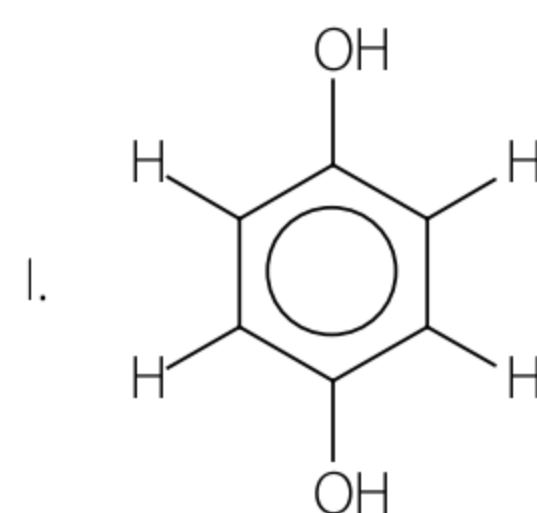
18 ITA 1995 Assinale a alternativa que contém a afirmação falsa em relação à comparação das propriedades do 1-propanol com o 1-butanol.

- A** A temperatura de ebulição do 1-butanol é maior.
B Na mesma temperatura, a pressão de vapor do 1-propanol é maior.
C Nas mesmas condições de operação, a volatilidade do 1-butanol é maior.
D O 1-propanol é mais solúvel em água.
E O 1-butanol é mais solúvel em n-hexano.

19 ITA 1998 Em um recipiente contendo dois litros de água acrescentam-se uma colher de sopa de óleo de soja e 5 (cinco) gotas de um detergente de uso caseiro. É correto afirmar que, após a agitação da mistura:

- A** Deve resultar um sistema monofásico.
B Pode se formar uma dispersão coloidal.
C Obtém-se uma solução supersaturada.
D A adição do detergente catalisa a hidrólise do óleo de soja.
E O detergente reage com o óleo formando espécies de menor massa molecular.

20 ITA 1998 Qual das substâncias abaixo (I a V), nas condições ambientes e sob iluminação branca, terá uma tonalidade mais intensa na sua cor?



- A** I
B II
C III
D IV
E V

21 ITA 1999 Assinale a opção correta em relação à comparação da temperatura de ebulição dos seguintes pares de substâncias:

- A** éter dimetílico > etanol; propanona > ácido etanoico; naftaleno < benzeno.
- B** éter dimetílico < etanol; propanona < ácido etanoico; naftaleno > benzeno.
- C** éter dimetílico > etanol; propanona < ácido etanoico; naftaleno > benzeno.
- D** éter dimetílico > etanol; propanona > ácido etanoico; naftaleno > benzeno.
- E** éter dimetílico < etanol; propanona < ácido etanoico; naftaleno < benzeno.

22 ITA 2001 Assinale a alternativa errada relativa à comparação do ponto de ebulição de algumas substâncias orgânicas.

- A** A etilamina tem ponto de ebulição maior que o do éter metílico.
- B** O n-butanol tem ponto de ebulição maior que o do n-pentano.
- C** O éter metílico tem ponto de ebulição maior que o do etanol.
- D** O etanol tem ponto de ebulição maior que o do etanal.
- E** O butanol tem ponto de ebulição maior que o do éter etílico.

23 ITA 2003 Qual das substâncias abaixo apresenta o menor valor de pressão de vapor saturante na temperatura ambiente?

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------------|--|
| A CCl_4 | C C_2Cl_6 | E $\text{C}_2\text{H}_5\text{Cl}$ |
| B CHCl_3 | D CH_2Cl_2 | |

24 ITA 2007 Assinale a opção que indica a substância que, entre as cinco, apresenta a maior temperatura de ebulição à pressão de 1 atm.

- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| A H_3CCHO | C H_3CCONH_2 | E $\text{H}_3\text{CCOOCH}_3$ |
| B H_3CCOCH_3 | D H_3CCOOH | |

25 ITA 1999 Considere os seguintes álcoois.

- I. Etanol
- II. n-Propanol
- III. n-Butanol
- IV. n-Pentanol
- V. n-Hexanol

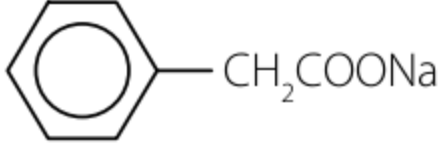
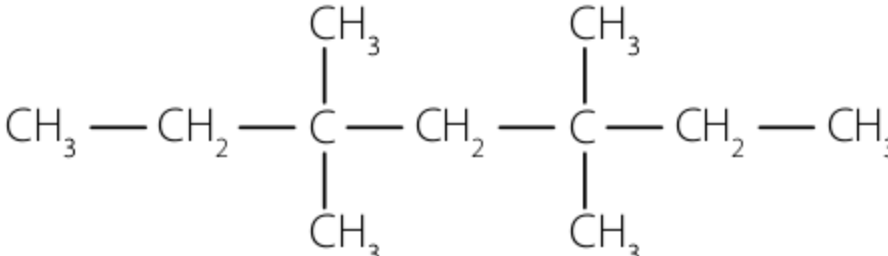
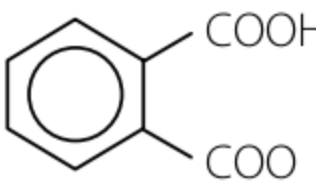
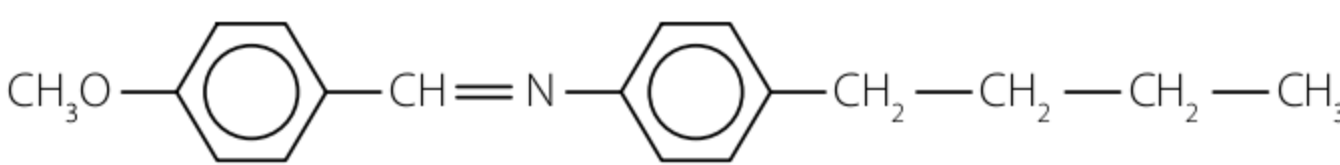
Assinale a opção correta em relação à comparação das solubilidades em água, a 25 °C, dos seguintes álcoois:

- A** etanol > n-propanol > n-butanol > n-pentanol > n-hexanol.
- B** etanol $\cong$ n-propanol > n-butanol > n-pentanol > n-hexanol.
- C** etanol $\cong$ n-propanol > n-butanol $\cong$ n-pentanol > n-hexanol.
- D** etanol > n-propanol > n-butanol > n-pentanol < n-hexanol.
- E** etanol < n-propanol < n-butanol < n-pentanol < n-hexanol.

26 ITA 2002 Um béquer de 500 mL contém 400 mL de água pura a 25 °C e 1 atm. Uma camada fina de talco é espalhada sobre a superfície da água, de modo a cobri-la totalmente.

- a) O que deverá ser observado quando uma gota de detergente é adicionada na região central da superfície da água coberta de talco?
- b) Interprete o que deverá ser observado em termos das interações físico-químicas entre as espécies.

27 ITA 2006 Assinale a opção que apresenta a substância que pode exibir comportamento de cristal líquido, nas condições ambientes.

- A** 
- B** 
- C** 
- D** 
- E** $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{OH}$

28 ITA 2007 Realizaram-se testes de solubilidade de pequenas porções de compostos orgânicos constituídos de cinco átomos de carbono, denominados de A, B, C, D e E. São fornecidos os seguintes resultados dos testes de solubilidade em vários solventes:

- Teste 1. Os compostos A, B, C, D e E são solúveis em éter etílico.
- Teste 2. Somente os compostos B, C e D são solúveis em água pura.
- Teste 3. Somente os compostos B, C e E são solúveis em uma solução aquosa diluída de hidróxido de sódio.
- Teste 4. Somente os compostos D e E são solúveis em uma solução aquosa diluída de ácido clorídrico.

Considere que sejam feitas as seguintes identificações:

- I. O composto A é o n-pentano.
- II. O composto B é o 1-pentanol.
- III. O composto C é o propionato de etila.
- IV. O composto D é a pentilamina.
- V. O composto E é o ácido pentanóico.

Então, das identificações acima, estão ERRADAS

- A** apenas I, II e IV.
- B** apenas I, III e IV.
- C** apenas II e IV.
- D** apenas III e V.
- E** apenas IV e V.

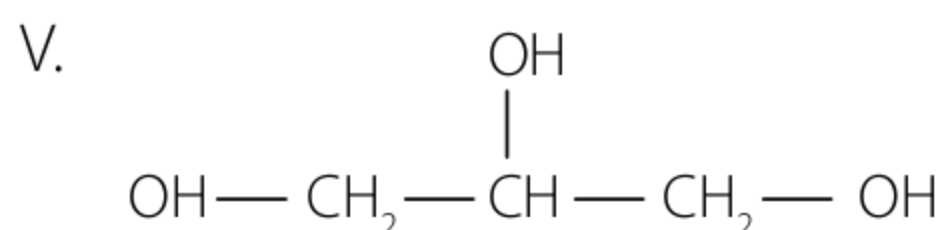
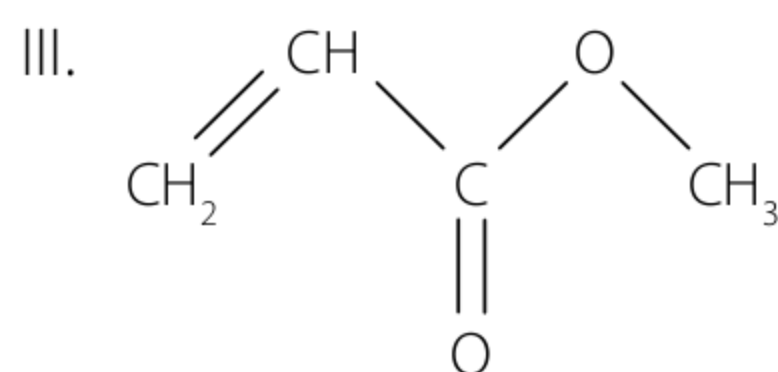
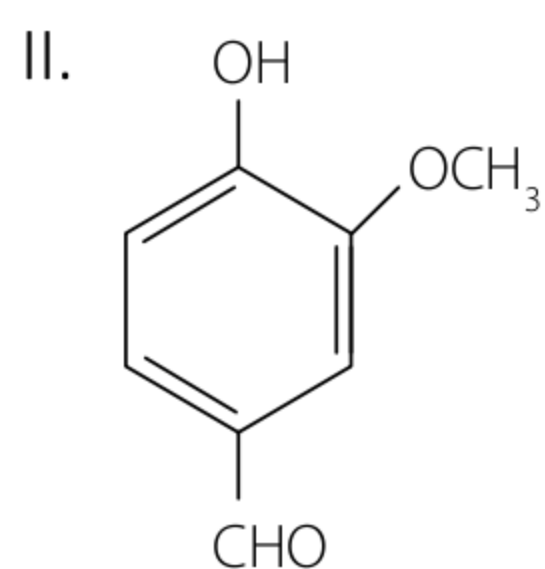
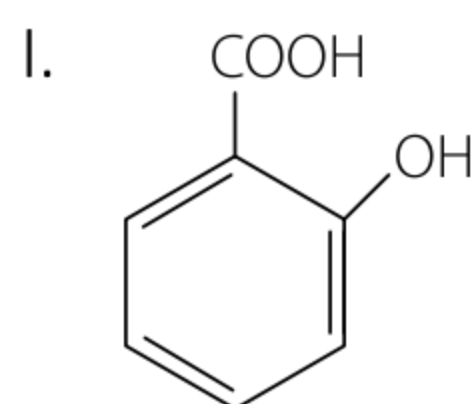
29 **ITA 2007** Dois recipientes contêm soluções aquosas diluídas de estearato de sódio ($\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COONa}$). Em um deles é adicionada uma porção de n-octano e no outro, uma porção de glicose, ambos sob agitação. Faça um esquema mostrando as interações químicas entre as espécies presentes em cada um dos recipientes.

FRENTE 1 – IME

30 **IME 1986** Complete o quadro abaixo.

Fórmula Estrutural Plana	Nomenclatura IUPAC
$ \begin{array}{ccccccc} & \text{OH} & & & \text{H} & \text{CH}_3 & \\ & & & & & & \\ \text{CH}_3 - & \text{CH} - & \text{CH} - & \text{CH}_2 - & \text{C} = & \text{C} - & \text{CH}_3 \\ & & & & & & \\ & & \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_3 & & & & \end{array} $	
	3,4-dimetil-2-hexanona
$ \begin{array}{ccccccc} & & & & \text{O} & & \\ & & & & & & \\ \text{CH}_3 - & \text{CH} - & \text{CH}_2 - & \text{C} & & & \\ & & & & \backslash & & \\ & \text{CH}_2 - \text{CH}_3 & & & \text{OH} & & \end{array} $	
$ \text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{C}_6\text{H}_4 - \text{OCH}_3 $	
	2,4-dimetil-3-etil-2-cloropentano

31 **IME 2001** Determine, de forma inequívoca, a nomenclatura, lupac ou vulgar (usual), dos compostos apresentados abaixo.

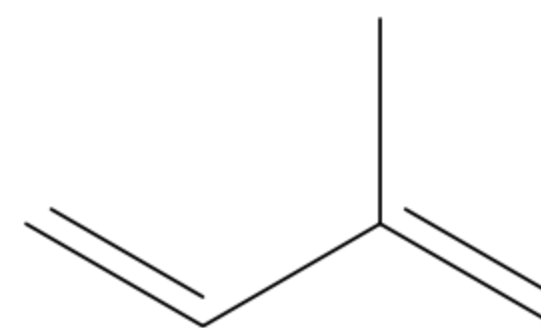


FRENTE 1 – IME 1ª Fase

32 **IME 1ª Fase 2007** Há mais de dois séculos, surgiu a expressão “compostos orgânicos” para designar as substâncias produzidas por organismos vivos, animais ou vegetais. Atualmente, a química orgânica estuda as substâncias que possuem átomos de carbono, embora nem todas as substâncias que contenham carbono estejam no universo da química orgânica. Em tais substâncias orgânicas, os átomos de carbono apresentam hibridização sp , sp^2 ou sp^3 conforme as ligações. No **metanol**, **metanal**, **triclorometano** e **etino** os carbonos apresentam, respectivamente, hibridização:

- A** sp, sp^2, sp^3, sp^3
B sp^2, sp^3, sp, sp^3
C sp^3, sp^2, sp, sp^2
D sp, sp^3, sp^2, sp
E sp^3, sp^2, sp^3, sp

33 **IME 1ª Fase 2007** O isopreno é um composto orgânico tóxico que é utilizado como monômero para a síntese de elastômeros, através de reações de polimerização. Dada a estrutura do isopreno, qual sua nomenclatura IUPAC?



- A** 1,3-buteno
B 2-metil-butadieno
C 2-metil-buteno
D pentadieno
E 3- metil-butadieno

FRENTE 2 – ITA

34 ITA 2000 O fato de um sólido, nas condições ambientes, apresentar um único valor de massa específica em toda sua extensão é suficiente para afirmar que este sólido:

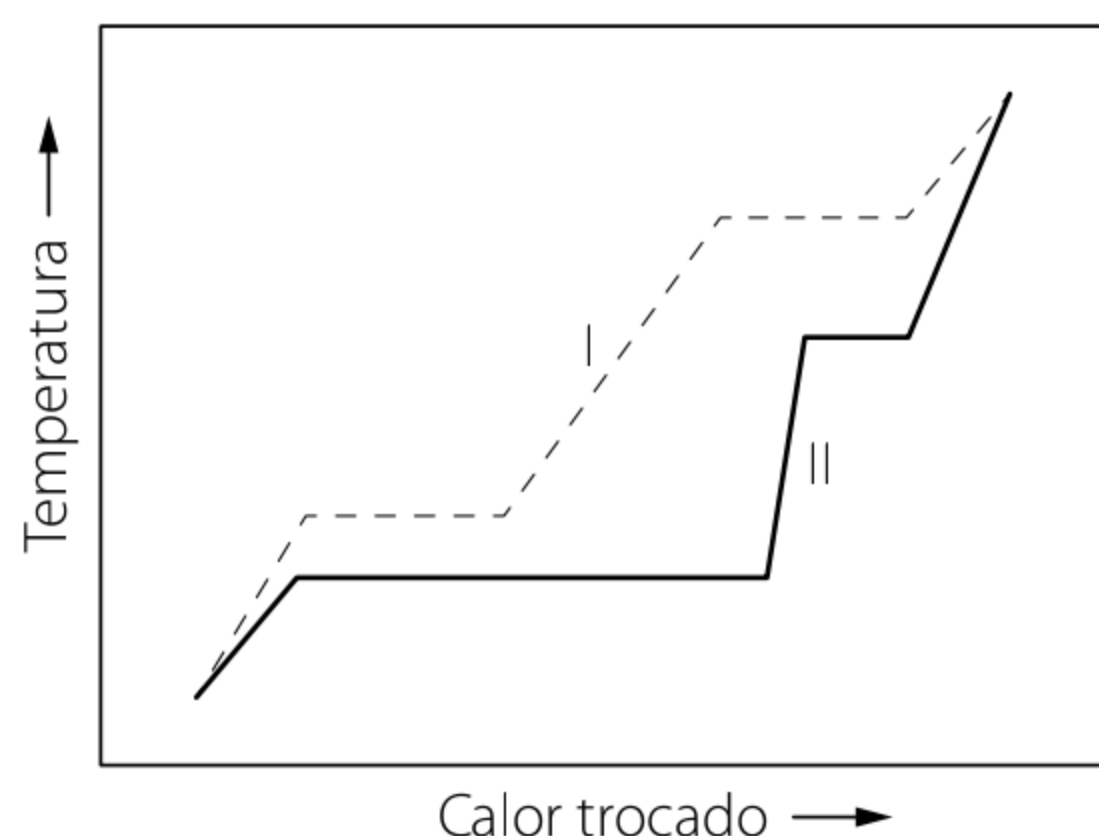
- I. É homogêneo.
- II. É monofásico.
- III. É uma solução sólida.
- IV. É uma substância simples.
- V. Funde a uma temperatura constante.

Das afirmações feitas, estão corretas:

- A** apenas I e II.
B apenas I, II e III.
C apenas II, III e V.
D apenas IV e V.
E todas.

35 ITA 1994 Descreva o procedimento experimental, os raciocínios e os cálculos que você empregaria para determinar a densidade de um pedaço de metal com um formato complicado.

36 ITA 2007 Amostras de massas iguais de duas substâncias, I e II, foram submetidas independentemente a um processo de aquecimento em atmosfera inerte e a pressão constante. O gráfico abaixo mostra a variação da temperatura em função do calor trocado entre cada uma das amostras e a vizinhança.



Dados: ΔH_f e ΔH_v representam as variações de entalpia de fusão e de vaporização, respectivamente, e c_p é o calor específico.

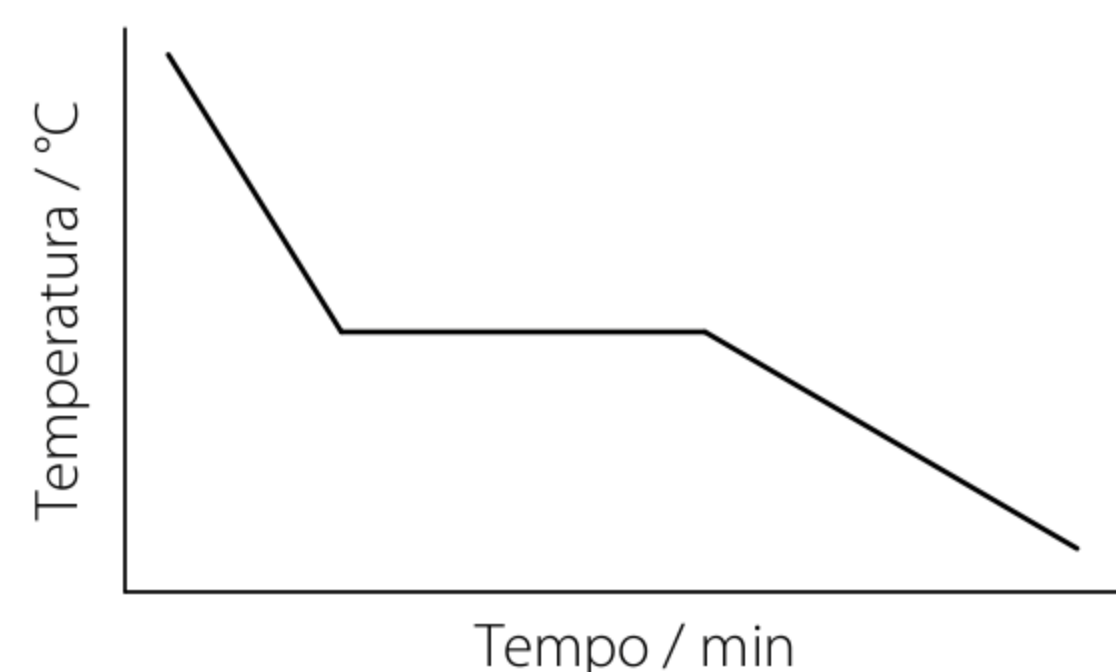
Assinale a opção ERRADA em relação à comparação das grandezas termodinâmicas.

- A $\Delta H_f(I) < \Delta H_f(II)$
- B $\Delta H_v(I) < \Delta H_v(II)$
- C $c_{p,I(s)} < c_{p,II(s)}$
- D $c_{p,II(g)} < c_{p,I(g)}$
- E $c_{p,II(l)} < c_{p,I(l)}$

37 ITA 2007 Durante a utilização de um extintor de incêndio de dióxido de carbono, verifica-se formação de um aerossol esbranquiçado e também que a temperatura do gás ejetado é consideravelmente menor do que a temperatura ambiente. Considerando que o dióxido de carbono seja puro, assinale a opção que indica a(s) substância(s) que torna(m) o aerossol visível a olho nu.

- A Água no estado líquido.
- B Dióxido de carbono no estado líquido.
- C Dióxido de carbono no estado gasoso.
- D Dióxido de carbono no estado gasoso e água no estado líquido.
- E Dióxido de carbono no estado gasoso e água no estado gasoso.

38 ITA 2005 Assinale a opção que contém a afirmação ERRADA relativa à curva de resfriamento apresentada abaixo.



- A A curva pode representar o resfriamento de uma mistura eutética.
- B A curva pode representar o resfriamento de uma substância sólida, que apresenta uma única forma cristalina.
- C A curva pode representar o resfriamento de uma mistura azeotrópica.
- D A curva pode representar o resfriamento de um líquido constituído por uma substância pura.
- E A curva pode representar o resfriamento de uma mistura líquida de duas substâncias que são completamente miscíveis no estado sólido.

39 ITA 1990 Entre as opções abaixo, assinale aquela que contém a afirmação correta.

- A Tanto o oxigênio gasoso como ozônio gasoso são exemplos de substâncias simples.
- B Substância pura é aquela que não pode ser decomposta em outras mais simples.
- C A conceituação de elemento só foi possível depois que Dalton propôs sua teoria atômica.
- D Uma mistura de água e etanol, nas condições ambientes, pode ser decomposta em seus componentes por decantação.
- E A substituição do hidrogênio por deutério não altera nenhuma das propriedades da água.

40 ITA 1999 Em 1803, John Dalton propôs um modelo de teoria atômica. Considere que sobre a base conceitual desse modelo sejam feitas as seguintes afirmações.

- I. O átomo apresenta a configuração de uma esfera rígida.
- II. Os átomos caracterizam os elementos químicos e somente os átomos de um elemento são idênticos em todos os aspectos.
- III. As transformações químicas consistem em combinação, separação e/ou rearranjo de átomos.
- IV. Compostos químicos são formados de átomos de dois ou mais elementos unidos em uma razão fixa.

Qual das opções abaixo se refere a todas afirmações corretas?

- A I e IV.
- B II e III.
- C II e IV.
- D II, III e IV.
- E I, II, III e IV.

41 ITA 1988 Discuta como as ideias associadas com os termos átomo e elemento químico evoluíram desde a antiguidade até a teoria atômica proposta por J. Dalton. Procure apontar semelhanças e/ou diferenças entre as ideias mais antigas e as de Dalton. Entre outros itens que julgar relevantes, procure abordar os seguintes:

- Que propostas sobre número, variedade e comportamento dos átomos foram feitas por certos filósofos gregos já cerca de 400 anos a.C.? Na mesma época, outros filósofos defendiam outras ideias sobre a constituição da matéria. Que alternativas eram essas?
- O que foi proposto por R. Boyle (1664) em relação ao termo “elemento químico”? Quais são os méritos dessa proposta? Ela contradiz, complementa ou independe da ideia que temos de átomos?
- Quais são os pontos essenciais da teoria atômica proposta por J. Dalton (1800)? Em que conhecimentos experimentais prévios ele se baseou? Ele foi capaz de fazer previsões corretas? Quais? Como?

42 ITA 1985 Considere os isótopos (e algumas de suas propriedades) referidos abaixo:

Isótopo do	Número atômico	Número de massa	Massa atômica
S	16	32	31,97207
K	19	41	40,96184
Ca	20	40	39,96259

Qual das afirmações é falsa?

- A** Ca^{2+} e S^{2-} possuem a mesma estrutura eletrônica.
- B** Os isótopos do Ca e do K possuem a mesma soma total: prótons + nêutrons + elétrons.
- C** Os átomos normais dos três isótopos possuem orbitais 1s, 2s, 3s e 2p totalmente preenchidos.
- D** O isótopo de L é o que possui maior número de nêutrons nos núcleos de seus átomos.
- E** A massa do átomo do isótopo do Ca é 39,96259 vezes maior do que a massa do átomo do isótopo 12 do carbono.

43 ITA 1989 Na elaboração das primeiras classificações periódicas, um dos critérios mais importantes para agrupar elementos numa mesma coluna foi observar:

- A** o último subnível eletrônico ser igualmente ocupado.
- B** mesma(s) valência(s) na combinação com elementos de referência.
- C** mesma estrutura cristalina dos próprios elementos.
- D** número atômico crescente.
- E** número de massa crescente.

44 ITA 1992 Mencione e detalhe propriedades que levaram à ordenação dos elementos nas primeiras classificações periódicas.

45 ITA 1985 Como varia – à medida em que cresce o número atômico – a energia de ionização, a eletronegatividade e o volume atômico dos elementos químicos pertencentes a uma mesma família da classificação periódica?

46 ITA 1987 Considere a classificação periódica dos elementos esquematizada abaixo. Os símbolos dos elementos foram substituídos por letras arbitrariamente escolhidas. A letra T representa o símbolo de um gás nobre.

V							
F						W	
	M			G	J	L	R
X	Y			U		Q	Z

Dos elementos assinalados, aquele que requer MENOR energia para se transformar em cátion monovalente, quando na forma de gás, é:

- A** X
- B** V
- C** Z
- D** F
- E** T

47 ITA 1994 Em relação ao tamanho de átomos e íons, são feitas as afirmações seguintes:

- I. O $\text{Cl}_{(g)}^-$ é menor do que o $\text{Cl}_{(g)}$.
- II. O $\text{Na}_{(g)}^+$ é menor do que $\text{Na}_{(g)}$.
- III. O $\text{Ca}_{(g)}^{2+}$ é maior do que o $\text{Mg}_{(g)}^{2+}$.
- IV. O $\text{Cl}_{(g)}$ é maior do que o $\text{Br}_{(g)}$.

Das afirmações anteriores, estão corretas apenas:

- A** II.
- B** I e II.
- C** II e III.
- D** I, III e IV.
- E** II, III e IV.

48 ITA 1997 Dadas as configurações eletrônicas dos seguintes átomos no seu estado fundamental:

- I. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$
- II. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$
- III. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$
- IV. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$

É errado afirmar que:

- A** dentre os átomos acima, o átomo I tem o maior potencial de ionização.
- B** a perda de dois elétrons pelo átomo II leva à formação do cátion Mg^{2+} .
- C** dentre os átomos acima, o átomo III tem a maior afinidade eletrônica.
- D** o ganho de um elétron pelo átomo IV ocorre com a liberação de energia.
- E** o átomo IV é o mais eletronegativo.

49 ITA 2004 Qual das opções abaixo apresenta a comparação ERRADA relativa aos raios de átomos e de íons?

Dentre essas afirmações, estão certas apenas:

- A raio do $\text{Na}^+ <$ raio do Na .
- B raio do $\text{Na}^+ <$ raio do F^- .
- C raio do $\text{Mg}^{2+} <$ raio do O^{2-} .
- D raio do $\text{F}^- <$ raio do O^{2-} .
- E raio do $\text{F}^- <$ raio do Mg^{2+} .

FRENTE 2 – IME

50 IME 1995 Examine os átomos:



Identifique os isótopos, os isóbaros e os isótonos.

51 IME 2003 A soma dos números de nêutrons de três átomos J, L e M é 88, enquanto a soma dos números de prótons é 79. Sabe-se ainda que L tem 30 nêutrons, J e L são isótopos, L e M são isóbaros e J e M são isótonos. Calcule o número atômico e o número de massa de cada um deles.

52 IME 1989 Escreva, para cada fórmula, a configuração eletrônica dos cátions metálicos presentes nos compostos MgFe_2O_4 , BaCu_2O_4 , Sb_2O_4 e U_3O_{10} , nos quais o oxigênio sempre aparece na forma mais reduzida.

53 IME 1998 A lei de periodicidade (ou Lei de Moseley) diz que muitas propriedades físicas e químicas dos elementos são funções periódicas dos seus números atômicos. Há, contudo, algumas propriedades cujos valores só aumentam ou só diminuem com o número atômico e que são chamadas propriedades aperiódicas. Cite duas propriedades aperiódicas dos elementos da tabela periódica e indique como as mesmas variam com o aumento do número atômico.

54 IME 2005 Considerando os elementos químicos Be, B, F, Ca e Cs, classifique-os em ordem crescente de acordo com as propriedades periódicas indicadas:

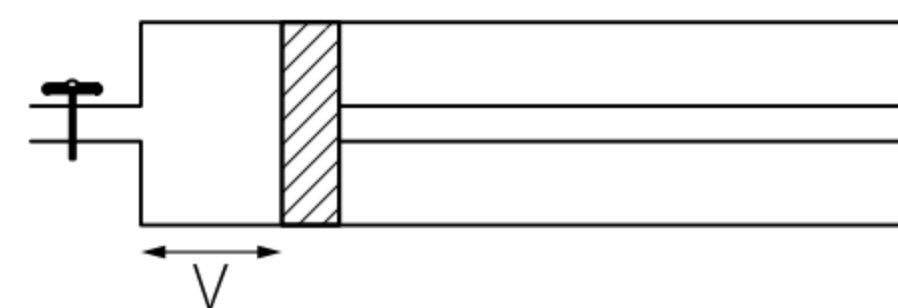
- a) raio atômico;
- b) primeira energia de ionização.

FRENTE 3 – ITA

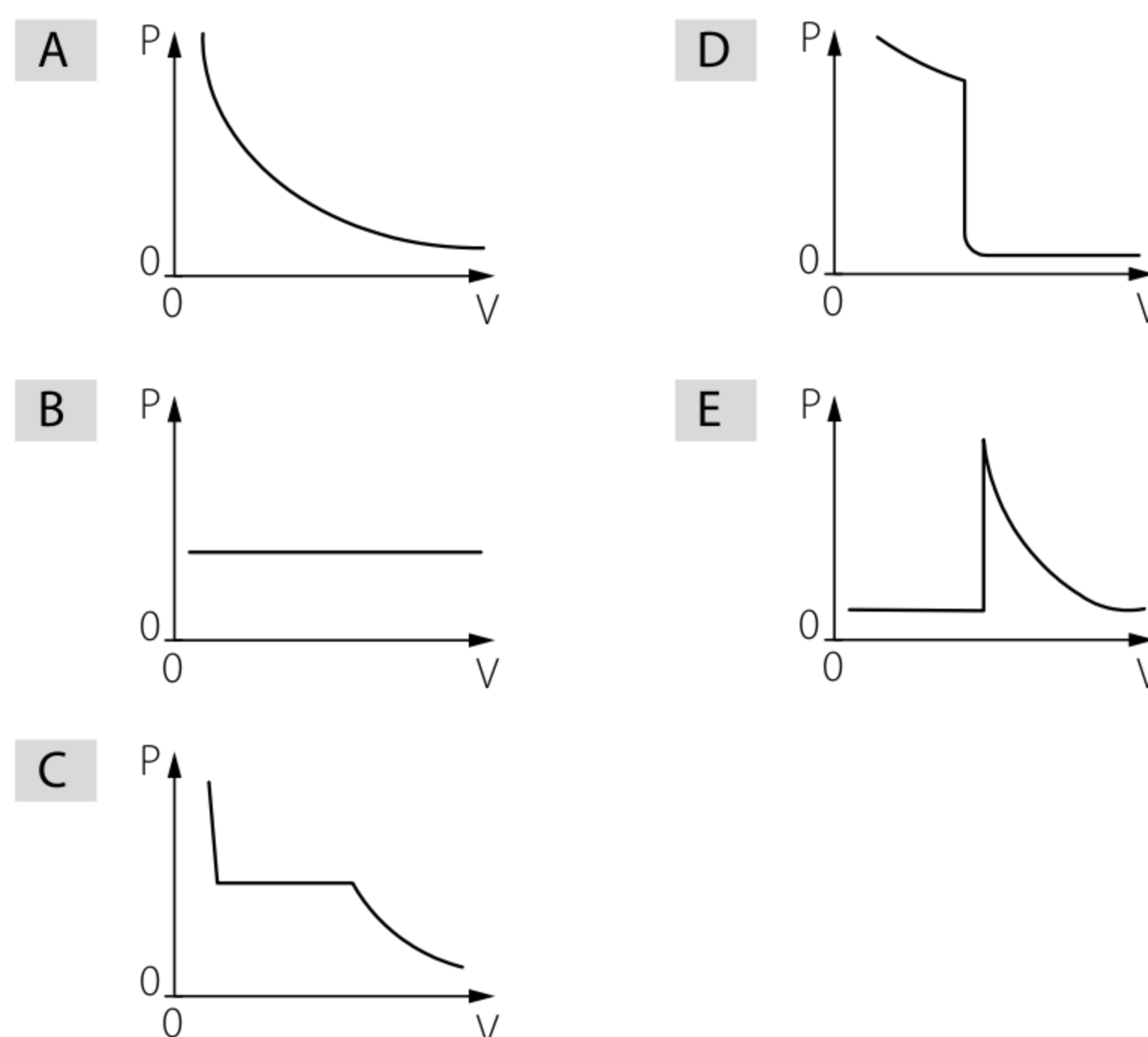
55 ITA 1991 Um recipiente de aço de volume V_1 contém ar comprimido na pressão P_1 . Um segundo recipiente de aço de volume V_2 contém ar menos comprimido na pressão P_2 . Ambos os cilindros estão na mesma temperatura ambiente. Caso os dois cilindros sejam interligados por uma tubulação de volume desprezível, a pressão final em ambos os cilindros será igual a:

- A $(V_1P_1 + V_2P_2)/(V_1 + V_2)$
- B $(V_1P_2 + V_2P_1)/(V_1 + V_2)$
- C $(V_1P_1 + V_2P_2)/(P_1 + P_2)$
- D $(V_1P_2 + V_2P_1)/(P_1 + P_2)$
- E $(P_1/V_1 + P_2/V_2) \cdot \sqrt{V_1V_2}$

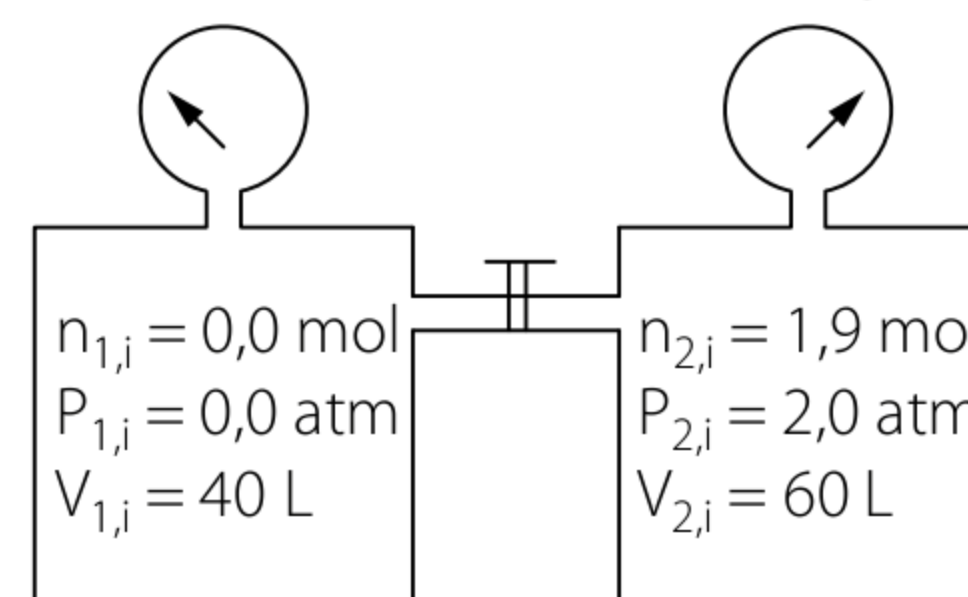
56 ITA 1989 Em um grande cilindro provido de torneira e pistão com êmbolo, conforme figura a seguir, foi introduzido um pouco de água líquida, tomando o cuidado de não deixar entrar ar.



Após a admissão da porção de água, a torneira foi fechada. Variando o volume por movimento lento do pistão, mantendo a temperatura no interior do cilindro igual a 20°C , o gráfico de pressão no cilindro *versus* volume corresponde a:



57 ITA 1990 Considere os dois recipientes cilíndricos, 1 e 2, providos de manômetro e interligados por um tubo com torneira, de volume desprezível, conforme figura a seguir.

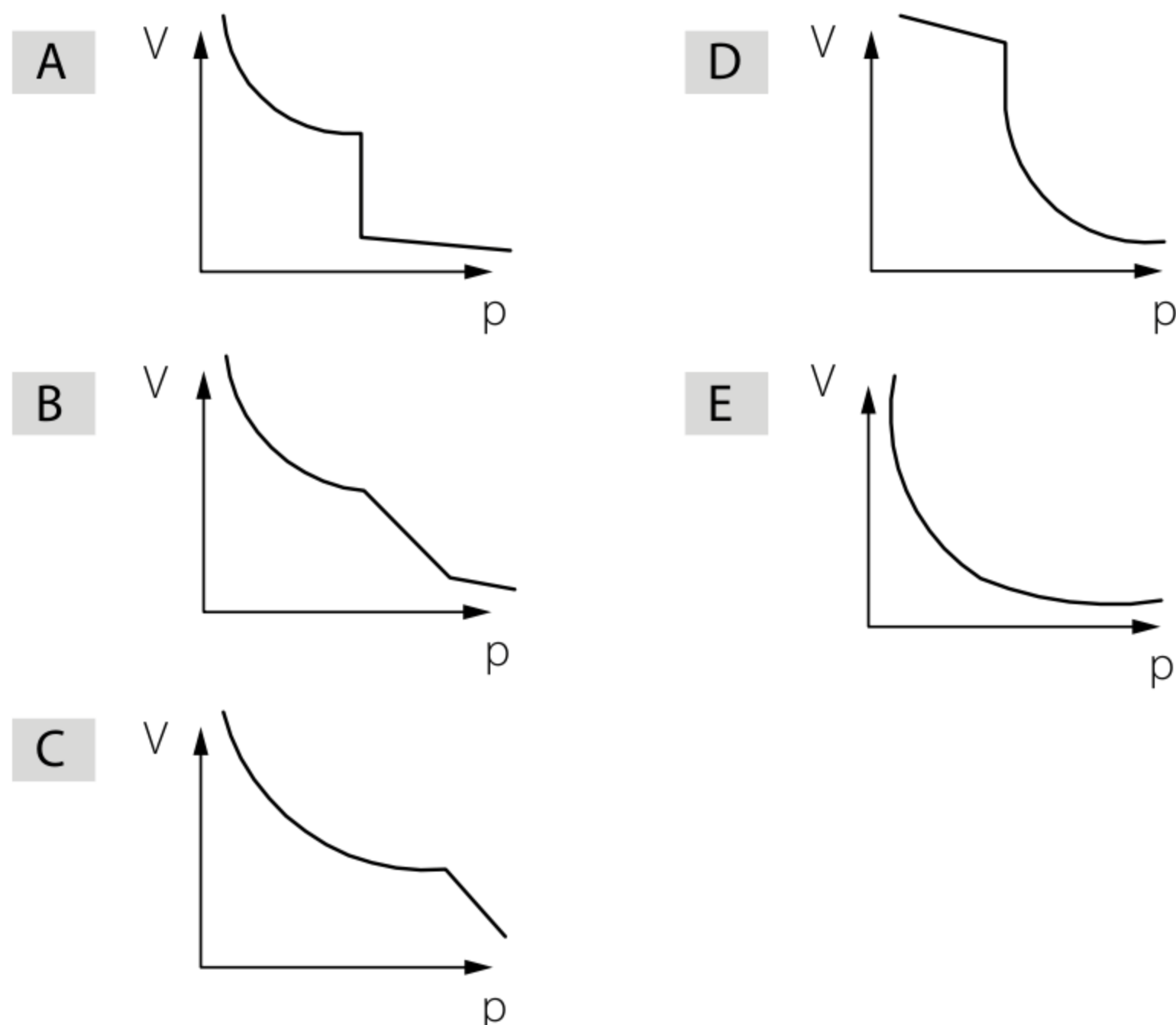
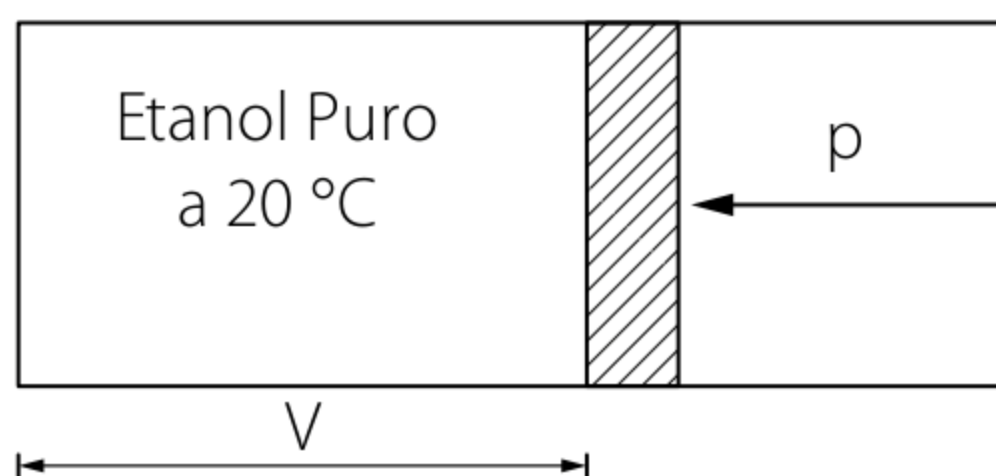


$$T_{1,i} = T_{2,i} = T_{1,f} = T_{2,f} = 298 \text{ Kelvin}$$

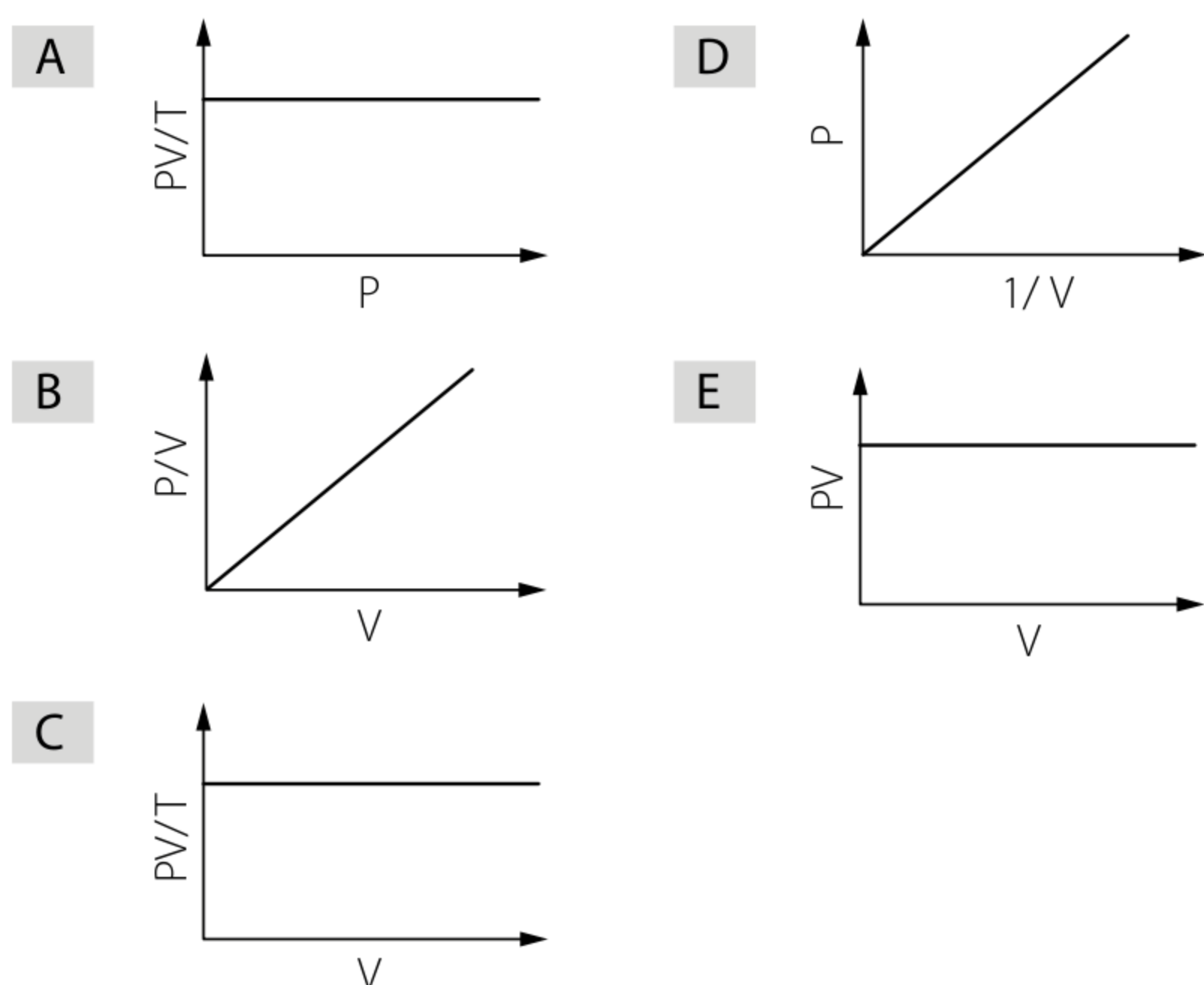
O primeiro índice, nas grandezas abordadas, se refere ao recipiente 1 ou 2. O segundo índice, i ou f, refere-se, respectivamente, ao que ocorre inicialmente, antes de abrir a torneira, e ao que ocorre no estado final, depois de a torneira permanecer aberta muito tempo. Em face dessas informações, podemos afirmar que:

- A $P_{1,f} = (2/3) P_{2,f}$
- B $n_{1,f} = n_{2,f}$
- C $n_{1,f} = (2/3) n_{2,f}$
- D $n_{2,f} = (1/3) n_{2,i}$
- E $P_{1,f} = P_{2,f} = (2/3) P_{2,i}$

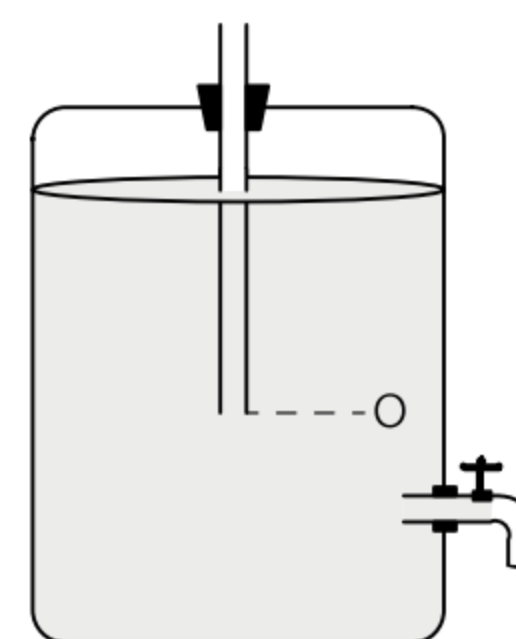
58 ITA 1993 O cilindro provido de um pistão móvel, esquematizado abaixo, contém apenas etanol puro e é mantido sob temperatura constante de 20 °C. Assinale a alternativa que melhor representa a variação do volume (V) com a pressão (p) aplicada, abrangendo etanol desde completamente vaporizado até totalmente liquefeito.



59 ITA 2001 Um cilindro provido de um pistão móvel, sem atrito, contém um gás ideal. Qual dos gráficos abaixo apresenta, qualitativamente, o comportamento correto do sistema quando a pressão (P) e/ou o volume (V) são modificados, sendo mantida constante a temperatura (T)?



60 ITA 1989 Em laboratórios, são usados garrafões com água, providos de torneira e rolha com tubo de vidro, conforme esquema abaixo.



Essa aparelhagem é indicada para:

- A** dissolver gases em água.
- B** conservar água fora do acesso do ar.
- C** observar a dilatação da água quando muda a temperatura.
- D** obter uma vazão de água que independa do nível, enquanto este estiver acima do ponto o.
- E** manter constante a pressão de vapor da água, independentemente da temperatura.

61 ITA 1989 1,7 toneladas de amônia vazaram e se espalharam uniformemente em certo volume da atmosfera terrestre, a 27 °C e 760 mmHg.

Medidas mostraram que a concentração de amônia neste volume da atmosfera era de 25 partes, em volume, do gás amônia, em um milhão de partes, em volume, de ar. O volume da atmosfera contaminado por esta quantidade de amônia foi:

- A** $0,9 \cdot 10^2 \text{ m}^3$
- B** $1,0 \cdot 10^2 \text{ m}^3$
- C** $9 \cdot 10^7 \text{ m}^3$
- D** $10 \cdot 10^7 \text{ m}^3$
- E** $25 \cdot 10^8 \text{ m}^3$

62 ITA 1991 Considere o volume de 5,0 L de uma mistura gasosa contendo 20% (v/v) do isótopo 40 do argônio e 80% (V/V) do isótopo 20 do neônio. Na temperatura de 273 °C a mistura exerce a pressão de 20 atm. A quantidade (em mol) de argônio nesta mistura é:

- A** $\frac{2,0}{22,4}$
- B** $\frac{10}{22,4}$
- C** $\frac{20}{22,4}$
- D** $\frac{50}{22,4}$
- E** $\frac{100}{22,4}$

63 ITA 1993 Quando dizemos que o ar tem 15% de umidade relativa, queremos dizer que nesse ar:

- A 15% das moléculas são de água.
- B 15% da massa é de água.
- C a pressão parcial do vapor de água é 15% da pressão total.
- D a pressão parcial do vapor de água é $0,15 \times 760$ mmHg.
- E a pressão parcial do vapor de água é 15% da pressão de vapor saturante para a temperatura em que se encontra o ar.

64 ITA 1995 A concentração de O_2 na atmosfera ao nível do mar é 20,9% em volume. Assinale a opção que contém a afirmação falsa.

Dentre essas afirmações, estão certas apenas:

- A Um litro de ar contém 0,209 L de O_2 .
- B Um mol de ar contém 0,209 mols de O_2 .
- C Um volume molar de ar à CNTP contém 6,7 g de O_2 .
- D A concentração de O_2 no ar é 20,9% em massa.
- E A concentração de O_2 expressa como uma relação de volume ou uma relação de mol não se altera, se a temperatura ou a pressão são modificadas.

65 ITA 1998 Numa experiência de eletrólise da água, formam-se 3,00 g de $H_{2(g)}$. Calcule o volume ocupado por essa massa de hidrogênio, supostamente isenta de umidade, na temperatura de 300 K e sob a pressão de 684 mmHg ($= 0,90 \cdot 760$ mmHg).

66 ITA 1988 Em um saco de plástico flexível e não permeável a gases, inicialmente vazio, são introduzidos sucessivamente, $50,0 \text{ cm}^3$ de N_2 , $20,0 \text{ cm}^3$ de O_2 e $30,0 \text{ cm}^3$ de CO_2 , todos medidos nas CNTP.

Considere as afirmações seguintes, relativas às concentrações nessa solução gasosa mantida nas CNTP.

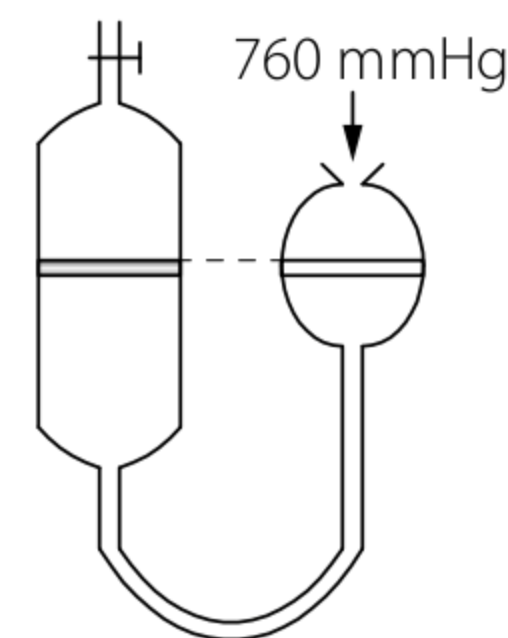
- I. A solução contém 50,0% de N_2 , 20,0% de O_2 e 30,0% de CO_2 , todas estas porcentagens em volume.
- II. A solução contém 50,0% de N_2 , 20,0% de O_2 e 30,0% de CO_2 , todas estas porcentagens em massa.
- III. As frações molares de N_2 , O_2 e CO_2 são, respectivamente, 0,500; 0,200 e 0,300.
- IV. A solução é 0,500/22,4 molar em N_2 ; 0,200/22,4 molar em O_2 e 0,300/22,4 molar em CO_2 .

Dessas afirmações, estão corretas apenas:

- A I e III.
- B I e IV.
- C II e IV.
- D I, III e IV.
- E II, III e IV.

67 ITA 1991 No início de uma experiência, a bureta do lado esquerdo da figura estava completamente cheia de água. Pela torneira da bureta, foi admitido nitrogênio gasoso puro. Após a admissão do nitrogênio, o nível de água na bureta ficou na mesma altura que no recipiente do lado direito da figura. A pressão

ambiente externa era 760 mmHg e a temperatura era 25°C . Nessa temperatura, a pressão do vapor da água é 24 mmHg.



Assinale a afirmação falsa a respeito do volume gasoso dentro da bureta após o estabelecimento do equilíbrio.

- A 736/760 das moléculas correspondem a N_2 .
- B A pressão total é 784 mmHg.
- C A pressão parcial do vapor de água é 24 mmHg.
- D A pressão parcial do nitrogênio é 736 mmHg.
- E A fração molar das moléculas de água é 24/760.

68 ITA 1993 Dois balões de vidro, A e B, de mesmo volume, contêm ar úmido. Em ambos os balões a pressão e a temperatura são as mesmas, a única diferença sendo que, no balão A, a umidade relativa do ar é de 70%, enquanto no balão B ela é de apenas 10%. Em relação ao conteúdo desses dois balões é errado afirmar que:

- A os dois balões contêm o mesmo número de moléculas.
- B os dois balões contêm a mesma quantidade de gás, expressa em mol.
- C no balão B, há maior massa de nitrogênio.
- D no balão A, há maior massa total de gás.
- E a quantidade (mol) e a massa (grama) de vapor de água são maiores no balão A.

69 ITA 1994 Por ocasião do jogo Brasil *versus* Bolívia, disputado em La Paz, um comentarista esportivo afirmou que: "Um dos maiores problemas que os jogadores da seleção brasileira de futebol terão que enfrentar é o fato de o teor de oxigênio no ar, em La Paz, ser cerca de 40% menor do que aquele ao nível do mar." Lembrando que a concentração do oxigênio no ar, ao nível do mar, é aproximadamente 20%(v/v) e supondo que, no dia em que o comentarista fez essa afirmação, a pressão atmosférica, em La Paz, fosse igual a, aproximadamente, 450 mmHg, qual das opções abaixo contém a afirmação que mais se aproxima daquilo que o comentarista poderia ter dito?

Em La Paz:

- A a concentração do oxigênio no ar é cerca de 12%(v/v).
- B a fração molar do oxigênio no ar é cerca de 0,12.
- C a pressão parcial do oxigênio no ar é aproximadamente expressa por $(0,20 \cdot 760 \text{ mmHg} \cdot 0,60)$.
- D a pressão parcial do oxigênio no ar é cerca de 152 mmHg.
- E a pressão parcial do oxigênio no ar é aproximadamente expressa por $(0,20 \cdot 760 \text{ mmHg} \cdot 0,40)$.

70 ITA 1990 Numa amostra de ar úmido, a pressão parcial do vapor de água é 25 mmHg, enquanto a pressão total é de 725 mmHg. A partir destas informações, calcule:

- a fração molar do vapor de água neste ar úmido.
- a pressão parcial do nitrogênio neste ar úmido, sabendo que a concentração de nitrogênio no ar, após secagem, é 78,1% (em volume).

71 ITA 1996 Considere um recipiente de paredes reforçadas (volume fixo) provido de torneira, manômetro e de um dispositivo para produção de faíscas análogo à “vela de ignição” em motores de automóveis. No fundo do recipiente, também é colocado um dissecante granulado (p. ex. sílica gel). Nesse recipiente, previamente evacuado, se introduz uma mistura de hidrogênio e nitrogênio gasosos até que a pressão dentro dele atinja o valor de 0,70 atm, com temperatura mantida a 20 °C. O problema é descobrir a proporção de H_2 e N_2 nesta mistura inicial. Para isso, junta-se excesso de O_2 à mistura, já no recipiente, até que a pressão passe ao valor de 1,0 atm. Em seguida, faz-se saltar uma faísca através da mistura. Assim, a temperatura e a pressão sobem transitoriamente. Deixando a mistura voltar à temperatura de 20 °C, notamos que o manômetro acusa uma pressão de 0,85 atm (Lembrar que a água formada é absorvida pelo dissecante, não exercendo pressão parcial significativa). Das informações acima, podemos concluir que a fração molar do hidrogênio na mistura inicial de H_2 e N_2 era igual a:

- 0,07
- 0,11
- 0,14
- 0,70
- 1,00

72 ITA 1998 Explique que tipos de conhecimentos teóricos ou experimentais, já obtidos por outros pesquisadores, levaram A. Avogadro a propor a hipótese que leva o seu nome.

73 ITA 1985 Calcule a densidade do hidrogênio gasoso a 25 °C e pressão de 1,5 atmosferas.

74 ITA 1997 Três recipientes fechados, providos de êmbolos móveis, contêm a mesma quantidade (mol) do único gás especificado: N_2 no recipiente 1; CO no recipiente 2 e CO_2 no recipiente 3. Considerando a temperatura medida em Kelvin e a pressão em atm, são feitas as afirmações:

- Se a pressão e a temperatura forem as mesmas, as massas específicas dos gases nos recipientes 1 e 2 serão praticamente iguais.
- Se a pressão e a temperatura forem as mesmas, as massas específicas dos gases nos recipientes 2 e 3 serão praticamente iguais.

- Se a temperatura for a mesma, mas a pressão no interior do recipiente 1 for o duplo da pressão no recipiente 2, a massa específica do gás no recipiente 1 será praticamente o duplo da massa específica do gás no recipiente 2.
- Se a temperatura for a mesma, mas a pressão no interior do recipiente 3 for o duplo da pressão no recipiente 2, a massa específica do gás no recipiente 3 será maior do que o duplo da massa específica do gás no recipiente 2.
- Se a pressão for a mesma, mas a temperatura do recipiente 1 for o duplo da temperatura no recipiente 2, a massa específica do gás no recipiente 1 será praticamente o duplo da massa específica do gás no recipiente 2.

Estão corretas apenas:

- | | | | |
|----------|--------------|----------|-----------|
| A | I, III e IV. | D | II e V. |
| B | I e II. | E | III e IV. |
| C | I e V. | | |

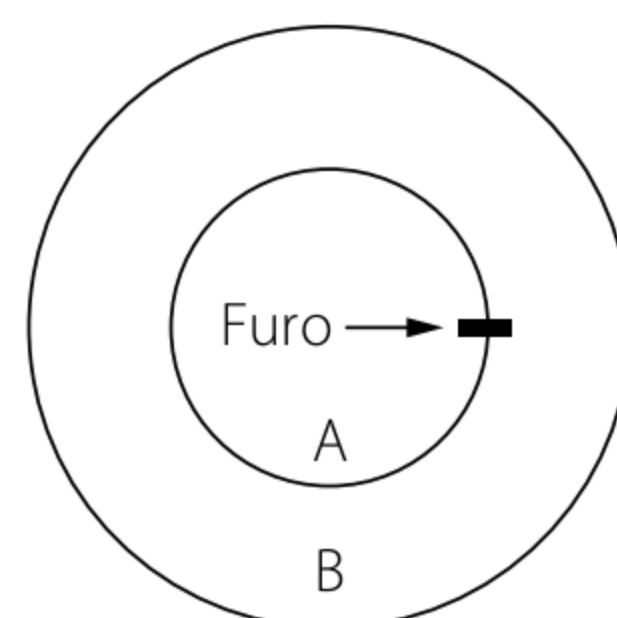
75 ITA 1985 Todas as afirmações desta questão se referem a 1,00 cm³ de hidrogênio líquido, cuja densidade vale 0,070 g/cm³ a 13,4 K.

Qual das afirmações abaixo é falsa?

- O líquido contém 0,035 mol de moléculas de H_2
- O líquido contém $2,1 \cdot 10^{22}$ moléculas de H_2
- O gás obtido por vaporização desse líquido ocupa o volume de 0,57L a 25 °C e pressão de 1,5 atm.
- O gás obtido por vaporização desse líquido apresenta densidade de $6,2 \cdot 10^{-2}$ g/L a 25 °C e pressão de 1,5 atm
- O gás obtido por vaporização desse líquido exercerá uma pressão de 8,6 atmosferas à temperatura de 25 °C e volume de 0,10L.

76 ITA 2007 Dois frascos, A e B, contêm soluções aquosas concentradas em HCl e NH_3 , respectivamente. Os frascos são mantidos aproximadamente a um metro de distância entre si, à mesma temperatura ambiente. Abertos os frascos, observa-se a formação de um aerossol branco entre os mesmos. Descreva o fenômeno e justifique por que o aerossol branco se forma em uma posição mais próxima a um dos frascos do que ao outro.

77 ITA 1992 Um recipiente A contém, inicialmente, uma mistura gasosa, comprimida, dos isótopos 20 e 22 do Neônio. Esse recipiente é envolvido completamente por outro, B, conforme ilustrado na figura abaixo.



No início, o recipiente *B* estava completamente evacuado. Por um pequeno furo na parede de *A*, o gás escapa de *A* para *B*. Em uma situação desse tipo, a concentração (em fração molar) do isótopo mais leve no gás remanescente *dentro* do recipiente *A*, em função do tempo, a partir do início do vazamento:

- A** permanece constante.
- B** vai diminuindo sempre.
- C** vai aumentando sempre.
- D** aumenta, passa por um máximo, retornando ao valor inicial.
- E** diminui, passa por um mínimo, retornando ao valor inicial.

78 ITA 2003 Determine a massa específica do ar úmido, a 25 °C e pressão de 1 atm, quando a umidade relativa do ar for igual a 60%. Nessa temperatura, a pressão de vapor saturante da água é igual a 23,8 mmHg. Assuma que o ar seco é constituído por $N_2(g)$ e $O_2(g)$ e que as concentrações dessas espécies no ar seco são iguais a 79 e 21% (v/v), respectivamente.

79 ITA 2000 Considere as afirmações abaixo relativas ao aquecimento de um mol de gás N_2 contido em um cilindro provido de um pistão móvel sem atrito:

- I. A massa específica do gás permanece constante.
- II. A energia cinética média das moléculas aumenta.
- III. A massa do gás permanece a mesma.
- IV. O produto pressão $\times$ volume permanece constante.

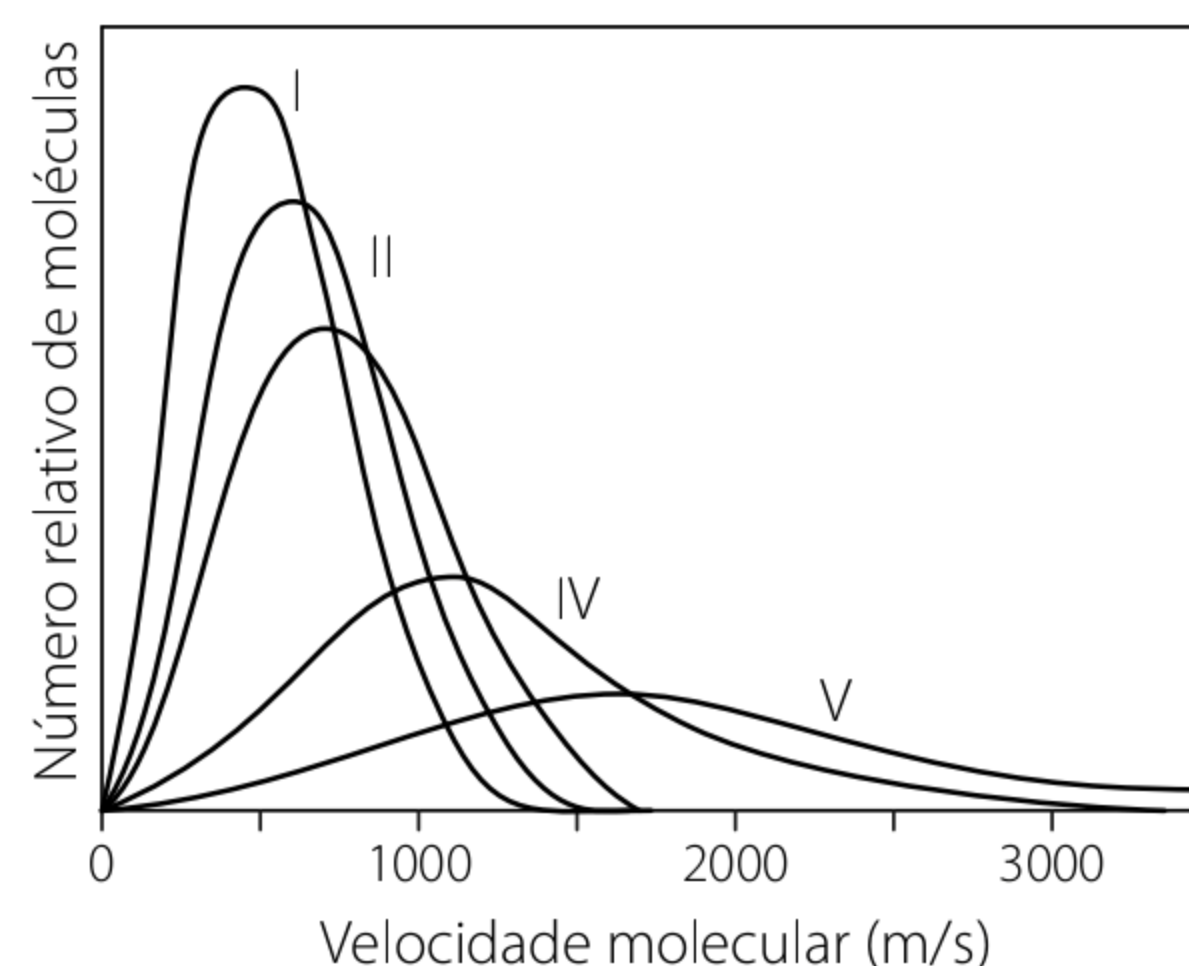
Das afirmações feitas, estão corretas:

- A** apenas I, II e III.
- B** apenas I e IV.
- C** apenas II e III.
- D** apenas II, III e IV.
- E** todas.

80 ITA 1989 Consideremos um gás formado de moléculas, todas iguais, e que corresponda ao que se considera um gás ideal. Esse gás é mantido em um recipiente de volume constante. Dentre as afirmações abaixo, todas referentes ao efeito do aumento de temperatura, assinale a correta, em relação ao caminho livre médio das moléculas e à frequência das colisões entre elas.

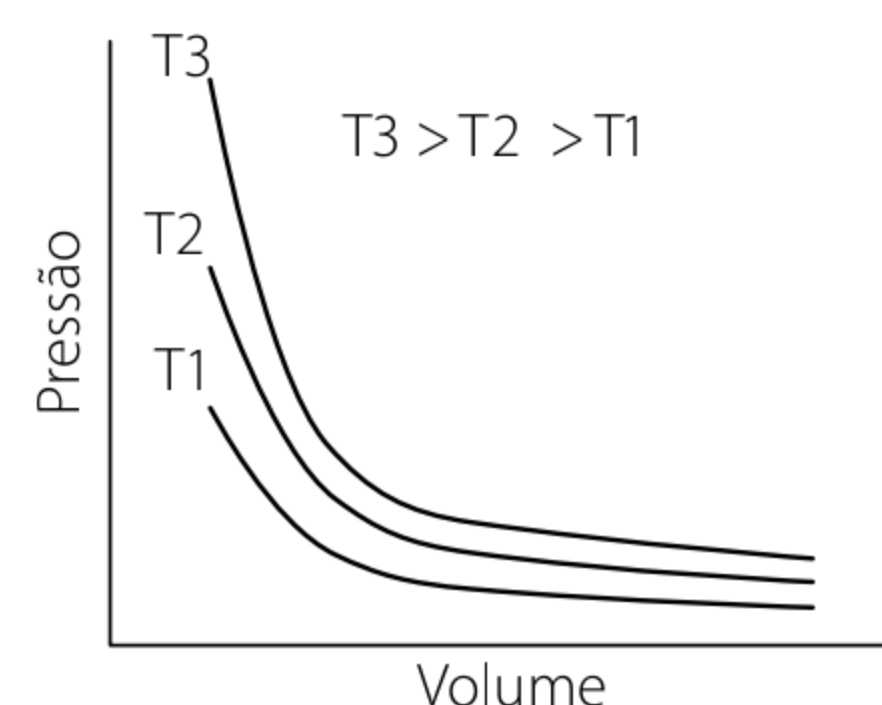
	Caminho livre médio	Frequência de colisões
A	Inalterado	Aumenta
B	Diminui	Inalterada
C	Aumenta	Aumenta
D	Inalterado	Diminui
E	Diminui	Aumenta

81 ITA 2006 A figura mostra cinco curvas de distribuição de velocidade molecular para diferentes gases (I, II, III, IV e V) a uma dada temperatura. Assinale a opção que relaciona CORRETAMENTE a curva de distribuição de velocidade molecular a cada um dos gases.



- A** I = H_2 , II = He, III = O_2 , IV = N_2 e V = H_2O .
- B** I = O_2 , II = N_2 , III = H_2O , IV = He e V = H_2 .
- C** I = He, II = H_2 , III = N_2 , IV = O_2 e V = H_2O .
- D** I = N_2 , II = O_2 , III = H_2 , IV = H_2O e V = He.
- E** I = H_2O , II = N_2 , III = O_2 , IV = H_2 e V = He.

82 ITA 1998 A figura a seguir mostra de forma esquemática três isotermas, pressão *versus* volume, para o caso de um gás ideal. Trace isotermas análogas para o caso de um gás real que, por compressão, acaba totalmente liquefeito. No seu gráfico deve ficar claro, para cada isoterma, quais são os pontos que correspondem ao início e ao fim da liquefação em função da redução do volume.



83 ITA 1993 A observação experimental de que 1,20 g de carbono podem se combinar tanto com 1,60 g de oxigênio como com 3,20 g de oxigênio corresponde a uma confirmação da:

- A** Lei de conservação das massas de Lavoisier.
- B** Lei de Guldberg e Waage.
- C** Regra de Prout, sobre pesos atômicos.
- D** Lei das proporções múltiplas de Dalton.
- E** Lei das proporções recíprocas de Richter e Wenzel.

84 ITA 1986 Verificou-se que as massas, em gramas, dos elementos A e B que se combinam (sem falta de excesso) para formar 100g dos compostos binários distintos I e II são:

Composto	Massa de A	Massa de B
I	77,73 g	22,27 g
II	69,94 g	30,06 g

Em relação às informações acima, qual das opções contém a afirmação verdadeira?

- A** As informações tabeladas confirmam a hipótese de Avogadro
- B** Das informações tabeladas, pode-se obter, sem ambiguidade, tanto o peso atômico do elemento A como o peso atômico do elemento B
- C** As informações tabeladas confirmam a lei de Gay-Lussac
- D** As informações tabeladas estão de acordo com a hipótese atômica de Dalton
- E** O composto II tem fórmula mínima A_5B_2

85 ITA 1986 Verificou-se que as massas, em gramas, dos elementos A e B que se combinam (sem falta de excesso) para formar 100g dos compostos binários distintos I e II são:

Composto	Massa de A	Massa de B
I	77,73 g	22,27 g
II	69,94 g	30,06 g

Supondo que a fórmula do composto I seja $(A_xB_y)_x$ e que a fórmula do composto II seja $(A_aB_b)_y$, mostre os raciocínios que permitem obter valores para os coeficientes a e b, partindo dos dados analíticos acima. Deve ficar claro como isso é possível mesmo se x e y forem desconhecidos.

Resultados de quocientes eventualmente úteis:

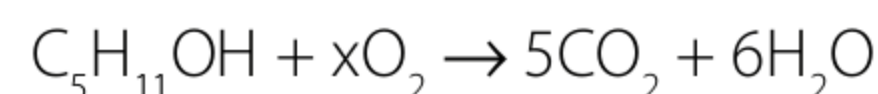
$$\frac{77,73}{69,94} = 1,111 \quad \frac{1,111}{0,741} = 1,500 \quad \frac{69,94}{30,06} = 2,327$$

$$\frac{22,27}{30,06} = 0,741 \quad \frac{77,73}{22,27} = 3,490 \quad \frac{3,490}{2,327} = 1,500$$

86 ITA 1987 O coeficiente x da equação a seguir é:
 $C_5H_{11}OH + xO_2 \rightarrow 5CO_2 + 6H_2O$

- A** $\frac{13}{2}$
- B** $\frac{14}{2}$
- C** $\frac{15}{2}$
- D** $\frac{16}{2}$
- E** nenhum dos anteriores.

87 ITA 1987 Considere a seguinte reação química:



Se nesta reação são consumidos 176g de pentanol, o número de mols de água formado será:

- A** 6,0
- B** 12,0
- C** 18,0
- D** 24,0
- E** 30,0

88 ITA 1989 Hematita (óxido férrico) e siderita (carbonato ferroso) são minérios importantes, a partir dos quais se obtém ferro metálico.

As massas máximas, em kg, de ferro que podem ser obtidas a partir de 1,00 kg de hematita e 1,00 kg de siderita, supostamente secas e puras, são, respectivamente:

- A** $\frac{55,8}{55,8+16,0}; \frac{2 \cdot 55,8}{2 \cdot 55,8+180,0}$
- B** $\frac{2 \cdot 55,8}{2 \cdot 55,8+48,0}; \frac{55,8}{55,8+60,0}$
- C** $\frac{2 \cdot 55,8}{2 \cdot 55,8+48,0}; \frac{2 \cdot 55,8}{2 \cdot 55,8+180,0}$
- D** $\frac{55,8}{2}; \frac{55,8}{2}$
- E** $\frac{2 \cdot 55,8+48,0}{2 \cdot 55,8}; \frac{2 \cdot 55,8+180,0}{2 \cdot 55,8}$

89 ITA 1993 Qual é a relação entre as massas de gás oxigênio consumido na combustão completa de um mol, respectivamente, de metanol, etanol e octano?

- A** 3:6:24
- B** 3:6:25
- C** 4:7:25
- D** 6:9:27
- E** 6:10:34

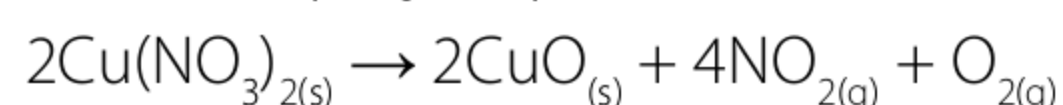
90 ITA 1993 Um método de obtenção de prata pura e porosa consiste na decomposição térmica de seu carbonato. Qual massa de prata seria obtida pela decomposição de um quilo-grama de Ag_2CO_3 ?

- A** $(1\,000\text{ g} / 275,8\text{ g}) \cdot 107,9\text{ g}$
- B** $(1\,000\text{ g} / 275,8\text{ g/mol}) \cdot 215,8\text{ g/mol}$
- C** $(275,8\text{ g} / 107,9\text{ g/mol}) \cdot 1\,000\text{ g/mol}$
- D** $(1\,000\text{ g} / 215,8\text{ g}) \cdot 275,8\text{ g}$
- E** $(275,8\text{ g/mol} / 1\,000\text{ g}) \cdot 107,8\text{ mol}$

91 ITA 1995 Considere a queima completa de vapores das quatro seguintes substâncias: metano, etano, metanol e etanol. Os volumes de ar necessários para a queima de 1 litro de cada um desses vapores, todos à mesma pressão e temperatura, são, respectivamente, V_1 , V_2 , V_3 e V_4 . Assinale a alternativa que apresenta a comparação correta entre os volumes de ar utilizados na combustão.

- A** $V_2 > V_4 > V_1 > V_3$
- B** $V_2 > V_1 > V_4 > V_3$
- C** $V_4 > V_2 > V_3 > V_1$
- D** $V_4 > V_3 > V_2 > V_1$
- E** $V_4 = V_2 > V_3 = V_1$

92 ITA 1997 Certa massa de nitrato de cobre ($\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$) foi calcinada em ambiente aberto até restar um resíduo com massa constante, que é sólido e preto. Formaram-se dois produtos gasosos, conforme a equação química:



A massa do NO_2 formado na reação de decomposição é igual a 18,4 g. Qual é o valor que mais se aproxima da massa inicial do nitrato de cobre?

- A** 9,4 g
- B** 37,5 g
- C** 57,5 g
- D** 123 g
- E** 246 g

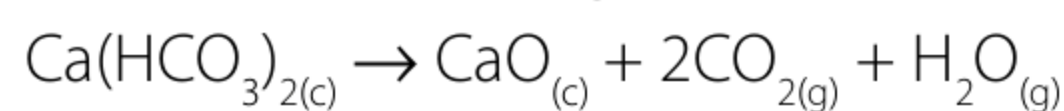
93 ITA 1990 Dispomos de dois lotes de ligas distintas de ouro e cobre. O primeiro, chamado A, contém 90% (em massa) de ouro, o restante sendo cobre. O segundo, chamado B, contém 40% (em massa) de ouro, o restante sendo cobre. Fundindo, juntos, x kg de liga A com y kg da liga B, somos capazes de obter 2,00 kg de uma nova liga, contendo 70% (em massa) de ouro. Das opções abaixo, qual é aquela que contém os valores certos de x e y?

	x(kg)	y(kg)
A	0,50	1,50
B	0,80	1,20
C	1,20	0,80
D	1,60	0,40
E	1,80	0,20

94 ITA 1992 Uma amostra de 15,4 gramas de uma mistura de $\text{KI}(\text{c})$ e $\text{NaI}(\text{c})$ contém um total de 0,100 mol de iodeto. Dessas informações, dá para concluir que a massa (em gramas) de $\text{KI}(\text{c})$ nesta mistura sólida era:

- A** 3,7
- B** 4,2
- C** 7,5
- D** 11,2
- E** 5,4

95 ITA 1996 Considere a seguinte reação química:



Calcule a perda de massa para essa reação.

96 ITA 1997 Silicatos de sódio podem ser preparados por reação química entre carbonato de sódio e sílica. Os produtos desta reação podem ser representados por: $(\text{Na}_2\text{O})_x(\text{SiO}_2)_y + x\text{Z}$, onde: "x" e "y" são números inteiros possíveis e "Z" representa uma certa substância.

São feitas as afirmações:

- I. A letra "Z" está representando o dióxido de carbono.
- II. A reação de formação do silicato de sódio é uma reação tipo ácido-base.
- III. O valor de "y/x" é igual à razão (massa/massa) entre $\text{SiO}_2/\text{Na}_2\text{O}$.
- IV. O valor de "y/x" é igual à razão (mol/mol) entre $\text{SiO}_2/\text{Na}_2\text{O}$.

Estão *corretas* apenas:

- A** I, II e IV
- B** II, III e IV
- C** I e II
- D** I e IV
- E** III e IV

97 ITA 2003 Uma mistura de azoteto de sódio, $\text{NaN}_3(\text{c})$, e de óxido de ferro (III), $\text{Fe}_2\text{O}_3(\text{c})$, submetida a uma centelha elétrica reage muito rapidamente produzindo, entre outras substâncias, nitrogênio gasoso e ferro metálico. Na reação entre o azoteto de sódio e o óxido de ferro (III) misturados em proporções estequiométricas, a relação (em mol/mol) $\text{N}_2(\text{g})/\text{Fe}_2\text{O}_3(\text{c})$ é igual a

- A** 1/2
- B** 1
- C** 3/2
- D** 3
- E** 9

98 ITA 2005 Vidro de janela pode ser produzido por uma mistura de óxido de silício, óxido de sódio e óxido de cálcio, nas seguintes proporções (% m/m): 75, 15 e 10, respectivamente. Os óxidos de cálcio e de sódio são provenientes da decomposição térmica de seus respectivos carbonatos. Para produzir 1,00 kg de vidro, quais são as massas de óxido de silício, carbonato de sódio e carbonato de cálcio que devem ser utilizadas? Mostre os cálculos e as equações químicas balanceadas de decomposição dos carbonatos.

99 ITA 2006 Um recipiente fechado, mantido a volume e temperatura constantes, contém a espécie química X no estado gasoso a pressão inicial P_0 . Esta espécie decompõe-se em Y e Z de acordo com a seguinte equação química: $X(g) \rightarrow 2Y(g) + 1/2 Z(g)$. Admita que X, Y e Z tenham comportamento de gases ideais. Assinale a opção que apresenta a expressão CORRETA da pressão (P) no interior do recipiente em função do andamento da reação, em termos da fração α de moléculas de X que reagiram.

Dentre essas afirmações, estão certas apenas:

- A** $P = [1 + (1/2)\alpha]P_0$
- B** $P = [1 + (2/2)\alpha]P_0$
- C** $P = [1 + (3/2)\alpha]P_0$
- D** $P = [1 + (4/2)\alpha]P_0$
- E** $P = [1 + (5/2)\alpha]P_0$

100 ITA 1986 Certo fermento em pó contém hidrogeno-carbonato de sódio, hidrogenotartarato de potássio e amido; sua composição (% em massa) é dada da seguinte forma:

NaHCO ₃	26,7%
KHC ₄ H ₄ O ₆	59,9%
Amido	13,4%

O ácido tartárico é o ácido 2,3-dihidroxi-1,4-butanodióico; amido é um componente inerte. O fermento seco é estável, mas, em contato com água, produz gás carbônico ao lado de outras substâncias.

A respeito desse assunto, são feitas as seguintes afirmações:

- I. O NaHCO₃ pode ser obtido borbulhando gás carbônico suficiente através de uma solução aquosa de hidróxido de sódio.
- II. No fermento seco, NaHCO₃ e KHC₄H₄O₆ se encontram numa proporção molar praticamente de 1:1
- III. Ao acrescentar água ao fermento, o hidrogenotartarato funcionará como ácido, enquanto que o hidrogenocarbonato funcionará como base.
- IV. Para produzir 3,00 L de gás carbônico, medidos a 27 °C e 760 mmHg, é preciso acrescentar cerca de 38,3g do fermento à água.
- V. Ácido tartárico e seus ânions possuem dois átomos de carbono assimétricos

Quais dessas afirmações são verdadeiras?

- A** Apenas I, II, III e IV
- B** Apenas I, III, IV e V
- C** Apenas I e V
- D** Apenas II, III e V
- E** Todas

101 ITA 1986 Certo fermento em pó contém hidrogeno-carbonato de sódio, hidrogenotartarato de potássio e amido; sua composição (% em massa) é dada da seguinte forma:

NaHCO ₃	26,7%
KHC ₄ H ₄ O ₆	59,9%
Amido	13,4%

O ácido tartárico é o ácido 2,3-dihidroxi-1,4-butanodióico; amido é um componente inerte. O fermento seco é estável, mas, em contato com água, produz gás carbônico ao lado de outras substâncias.

Equacione a reação entre os ingredientes ativos do fermento na presença de água e indique os cálculos que o levariam à resposta relativa à seguinte afirmação: “Para produzir 3,00 L de gás carbônico, medidos a 27 °C e 760 mmHg, é preciso acrescentar cerca de 38,3g do fermento à água.”

102 ITA 1992 Uma mistura gasosa de hidrogênio e metano é queimada completamente com excesso de oxigênio. Após eliminação do excesso de oxigênio, a mistura de H₂O_(g) e CO_{2(g)} ocupa um volume igual a 28,0 mililitros. Após eliminação do vapor de água, o CO_{2(g)} restante ocupa um volume igual a 4,0 mililitros. Qual era a concentração (em porcentagem em volume) de metano na mistura gasosa original?

- A** 4,0%
- B** 14,3%
- C** 20,0%
- D** 28,0%
- E** 50,0%

103 ITA 1992 Escreva a equação química balanceada para a queima completa do nitro-amino-etano (H₂N—C₂H₄—NO₂), com a quantidade estequiométrica correta de ar, supondo reagentes e produtos todos gasosos e supondo que ar seja uma mistura de 1 molécula de O₂ para cada 4 de N₂. Em outras palavras, descubra o valor de z na equação abaixo e escreva tudo que deve constar no segundo membro.



104 ITA 1992 Uma amostra de m_t gramas de uma mistura de KI_(c) e NaI_(c) contém um total de n mols de iodeto. Usando a notação seguinte:

m_1 = massa de KI na amostra

m_2 = massa de NaI na amostra

M_1 = massa molar do KI

M_2 = massa molar do NaI

m_t = massa total da amostra

n = número de mols do I⁻ na amostra

Deduz m_1 em função de n, M_1 , M_2 e m_t .

105 ITA 1993 1,31 g de uma mistura de limalhas de cobre e zinco reagiram com o excesso de solução de ácido clorídrico, numa aparelhagem adequada, produzindo gás hidrogênio. Este gás, depois de seco, ocupou um volume de 269 mL sob pressão de 0,90 atm e a 300 K (que corresponde a $1,10 \cdot 273$ K). A fração de massa do zinco nesta mistura é:

- A 0,13
- B 0,25
- C 0,50
- D 0,75
- E 1,00

106 ITA 1996 Em qual dos processos de aquecimento, na presença de ar, representados pelas equações químicas a seguir e supostos completos, ter-se-á a maior perda de massa para cada grama do respectivo reagente no estado sólido?

- A $\text{CaCO}_{3(c)} \rightarrow \text{CaO}_{(c)} + \text{CO}_{2(g)}$
- B $\text{CaC}_2\text{O}_{4(c)} + 1/2\text{O}_{2(g)} \rightarrow \text{CaO}_{(c)} + 2\text{CO}_{2(g)}$
- C $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_{2(c)} \rightarrow \text{CaO}_{(c)} + 2\text{CO}_{2(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(g)}$
- D $\text{MgCO}_{3(c)} \rightarrow \text{MgO}_{(c)} + \text{CO}_{2(g)}$
- E $\text{MgC}_2\text{O}_{4(c)} + 1/2\text{O}_{2(g)} \rightarrow \text{MgO}_{(c)} + 2\text{CO}_{2(g)}$

107 ITA 2000 Aquecendo juntos **x** kg de óxido de estanho (SnO_2) e 0,48 kg de grafite sólidos, em atmosfera inerte, são produzidos 3,6 kg de estanho sólido, **z** m³ de monóxido de carbono (CO) e **w** m³ de dióxido de carbono (CO_2) gasosos. Qual das opções a seguir apresentam os valores **CORRETOS** de **x**, **z** e **w**? (Considerar volumes gasosos medidos nas CNTP e comportamento ideal dos gases).

	x (kg)	z (m ³)	w (m ³)
A	1,5	0,22	0,11
B	3,8	0,11	0,22
C	4,5	0,15	0,15
D	4,5	0,45	0,45
E	9,0	0,45	0,45

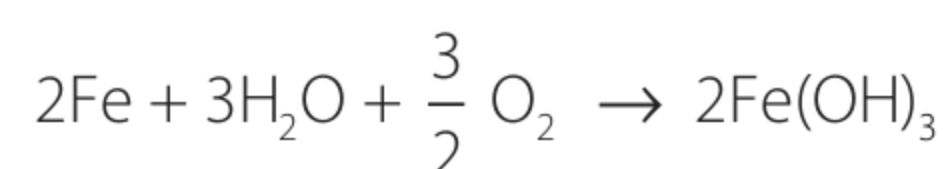
108 ITA 2001 A calcinação de 1,42 g de uma mistura sólida constituída de CaCO_3 e MgCO_3 produziu um resíduo sólido, que pesou 0,76 g, e um gás. Com essas informações, qual das opções a seguir é a relativa à afirmação correta?

- A Borbulhando o gás liberado nessa calcinação em água destilada contendo fenolftaleína, com o passar do tempo, a solução irá adquirir uma coloração rósea.
- B A coloração de uma solução aquosa contendo fenolftaleína, em contato com o resíduo sólido, é incolor.
- C O volume ocupado pelo gás liberado devido à calcinação da mistura, nas CNTP, é de 0,37 L.
- D A composição da mistura sólida inicial é 70% (m/m) de CaCO_3 e 30% (m/m) de MgCO_3 .
- E O resíduo sólido é constituído pelos carbeto de cálcio e magnésio.

109 ITA 2005 A 25 °C, uma mistura de metano e propano ocupa um volume (V), sob uma pressão total de 0,080 atm. Quando é realizada a combustão completa desta mistura e apenas dióxido de carbono é coletado, verifica-se que a pressão desse gás é de 0,12 atm, quando este ocupa o mesmo volume (V) e está sob a mesma temperatura da mistura original. Admitindo que os gases têm comportamento ideal, assinale a opção que contém o valor CORRETO da concentração, em fração em mols, do gás metano na mistura original.

- A 0,01
- B 0,25
- C 0,50
- D 0,75
- E 1,00

110 ITA 1990 Num recipiente inerte, hermeticamente fechado, existem disponíveis 100 g de ferro, 100 g de água e 100 g de oxigênio. Supondo que ocorra a reação representada por

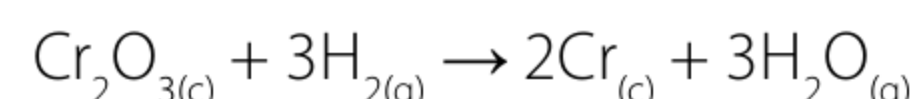


e que a reação prossiga até o consumo completo do(s) reagente(s) minoritário(s), podemos prever que irá(ão) sobrar:

- A Fe e H_2O .
- B Fe e O_2 .
- C H_2O e O_2 .
- D apenas Fe.
- E apenas H_2O .

111 ITA 1994 Calcule o máximo de massa de água que se pode obter partindo de 8,0 gramas de hidrogênio e 32,0 gramas de oxigênio. Indique qual o reagente em excesso e quanto sobra dele.

112 ITA 1987 Uma amostra de óxido de crômio (III) contaminada com impurezas inertes é reduzida com hidrogênio de acordo com a seguinte equação:



O volume de H_2 medido nas CNTP necessário para purificar 5,0 g de óxido de crômio (III) contendo 15% de impurezas inertes será:

- A $((0,15 \cdot 5,0 \cdot 3 \cdot 22,4)/152)$ litros.
- B $((0,85 \cdot 5,0 \cdot 3 \cdot 22,4)/152)$ litros.
- C $((0,15 \cdot 5,0 \cdot 3 \cdot 22,4)/104)$ litros.
- D $((0,85 \cdot 5,0 \cdot 3 \cdot 22,4)/104)$ litros.
- E $((0,15 \cdot 5,0 \cdot 3 \cdot 22,4)/102)$ litros.

113 ITA 1989 Num garrafão de 3,5 L de capacidade, contendo 1,5 L de solução 1,0 molar de ácido sulfúrico, introduzem-se 32,7 g de aparas de zinco; fecha-se rapidamente com rolha de borracha. Supondo que a temperatura do ambiente onde esta perigosa experiência está sendo feita seja de 20 °C, o *incremento* máximo de pressão interna (ΔP) do frasco será de:

- A 0,41 atm
- B 3,4 atm
- C 5,6 atm
- D 6,0 atm
- E 12,0 atm

114 ITA 1994 2,7 gramas de alumínio são dissolvidos em 500 mL de uma solução aquosa 1,00 molar em ácido clorídrico. Todo o hidrogênio produzido é recolhido. Após a secagem, o volume de hidrogênio à pressão de 1 atm e 25 °C é:

- A 1,2 litros.
- B 1,6 litros.
- C 2,4 litros.
- D 3,6 litros.
- E 12 litros.

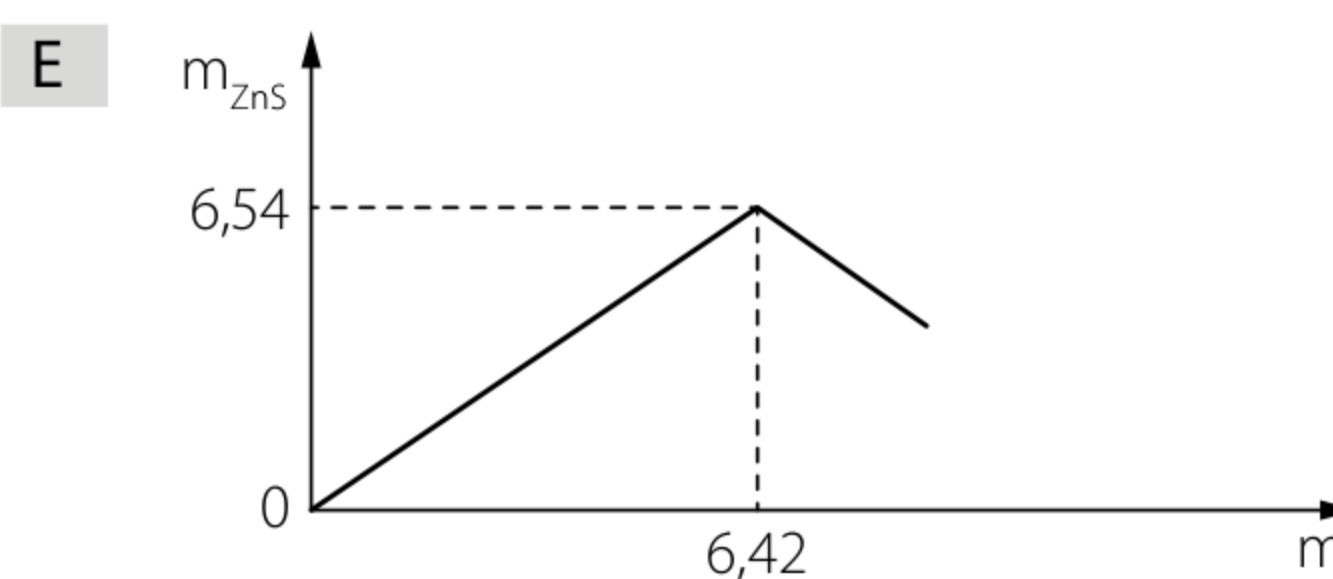
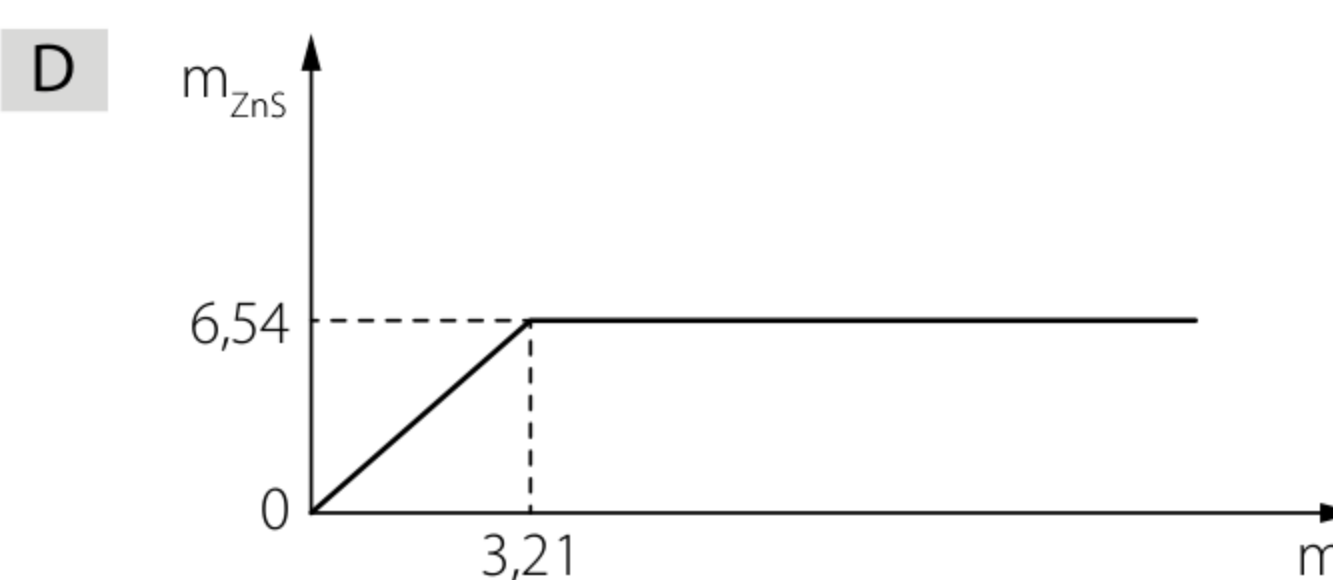
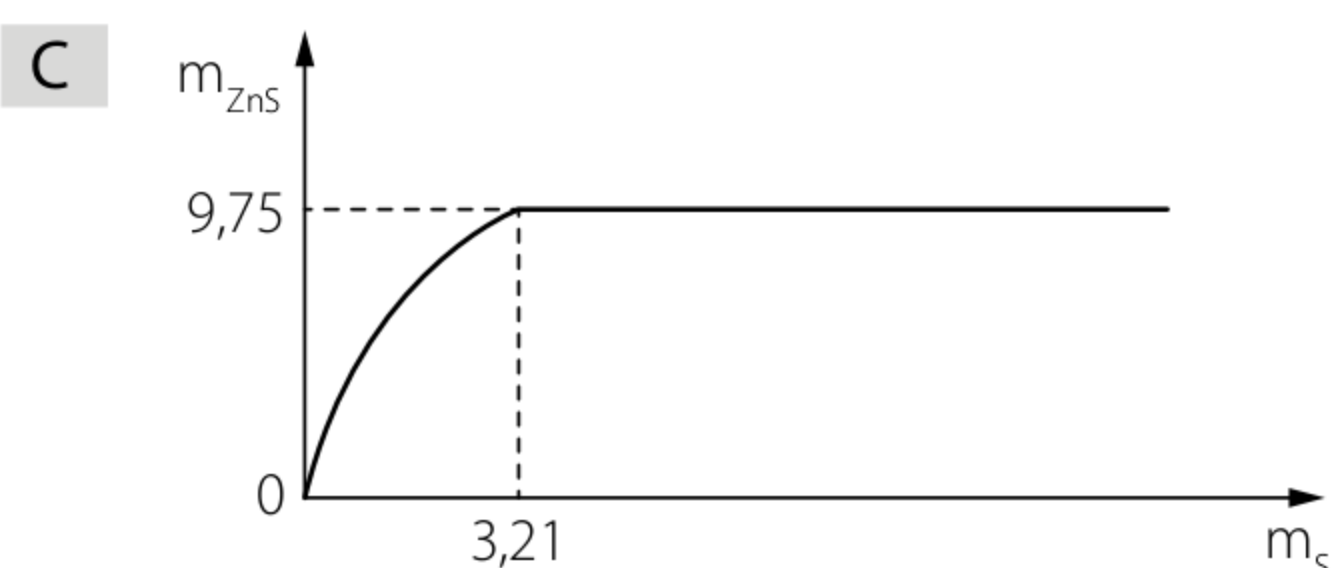
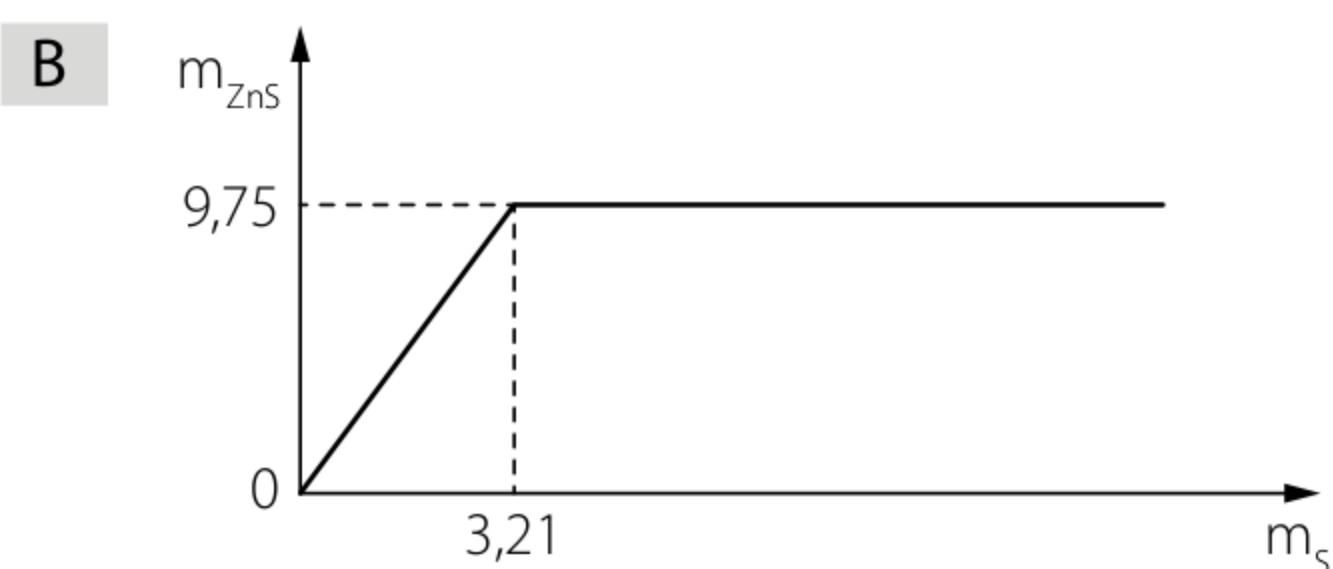
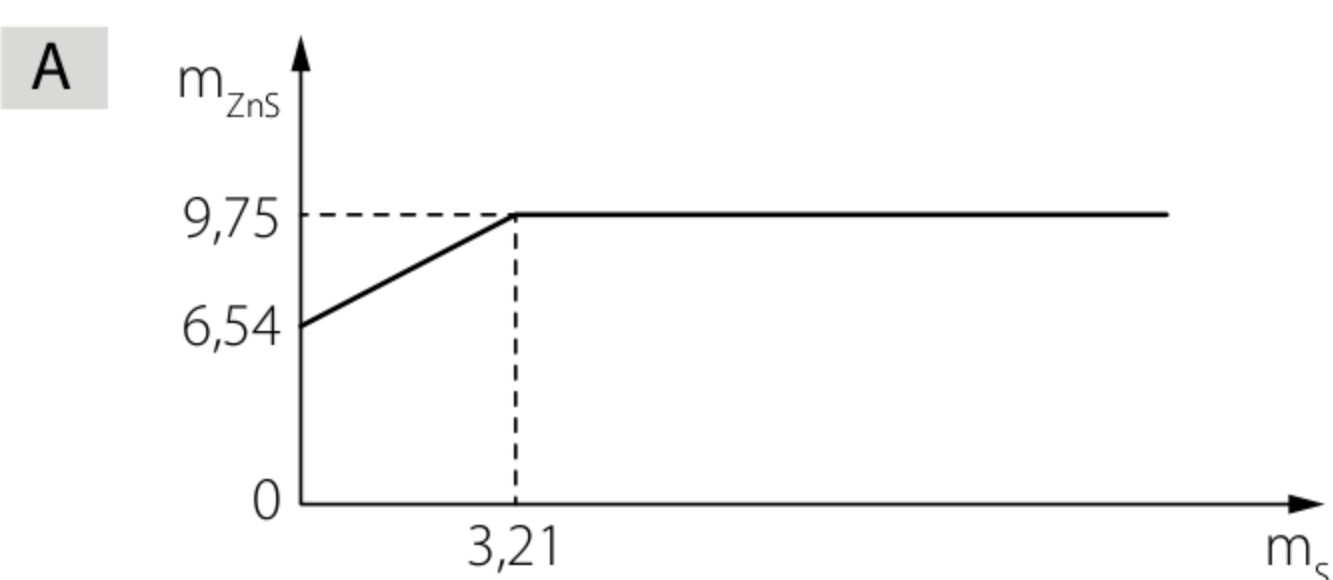
115 ITA 2004 Uma mistura de 300 mL de metano e 700 mL de cloro foi aquecida no interior de um cilindro provido de um pistão móvel sem atrito, resultando na formação de tetracloreto de carbono e cloreto de hidrogênio. Considere todas as substâncias no estado gasoso e temperatura constante durante a reação. Assinale a opção que apresenta os volumes CORRETOS, medidos nas mesmas condições de temperatura e pressão, das substâncias presentes no cilindro após reação completa.

	Volume metano (mL)	Volume cloro (mL)	Volume tetracloreto de carbono (mL)	Volume cloreto de hidrogênio (mL)
A	0	0	300	700
B	0	100	300	600
C	0	400	300	300
D	125	0	175	700
E	175	0	125	700

116 ITA 1985 Considere uma série de experiências, todas realizadas com a mesma massa (6,54g) de Zn e massas crescentes de 0,00 a 6,42 g de enxofre, na ausência de ar. Os dois reagentes são misturados em cadinho que é aquecido até que:

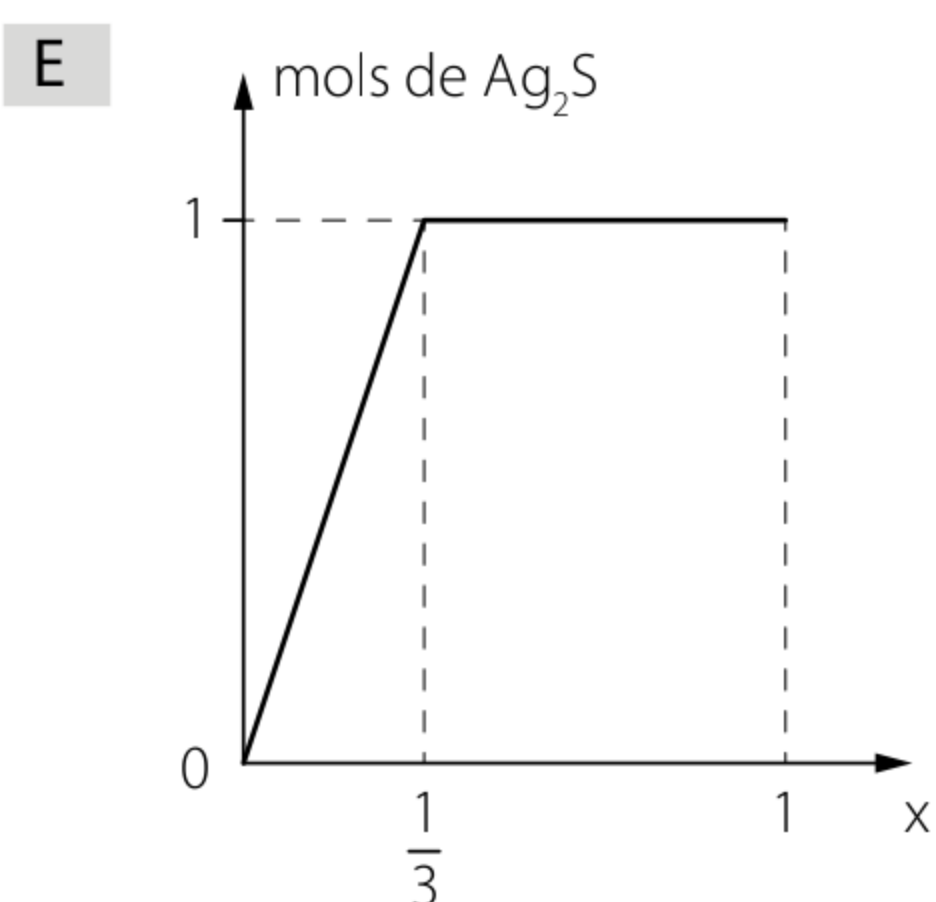
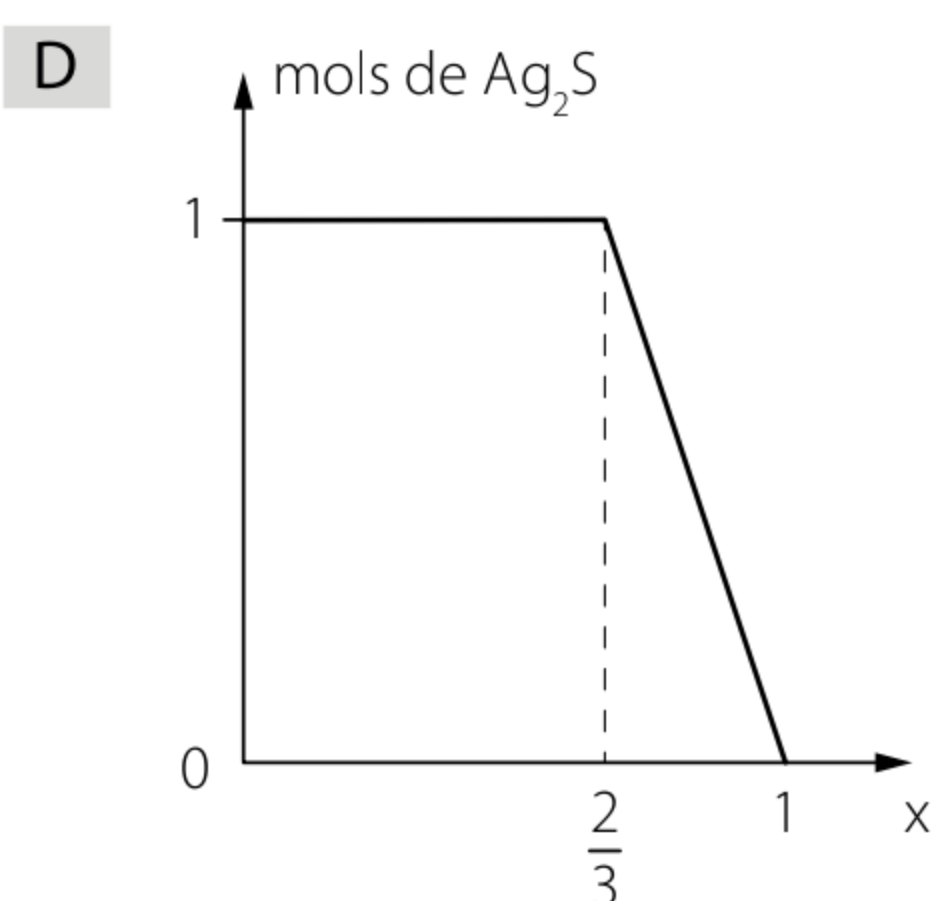
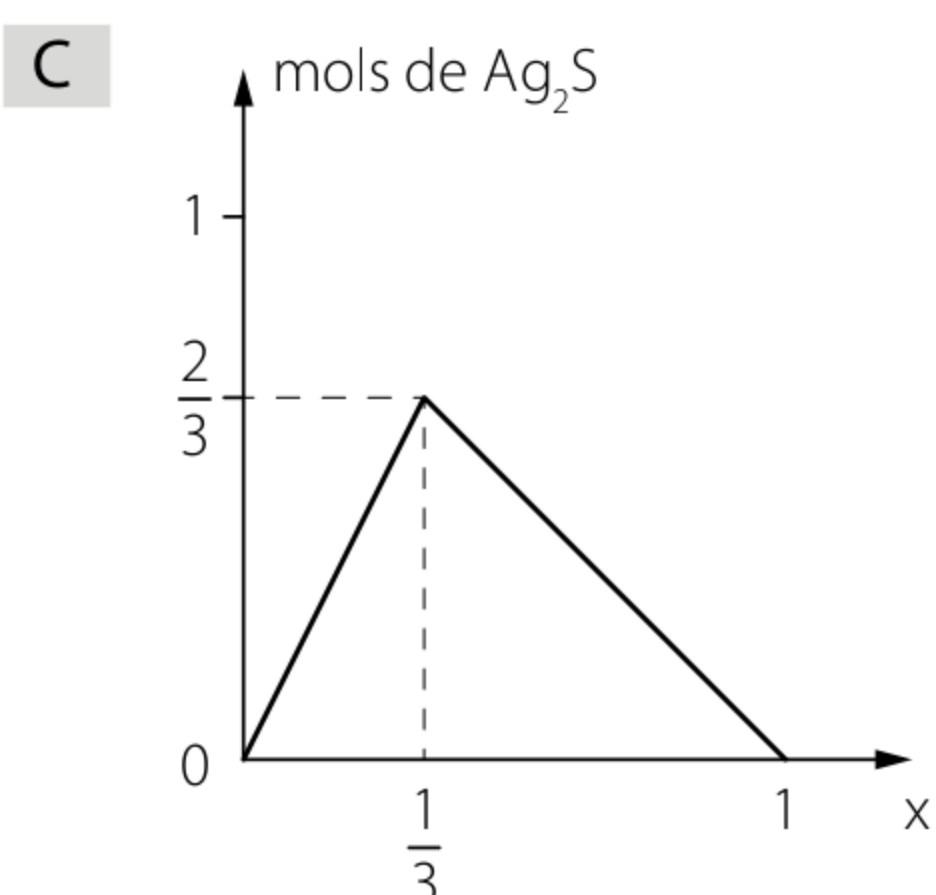
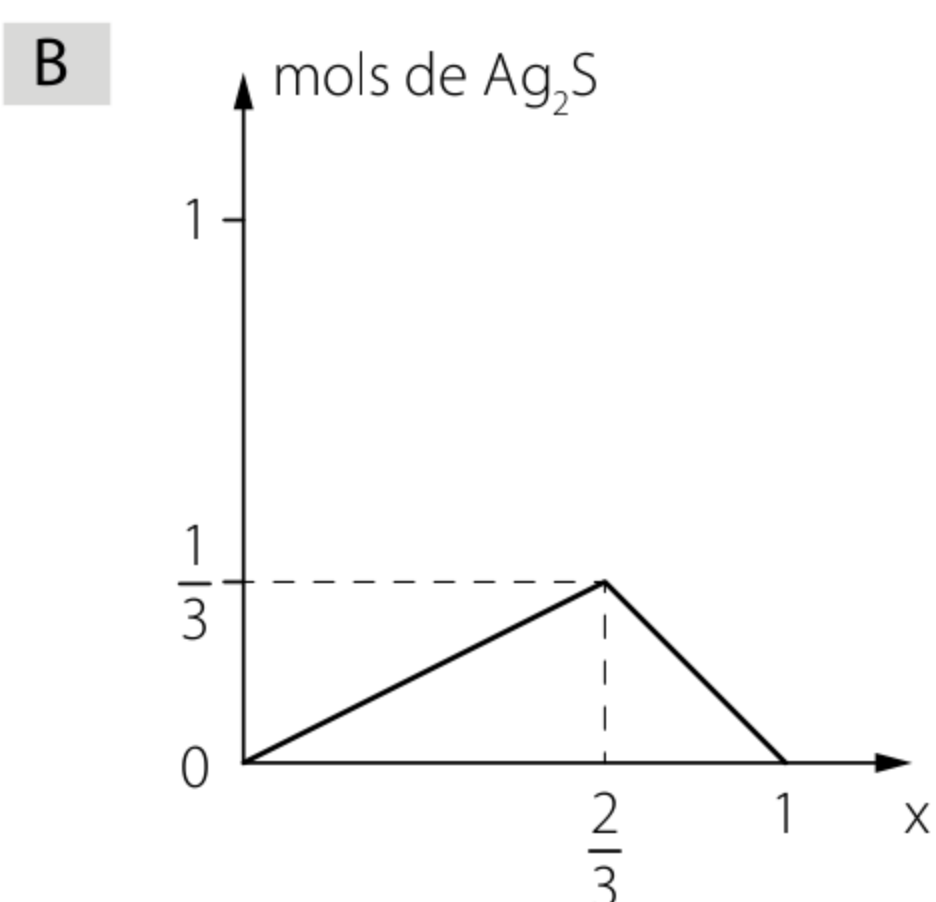
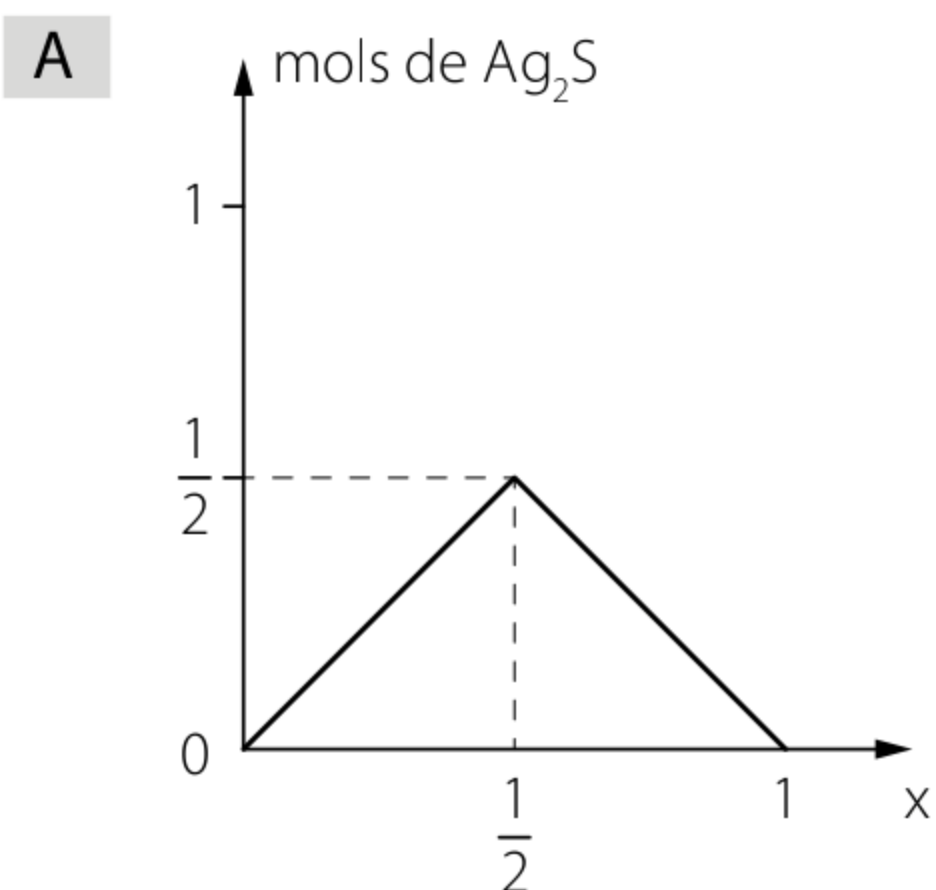
- se completo a única reação possível: $\text{Zn} + \text{S} \rightarrow \text{ZnS}$; e
- seja eliminado, por vaporização, todo o S eventualmente em excesso.

Qual dos gráficos abaixo representa corretamente a massa, em g, de ZnS formado em função da massa, em g, de S empregado na experiência?



117 ITA 1986 Considere misturas de enxofre em pó com limalha de prata. Se estas misturas forem aquecidas na ausência de ar, será formado Ag_2S . Admita que a reação é completa e que a soma dos números de mols de enxofre e de prata é sempre igual a um. Por exemplo: 0,30 mols de S + 0,70 mols de Ag; neste exemplo particular é fácil ver quantos mols de Ag_2S serão formados e quantos mols do reagente em excesso irão sobrar. Este problema pode ser generalizado para misturas de $(1-x)$ S e x Ag, onde x é uma variável definida no intervalo de 0 a 1.

Das seguintes opções, qual a que contém o gráfico verdadeiro que relaciona o número de mols de Ag_2S produzido com o valor de x ?



118 ITA 1986 Considere misturas de enxofre em pó com limalha de prata. Se estas misturas forem aquecidas na ausência de ar, será formado Ag_2S . Admita que a reação é completa e que a soma dos números de mols de enxofre e de prata é sempre igual a um. Por exemplo: 0,30 mols de S + 0,70 mols de Ag ; neste exemplo particular é fácil ver quantos mols de Ag_2S serão formados e quantos mols do reagente em excesso irão sobrar. Este problema pode ser generalizado para misturas de $(1-x)$ S e x Ag , onde x é uma variável definida no intervalo de 0 a 1.

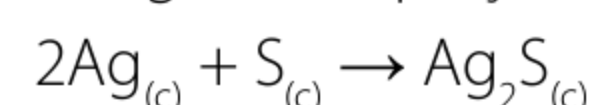
Trace os dois gráficos seguintes:

- número de mols de enxofre, que sobram, em função de x ;
- número de mols de prata, que sobram, em função de x .

Assinale nesses gráficos os valores das ordenadas e abscissas correspondentes à localização das inflexões.

119 ITA 1992 Uma mistura gasosa de hidrogênio e metano é queimada completamente com excesso de oxigênio. Após eliminação do excesso de oxigênio, a mistura de $\text{H}_2\text{O}_{(g)}$ e $\text{CO}_{2(g)}$ ocupa um volume igual a 28,0 mililitros. Após eliminação do vapor de água, o $\text{CO}_{2(g)}$ restante ocupa um volume igual a 4,0 mililitros. A partir dos dados fornecidos, mostre como se calcula a concentração (em porcentagem em volume) de metano na mistura original.

120 ITA 1998 Sulfeto de prata, $\text{Ag}_2\text{S}_{(c)}$, é formado quando limalhas de prata, $\text{Ag}_{(c)}$, e enxofre pulverizado, $\text{S}_{(c)}$, são aquecidos juntos. Essa reação química, considerada praticamente completa, é representada pela seguinte equação:



Numa série de muitos tubos, foram colocadas misturas com proporções diferentes de $\text{Ag}_{(c)}$ e $\text{S}_{(c)}$, onde cada um desses tubos continha, inicialmente, " x " mols de prata e " $1-x$ " mol de enxofre. O valor da variável independente " x " é diferente de tubo para tubo, mas obviamente fica no intervalo $0 \leq x \leq 1$. Para este experimento, trace os dois gráficos solicitados a seguir.

- O gráfico que representa a quantidade (mols) de $\text{Ag}_2\text{S}_{(c)}$ formado *versus* " x ". Assinale os valores das coordenadas de pontos de máximos e/ou de mínimos.
- O gráfico que representa a quantidade (mols) de enxofre remanescente *versus* " x ". Assinale os valores das coordenadas de pontos de máximos e/ou de mínimos.

121 ITA 1999 Um estudante preparou uma mistura A, constituída dos seguintes sólidos: cloreto de sódio, cloreto de potássio e cloreto de bário. Numa primeira experiência, foi preparada uma solução aquosa pela total dissolução de 24,10 g da mistura A, em água destilada, a 25 °C, à qual foi adicionada, a seguir, uma solução aquosa de nitrato de prata em excesso,

obtendo-se 57,40 g de um certo precipitado. Num segundo experimento, foi preparada uma solução aquosa pela total dissolução de 6,82 g da mistura A em água destilada, a 25 °C, à qual foi adicionada, a seguir, uma solução aquosa de sulfato de sódio em excesso, obtendo-se 4,66 g de um outro precipitado. Qual das opções abaixo apresenta o valor CORRETO da composição percentual, em massa, da mistura A?

- A** 17,2% de NaCl, 21,8% de KCl e 61,0% de BaCl₂
- B** 21,8% de NaCl, 17,2% de KCl e 61,0% de BaCl₂
- C** 61,0% de NaCl, 21,8% de KCl e 17,2% de BaCl₂
- D** 21,8% de NaCl, 61,0% de KCl e 17,2% de BaCl₂
- E** 61,0% de NaCl, 17,2% de KCl e 21,8% de BaCl₂

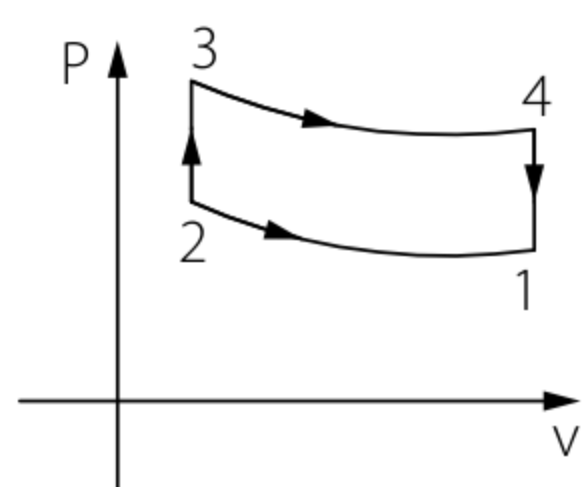
122 ITA 2004 Uma massa de 180 g de zinco metálico é adicionada a uma erlenmeyer contendo solução aquosa de ácido clorídrico. Ocorre reação com liberação de gás que é totalmente coletado em um Balão **A**, de volume igual a 2 L. Terminada a reação, restam 49 g de zinco metálico no erlenmeyer. A seguir, por meio de um tubo provido de torneira, de volumes desprezíveis, o Balão **A** é conectado a um Balão **B**, de volume igual a 4 L, que contém gás nitrogênio sob pressão de 3 atm. Considere que a temperatura é igual em ambos os balões e que esta é mantida constante durante todo o experimento. Abrindo-se a torneira do tubo de conexão entre os dois balões, ocorre a mistura dos dois gases. Após estabelecido o equilíbrio, a pressão nos dois balões pode ser expressa em função da constante dos gases (R) e da temperatura absoluta (T) por

- A** $\frac{1}{2}RT$.
- B** $\frac{1}{2}RT + 1$.
- C** $\frac{3}{2}RT$.
- D** $\frac{1}{3}RT + 2$.
- E** $RT + 3$

FRENTE 3 – IME

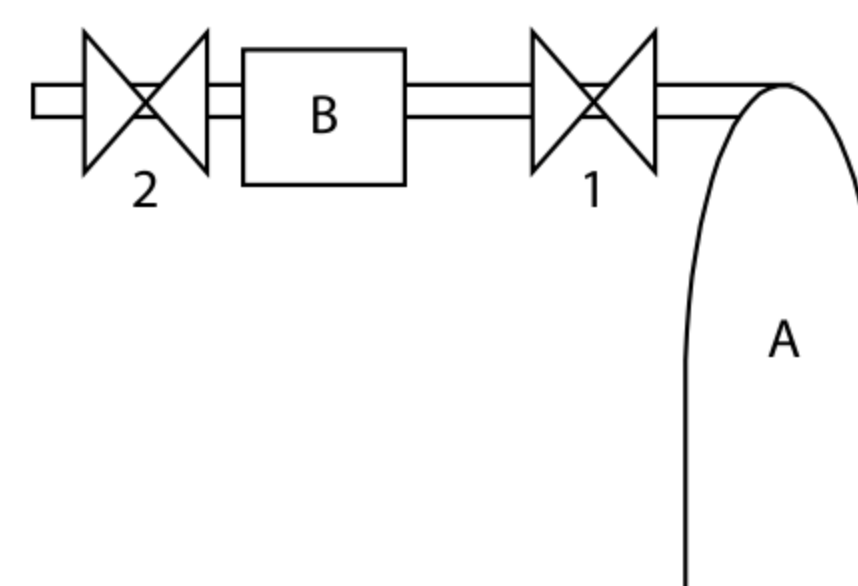
123 IME 1986 A seguir está representada e discriminada a sequência de transformações que ocorre com 1 mol de gás ideal. Represente essas transformações nos diagramas PT e VT, não esquecendo de assinalar pelos mesmos números os quatro estados (1, 2, 3 e 4) que aparecem no diagrama dado.

Mudança de estado	Transformação
1 – 2	compressão isotérmica
2 – 3	aquecimento isométrico
3 – 4	expansão isotérmica
4 – 1	resfriamento isométrico



124 IME 2004 Na figura a seguir, o cilindro A de volume V_A contém um gás inicialmente a uma pressão P_0 e encontra-se conectado, através de uma tubulação dotada de uma válvula (1), a um vaso menor B de volume V_B , repleto do mesmo gás a uma pressão p tal que $P_0 > p > P_{atm}$, onde P_{atm} é a pressão atmosférica local.

Abre-se a válvula 1 até que a pressão fique equalizada nos dois vasos, após o que, fecha-se esta válvula e abre-se a válvula 2 até que a pressão do vaso menor B retorne ao seu valor inicial p , completando um ciclo de operação. Sabendo-se que o sistema é mantido a uma temperatura constante T , pede-se uma expressão para a pressão do vaso A após N ciclos.



125 IME 1992 Um reservatório de metano, com capacidade de 2000 m³, é submetido à temperatura máxima de 47,0 °C no verão e à temperatura mínima de 7,0 °C no inverno. Calcule em quantos quilogramas a massa do gás armazenado no inverno excede àquela do verão, estando submetido a uma pressão de 0,1 Mpa. Despreze as variações de volume do reservatório com a temperatura e considere o metano como um gás ideal.

126 IME 1998 Uma determinada quantidade de nitrogênio (N₂) ocupa um recipiente com volume de 10 litros a uma temperatura de 127 °C e a uma pressão de 4,92 atm. Adiciona-se ao nitrogênio 9,03·10²³ moléculas de oxigênio (O₂). Sabendo-se que a pressão final de equilíbrio do sistema é de 6,15 atm, calcule a temperatura final de equilíbrio.

Dados: $R = 0,082 \text{ atm.l/mol.K}$

127 IME 1997 Para a determinação do poder calorífico de uma amostra, devemos encher uma bomba calorimétrica, de volume $4,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$, com oxigênio até atingirmos uma pressão manométrica de $2,0 \cdot 10^6 \text{ Pa}$. Na preparação da bomba calorimétrica para a análise, utilizamos o oxigênio de um cilindro com volume de 0,01 m³, a uma pressão manométrica de $1,0 \cdot 10^7 \text{ Pa}$. Admitindo que apenas 80% do conteúdo de oxigênio do cilindro seja efetivamente utilizado, e que devemos realizar 20 testes por semana, determine a duração, em semanas, do cilindro de oxigênio utilizado para encher a bomba calorimétrica, considerando que os gases tenham comportamento ideal.

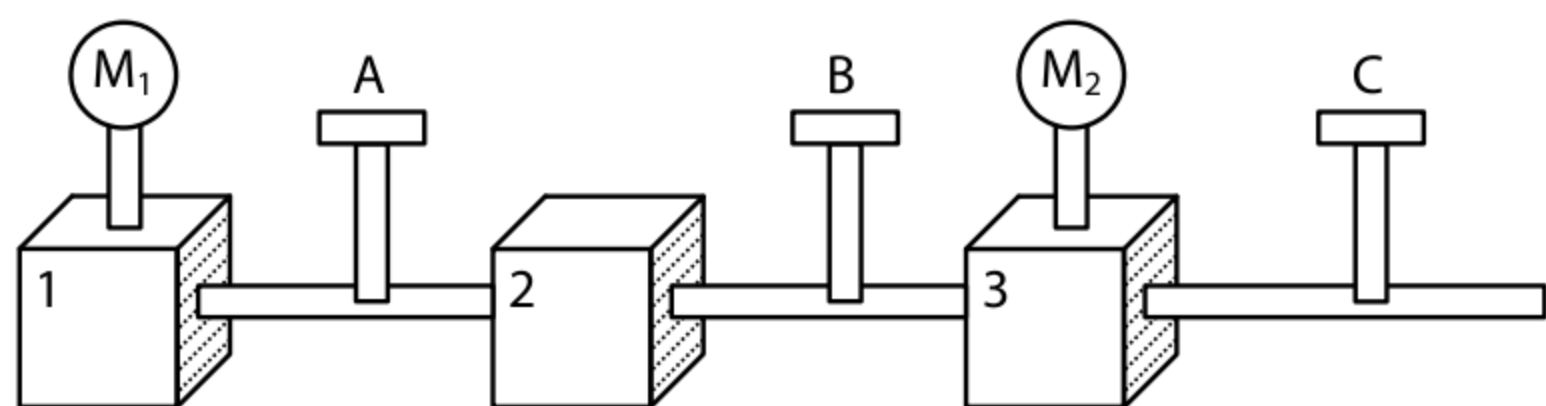
128 IME 1999 Borbulha-se oxigênio através de uma coluna de água e, em seguida, coletam-se 100 cm³ do gás úmido a 23 °C e 1,06 atm. Sabendo que a pressão de vapor da água a 23 °C pode ser considerada igual a 0,03 atm, calcule o volume coletado de oxigênio seco nas CNTP.

129 IME 2005 No equipamento esquematizado na figura a seguir, as torneiras A, B e C estão inicialmente fechadas. O compartimento 1 de volume 2,00 L contém oxigênio sob pressão de 1,80 atm. O compartimento 2 contém nitrogênio. O compartimento 3 de volume 1,00 L contém nitrogênio e uma certa quantidade de sódio metálico. Executam-se, então, isotermicamente, as três operações descritas a seguir:

- 1ª mantendo a torneira A fechada, abrem-se B e C e faz-se o vácuo nos recipientes 2 e 3, sem alterar a quantidade de sódio existente em 3;
- 2ª fecham-se B e C e abre-se A, constatando que, após atingir o equilíbrio, o manômetro M₁ indica uma pressão de 1,20 atm;
- 3ª fecha-se A e abre-se B, verificando que, atingido o equilíbrio, o manômetro M₂ indica uma pressão de 0,300 atm.

Finalmente, fecha-se a torneira B e eleva-se a temperatura do recipiente 3 até 77,0 °C, quando então, a pressão indicada por M₂ é de 0,400 atm.

Calcule a massa inicial de sódio, considerando que, antes da elevação da temperatura, todo o sódio se transformara em óxido de sódio, e que os volumes das tubulações e dos sólidos (sódio e seu óxido) são desprezíveis.



130 IME 1988 Um cilindro contendo oxigênio puro teve pressão reduzida de 2,60 atm para 2,00 atm, em 47,0 min., devido a um vazamento através de um pequeno orifício existente. Quando cheio com outro gás, na mesma pressão inicial, levou 55,1 min. para que a mesma pressão caísse outra vez ao valor de 2,00 atm. Determine o peso molecular do segundo gás. Considere que ambos os processos foram isotérmicos e à mesma temperatura, e que os gases nessas condições de pressão e temperatura apresentam comportamento ideal.

131 IME 1995 Mistura-se um fluxo de ar seco com vapor-d'água para se obter ar úmido com 2,0%, em volume, de umidade. Admitindo o comportamento ideal dos gases e a massa molecular média do ar seco como 28,96 g/mol, calcule a massa específica do ar úmido a 14,25 °C e $1,00 \cdot 10^5$ Pa.

132 IME 2001 A equação do gás ideal só pode ser aplicada para gases reais em determinadas condições especiais de temperatura e pressão. Na maioria dos casos práticos é necessário empregar uma outra equação, como a de van der Waals.

Considere um mol do gás hipotético A contido num recipiente hermético de 1,1 litros a 27 °C. Com auxílio da equação de van der Waals, determine o erro cometido no cálculo da pressão total do recipiente quando se considera o gás A como ideal.

Dados: constante universal dos gases: $R = 0,082 \text{ atm.L.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

constantes da equação de van der Waals:

$$a = 1,21 \text{ atm.L}^2.\text{mol}^{-2}$$

$$b = 0,10 \text{ L.mol}^{-1}$$

133 IME 1996 O nitrogênio forma cinco diferentes óxidos. A análise centesimal de amostras desses óxidos forneceu os resultados a seguir:

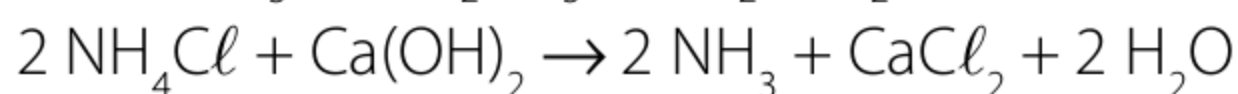
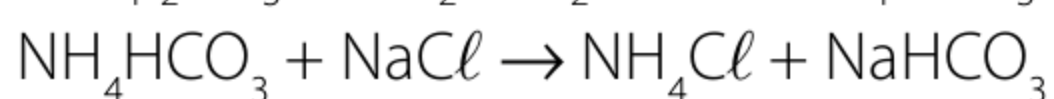
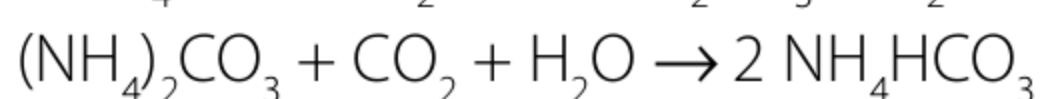
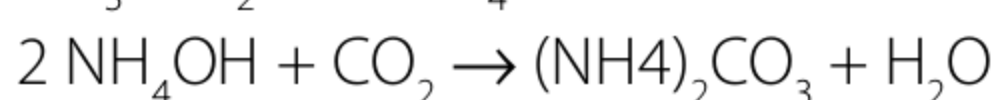
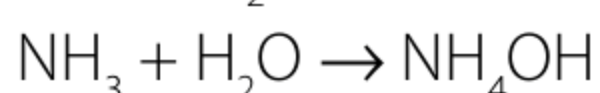
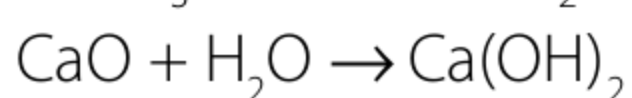
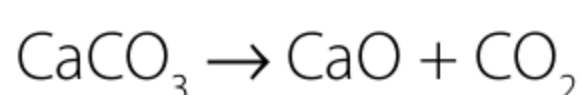
	Percentagem em peso de nitrogênio	Percentagem em peso de oxigênio
óxido 1	63,63	36,37
óxido 2	46,67	53,33
óxido 3	36,84	63,16
óxido 4	30,44	69,56
óxido 5	25,93	74,04

Determine, a partir destes dados:

- a) a fórmula de cada um;
- b) a(s) nomenclatura(s) correspondente(s) de cada óxido.

134 IME 2006 Um determinado metal forma dois óxidos distintos, nos quais as percentagens em massa de oxigênio são 32,0% e 44,0%. Determine a massa atômica do metal.

135 IME 2002 O processo Solvay de produção de carbonato de sódio realiza-se mediante as reações abaixo:



A partir destas equações, determine:

- a) a reação global que representa o processo;
- b) a massa de cada reagente que é necessária para produzir 1 000 kg de carbonato de sódio.

136 IME 2006 O gás obtido pela completa decomposição térmica de uma amostra de carbonato de cálcio com 50,0% de pureza é recolhido em um recipiente de 300 mL a 27,0 °C. Sabendo-se que a pressão no recipiente é de 1,66 MPa, determine:

- a) a massa de gás produzido, admitindo que seu comportamento seja ideal;
- b) a massa da amostra utilizada.

137 IME 1987 Certa massa de sódio reagiu com água produzindo o composto A, o qual com ácido clorídrico forneceu a substância B. Quando se tratou B com excesso de nitrato de prata, obteve-se um precipitado que, depois de lavado e seco, apresentou uma massa de 14,35 g. Qual a massa de sódio usada?

138 IME 1990 Dez gramas de uma liga de cobre e prata são tratados com ácido sulfúrico a quente, liberando 2,1 L de um gás, medidos nas CNTP. Calcule a composição percentual da liga, usando as seguintes massas atômicas aproximadas:

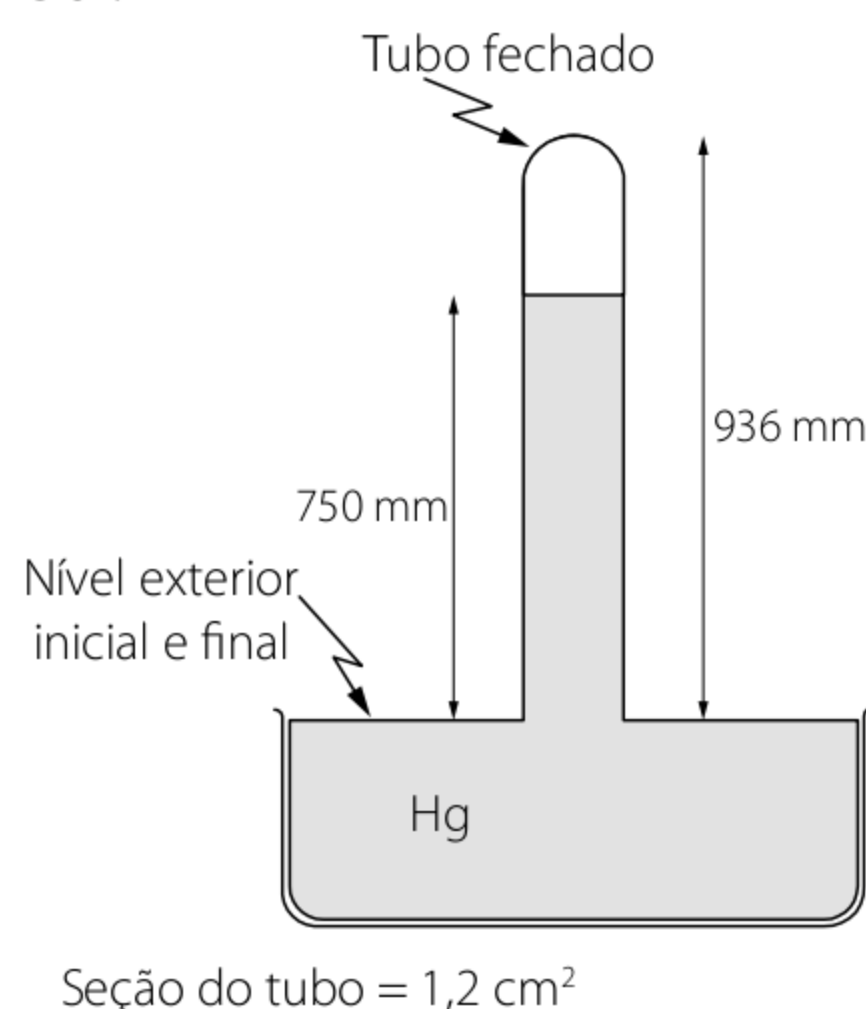
O = 16, S = 32, Cu = 64 e Ag = 108

139 IME 1991 Uma solução aquosa contendo 3,97 g de uma mistura de cloreto de sódio e cloreto de cálcio foi tratada com nitrato de prata em excesso. O precipitado formado, após estar completamente seco, pesou 10,145 g. Calcule a massa do cloreto de sódio que existia originalmente na solução.

140 IME 1994 Num reator de 1,5 litros, sob vácuo, um certo volume de um composto orgânico, tóxico e volátil, de peso molecular 126, foi aquecido até 600 K. Nesta temperatura, metade do composto original se decompôs, formando monóxido de carbono e cloro. Se a pressão final no recipiente foi de 32,8 atm, determine:

- a) a fórmula estrutural plana do composto orgânico original.
- b) o número inicial de moléculas do composto orgânico.

141 IME 1994 Uma certa massa de sódio reagiu com água em excesso. Todo gás liberado foi recolhido sobre mercúrio, em um tubo fechado na parte superior, mantido a 67 °C, fazendo o nível do mercúrio no tubo descer até ficar a 100 mm abaixo do nível exterior inicial.



Calcular a massa de sódio que reagiu.

Obs.: desprezar a variação do nível exterior.

142 IME 2000 Em uma síntese, a partir de dois óxidos, obtém-se 8,2 g de nitrato de cálcio. Considerando a conversão estequiométrica, determine:

- a) quais são os óxidos;
- b) as quantidades necessárias, em gramas, de cada reagente;
- c) a massa de carbonato de cálcio necessária para se obter um dos óxidos para esta síntese.

Dados: massa atômica do N = 14

massa atômica do Ca = 40

massa atômica do O = 16

143 IME 2000 Uma mistura de sulfeto de zinco e sulfeto de antimônio III pesa 2,0 g. Esta mistura é tratada com ácido clorídrico em excesso e os gases resultantes passam através de um tubo aquecido e revestido internamente com dióxido de chumbo. Sabendo-se que ocorre um aumento de massa no tubo de 0,2965 g, determine a composição da mistura.

Dados: $2 \text{H}_2\text{S} + \text{PbO}_2 \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O}_{(g)} + \text{PbS}_{2(g)}$

144 IME 2003 A reação no estado sólido de iodato de potássio com sacarose ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) produz dióxido de carbono, água e um sal. Ao se adicionar 0,1 L de uma solução 0,5 mol/L de nitrato de mercúrio II aos produtos, observa-se a formação de um precipitado cuja solubilidade em água é desprezível. Determine a massa desse precipitado, sabendo-se que a amostra de iodato de potássio reagiu totalmente, gerando 168,0 L de gás, nas condições normais de temperatura e pressão.

145 IME 1988 Tem-se uma amostra impura de clorato de potássio pesando 3,00 g. Aquece-se a amostra em presença de um catalisador, MnO_2 , até massa constante; o resíduo obtido pesa 1,52 g. Este resíduo é dissolvido em água e o catalisador é retirado por filtração; a solução resultante é tratada com excesso de nitrato de prata. Obtém-se um precipitado que após ter sido lavado e secado pesa 2,87 g. Qual a massa de clorato de potássio na amostra? Qual a massa do catalisador usada?

146 IME 1996 Uma mistura gasosa ideal de propano e ar é queimada a pressão constante, gerando 720 litros de CO_2 por hora, medidos a 20 °C. Sabe-se que o propano e o ar encontram-se em proporção estequiométrica. Determine a velocidade média de reação da mistura em relação ao ar, considerando a composição do ar 21% de O_2 e 79% de N_2 , em volume.

147 IME 2002 Um reator de volume constante continha, inicialmente, 361 g de uma mistura gasosa constituída por um alcano e um éter, ambos de massa molecular 58, a 398 K e 1,47 atm. Neste reator, injetou-se uma quantidade de oxigênio correspondente ao dobro do mínimo necessário para realizar a combustão completa. Após a reação de combustão, a mistura final foi resfriada até a temperatura inicial, atingindo uma pressão de 20,32 atm. Supondo combustão completa, calcule a composição molar da mistura original.

148 IME 2004 Um calcário composto por MgCO_3 e CaCO_3 foi aquecido para produzir MgO e CaO . Uma amostra de 2,00 gramas desta mistura de óxidos foi tratada com 100 cm^3 de ácido clorídrico 1,00 molar. Sabendo-se que o excesso de ácido clorídrico necessitou de 20,0 cm^3 de solução de NaOH 1,00 molar para ser neutralizado, determine a composição percentual, em massa, de MgCO_3 e CaCO_3 na amostra original desse calcário.

149 IME 1994 Uma amostra de 12,5 g de calcário (CaCO_3 impuro) foi calcinada e o resíduo obtido adicionado a 1 litro de água. Após filtração, borbulhou-se anidrido sulfúrico no meio, fazendo precipitar 13,6 g de sulfato de cálcio. Qual a pureza do calcário?

150 IME 1998 A magnetita é um minério formado em sua maior parte por óxido misto de ferro (Fe_3O_4). Ao fazer o tratamento de 100,0 g de uma amostra do minério, com ácido sulfúrico, obtém-se 29,5 g de água.

Determine:

- quais as equações químicas balanceadas que representam o tratamento;
- qual a pureza do minério;
- quantos gramas de ácido sulfúrico reagiram com o óxido misto.

Dados: Massas atômicas:

$$\text{H} = 1 \text{ u.m.a.} \quad \text{O} = 16 \text{ u.m.a.} \quad \text{S} = 32 \text{ u.m.a.} \quad \text{Fe} = 56 \text{ u.m.a.}$$

151 IME 2003 O valor experimental para o calor liberado na queima de benzeno líquido a 25 °C, com formação de dióxido de carbono e água líquida, é 780 kcal/mol. A combustão é feita em uma bomba calorimétrica a volume constante. Considerando comportamento ideal para os gases formados e $R = 2,0 \text{ cal/mol.K}$, determine:

- o calor padrão de combustão do benzeno a 25 °C;
- se o calor calculado no item anterior é maior ou menor quando a água é formada no estado gasoso. Justifique sua resposta.

152 IME 2007 Determine o volume de cloro obtido, a 27,0 °C e 738 mmHg, pela ação de excesso de ácido clorídrico concentrado sobre 30,7 g de pirolusita com 85,0% em peso de MnO_2 . Considere o cloro com comportamento ideal.

153 IME 1986 A obtenção do zinco a partir de um minério, constituído de 54,0% de sulfeto deste metal e de impurezas de sílica, é feita ustulando-se o minério e reduzindo-se o óxido formado com carbono. Para uma quantidade inicial de $1,00 \cdot 10^3 \text{ kg}$ do minério, calcule:

- o volume de ar, medido nas CNTP, necessário para a ustulação completa, sabendo-se que deve ser empregado 40,0% a mais da mistura oxidante;
- a massa de zinco obtida, considerando-se que na etapa de redução ocorre uma perda de 10,0% do metal;
- a massa de coque, contendo 90,0% de carbono, utilizada na redução de todo o óxido de zinco formado, levando-se em conta que é necessário um excesso de 50,0% de carbono.

154 IME 1990 Etileno gasoso e hidrogênio puros reagem quantitativamente entre si, na presença de um catalisador de platina, para formar etano como único produto. Um volume de 600 cm^3 de uma mistura desses reagentes, contendo excesso de hidrogênio, tem uma pressão de 52,0 mmHg a uma temperatura de 50,0 °C. Completada a reação, a pressão cai para 33,8 mmHg no mesmo volume e à mesma temperatura. Calcule, em número de moles, o excesso de hidrogênio.

155 IME 2003 Um composto cuja molécula contém apenas carbono, hidrogênio, oxigênio e nitrogênio foi queimado em presença de O_2 , fornecendo uma mistura gasosa de CO_2 , H_2O e N_2 . A água presente nesta mistura foi condensada e correspondeu a 1/6 do total de mols. Verificou-se que o CO_2 representava 80% em mol da fração não condensada. Determine:

- a fórmula mínima do composto, sabendo-se ainda que sua molécula contém tantos átomos de carbono quanto de oxigênio;
- a fórmula molecular do composto, sabendo-se que 170,4 g do mesmo, no estado gasoso a 800 K e 0,64 atm, ocupam 82 L;
- a massa mínima de O_2 necessária para a combustão completa de 213,0 g deste composto.

156 IME 2007 Um sistema, que se mantém isobárico e isotérmico, contém 5 L de uma mistura gasosa composta por monóxido de carbono e um gás inerte. Sabendo que a injeção de certa quantidade de oxigênio altera o volume do sistema em 3 L e que, após a combustão desta nova mistura gasosa, o sistema contém 7 L, determine a composição centesimal da mistura inicial de monóxido de carbono e gás inerte.

FRENTE 3 – IME 1ª Fase

157 IME 1ª Fase 2007 Oleum, ou ácido sulfúrico fume-gante, é obtido através da absorção do trióxido de enxofre por ácido sulfúrico. Ao se misturar oleum com água obtém-se ácido sulfúrico concentrado. Supondo que uma indústria tenha comprado 1 000 kg de oleum com concentração em peso de trióxido de enxofre de 20% e de ácido sulfúrico de 80%, calcule a quantidade de água que deve ser adicionada para que seja obtido ácido sulfúrico com concentração de 95% em peso.

Dados: Massas atômicas (u.m.a): S = 32; O = 16; H = 1

- A 42 kg
- B 300 kg
- C 100 kg
- D 45 kg
- E 104,5 kg

FRENTE 4 – ITA

158 ITA 1987 Na resolução de problemas estequiométricos envolvendo cálcio e seus compostos aparece a grandeza 40,0 g/mol. O nome correto dessa grandeza é:

- A Peso atômico do cálcio
- B Massa de um átomo de cálcio
- C Massa molar do cálcio
- D Massa molecular do cálcio
- E Peso atômico do cálcio expresso em gramas

159 ITA 1995 Considere as afirmações de I a V, feitas em relação a um mol de H_2O .

- I. Contém 2 átomos de hidrogênio.
- II. Contém 1 átomo de oxigênio.
- III. Contém 16 g de oxigênio.
- IV. Contém um total de 10 mols de prótons nos núcleos.
- V. Pode ser obtido a partir de 0,5 mol de oxigênio molecular.

Destas afirmações, estão corretas:

- A apenas I e II.
- B apenas I, II e III.
- C apenas III e V.
- D apenas III, IV e V.
- E todas.

160 ITA 1997 Através da fusão de misturas de $\text{SiO}_{2(s)}$ e $\text{Al}_2\text{O}_{3(s)}$ em forno suficientemente aquecido, é possível produzir aluminossilicatos. Considere que seja produzido um aluminossilicato com a relação de massa (g de Al_2O_3)/(g de SiO_2) igual a 2,6. Qual das alternativas corresponde ao valor da relação de quantidade (mol de Al_2O_3)/(mol de SiO_2) nesse aluminossilicato?

- A 0,59
- B 1,0
- C 1,5
- D 2,6
- E 4,4

161 ITA 1991 Pouco após o ano de 1800, existiam tabelas de peso atômico relativo nas quais o oxigênio tinha peso atômico 100 exato. Com base nesse tipo de tabela, o peso molecular relativo do SO_2 seria:

- A 64
- B 232
- C 250
- D 300
- E 400

162 ITA 2002 A massa de um hidrocarboneto é igual a 2,60 g. As concentrações, em porcentagem em massa, de carbono e de hidrogênio nesse hidrocarboneto são iguais a 82,7% e 17,3%, respectivamente. A fórmula molecular do hidrocarboneto é:

- A CH_4
- B C_2H_4
- C C_2H_6
- D C_3H_8
- E C_4H_{10}

163 ITA 1987 Qual dos compostos abaixo tem as mesmas frações de massa de carbono, hidrogênio e oxigênio que as existentes no acetaldeído?

- A $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_4$
- B $\text{C}_4\text{H}_{12}\text{O}_2$
- C $\text{C}_6\text{H}_6\text{O}_2$
- D $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$
- E $\text{C}_{12}\text{H}_{24}\text{O}_6$

164 ITA 1998 Existem várias maneiras de determinar o valor numérico de Avogadro. Uma delas parte do conhecimento da constante de Faraday para a eletrólise e do conhecimento do valor da carga do elétron. Descreva um outro método qualquer para a determinação da constante de Avogadro. Indique claramente as grandezas que precisam ser medidas e o tipo de raciocínio e/ou cálculos que precisam ser efetuados.

165 ITA 1995 Se laranjas são empilhadas numa caixa, na forma mais compacta possível, tal como na estrutura cristalina cúbica de face centrada, cada laranja terá como vizinhas mais próximas quantas outras laranjas?

- A 6
- B 8
- C 10
- D 12
- E 14

166 ITA 1994 Em cristais de cloreto de sódio, cada íon de sódio tem como vizinhos mais próximos quantos íons cloreto?

- A 1
- B 2
- C 4
- D 6
- E 8

167 ITA 1995 Mostre como a ordem de grandeza do tamanho de um átomo de ouro pode ser estimada conhecendo-se a massa molar do ouro, a constante de Avogadro e sabendo-se que a massa específica do ouro é igual a 19 g/cm^3 . Mencione eventuais hipóteses que são necessárias para efetuar tal estimativa.

168 ITA 1997 Considere as afirmações:

- I. Cristais apresentam um arranjo regular e repetitivo de átomos ou de íons ou de moléculas.
- II. Materiais policristalinos são formados pelo agrupamento monocristais.
- III. Monocristais de NaCl são transparentes à luz visível.
- IV. Cristais metálicos e iônicos difratam ondas eletromagnéticas com comprimento de onda na região dos raios-X.
- V. Alumínio, quartzo e naftaleno podem ser sólidos cristalinos nas condições ambientes.

Está(ão) correta(s):

- A Todas.
- B Apenas I, II, IV e V.
- C Apenas II e V.
- D Apenas III e IV.
- E Apenas I.

169 ITA 2003 Uma determinada substância cristaliza no sistema cúbico. A aresta da célula unitária dessa substância é representada por z , a massa específica por μ e a massa molar por $\bar{M}$. Sendo N_{av} igual ao número de Avogadro, qual é a expressão algébrica que permite determinar o número de espécies que formam a célula unitária desta substância?

- A $\frac{z^3 \mu}{\bar{M}}$
- B $\frac{z^3 \mu}{\bar{M}}$
- C $\frac{z^3}{\mu}$
- D $\frac{z^3 \bar{M} N_{\text{av}}}{\mu}$
- E $\frac{z^3 \mu N_{\text{av}}}{\bar{M}}$

FRENTE 4 – IME

170 IME 2003 Uma fonte de vanádio é o mineral vanadinita, cuja fórmula é $\text{Pb}_5(\text{VO}_4)_3\text{Cl}$. Determine:

- a) a porcentagem em massa de vanádio nesse mineral;
- b) a massa em gramas de vanádio numa amostra que contém $2,4 \cdot 10^{24}$ átomos de cloro.

171 IME 1991 Um gás ideal desconhecido, contendo 80% em massa de carbono e 20% em massa de hidrogênio, tem massa específica $1,22 \text{ g/L}$ quando submetido à pressão de uma atmosfera e à temperatura de 27°C . Calcule o peso molecular e escreva a fórmula molecular desse gás.

172 IME 1993 Uma determinada reação química gera um produto gasoso, do qual foi coletada uma amostra para análise. Verificou-se que a amostra, pesando $0,32 \text{ g}$, ocupa 492 cm^3 a 27°C e a 1 atm de pressão, obedece à lei dos gases ideais e é formada por 75% em peso de carbono e 25% em peso de hidrogênio. Determine:

- a) qual o peso molecular desse gás.
- b) qual a sua fórmula molecular mínima.

173 IME 1990 O cálcio cristaliza no sistema cúbico de faces centradas com densidade de $1,55 \text{ g/cm}^3$. Sabendo-se que a aresta da célula unitária é $0,555 \text{ nm}$, mostre, indicando os cálculos, como obter o número de Avogadro.

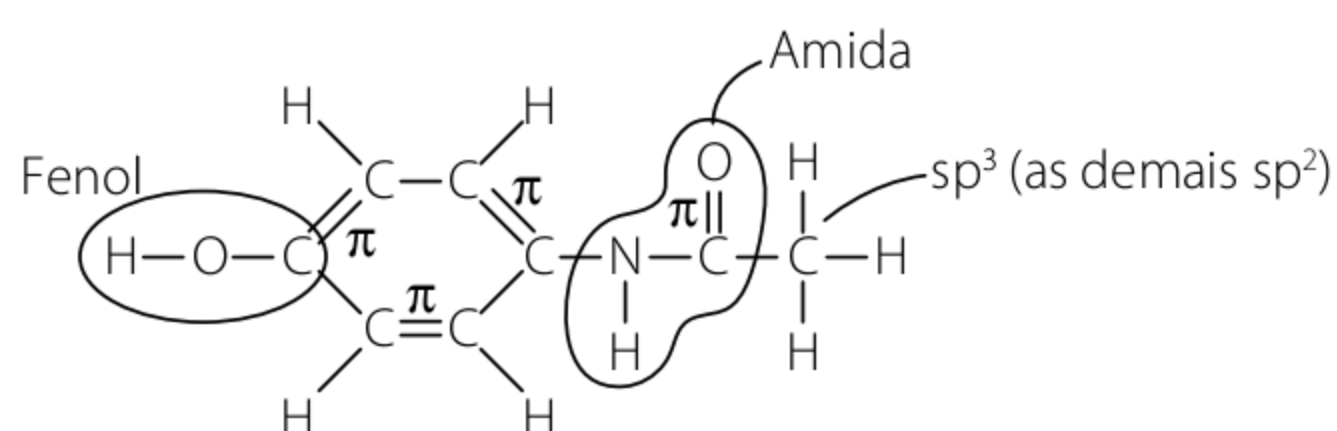
174 IME 2005 O sal de mesa ou cloreto de sódio é formado por íons provenientes de átomos de cloro e de sódio e tem massa específica $2,165 \text{ g/cm}^3$. Este sal cristaliza em empacotamento cúbico de face centrada. O espectro de difração de raios X mostra que a distância entre os íons cloreto e sódio, nas três direções do cristal, é $2,814 \text{ \AA}$. Considerando essas informações, calcule o número de Avogadro

GABARITO

Frente 1 – ITA

- 1. C
- 2. D
- 3. E
- 4. E
- 5. I. Propano
II. Metanol
III. Formol
IV. Ácido fórmico
V. Formiato de metila
- 6. C
- 7. B
- 8. C

9.



- a) Amida e fenol, conforme indicado na figura.
- b) Todos são sp^2 , com exceção do átomo indicado na figura, que tem hibridação sp^3 .
- c) São 4 ligações π e 20 ligações σ . Na figura, as ligações π estão assinaladas, enquanto as demais são σ .

10. B

11. E

12. a) - cetona

- enol

- amina

- ácido carboxílico

b) carbonos 6 e 7 hibridação sp^3

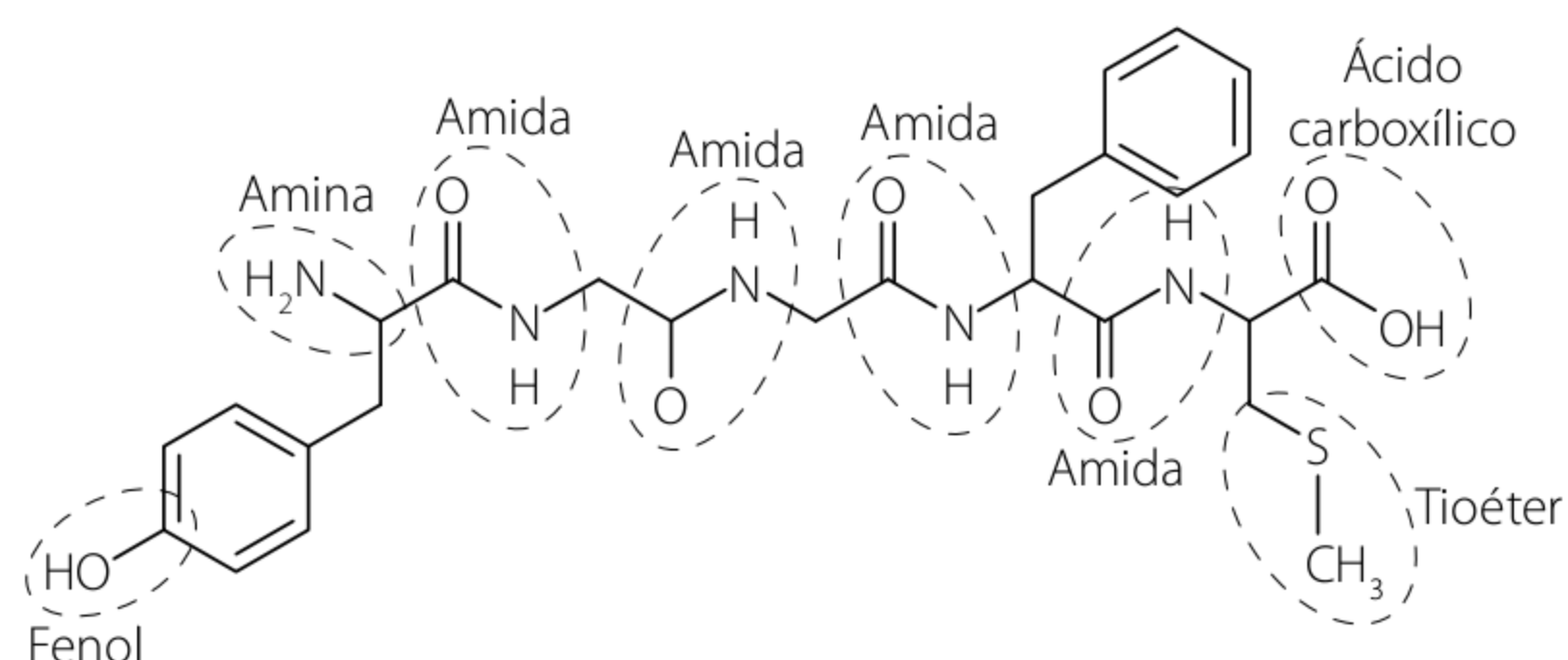
carbonos 1, 2, 3, 4, 5 e 8 hibridação sp^2

c) ligações (σ) sigma $\rightarrow$ 23 (vinte e três)

ligações (π) pi $\rightarrow$ 4

13. E

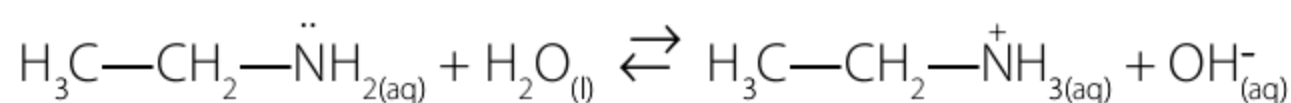
14.



15. B

16. C

17. Uma solução milimolar de etilamina conduz eletricidade pois, em água, ocorre o seguinte equilíbrio:



A presença de íons no meio permite a passagem de corrente elétrica.

18. C 20. D 22. C 24. C

19. B 21. B 23. C 25. B

26. a) Observa-se que o talco (mais denso que a água) consegue atravessar a camada de água, ocupando o fundo do recipiente.

b) Devido à característica laminar dos cristais de $\text{Mg}_3(\text{OH})_2(\text{Si}_4\text{O}_{10})$ (talco), este mineral não interage com a água, ocupando a superfície da mesma devido à alta tensão superficial.

O detergente, sendo tensoativo (surfactante), diminui a tensão superficial, permitindo que o talco atravessasse a camada de água.

27. D

28. Sem alternativa.

Considerando que as "pequenas porções" sejam da ordem de 2 g e que o teste solubilidade seja realizado a 25 °C em um volume aproximado de 100 mL, temos que:

- A identificação I está correta. O composto A pode ser o n-pentano, porque é solúvel em éter etílico e insolúvel em água ou em soluções aquosas.
- A identificação II está incorreta. O composto B não pode ser o l-pentanol, porque sua solubilidade em água é 2,2 g/100 g e não sofre alteração apreciável em solução diluída de NaOH ou de HCl. Dessa forma, deveria ser solúvel nos quatro testes.
- A identificação III está incorreta. O composto C não pode ser o propionato de etila, pois, mesmo a solubilidade em água sendo menor (1,75 g/100 g), os resultados dos teste 3 e 4 deveriam ser positivos (solúvel) em função da hidrólise do éster.
- A identificação IV está correta. O composto D pode ser a pentilamina, se consideramos que sua solubilidade será menor numa solução aquosa de NaOH.
- A identificação V está incorreta. O composto E não pode ser o ácido pentanóico, pois sua solubilidade em água é 2,4 g/100 g e, portanto, solúvel em água de acordo com os parâmetros do teste de solubilidade.

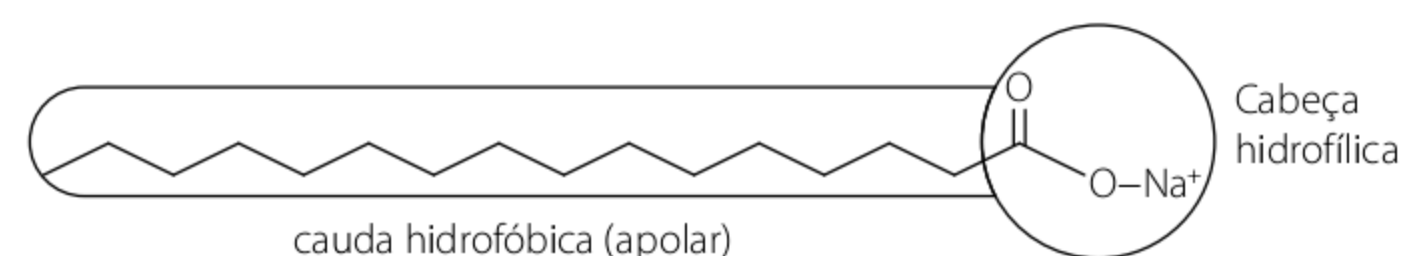
Não encontramos alternativa correta para esta questão.

Vale lembrar ainda que solubilidades da ordem de 2 g/100 g de água são consideradas parcialmente solúveis e não totalmente solúveis.

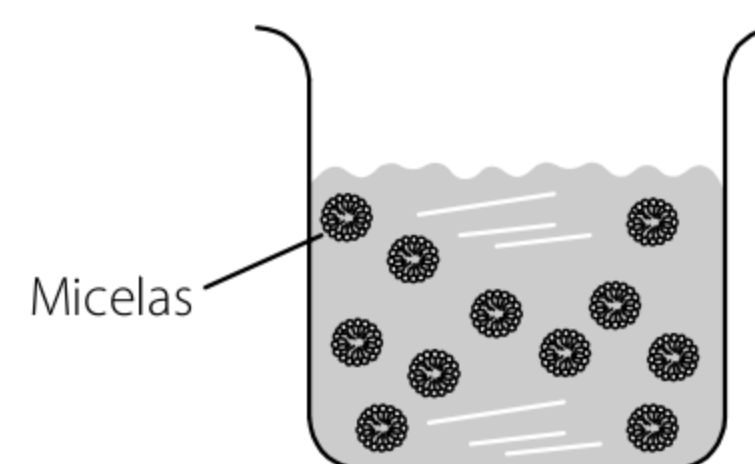
Outra imprecisão na questão é o fato de as cinco identificações estarem afirmando que cada composto de cinco carbonos é um composto específico. Por exemplo, o composto A, de cinco carbonos, solúvel em éter, insolúvel em água e em soluções aquosas não precisa ser o n-pentano, pois poderia ser o metilbutano ou o dimetilpropano. Isso tornaria todas as identificações incorretas.

29.

O estearato de sódio é um sal de ácido graxo (sabão), que pode ser representado esquematicamente pela figura a seguir

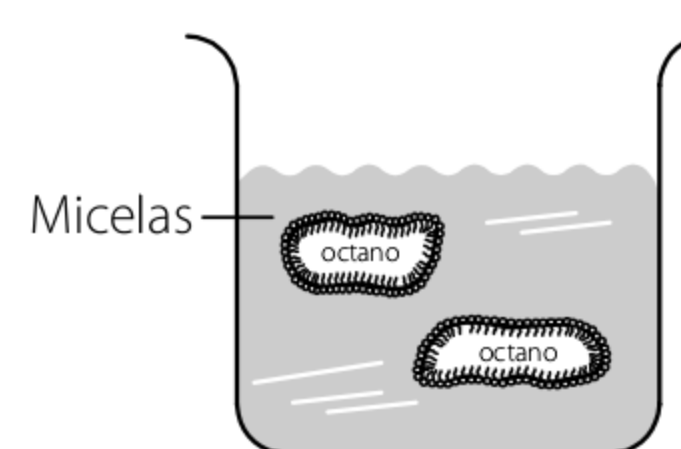


A adição de pequenas quantidades desse composto em água leva a uma dispersão coloidal devido à formação de micelas:



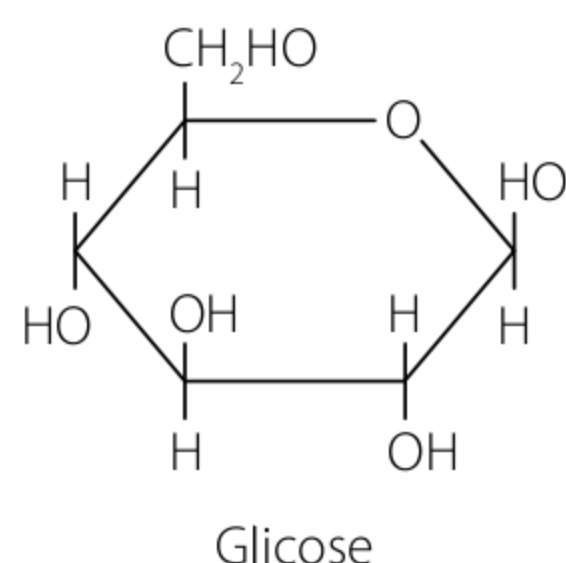
Caso 1: Adição de n-octano

A adição de uma porção de n-octano (apolar) nessa mistura irá promover interações do tipo dispersão de London entre a cauda hidrofóbica do sabão e o n-octano.



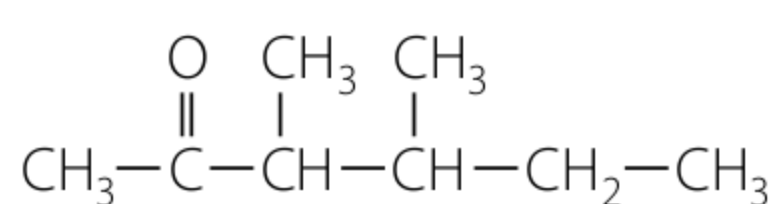
Caso 2: Adição de glicose

A adição de uma porção de glicose (poliidroxialdeído) nessa mistura irá promover a dissolução da glicose na água por formação de ligações de hidrogênio sem interação apreciável entre a glicose e o sabão.

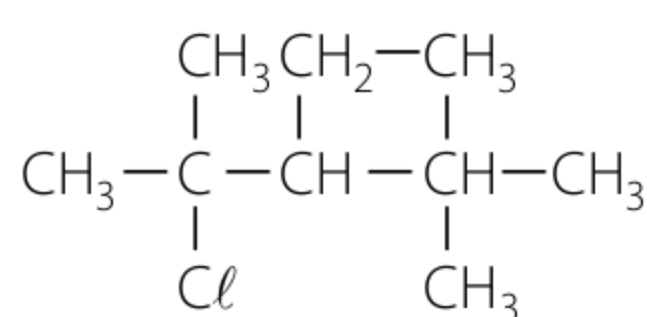


Frente 1 – IME

30. 6-metil-3-propil-5-hept-5-en-2-ol;



1-etil-4-metoxibenzeno



32. E
33. B

Frente 2 – ITA

34. A
35. Mergulhando o pedaço de metal num líquido dentro de uma proveta e observando o deslocamento de volume, poderemos determinar o volume do pedaço de metal. Tendo a massa do pedaço de metal, é só aplicar a fórmula $D = m/V$.
36. B 37. A 38. B 39. A
40. E
41. Os filósofos gregos Leucipo e Demócrito afirmavam, por volta de 500 a 400 a.C., que a matéria não era contínua, porem divisível; entretanto, tal divisibilidade era finita. No final deste processo, encontraríamos partículas indivisíveis e invisíveis chamadas de átomos (do grego: não divisível). Segundo os filósofos citados, o número de átomos é infinito, distinguem-se uns dos outros pela forma, ordem, posição e grandeza, e são dotados de movimento, o que leva a chocarem-se entre si. Entretanto, para Aristóteles e para os filósofos estoicos, a matéria era contínua e resultado da combinação conveniente de quatro qualidades: calor, frio, seco e úmido. No século XVII, Robert Boyle propôs uma teoria corpuscular da matéria em oposição às ideias aristotélicas, e entendia por elementos químicos

corpos primitivos e simples perfeitamente livres de qualquer mistura. O mérito desta proposta desta proposta é definir os elementos como materiais de características próprias, podendo os corpos serem decompostos nesses elementos em última instancia; portanto, complementa a ideia que temos do átomo, uma vez que as substâncias podem ser decompostas em átomos.

Em 1803, John Dalton propõe sua teoria Atômica, na qual retornará a ideia dos gregos de que a matéria é formada por partículas indivisíveis. A teoria de Dalton é formulada pelas seguintes afirmativas:

- I. A matéria é constituída de partículas indivisíveis chamadas de átomos.
- II. Todos os átomos de um dado elemento têm as mesmas propriedades que são distintas das propriedades dos átomos de outro elemento.
- III. Uma reação química consiste em um rearranjo dos átomos de um conjunto para outro

O modelo de Dalton foi baseado na lei da Conservação da massa e nas leis das proporções definidas, e previu a lei das proporções múltiplas.

42. E
43. B
44. As principais propriedades que levaram à ordenação dos elementos químicos nas primeiras classificações periódicas foram: peso atômico e valência. Em 1817, Döbereiner observou que muitos elementos podiam ser agrupados em tríades, isto é um grupo de três elementos, baseando-se em suas propriedades químicas. Lítio, Sódio e Potássio, por exemplo, foram agrupados juntos como uma tríade de metais reativos frágeis. Döbereiner também observou que, quando arranjados pela massa atômica relativa, o segundo membro de cada tríade tinha aproximadamente a média do primeiro elemento com o terceiro, o que ficou conhecido como a Lei das Tríades. Outras propriedades químicas dos elementos também apresentavam esta particularidade matemática.

O químico Leopold Gmelin trabalhou com este sistema e por volta de 1843 já tinha identificado dez tríades, três grupos de quatro e um grupo de cinco. Os grupos de quatro elementos, denominados tétrades, haviam sido identificados por Max Von Pettenkofer e o grupo de cinco elementos, denominados pântadas, por Jean-Baptiste Dumas que também publicou um artigo em 1857 descrevendo as várias relações entre os grupos de metais. Embora vários químicos pudessem identificar relações entre pequenos grupos, faltava ainda um esquema que pudesse abranger todos. Em 1862, o geólogo francês Alexandre-Emile Béguyer de Chancourtois publicou uma forma de tabela periódica chamada de parafuso telúrico, sendo o primeiro a notar a periodicidade dos elementos. Com este arranjo em espiral ordenados por massa atômica relativa no cilindro, Chancourtois demonstrou que os elementos tinham propriedades similares que pareciam ocorrer em intervalos regulares. Sua demonstração incluía alguns íons e compostos além de elementos. Porém, seu artigo empregava termos geológicos ao invés de químicos e não incluiu um diagrama. Como resultado, recebeu pouca atenção até o trabalho de Dmitri Mendeleev ser reconhecido.

Em 1864, o químico alemão Julius Lothar Meyer publicou uma tabela com 44 elementos arranjados pelo conceito da valência que havia sido fundamentado seis anos antes por August Kekulé. Esta tabela demonstrou que os elementos com propriedades similares às vezes compartilhavam

a mesma valência. Concomitantemente, o químico inglês William Odling publicou um arranjo de 57 elementos ordenados com base em suas massas atômicas relativas. Apesar de algumas irregularidades e espaços, ele notou que parecia haver uma periodicidade de massas atômicas entre os elementos. Odling aludiu a ideia da lei periódica, mas não prosseguiu com esta. Subsequentemente, ele propôs uma classificação baseada na valência dos elementos.

A segunda tentativa

Tabela periódica de Newlands, apresentada em 1866 e baseada na lei das oitavas.

O químico inglês John Newlands publicou uma série de artigos entre 1863 e 1866 notando que quando os elementos eram listados em ordem crescente de massa atômica, propriedades físicas e químicas ocorriam em intervalos de oito, o que ele ligou a periodicidade das oitavas na escala musical. Porém estas observações, o qual denominou "Lei das Oitavas", foi ridicularizada pelos contemporâneos de Newlands em virtude da comparação com a escala musical e a *Chemical Society* se recusou a publicar seu trabalho. Embora a tabela original proposta tivesse algumas falhas e contradições, a *Royal Society* somente reconheceu a importância de suas descobertas cinco anos depois de terem publicado o trabalho de Mendeleev, outorgando-lhe a Medalha Davy por sua contribuição. Outra proposta de tabela foi elaborada pelo acadêmico dinamarquês Gustavus Hinrichs num sistema periódico em espiral baseado na massa atômica, espectro e similaridades químicas, que foi publicado em 1867. Seu trabalho foi considerado uma idiossincrasia, ostentosa e confusa, o que pode ter limitado seu reconhecimento e aceitação.

A tabela periódica, segundo Mendeleev e Meyer

Tabela periódica de Lothar Meyer

O professor de química russo Dmitri Mendeleev e Meyer publicaram de forma independente tabelas periódicas em 1869 e 1870, respectivamente. A tabela de Mendeleev foi a primeira versão enquanto a de Meyer foi uma versão expandida da tabela publicada em 1864. Ambos construíram suas tabelas listando os elementos em linhas ou colunas ordenadas pela massa atômica e começando uma nova coluna ou linha quando as características dos elementos começavam a se repetir.

O reconhecimento e aceitação da tabela de Mendeleev vieram de duas decisões que havia feito. A primeira foi deixar espaços na tabela que pareciam corresponder a um elemento que ainda não havia sido descoberto. Ele não foi o primeiro químico a fazer isto, porém foi o primeiro a ser reconhecido como usando a tendência em sua tabela para prever as propriedades dos elementos faltantes, tais como o Gálio e o Germânio. A segunda decisão foi ignorar ocasionalmente a ordem sugerida pelas massas atômicas e trocar elementos adjacentes, tais como o Telúrio e o Iodo, para classificá-los corretamente nas famílias químicas. Com o desenvolvimento das teorias da estrutura atômica, parece que ele listou os elementos em ordem crescente de massa atômica ou número atômico de modo não intencional.

45. Numa família da classificação periódica, com o crescimento do número atômico temos:
- I. DIMINUIÇÃO da energia de ionização.
 - II. DIMINUIÇÃO da eletronegatividade.
 - III. AUMENTO do volume atômico.

46. A 47. C 48. C 49. E

Frente 2 – IME

50. Isótopos: X_a e X_c ; X_b e Y_c
Isóbaros: X_c e Y_c
Isótonos: X_a , X_b e Y_a
51. ${}_{26}^{55}\text{J}$, ${}_{26}^{56}\text{L}$ e ${}_{27}^{56}\text{M}$
52. Fe: $5d^5$ Cu: $3d^9$ Sb: $4s^24p^6$ U: $6s^26p^6$
53. As propriedades aperiódicas são:
- I. Calor específico: diminui com o aumento do número atômico
 - II. Massa Atômica: aumenta com o aumento do número atômico.
54. a) $F < B < Be < Ca < Cs$
b) $Cs < Ca < B < Be < F$

Frente 3 – ITA

55. A 56. C 57. C 58. A
59. Questão anulada. Considerando que o enunciado queria o “incorreto”, a resposta seria letra B.
60. D 61. D 62. B 63. E
64. D
65. 40,64 L
66. D 67. B 68. D 69. C
70. $X_v = \frac{1}{29}$ e $P_N = 547 \text{ mmHg}$
71. C
72. Segundo Avogadro: “volumes iguais de quaisquer gases, à mesma temperatura e pressão, contêm o mesmo número de moléculas”. Ele sugeriu tal hipótese, tentando resolver um problema criado entre Dalton e Gay-Lussac.
- Gay-Lussac: publicou trabalho baseado no estudo das reações envolvendo gases – lei volumétrica (combinações de volumes). Considerou que dois volumes de Hidrogênio estavam para um volume de Oxigênio na formação de dois volumes de água, todos em estado gasoso.
- Dalton: ao fazer estudo sobre o trabalho de Gay-Lussac, viu que a relação existente entre volumes era a mesma existente entre o número de partículas: havia duas partículas de hidrogênio reagindo com uma partícula de oxigênio, formando duas partículas de água. Tal raciocínio contrariava sua ideia de átomo indivisível, pois o número de átomos estava sendo igualado ao número de partículas, isto é, um átomo de oxigênio não poderia ser dividido para formar duas partículas de água.
- Assim, Avogadro propôs que J. Dalton tinha confundido átomos com moléculas e que as moléculas de oxigênio deveriam ser diatômicas. Dessa maneira, uma molécula de oxigênio poderia formar duas moléculas de água, demonstrando o seu trabalho a partir do modelo atômico de Dalton e das leis das combinações de Gay-Lussac.

73. 0,12 g/L

74. A

75. D

76. Os gases sofrem efusão e posteriormente difusão. Em seguida, reagem. O aerossol se forma mais perto do frasco de HCl, pois é o gás mais lento, devido à maior massa molar.

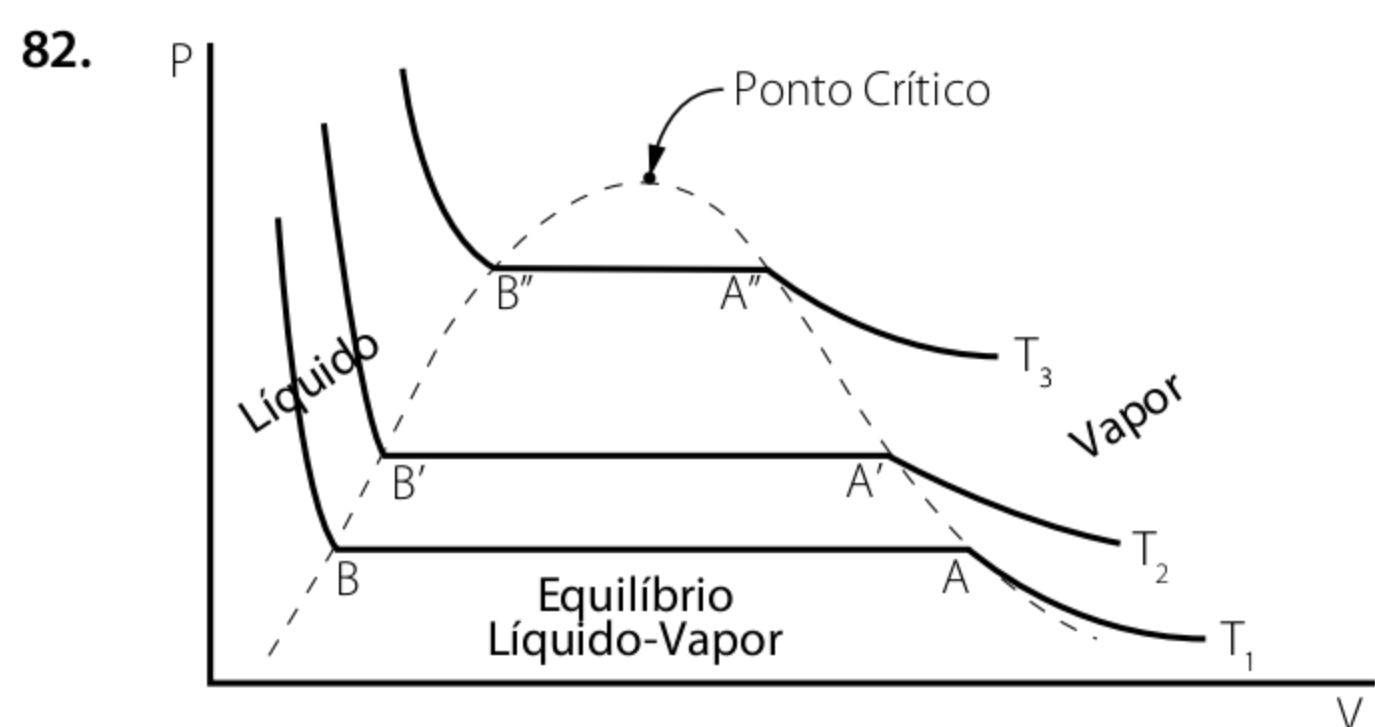
77. E

78. 1,17 g/L

79. C

80. A

81. B



A; A'; A'' → início da liquefação

B; B'; B'' → fim da liquefação

83. D 86. C 89. B 92. B

84. D 87. B 90. B 93. C

85. 2/3 88. B 91. A 94. B

95. 0,65 g

96. A

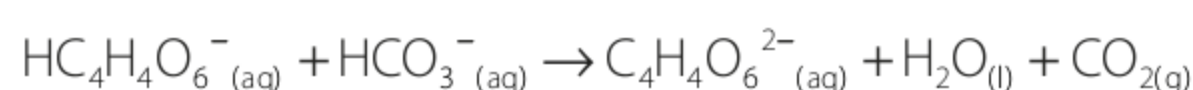
97. E

98. Serão necessários 750 g de SiO₂, 256,5 g de Na₂CO₃ e 178,6 g de CaCO₃ para produzir 1,00 kg de vidro.

99. C

100. E

101. A reação é:



Assim:

38,3 g de fermento: $\begin{cases} 26,7\% \text{ de NaHCO}_3 = 10,23 \text{ g} \\ 59,9\% \text{ de KHC}_4\text{H}_4\text{O}_6 = 22,94 \text{ g} \end{cases}$

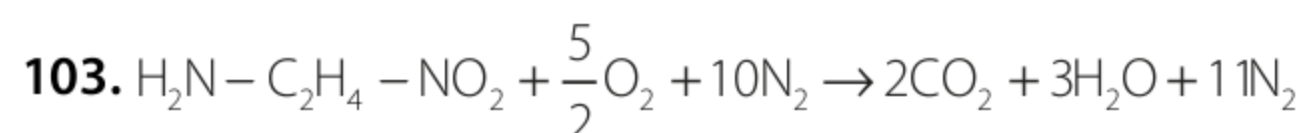
$$n_{\text{NaHCO}_3} = \frac{m}{M} = \frac{10,23}{84} = 0,1218 \text{ mol (reagente limitante)}$$

$$n_{\text{KHC}_4\text{H}_4\text{O}_6} = \frac{m}{M} = \frac{22,94}{188} = 0,1220 \text{ mol}$$

$$(n_{\text{CO}_2})_{\text{produzido}} = 0,1218 \text{ mol}$$

$$PV = nRT \Rightarrow 1 \cdot V = 0,1218 \cdot 0,082 \cdot 300 \Rightarrow V = 3 \text{ L}$$

102. C



$$\text{Com } z = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$104. m_1 = \frac{nM_1M_2 - M_1m_t}{M_2 - M_1}$$

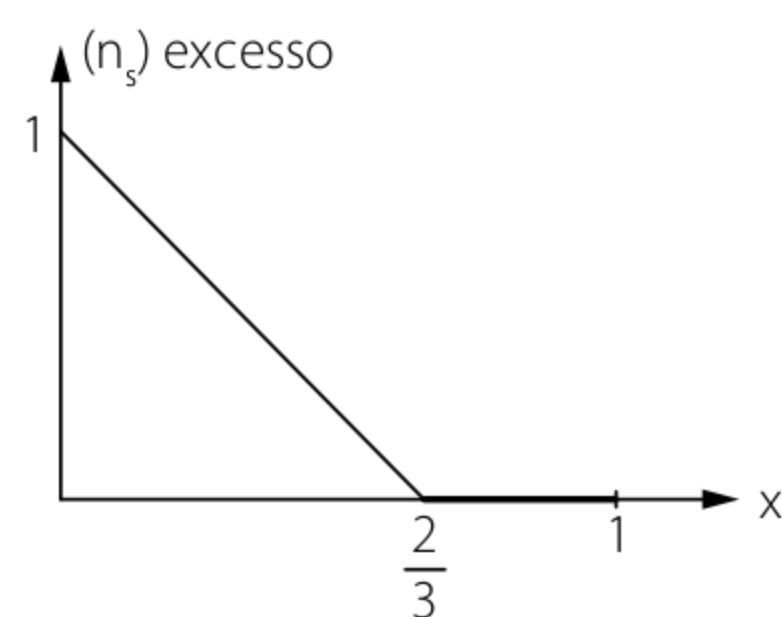
105. C 109. D 113. D 117. B

106. C 110. C 114. D

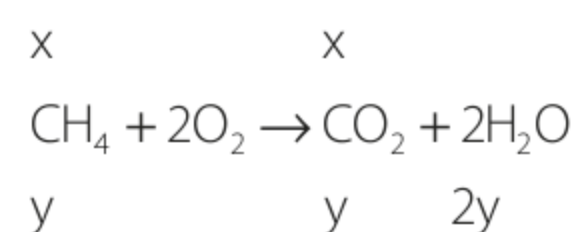
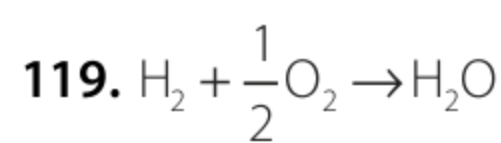
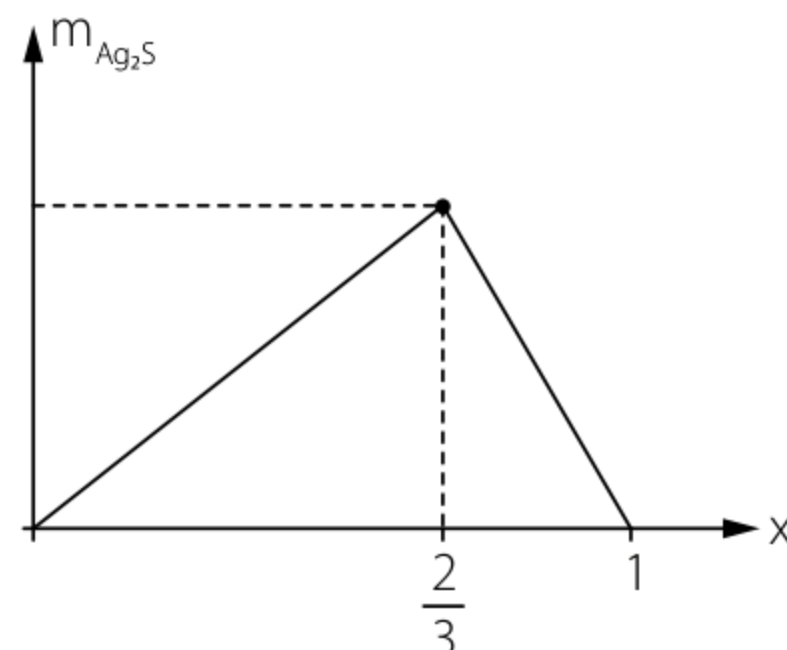
107. D 111. 36 g, H₂ 115. D

108. D 112. B 116. B

118. a)

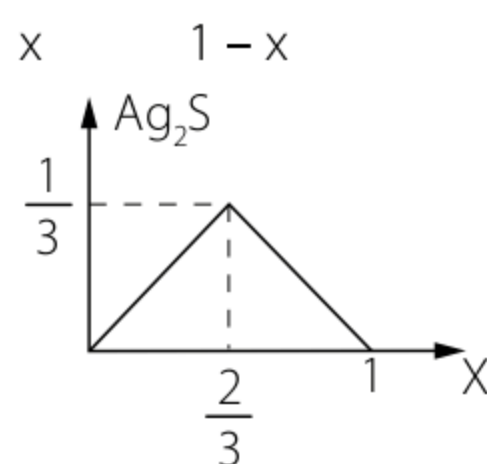
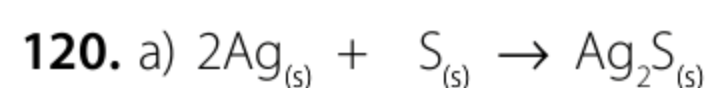


b)



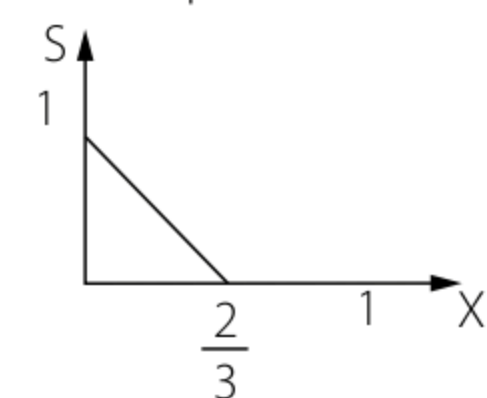
$$\begin{cases} x + 3y = 28 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow x = 16 \text{ mL}$$

$$X_{\text{CH}_4} = \frac{V_{\text{CH}_4}}{V_T} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \Rightarrow X_{\text{CH}_4} = 0,2 \text{ ou } 20\%$$



$$P_{\text{máximo}} \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right)$$

b) Não há pontos de máximo e/ou de mínimo. Assim, o gráfico fica:

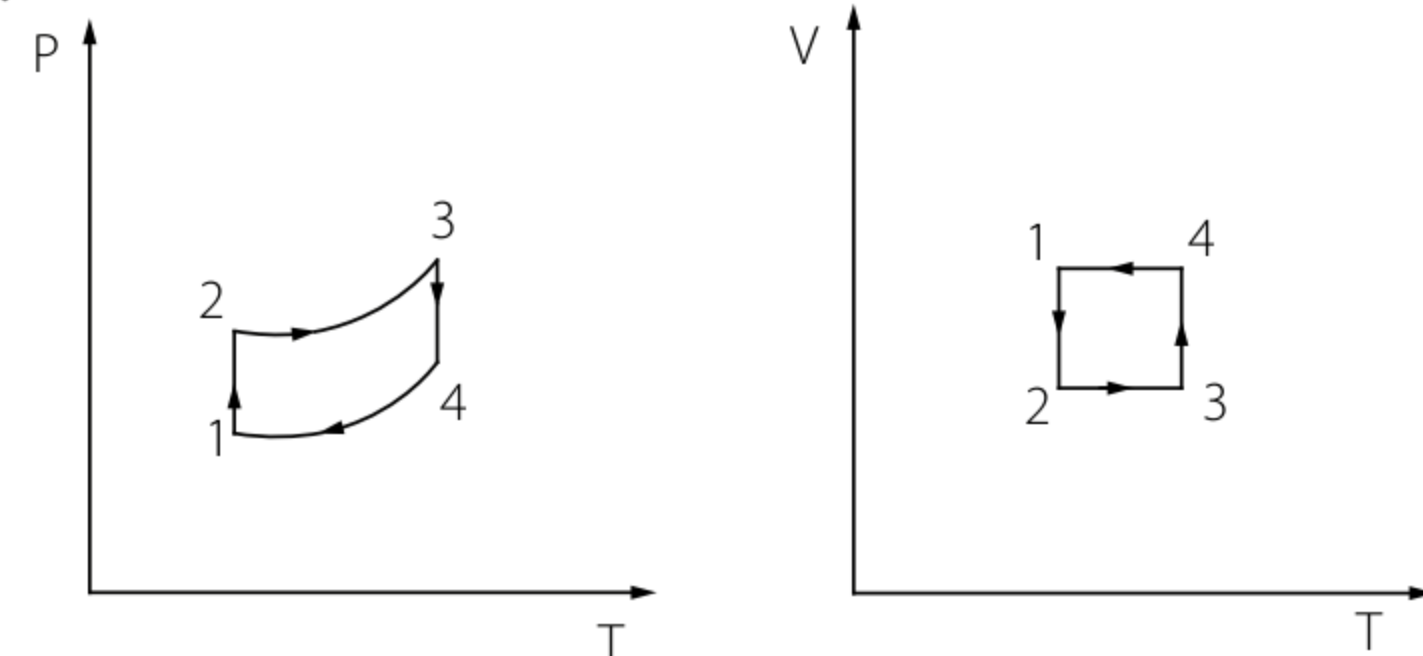


121. A

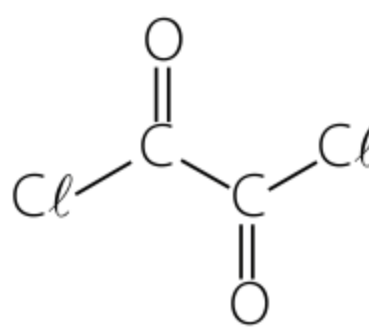
122. D

Frente 3 – IME

123.



$$124. P_N = \frac{(P_0 - p) \cdot v_A^N}{(V_A + V_B)^N} + p$$

125. 170 kg
 126. 250 K
 127. 5 semanas
 128. 95 cm³
 129. 2,56 g
 130. 44 g/mol
 131. 1,2 g/L
 132. Erro = $P_{\text{real}} - P_{\text{ideal}} = 23,6 - 22,36 \approx 1,24 \text{ atm}$
 133. a) NO₂; NO; N₂O₃; N₂O; N₂O₅
 b) Dióxido de mononitrogênio; monóxido de mononitrogênio; trióxido de dinitrogênio; monóxido de dinitrogênio; pentóxido de dinitrogênio
 134. 51 u
 135. a) CaCO₃ + 2 NaCl → Na₂CO₃ + CaCl₂
 b) 943,4 kg de CaCO₃ e 1103,8 kg de NaCl
 136. a) 8,79g
 b) 40 g
 137. 2,3 g
 138. 43% Cu
 57% Ag
 139. 0,90 g
 140. a) 
 b) 3 · 10²³ moléculas
 141. 8,3 · 10⁻² g
 142. a) CaO + N₂O₅ → Ca(NO₃)₂
 b) x = 2,8 g de CaO
 y = 5,4 g de N₂O₅
 c) 5 g
 143. $m_{\text{Sb}_2\text{S}_3} = n \cdot M = \frac{0,2}{47,4} \cdot 339,6 = 1,433 \text{ g}$
 $m_{\text{ZnS}} = 2 - 1,433 = 0,567 \text{ g}$
 144. 22,72 g de HgI₂
 145. KClO₃ → 2,45 g
 Catalisador → 0,03 g
 146. $v_{\text{ar}} = 5.714,3 \frac{\text{L}}{\text{h}}$
 147. %(C₄H₁₀) = 69,5% e %(C₃H₆O) = 30,5%
 148. %(MgCO₃) = 33,5% e %(CaCO₃) = 66,5%
 149. 80%
 150. a) Fe₃O₄ + 4H₂SO₄ → FeSO₄ + Fe₂(SO₄)₃ + 4H₂O
 b) 95 %
 c) 160,6 g
 151. a) ΔH_{comb} = -780,89 kcal/mol
 b) ΔH_{comb} = -779,11 kcal/mol. Analisando em módulo, o calor LIBERADO é menor.
 152. 7,6 L

153. 1. 1,3 · 10⁶ L de ar
 2. 3,3 · 10⁵ g de Zn
 3. 5,5 · 10⁴ g de coque
 154. 5,5 · 10⁻⁴ mol
 155. a) C₂HNO₂
 b) C₆H₃N₃O₆
 c) 120 g
 156. %(CO) = 40% e %(Gás Inerte) = 60%

Frente 3 – IME 1ª Fase

157. C

Frente 4 – ITA

158. C 160. C 162. E
 159. D 161. E 163. E
 164. Método de Loschmidt: em 1865 obteve-se a primeira determinação experimental do Número de Avogadro. Loschmidt, baseado na teoria cinética dos gases, determinou o número de moléculas contidas em 1 cm³ de gás a CNTP, encontrando o valor 2,7 · 10¹⁹ cm³ (número de Loschmidt). Como o volume molar a CNTP é igual a 22,4 · 10³ cm³, temos:
 $N = 22,4 \cdot 10^3 \cdot 2,7 \cdot 10^{19}$
 $N = 6,048 \cdot 10^{23}$
 165. D
 166. D
 167. 1,72 · 10⁻²³ cm³
 168. A
 169. E

Frente 4 – IME

170. a) 10,8%
 b) 610 g
 171. 170 kg
 172. a) 16 g/mol
 b) CH₄
 173. Dado que o Ca cristaliza na forma CFC, sua célula unitária apresenta 4 átomos. Ainda, considera-se:

$$d = \frac{m}{v} = \frac{M}{V_{\text{mol}}} \Rightarrow V_{\text{mol}} = \frac{M}{d} \quad (1); \quad V_{\text{célula}} = a^3 \quad (2)$$

Portanto, estabelecendo uma relação entre o número de espécies da substância com o volume ocupado, tanto para a célula quanto para um mol de partículas, obtém-se:

$$\begin{array}{lcl} V_{\text{célula}} & : & 4 \text{ espécies} \\ V_{\text{mol}} & : & N_{\text{av}} \text{ espécies} \end{array} \Rightarrow N_{\text{av}} = \frac{4 \cdot V_{\text{mol}}}{V_{\text{célula}}}$$

Substituindo (1) e (2), fica:

$$N_{\text{av}} = \frac{4 \cdot M}{d \cdot a^3} \Rightarrow N_{\text{av}} = \frac{4 \cdot 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{1,55 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot (0,555 \cdot 10^{-7} \text{ cm})^3} = 6,038 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

174. $N_{\text{AV}} = 6,06 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

PORTUGUÊS

keira01/iStockphoto.com



MÓDULOS ITA / IME

1 ITA 1987 Considere as seguintes significações:

nove ângulos – governo de poucos – som agradável – dor de cabeça

Escolha a alternativa cujas palavras traduzem os significados apresentados.

- A pentágono – plutocracia – eufonia – mialgia
- B eneágono – oligarquia – eufonia – cefalalgia
- C nonangular – democracia – cacofonia – dispneia
- D eneágono – aristocracia – sinfonia – cefalalgia
- E hendecágono – monarquia – sonoplastia – cefaleia

2 ITA 1987 Assinale a alternativa em que nem todas as palavras estão corretamente flexionadas.

- A fogões a gás, os pisa-mansinho, lobisomens
- B tenentes-coronéis, quintas-feiras, sempre-vivas
- C abaixos-assinados, altares-mor, capitães-aviadores
- D os bem-me-queres, amores-perfeitos, quero-queros
- E olhos castanho-claros, gravatas amarelo-abóbora, técnicas sino-luso-afro-brasileiras.

3 ITA 1987 Considere as seguintes palavras, cujos prefixos são de origem grega.

“diáfano, endocárdio, epiderme, anfíbio”.

Qual alternativa apresenta palavras cujos prefixos, de origem latina, correspondem, quanto ao significado, aos de origem grega?

- A translúcido, ingerir, sobrepor, ambivalência
- B disseminar, intramuscular, superficial, ambiguidade
- C disjuntir, emigrar, supervisão, bilíngue
- D transalpino, enclausurar, supercílio, ambicionar
- E percorrer, imergir, epopeia, ambivalência

Texto para as questões de 4 a 6

PLENA NUDEZ

*Eu amo os gregos tipos de escultura:
Pagãs nuas no mármore entalhadas;
Não essas produções que a esrufa escura
Das modas cria, tortas e enfezadas.*

*Quero em pleno esplendor, viço e frescura
Os corpos nus; as linhas onduladas*

*Livres: da carne exuberante e pura
Rodas as saliências destacadas.
Não quero, a Vênus opulenta e bela
De luxuriantes formas, entrevê-la
Da transparente túnica através:*

*Quero vê-la, sem pejo, sem receios,
Os braços nus, o dorso nu, os seios
Nus... toda nua, da cabeça aos pés!*

4 ITA 1987 Gramaticalmente, os termos “de escultura”, “no mármore” e “entrevê” classificam-se como:

- A locução adjetiva, locução adverbial, verbo t. direto.
- B locução adverbial, locução adverbial, verbo t. direto e indireto.
- C locução adjetiva, locução adjetiva, verbo t. indireto.
- D complemento nominal, adjunto adnominal, predicado verbal.
- E adjetivo, substantivo, verbo intransitivo.

5 ITA 1987 Qual das afirmativas a seguir é correta para a palavra “que” do 3º verso?

- A Gramaticalmente: pronome relativo; sintaticamente: sujeito.
- B Gramaticalmente: conjunção integrante; sintaticamente: objeto direto.
- C Gramaticalmente: conjunção consecutiva; sintaticamente: a mesma função de “os corpos nus”.
- D Gramaticalmente: conjunção conclusiva; sintaticamente: sujeito.
- E Gramaticalmente: pronome relativo; sintaticamente: a mesma função de “essas produções”.

6 ITA 1987 Dadas as afirmações:

- I. Embora o poeta sugira como é o tipo grego de escultura, ele não explicita claramente os atributos do objeto desejado e não especifica os procedimentos necessários para a consecução de seu desejo.
- II. Percebe-se no poema uma visão literária contrária aos princípios românticos: há um interesse pela beleza plástica ou visual, o objeto é sensual e nu de preconceitos.
- III. Embora a preocupação com a forma do nu grego seja ressaltada no poema, a fim de que o poeta possa sugerir o seu conceito de Beleza, o subjetivismo e o moralismo do poeta, no entanto, impedem-no de um tratamento impessoal e objetivo.

Deduzimos que, de acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

- A** todas as afirmações.
- B** apenas a I.
- C** apenas a II.
- D** apenas a III.
- E** nenhuma das afirmações.

Texto para as questões 7 e 8

Para compreendê-las, é preciso levar em conta que a linguagem tem, pelo menos, três funções primordiais, que não se resolvem em unidade.

Ela é um meio precípua de exteriorização psíquica espontânea de estados-d'alma. Com isso não se confunde, evidentemente, o seu papel de meio de atuação sobre o próximo na vida em comum. Enfim, estrutura a nossa experiência mentada (para usarmos o neologismo filosófico dos espanhóis), dando-lhe uma pauta para desenvolver-se e uma forma para consubstanciar-se. Há para considerar, em consequência, a manifestação anímica, a atuação social ou apelo e a representação mental.

J. Mattoso Câmara Jr., Contribuição à Estilística Portuguesa.

7 ITA 1987 Em “que não se resolvem em nada”, as palavras grifadas classificam-se, respectivamente, como:

- A** conjunção integrante e partícula apassivadora.
- B** pronome relativo e partícula apassivadora.
- C** conjunção explicativa e pronome reflexivo.
- D** conjunção integrante e pronome oblíquo átono.
- E** pronome relativo e partícula expletiva.

8 ITA 1987 Assinale a alternativa em que os termos apresentados *desempenhem a mesma função sintática* de “*las*” em “*compreendê-las*”.

- A** que a linguagem tem – o seu papel
- B** três funções primordiais – estados-d'alma
- C** a nossa experiência – uma forma
- D** um meio precípua – a manifestação anímica
- E** levar em conta – em unidade

Instruções para as questões de 9 a 11

Para que os enunciados soltos, apresentados nas “questões 9, 10 e 11”, se reduzam a um só período, algumas adaptações são necessárias. Escolha a alternativa em que encontramos a estrutura que, estilística e gramaticalmente, expressa, com a necessária clareza, ênfase e correção, a relação de sentido sugerida nos parênteses.

9 ITA 1988

- I. Maria proceder a pesquisa. (Oração Principal)
- II. Maria desejar saber a razão... (Causa de I = Or. Subord. Causal reduzida)

III. (Muitos) estimar ela tanto. (Atributo do Objeto D. de II = Or. Subord. Adjetiva Restritiva)

- A** Maria desejava saber a razão porque a estimavam tanto, que procedeu à pesquisa.
- B** Como queria saber a razão pela qual a estimavam tanto, a pesquisa foi procedida por Maria.
- C** Querendo Maria saber a razão por que a queriam tanto, procedeu-se à pesquisa.
- D** Desejando tanto saber a razão que lhe queriam, Maria procedeu a uma pesquisa.
- E** Por querer saber a razão por que lhe queriam tanto, Maria procedeu à pesquisa.

10 ITA 1988

- I. Ir-se o tempo. (Oração Principal no passado)
- II. No passado cão ser amarrado com linguça. (Atributo do sujeito da principal = Oração subord. adjetiva)
- III. Hoje fazer-se linguça com carne canina. (Causa ou explicação para a oração principal)
- IV. Estar em falta a carne bovina. (Locução adverbial de causa para III)

- A** O tempo em que cão era amarrado com linguça já se foi, pois hoje é feita a linguça de carne canina, consequência da carne bovina estar em falta.
- B** Como a carne bovina está em falta, já se foi o tempo de cão ser amarrado com linguça, visto que hoje ela é feita de carne canina.
- C** Foi-se o tempo que se amarrava cão com linguça, uma vez que hoje a falta de carne bovina causou o surgimento da linguça canina.
- D** Por faltar carne bovina, faz-se hoje linguça com carne canina; foi-se, portanto, o tempo no qual cão era amarrado com linguça.
- E** Foi-se o tempo em que cão era amarrado com linguça, pois, com a falta de carne bovina, faz-se hoje linguça com carne canina.

11 ITA 1988

- I. Muitos candidatos não convencer mais ninguém quase. (Oração Principal)
- II. Eles (muitos candidatos) impressionar alguns. (Oração subord. concessiva em relação à principal)
- III. Eles parecer mais atores teatrais. (Explicação para II)
- IV. Eles vir imbuídos da veemência das palavras e dos gestos. (Atributo do sujeito da principal = Or. Subord. adjetiva explicativa)

- A** Não obstante impressionarem-se alguns, visto que eles mais se parecem a atores, muitos candidatos imbuídos da veemência das palavras e dos gestos não convencem mais quase ninguém.

- B** Embora impressionem a alguns, pois mais parecem atores teatrais, muitos candidatos, que vêm imbuídos da veemência das palavras e dos gestos, não convencem mais a quase ninguém.
- C** Mesmo que causem impressão em alguns, porque mais parecem atores teatrais, quase ninguém mais se convence com a veemência das palavras e dos gestos que vêm imbuídos muitos candidatos.
- D** Por mais parecerem a atores teatrais, apesar de impressionarem a alguns, muitos candidatos, que quase não convencem a mais ninguém, vêm imbuídos da veemência das palavras e dos gestos.
- E** Se bem que alguns se impressionem com a veemência das palavras e dos gestos dos quais muitos candidatos se vêm imbuídos, eles, embora se pareçam mais a atores, não convencem a quase ninguém mais.

Texto para as questões de **12 a 17**

*Ela saltou em meio da roda, com os braços na cintura, rebo-
lando as ilhargas e bamboleando a cabeça, ora para a esquerda,
ora para direita, como numa sofreguidão de gozo carnal num
requebrado luxurioso que a punha ofegante; já correndo de bar-
5 riga empinada; já recuando de braços estendidos, a tremer toda,
como se se fosse afundando num prazer grosso que nem azeite
em que se não toma pé e nunca se encontra fundo. Depois, como
se voltasse à vida, soltava um gemido prolongado, estalando os
dedos no ar e vergando as pernas, descendo, subindo, sem nunca
10 parar com os quadris, e em seguida sapateava, miúdo e cerrado
freneticamente, erguendo e baixando os braços, que dobrava, ora
um, ora outro, sobre a nuca, enquanto a carne lhe fervia toda,
fibra por fibra titilando.*

*Em torno o entusiasmo tocava ao delírio, em grito de aplauso
15 explodia de vez em quando rubro e quente como deve ser um grito
saído do sangue. E as palmas insistiam cadentes, certas, num
ritmo nervoso, numa persistência de loucura. E, arrastado por ela,
pulou à arena o Firmo, ágil, de borracha, a fazer coisas fantásticas
como a pernas, a derreter-se todo, a sumir-se no chão, a ressurgir
20 inteiro com um pulo, os pés no espaço batendo os calcanhares, os
braços a querer fugir-lhes dos ombros, a cabeça a querer saltar-se.
E depois, surgiu também a Florinda, e logo o Albino e até, quem
diria! o grave e circunspecto Alexandre.*

*O chorado arrastava-os a todos, despoticamente, desespe-
25 rando aos que não sabiam dançar. Mas, ninguém como a Rita;
só ela, só aquele demônio, tinha o mágico segredo daqueles
movimentos de cobra amaldiçoada; aqueles requebros que não
podiam ser sem o cheiro que a mulata soltava de si e sem aquela
voz doce, quebrada, harmoniosa, arrogante, meiga e suplicante.*

30 *E Jerônimo via e escutava, sentindo ir-se-lhe toda a alma pe-
los olhos enamorados.*

*Naquela mulata estava o grande mistério, a síntese das im-
pressões que ela recebeu chegando aqui: ela era a luz ardente do
meio-dia; ela era o calor vermelho das sestas da fazenda; era o
35 aroma quente dos trevos e das baunilhas, que o atordoara nas
matas brasileiras; era a palmeira virginal e esquiva que se não tor-
ce a nenhuma outra planta; era o veneno e era o açúcar gostoso;
era o sapoti mais doce que o mel e era a castanha do caju, que
abre feridas como o seu azeite de fogo; ela era a cobra verde e trai-
40 çoeira, a lagarta viscosa, a muriçoca doida, que esvoaçava havia
muito tempo em torno do corpo dele, assanhando-lhe os desejos,
acordando-lhe as fibras embambecidas pela saudade da terra,
picando-lhe as artérias, para lhe cuspir dentro do sangue uma
centelha daquele amor setentrional, uma nota daquela música
45 feita de gemidos de prazer, uma larva daquela nuvem de cantári-
das que zumbiam em torno da Rita Baiana e espalhavam-se pelo
ar numa fosforescência afrodisíaca.*

12 ITA 1988 Em qual das alternativas as palavras grifadas (o número entre parênteses indica a linha do texto) desempe-
nham a mesma função sintática?

- A** as ilhargas (2) – que a punha ofegante (4)
B que nem azeite (6) – um gemido (8)
C de vez em quando rubro (15) – insistiam cadentes (16)
D arrastava-os a todos (24) – o mágico segredo daqueles
movimentos (26)
E ir-se-lhe toda a alma (30) – assanhando-lhe os desejos (41)

13 ITA 1988 A alternativa em que as locuções apresenta-
das desempenham uma função equivalente a adjetivo:

- A** de gozo (3) – de aplauso (14) – de loucura (17)
B de barriga empinada (4) – de braços estendidos (5) –
sobre a nuca (12)
C de braços estendidos (5) – de vez em quando (15) –
do sangue (16)
D de borracha (18) – com um pulo (20) – no espaço (20)
E do sangue (16) – dos ombros (21) – de cobra (27)

14 ITA 1988 Em qual das alternativas a palavra “que” é,
gramatical e sintaticamente, um pronome relativo e objeto
direto?

- A** “... que a punha ofegante,”(4)
B “... que a mulata soltava de si” (28)
C “... era o sapoti mais doce que o mel” (38)
D “... que esvoaçava havia muito tempo” (40)
E “... que zumbiam em torno da Rita Baiana” (46)

15 ITA 1988 Em qual das alternativas a palavra “se” funciona como partícula apassivadora?

- A “Depois, como se voltasse à vida ...” (7)
- B “... em que se não toma pé ...” (7)
- C “... a cabeça a querer saltar-se ...”(21)
- D “... a sumir-se no chão,” (19)
- E “... sentindo ir-se-lhe toda a alma ...” (30)

16 ITA 1988 Dadas as afirmações:

- I. O narrador, predominantemente onisciente, preocupa-se preferencialmente com o mundo interior das personagens.
- II. O narrador, observador, enfatiza aspectos sensuais do comportamento da personagem e seleciona da realidade aspectos perceptíveis pelos sentidos.
- III. O narrador, após sugerir alguns elementos perceptíveis da realidade, subjetivamente enfatiza aspectos positivos do comportamento da personagem.

Inferimos que, de acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

- A todas as afirmações.
- B apenas a I.
- C apenas a II.
- D apenas a III.
- E as afirmações II e III.

17 ITA 1988

- I. O narrador caracteriza Rita através de uma série de metáforas relacionadas às sensações táteis, visuais, olfativas e gustativas.
- II. Por algumas características observáveis no texto, podemos incluí-lo no estilo de época que dominou a segunda metade do século XIX e início do século XX.
- III. Enfatiza-se no texto o comportamento animal do ser humano.

De acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

- A todas as afirmações.
- B apenas a I.
- C apenas a II.
- D apenas a III.
- E nenhuma das afirmações.

18 ITA 1988 Se a opção for pelo plural, qual das alternativas a seguir (flexão do adjetivo referente a todos os substantivos que o antecedem) é incorreta?

- A subst. masc. plural + subst. femin. plural ... = adj. masc. plural
- B subst. masc. sing. + subst. femin. sing. ... = adj. masc. plural
- C subst. femin. plural + subst. masc. plural ... = adj. masc. plural

- D subst. femin. sing. + subst. femin. sing. ... = adj. femin. plural
- E subst. masc. sing. + subst. femin. plural ... = adj. femin. plural

19 ITA 1988 Em qual das alternativas um dos espaços não pode ser completado por um pronome oblíquo (masculino ou feminino)?

- A Aquelas lembranças, que ... ansiavam tanto, roíam-... por dentro.
- B Como ... estimassem muito, elegeram-... deputado.
- C Não ... delatarão, posto que ... queiram prisioneiro.
- D Cientificou-..., no entanto, que ela deveria acompanhar-.... Isso não aborreceu.
- E Sensações de frio? Experimentamos-....durante o inverno.

20 ITA 1988 Em qual das alternativas os substantivos apresentados se referem, respectivamente, aos adjetivos “simiesco, ígneo, somático, insular”?

- A macaco, fogo, corpo, ilha
- B semelhança, ignição, pedra, solidão
- C símile, fogo, adição, arquipélago
- D primata, pureza, constituição, isolamento
- E similar, ignorância, soma, istmo

21 ITA 1988 Assinale a alternativa em que se obedece à ordem direta dos termos na estrutura oracional.

- A Em todas as fases de nossa vida, é necessária a prática da concentração, da disciplina e da paciência.
- B A qualquer amizade ou amor significativo, na esfera das relações humanas, é indispensável a fé.
- C “Ouviram do Ipiranga as margens plácidas/ De um povo heroico o brado retumbante”.
- D A habilidade dos índios para a música, a dança e a criação espontânea chamou a atenção de nossos jesuítas.
- E As leis, já existentes na natureza, revelam-nas parcialmente as pesquisas científicas.

22 ITA 1988 Assinale a alternativa correta.

..... muitos anos que compramos um compêndio e uma gramática para estudar a língua e a literatura

- A Faz – volumoso – luso-brasileiras
- B Deve fazer – volumosos – portuguesa
- C Fazem – volumosos – portuguesas
- D Devem fazer – volumosa – portuguesa
- E Faz – volumosas – luso-brasileira

Instruções para a questão **23**

A questão proposta apresenta três frases, que podem ser corretas ou incorretas. Verifique quais apresentam, ou não, infrações de regras gramaticais.

23 ITA 1988 (Adapt.)

- I. Notam-se, no dia a dia daquele garoto, muitas malcriações.
- II. Pita espera que se consume sua transferência para o futebol italiano.
- III. Chamam-se guerras púnicas às três guerras entre os romanos e cartagineses.

Assinale:

- A** se todas forem corretas.
- B** se for correta somente a frase I.
- C** se for correta somente a frase II.
- D** se for correta somente a frase III.
- E** se forem corretas as frases I e III.

24 ITA 1988 Se coordenação é um processo de encaideamento de valores sintáticos idênticos, é justo admitir que quaisquer elementos da frase (período simples ou composto) coordenados entre si devem – em princípio pelo menos – apresentar a mesma estrutura gramatical (formas paralelas).

Em qual das frases a seguir ocorre paralelismo sintático?

- A** Não saí de casa por estar chovendo e porque era ponto facultativo.
- B** Ao romper da aurora e quando os pássaros começam a cantar, a natureza se mostra mais aprazível
- C** O dia, nublado ou cinzento, deixava-nos nostálgicos e ansiosos.
- D** Não deveríamos julgar um candidato pelo fato de ele ser advogado, fazendeiro ou qualquer outra ocupação.
- E** As frases são difíceis de entender, não por serem longas mas são obscuras.

25 ITA 1988 Com relação às frases a seguir:

- I. Amam-se os pais com fervor.
- II. As professoras Maria e Josefina já corrigiram 600 provas.
- III. Lembrem-se de que já procurei demonstrar ao nosso amigo comum que não lhe tenho rancor.
- IV. Eis a estratégia fundamental de Napoleão, que todos temos de admirar sem reservas.

podemos afirmar que:

- A** todas são ambíguas.
- B** apenas a I é ambígua.
- C** apenas a II é ambígua.
- D** apenas a III é ambígua.
- E** apenas a IV é ambígua.

26 ITA 1988 Assinale a alternativa correta.

O garoto, não dando mínima admoestação dos pais, agarrou-se caixa destinada decoração do pinheirinho e jogou contra menina que o provocara, na escola, ... hora do recreio.

- A** à, à, à, à, a, à, a
- B** a, à, à, a, a, à, a
- C** a, à, à, à, a, a, à
- D** a, à, a, à, à, à, à
- E** a, a, a, à, a, à, à

27 ITA 1988 Indique a forma que não será utilizada para completar a frase seguinte:

Carla, uma das vencedoras do torneio, havia chegado tempo para premiação que fizera jus. O Diretor, no entanto, avisou-..... que medalhas seriam oferecidas apenas perdedoras que haviam vencido, apenas palmas e algumas flores.

- A** Preposição
- B** Pronome oblíquo átono feminino
- C** Artigo feminino
- D** Contração da preposição e do artigo feminino
- E** Contração da preposição e do pronome demonstrativo

Texto para as questões de **28 a 34**

O BOI

- 1 *Ó solidão do boi no campo,
Ó solidão do homem na rua!
Entre carros, trens, telefones,
entre gritos, o ermo profundo.*
- 5 *Ó solidão do boi no campo,
ó milhões sofrendo sem praga!
Se há noite ou sol, é indiferente,
a escuridão rompe com o dia.
Ó solidão do boi no campo,
homens torcendo-se calados!
A cidade é inexplicável
e as casas não têm sentido algum.
Ó solidão do boi no campo!
O navio-fantasma passa*
- 15 *em silêncio na rua cheia.
Se uma tempestade de amor caísse!
As mãos unidas, a vida salva...
Mas o tempo é firme. O boi é só.
No campo imenso a torre de petróleo.*

28 ITA 1988 Em qual das alternativas os termos, retirados do texto anterior, têm a mesma classificação quanto à regência?

- A sofrendo, passa, caísse
- B há, rompe, salva
- C torcendo-se, passa, salva
- D há, têm, caísse
- E sofrendo, rompe, têm

29 ITA 1988 Em qual das alternativas os termos, do texto anterior, constituem núcleos de locução adverbial?

- A boi, rua, ermo
- B telefones, navio, petróleo
- C homem, dia, vida
- D campo, sentido, mãos
- E trens, praga, silêncio

30 ITA 1988 Todas as expressões a seguir conotam uma relação de oposição entre si, exceto em:

- A boi do campo/homem da rua
- B entre carros/ermo profundo
- C entre trens, telefones/o ermo profundo
- D o navio-fantasma/na rua cheia
- E mãos unidas/a vida salva

31 ITA 1988 Dadas as afirmações:

- I. Metaforicamente “Boi” sugere-nos o ambiente interior do homem: apesar da agitação do meio em que vive, o homem é um ser que vive isolado.
- II. Os versos 7 e 8 descrevem um estado transitório do homem: modifica-se-lhe o estado interior à medida que transformações ocorrem em seu ambiente exterior.
- III. Dentre as metáforas empregadas pelo poeta, uma apenas se refere ao homem: “O navio-fantasma passa”.

Inferimos que, de acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

- A todas as afirmações.
- B apenas a I.
- C apenas a II.
- D apenas a III.
- E as afirmações I e II.

32 ITA 1988 Dadas as afirmações:

- I. O emprego do verbo de ligação na estrutura [(artigo + substantivo) + V. L + (adjetivo)], a qual aparece em forma absoluta, expressa um estado que não é permanente.
- II. A oração explicitamente iniciada por uma conjunção adversativa conota mudança possível de comportamento.
- III. No verso 16, o poeta estabelece a condição necessária para salvar o homem da solidão em que vive.

Inferimos que, de acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

- A todas as afirmações.
- B apenas a I.
- C apenas a II.
- D apenas a III.
- E as afirmações I e II.

33 ITA 1988 Podemos perceber, em várias locuções adverbiais coordenadas entre si, um recurso estilístico que sugere movimento (aliteração). Essas locuções encontram-se nos versos:

- A 1 e 2.
- B 3 e 4.
- C 11 e 12.
- D 16 e 17.
- E 18 e 19.

34 ITA 1988 Metaforicamente, “a cidade é inexplicável/ e as casas não têm sentido algum” porque:

- A o boi é só.
- B há muito barulho entre carros, trens, telefones, entre gritos.
- C as mãos estão unidas.
- D as ruas estão cheias.
- E a temperatura caiu.

Texto para as questões de **35 a 50**

O LEÃO

A menina conduz-me diante do leão, esquecido por um circo de passagem. Não está preso, velho e doente, em gradil de ferro. Foi solto no gramado e a tela fina de arame é escarmento ao rei dos animais. Não mais que um caso de leão: as pernas reumáticas, a juba emaranhada e sem brilho. Os olhos globulosos fecham-se cansados, sobre o focinho contei nove ou dez moscas, que ele tinha ânimo de espantar. Das grandes narinas escorriam gotas e pensei, por um momento, que fossem lágrimas.

Observei em volta: somos todos adultos, sem contar a menina. Apenas para nós o leão conserva o seu antigo prestígio – as crianças estão em redor dos macaquinhos. Um dos presentes explica que o bicho tem as pernas entrevadas, a vida inteira na minúscula jaula. Derreado, não pode sustentar-se em pé.

Chega-se um piá e, desafiando com olhar selvagem o leão, atira-lhe um punhado de cascas de amendoim. O rei sopra pelas narinas, ainda é um leão: faz estremecer a grama a seus pés.

Um de nós protesta que deviam servir-lhe a carne em pedacinhos.

– Ele não tem dente?

20 – Tem sim, não vê? Não tem é força de morder.

Continua o moleque a jogar amendoim na cara devastada do leão. Ele nos olha e um brilho de compreensão nos faz baixar a cabeça: é conhecido o travo amargoso da derrota. Está velho, artrítico, não se aguenta das pernas, mas é um leão. De repente, 25 sacudindo a juba, põe-se a mastigar o capim. Ora, leão come verde: Lança-lhe o guri uma pedra: acertou no olho lacrimoso e doeu.

O leão abriu a bocarra de dentes amarelos, não era um bocejo. Entre caretas de dor, elevou-se aos poucos nas pernas 30 tortas. Sem sair do lugar, ficou de pé. Escancarou penosamente os beiços moles e negros, ouviu-se a rouca buzina de fordeco antigo.

Por um instante o rugido manteve suspensos os macaquinhos e fez bater mais depressa o coração da menina. O leão sol- 35 tou seis ou sete urros. Exausto, deixou-se cair de lado e fechou os olhos para sempre.

35 ITA 1989 Em qual das opções os termos retirados do texto anterior (o número entre parênteses indica a linha do texto) desempenham a mesma função sintática?

- A no gramado (3) – de arame (3).
- B ao rei dos animais (3) – sobre o focinho (6).
- C das grandes narinas (7) – as pernas entrevadas (12).
- D com olhar selvagem (14) – Entre caretas de dor (29).
- E no olho lacrimoso (26) – de dentes amarelos (28).

36 ITA 1989 Em qual das opções as palavras sublinhadas desempenham a mesma função sintática?

- A fecham-se cansados (5) – Exausto, deixou-se cair (35).
- B a tela fina (3) – um caco de leão (4).
- C Derreado, não pode (13) – os olhos globulosos (5).
- D diante do leão (1) – nove ou dez moscas (6).
- E Está velho, artrítico (24) – leão come verde (25).

37 ITA 1989 Em “... esquecido por um circo de passagem ...” e “... o rugido manteve suspensos os macaquinhos...”, os termos sublinhados funcionam sintaticamente como:

- A complemento nominal e adjunto adnominal.
- B agente da passiva e predicativo do objeto.
- C adjunto adverbial e adjunto adnominal.
- D objeto indireto e núcleo de predicado nominal.
- E complemento nominal e adjunto adverbial.

38 ITA 1989 Assinale a opção em que os verbos, quanto à regência, têm a mesma classificação.

- A fecham-se (5) – contei (6) – escorriam (7).
- B observei (9) – conversa (10) – sopra (15).
- C tem (12) – desafiando (14) – protesta (17).
- D contínua (21) – lança (26) – doeu (26).
- E sair (29) – elevou-se (28) – escancarou (30).

39 ITA 1989 Em “... que fossem lágrimas.” (8) e “... que deviam servi-lhe a carne em pedacinhos.” (17), as palavras grifadas classificam-se respectivamente como:

- A pronome relativo e conjunção explicativa.
- B conjunção consecutiva e conjunção integrante.
- C conjunção causal e partícula expletiva.
- D pronome relativo e pronome relativo.
- E conjunção integrante e conjunção integrante.

40 ITA 1989 Em “... elevou-se os poucos...” (28) e “... ouviu-se a rouca buzina...” (31) as palavras grifadas classificam-se respectivamente como:

- A pronome oblíquo recíproco e índice de indeterminação do sujeito.
- B pronome oblíquo reflexivo e partícula apassivadora.
- C conjunção integrante e pronome reflexivo.
- D partícula apassivadora e partícula apassivadora.
- E pronome oblíquo e partícula de realce.

41 ITA 1989 Assinale a opção em que as locuções apresentadas desempenham respectivamente a função de adjetivo e de advérbios.

- A de compreensão (22) – De repente (24).
- B de ferro (2) – dos animais (4).
- C dos macaquinhos (11) – de dentes (28).
- D dez moscas (6) – por um momento (8).
- E no olho (26) – da menina (34).

42 ITA 1989 Leia atentamente a frase a seguir.

Está velho, artrítico, mas é um leão.

Qual dos conectivos apresentados a seguir possibilita a reestruturação da frase anterior, mantendo a ideia de oposição ou contraste entre as orações?

- A porquanto
- B consoante
- C contanto que
- D não obstante
- E ao passo que

43 ITA 1989 Nos trechos:

“A menina conduz-me diante do ...” (1)
“... sobre o focinho contei nove ou dez moscas,” (6)
“... a juba emaranhada e sem brilho.” (5)

Sob o ponto de vista gramatical, os termos sublinhados são, respectivamente:

- A** locução adverbial – locução adverbial – locução adverbial.
- B** locução conjuntiva – locução adjetiva – locução adverbial.
- C** locução adjetiva – locução adverbial – locução verbal.
- D** locução prepositiva – locução adverbial – locução adjetiva.
- E** locução adverbial – locução prepositiva – locução adjetiva.

44 ITA 1989 Dos conectivos grifados nos fragmentos a seguir, somente um acumula os papéis de ligar orações e desempenhar uma função sintática (núcleo) na estrutura da oração introduzida.

Assinale a opção que o contiver.

- A** "... e a tela fina de arame é escarmento ao rei dos animais." (3)
- B** "... não mais que um caco de leão." (4)
- C** "... que ele não tinha ânimo de espantar." (6)
- D** "... que o bicho tem as pernas entrevadas," (12)
- E** "... que deviam servir-lhe a carne em pedacinhos." (17)

45 ITA 1989 Na frase "Derreado, não pode sustentar-se em pé" (13), o adjetivo estabelece com a oração uma relação de:

- A** causa e efeito.
- B** consequência e inclusão.
- C** efeito e concessão.
- D** concessão e oposição.
- E** condição e proporção.

46 ITA 1989 A frase (1) a seguir aparece transformada morfossintaticamente na frase (2) com o mesmo significado. Assinale a opção que explica a mudança.

Frase (1) – Sem que tivesse notado que a garota o havia provocado, o velho leão mastiga um pedaço de carne.

Frase (2) – Sem ter notado a provocação da garota, o velho leão mastiga um pedaço de carne.

- A** Houve em (2) a redução da oração subordinada adverbial ao infinitivo, e nominalização ou substantivação da subordinada substantiva.
- B** Houve em (2) a redução, ao particípio, da oração subordinada adverbial, e nominalização ou substantivação da subordinada substantiva.
- C** Houve em (2) a redução sintática dos termos da 1ª oração e transformação da subordinada adjetiva em objeto direto.
- D** Houve em (2) transformação da 1ª oração subordinada em locução conjuntiva e redução da 2ª subordinada em locução adverbial concessiva.
- E** Houve em (2) uma transformação que manteve o mesmo número de orações que havia em (1), a despeito das reduções sintáticas.

47 ITA 1989 Dadas as afirmações:

- I. Embora não seja um texto predominantemente descritivo, ocorre descrição, visto que o autor representa a personagem principal através de aspectos que a individualizam.
- II. Por ressaltar unicamente as condições físicas da personagem, predomina a descrição objetiva no texto, com linguagem denotativa.
- III. Por ser um texto predominantemente narrativo, as demais formas – descrição e dissertação – inexistem.

Inferimos que, de acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

- A** todas as afirmações.
- B** apenas a I.
- C** apenas a II.
- D** apenas a III.
- E** nenhuma das afirmações.

48 ITA 1989 Leia.

- I. Fato principal: a morte do leão. Causas principais: o circo, que o abandonou, e a criança, que o acertou com uma pedra.
- II. A decadência física do leão, assunto predominantemente do texto, denota animalização do ser humano.
- III. A velhice, assunto predominantemente do texto, conota marginalização, maus tratos e decadência física dos animais.

Inferimos que, de acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

- A** todas as afirmações.
- B** apenas a I.
- C** apenas a II.
- D** apenas a III.
- E** nenhuma das afirmações.

49 ITA 1989 Leia.

- I. Conotativamente, o leão chora; denotativamente, o menino agride.
- II. A decadência do leão é tanta, que nada faz lembrar a sua antiga reputação. Nem mesmo os adultos o reconhecem mais.
- III. Metaforicamente, o leão, que não mais produz e não mais trabalha, pode representar a marginalização, abandono e agressão a que são submetidos os idosos.

Inferimos que, de acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

- A** todas as afirmações.
- B** apenas a I.
- C** apenas a II.
- D** apenas a III.
- E** nenhuma das afirmações.

50 ITA 1989 Leia.

- I. Evidencia-se explicitamente no texto uma comparação: a decadência do leão é similar à do ser humano em geral.
- II. Incapaz de reagir fisicamente às provocações, o leão, sentindo-se inconformado, morre.
- III. O fato de o leão “não estar preso em gradil de ferro” constitui, por parte de seus antigos donos, uma prova de gratidão.

Inferimos que, de acordo com o texto, pode(m) estar correta(s):

- A** todas.
- B** apenas a I.
- C** apenas a II.
- D** apenas a III.
- E** nenhuma das afirmações.

51 ITA 1989 Constitui erro muito frequente o emprego do demonstrativo “mesmo” com função pronominal. Assinale a opção em que não ocorre tal erro.

- A** Devemos estudar português e as matérias que não têm relação com o mesmo.
- B** Vou à casa de minha mãe; falarei com a mesma sobre o assunto.
- C** Realizou-se ontem a esperada festa; à mesma compareceram...
- D** Terminadas as provas, foram as mesmas levadas para a correção.
- E** À mesma hora, no mesmo lugar, encontravam-se sempre os mesmos frequentadores.

52 ITA 1989 Temos palavras denominadas reais (substantivo, verbo, adjetivo, pronome) e palavra chamadas instrumentos gramaticais (artigos, preposições, conjunções). As primeiras têm a responsabilidade do sentido da frase, e as segundas estabelecem a ligação das ideias.

- A** Temos palavras reais, substantivos, verbo, adjetivo, pronome, que têm a responsabilidade do sentido da frase e instrumentos gramaticais, artigos, preposições, conjunções, que estabelecem a ligação das ideias.
- B** Há palavras, tais como substantivo, verbo, adjetivo e pronome que são denominadas reais e se responsabilizam pelo sentido da frase; outras – como artigos, preposições e conjunções – chamadas instrumentos gramaticais, estabelecem a ligação das ideias.
- C** O substantivo, o verbo, o adjetivo, o pronome são palavras reais que têm a responsabilidade do sentido da frase; os artigos, as preposições, as conjunções estabelecem a ligação das ideias, que são chamadas instrumentos gramaticais.
- D** Há palavras que têm a responsabilidade de dar sentido à frase e de estabelecerem a ligação das ideias; enquanto as primeiras são denominadas palavras reais, as segundas

instrumentos gramaticais, sendo estas: artigos, preposições, conjunções, e aquelas: substantivo, verbo, adjetivo, pronome.

- E** Temos palavras que têm a responsabilidade do sentido da frase – denominadas palavras reais: substantivo, verbo, adjetivo, pronome, e as que estabelecem a ligação das ideias – chamadas instrumentos gramaticais: artigos, preposições, conjunções.

53 ITA 1989 Em uma das opções, o recurso estilístico assinalado é incorreto. Assinale-a.

- A** *Já vem chegando o sol, e São Paulo desperta, a princípio tímida, e logo agressiva e barulhenta.* (Silepse de número)
- B** *Que os tribunais não podem rever os atos políticos, não contestei, não contesto.* (Hipérbato)
- C** *Eu que era branca e linda – eis-me medonha e escura.* (Anacoluto)
- D** *O caminho da verdade é único e simples; e o da falsidade, vário e infinito.* (Zeugma)
- E** *Que o envolve, e enlaça, e preenche, e perde loucamente.* (Polissíndeto)

Texto para as questões de **54 a 62**

A UM POETA

*Longe do estéril turbilhão da rua,
Beneditino, escreve! No aconchego
Do claustro, na paciência e no sossego,
Trabalha, e teima, e lima, e sofre, e sua!*

*Mas que na forma se disfarce o emprego
Do esforço; e a trama viva se construa
De tal modo, que a imagem fique nua
Rica mas sóbria, como um templo grego.*

*Não se mostre na fábrica o suplício
Do mestre. E, natural, o efeito agrade,
Sem lembrar os andaimes do edifício:*

*Porque a Beleza, gêmea da verdade,
Arte pura, inimiga do artifício,
É a força e a graça na simplicidade.*

54 ITA 1990 Identifique as classes das palavras retiradas do texto, relacionando a primeira coluna à segunda.

- | | |
|-----------------|-------------------|
| () longe | (1) adjetivo |
| () turbilhão | (2) substantivo |
| () do claustro | (3) verbo |

- () no sossego (4) pronome
 () sua (5) advérbio
 () emprego (6) conjunção
 () viva (7) preposição
 () sem (8) locução adjetiva
 (9) locução adverbial
 (10) locução substantiva

A sequência correta obtida é:

- A** 1 – 5 – 9 – 9 – 4 – 3 – 3 – 5
B 5 – 2 – 8 – 9 – 3 – 2 – 1 – 7
C 5 – 1 – 10 – 8 – 4 – 3 – 1 – 6
D 7 – 2 – 8 – 10 – 3 – 2 – 3 – 7
E 9 – 5 – 9 – 8 – 4 – 3 – 1 – 6

55 ITA 1990 Quanto à predicação, os verbos “escreve, fi-que, lembrar” classificam-se, no texto, respectivamente como:

- A** intransitivo – ligação – transitivo direto
B transitivo direto – intransitivo – intransitivo
C transitivo – intransitivo – transitivo
D transitivo – ligação – intransitivo
E transitivo direto – ligação – transitivo direto e indireto

56 ITA 1990 Assinale a opção em que todos os termos desempenham a mesma função sintática.

- A** turbilhão, beneditino, nua, força
B da rua, do claustro, do mestre, da Verdade
C trama, imagem, suplício, efeito
D emprego, templo, andaimes, Beleza
E do estéril, no aconchego, na forma, do edifício

57 ITA 1990 Sintaticamente, os termos “do estéril turbilhão da rua” e “do artifício” funcionam como:

- A** adjunto adverbial e adjunto adnominal.
B adjunto adnominal e predicativo.
C complemento nominal e adjunto adnominal.
D adjunto adverbial e complemento nominal.
E complemento nominal e complemento nominal.

58 ITA 1990 Em “... se disfarce o emprego/Do esforço; e a trama viva se construa”, as palavras grifadas funcionam, respectivamente, como:

- A** pronome reflexivo e índice de indeterminação.
B partícula expletiva e partícula expletiva.
C pronome reflexivo e partícula apassivadora.
D partícula apassivadora e partícula apassivadora.
E índice de indeterminação e partícula de realce.

59 ITA 1990 A oração “..., que a imagem fique nua” pode classificar-se como:

- A** subordinada adjetiva explicativa.
B coordenada assindética conclusiva.
C subordinada adverbial consecutiva.
D coordenada sindética explicativa.
E coordenada sindética final.

60 ITA 1990 Dadas as afirmações:

- I. Instado a viver fora do mundo, o poeta, ao trabalhar o poema, deve com afínco e denodo preocupar-se apenas com suas próprias angústias e inquietações.
 II. O poeta, como um beneditino, deve paciente e sossegadamente dissimular todo o esforço que lhe custa na feitura da obra.
 III. À maneira do pedreiro sobre os andaimes, o poeta, para agradar, deve privilegiar o espontâneo e banir a aflição e artificialismo ao construir a obra.

Inferimos, de acordo com o texto, que:

- A** todas estão corretas.
B todas estão incorretas.
C apenas a I está correta.
D apenas a II está correta.
E apenas a III está correta.

61 ITA 1990 Dadas as afirmações:

- I. Não obstante o poeta não deva preocupar-se com problemas existenciais, metafísicos ou político-sociais, ele não pode e não deve tornar-se um ser impassível, distante de tudo e de todos, impedido de manifestar e revelar seus anseios e suas preocupações.
 II. Enfatizam-se no texto as seguintes condições para o trabalho de criação poética: isolamento, formalidade, moderação, probidade e pureza.
 III. Qual um templo grego, de formas simples e imponentes, o poema, depois de pronto, deve se impor naturalmente, sem deixar transparecer o esforço e a dedicação do poeta.

Inferimos, de acordo com o texto, que:

- A** todas estão corretas.
B todas estão incorretas.
C apenas a I está correta.
D apenas a II está correta.
E apenas a III está correta.

62 ITA 1990 As duas expressões do texto que resumem melhor a proposta estética são:

- A** “Longe do estéril turbilhão” e “no aconchego do claustro”.
B “Beneditino” e “na paciência e no sossego”.
C “esforço” e “artifício”.
D “forma” e “templo grego”.
E “emprego de esforço” e “os andaimes do edifício”.

Instruções para as questões de **63 a 65**

Nas questões de **63 a 65**, você deve indicar a opção que melhor preenche o espaço disponível, observando a adequabilidade das palavras ou locuções, a correção gramatical, a coerência e a sequência das ideias.

63 ITA 1990 No plano expressivo, a força da _____ em provém essencialmente de sua capacidade de _____ o episódio, fazendo _____ da situação a personagem, tornando-a viva para o ouvinte, à maneira de uma cena teatral, _____ o narrador desempenha a mera função de indicador das falas.

- A** narração – discurso indireto – enfatizar – ressurgir – onde.
- B** descrição – discurso onisciente – vivificar – entremostrear-se – donde.
- C** narração – discurso direto – atualizar – emergir – em que.
- D** narração – discurso indireto livre – humanizar – imergir – na qual.
- E** dissertação – discurso direto e indireto – dinamizar – protagonizar – para a qual.

64 ITA 1990 Antes de assinalar a opção, considere as informações a seguir.

Paráfrase = *desvio mínimo*: reafirma os ingredientes do original, conformando seu sentido.

Estilização = *desvio tolerável*: reforma esmaecendo, apagando a forma, mas sem modificação essencial do original.

Paródia = *desvio total*: deforma o original, subvertendo sua estrutura ou sentido.

As escolas de samba, _____ exuberância e _____ que provocam no espectador, convertem-se em ilustradoras e dramatizadoras de quadros ideológicos de nossa história e/ou de nosso cotidiano. Não é _____ que figurinistas, bailarinos, coreógrafos, estilistas, historiadores e escritores são convocados para _____ esses monumentais espetáculos ideológicos. A _____ aí, quando existe, é uma exceção.

- A** malgrado a – o arroubo – à toa – assistir – paráfrase.
- B** no que tange à – a apoteose – em vão – abrilhantarem – paródia.
- C** em que pesem a – ao encantamento – embalde – fomentar – estilização.
- D** em que pese à – ao arrebatamento – à toa – assessorar – paródia.
- E** mau grado à – ao êxtase – debalde – enaltecer – paráfrase.

65 ITA 1990 A exclusão do Palmeiras das semifinais do campeonato paulista evoca a queda da seleção brasileira na Copa do Mundo da Espanha. De fato, o resultado adverso em um único jogo acabou por afastar ambos da possibilidade de chegar ao título, _____ suas campanhas. Não se pode, _____, considerar a eliminação da equipe palmeirense o resultado de um _____; o time competiu dentro de regras _____ mundial e foi desclassificado porque não soube vencer seus adversários.

- A** não obstante o brilhantismo de – outrossim – malogro – oriundas do
- B** com cujo brilho se notabilizaram – pois – infortúnio – idênticas das do
- C** apesar do brilho de que se revestiram – contudo – casuísmo – similares às do
- D** a despeito do sucesso de – apesar disso – acidente – elaboradas pelo
- E** conquanto primorosas – portanto – incidente – consoantes com as do

66 ITA 1990 Assinale a opção cujos pares têm prefixos latinos e gregos com o mesmo significado.

- A** infeliz/antípoda; ultrapassar/hipérbole; ambivalente/perímetro.
- B** desleal/amoral; coautor/díptero; bípede/hemiciclo.
- C** interceptar/Mesopotâmia; djacente/paráfrase; malefício/dispneia.
- D** ingerir/endocarpo; abster-se/anfíbio; cúmplice/silogismo.
- E** supracitado/epiderme; abeirar/apogeu; cisplatino/anacrônico.

67 ITA 1990 Dadas as frases:

- I. Mais ninguém tenho neste mundo senão a ti.
 - II. Não foi fácil para mim dizer as verdades.
 - III. Possuía alguns carros, quais sejam dois Passats e três Corcéis.
- podemos afirmar que:

- A** todas estão corretas.
- B** todas estão incorretas.
- C** apenas a I está correta.
- D** apenas a II está correta.
- E** apenas a III está correta.

Texto para as questões de **68 a 73**

SUGESTÃO

*Sede assim – qualquer coisa
Serena, isenta, fiel.
Flor que se cumpre,
Sem pergunta.*

- 5 *Onda que se esforça,
por exercício desinteressado.
Lua que envolve igualmente
os noivos abraçados
e os soldados já frios.*
- 10 *Também como este ar da noite:
sussurrante de silêncio,
cheio de nascimentos e pétalas.
Igual à pedra detida,
sustentando seu demorado destino.*
- 15 *E à nuvem, leve e bela,
vivendo de nunca chegar a ser.
À cigarra, queimando-se em música,
ao camelo que mastiga a sua longa solidão,
ao pássaro que procura o fim do mundo,*
- 20 *ao boi que vai com inocência para a morte
Sede assim qualquer coisa
serena, isenta, fiel.
Não como o resto dos homens.*

68 ITA 1991 Assinale a opção em que os termos desempenham a mesma função sintática.

- A** flor – ar – destino
- B** nascimentos – pétalas – pedra detida
- C** coisa – sem pergunta – onda
- D** ar – cheio – igual
- E** coisa – abraçados – solidão

69 ITA 1991 A crase em “à pedra” e “à nuvem” foi motivada pelo mesmo motivo (prep. + art.) que em:

- A** Infenso à fama, mudou-se para o interior.
- B** Assine os documentos à vista do comprador.
- C** Por poucos cruzeiros, matou-o à bala.
- D** Estão fora de moda os penteados à Elvis.
- E** Às que pouco se esforçam, surgem-lhes às vezes oportunidades.

70 ITA 1991 Se, em vez de “camelo”, o autor houvesse optado pelo emprego de “borboleta”, como ficaria, respeitando o padrão estilístico da forma original, a oração adjetiva?

- A** que abana sua obsequiosa inquietude
- B** que foge do seu voraz predador
- C** que pousa nas flores de nossa praça
- D** que bate suas asas azuis
- E** que busca o néctar das flores

Instruções para as questões **71** e **72**

Em cada uma das questões a seguir, apresentam-se três afirmações, que podem ser corretas ou incorretas. Após ler atentamente o poema e as afirmações propostas, assinale a alternativa correta.

71 ITA 1991 Supondo correto que: “A organização básica do poema se faz a partir de uma comparação: que “a” (elemento comparado) seja “b” (termo ou base da comparação) como “c” e não como “d” (elementos comparantes)”, podemos afirmar que:

- I. O elemento comparado (“a”), pessoa com quem se fala, pode ser o próprio leitor.
- II. A pessoa com quem se fala é exortada a ser “qualquer coisa/serena, isenta, fiel”. (termo da comparação).
- III. Diversos, os elementos comparantes (“c” e “d”) pertencem respectivamente a uma ordem natural idealizada (do verso 3 ao verso 20) e ao universo humano real (verso 23).

- A** Se todas forem corretas.
- B** Se todas forem incorretas.
- C** Se apenas a I for correta.
- D** Se apenas a II for correta.
- E** Se apenas a III for correta.

72 ITA 1991 Baseando-nos no texto, podemos afirmar que:

- I. Ao sentimento de desencanto, sugerido pelo verso final, sobrepõe-se o apelo para que o homem volte a se integrar num universo natural idealizado em que se encontram as qualidades “serenidade, isenção e fidelidade”.
- II. Ao sentimento generalizado de frustração e rebeldia sobrepõe-se, ao final, a ordem – expressa pela forma imperativa do verbo “ser”: deve o homem, para não ser como “o resto”, afastar-se do materialismo das coisas.
- III. Não obstante o sentimento de desilusão do verso final, o poeta está convencido de que o homem integrará o universo natural idealizado, visto que são poucos os que não se mantêm fiéis às qualidades de “serenidade”, isenção e fidelidade”, as quais estão no princípio de todas as coisas.

- A** Se todas forem corretas.
- B** Se todas forem incorretas.
- C** Se apenas a I for correta.
- D** Se apenas a II for correta.
- E** Se apenas a III for correta.

73 ITA 1991 Assinale a opção cujos elementos do poema melhor representam (metaforicamente) as qualidades “isenção (imparcialidade) e fidelidade (abnegação)”.

- | | |
|----------------------------|----------------------------------|
| A Noivos e pétalas. | D Ar da noite e soldados. |
| B Onda e morte. | E Flor e nuvem. |
| C Lua e pedra. | |

74 ITA 1991 Assinale a opção cujas palavras eruditas correspondem, respectivamente, quanto ao significado, às expressões “inflamação de um músculo, governo de poucos, relativo ao ferro e derramamento de pus”.

- A** mielalgia, oligofrenia, sideral, purulento
- B** nevralgia, plutocracia, estelar, menorreia
- C** miite, oligarquia, sidérico, piorreia
- D** pericardite, anarquia, êneo, seminífero
- E** mielite, monarquia, férreo, pustulento

Texto para as questões de **75 a 81**

VANDALISMO

1 *Meu coração tem catedrais imensas,
Templos de priscas e longínquas datas,
Onde um nune de amor, em serenatas,
Canta a aleluia virginal das crenças.*

2 *Ki ogiva fúlgida e nas colunatas
Vertem lustrais irradiações intensas
Cintilações de lâmpadas suspensas
E as ametistas e os florões e as pratas.*

3 *Como os velhos Templários medievais
Entrei um dia nessas catedrais
E nesses templos claros e risonhos...*

*E erguendo os gládios e brandindo as hastas,
No desespero dos iconoclastas
Quebrei a imagem dos meus próprios sonhos!*

Eu. 30 ed. Rio de Janeiro: Livr. São José, 1963. p. 143.

75 ITA 1992 Identifique as classes das palavras retiradas do texto, relacionando a primeira coluna à segunda.

- | | |
|------------------|-------------------------|
| () de amor | (1) adjetivo |
| () Na ogiva | (2) substantivo |
| () lustrais | (3) locução adjetiva |
| () cintilações | (4) locução adverbial |
| () um dia | (5) locução prepositiva |
| () hastas | (6) locução pronominal |
| () iconoclastas | (7) locução substantivo |

A sequência correta é:

- A** 4 – 4 – 2 – 2 – 6 – 1 – 1
- B** 3 – 4 – 1 – 2 – 4 – 2 – 2
- C** 7 – 7 – 1 – 1 – 5 – 2 – 1
- D** 5 – 5 – 2 – 2 – 6 – 1 – 1
- E** 3 – 7 – 1 – 1 – 7 – 2 – 2

76 ITA 1992 Quanto à predicação, os verbos “canta, entrei, quebrei” classificando-se, no texto, respectivamente como:

- A** trans. direto – intransitivo – trans. direto
- B** trans. dir. e ind. – trans. direto – trans. dir. e indireto
- C** intransitivo – trans. direto – trans. direto
- D** intransitivo – trans. direto – trans. dir. e indireto
- E** trans. direto – intransitivo – trans. dir. e indireto

77 ITA 1992 Assinale a opção em que todos os termos desempenham a mesma função sintática.

- A** onde, nas colunatas, um dia, das crenças
- B** meu coração, um nune, templos, os gládios
- C** de amor, de lâmpadas, dos iconoclastas, dos meus próprios sonhos
- D** catedrais, aleluia, ametistas, desespero
- E** em serenatas, virginal, na ogiva, irradiações os gládios

78 ITA 1992 Com relação às duas estrofes iniciais, pode-se afirmar que nelas permanece, respectivamente, a ideia de:

- A** saudosismo e brilho.
- B** plasticidade e musicalidade.
- C** otimismo e suntuosidade.
- D** antiguidade e clareza.
- E** excitação e riqueza.

79 ITA 1992 Qual das figuras a seguir não ocorre no poema?

- A** Sinestesia
- B** Metáfora
- C** Anacoluto
- D** Aliteração
- E** Polissíndeto

80 ITA 1992 Dadas as afirmações:

- I. Já na estrofe inicial, as imagens visuais e auditivas antecipam-nos, de forma plástica e viva, a desilusão e desencanto final do ‘eu’ poemático.
- II. Opera-se no primeiro terceiro, além de retomada das ideias básicas dos quartetos, uma mudança de ordem temporal a partir da qual se inicia o processo de dissolução e destruição do ‘eu’ poemático.
- III. Ao longo do poema, ocorre um processo gradativo de rebeldia devassadora, cujo início, prosseguimento e clímax correspondem respectivamente às formas verbais de presente, gerúndio e pretérito.

Inferimos, de acordo com o texto, que:

- A** todas estão corretas.
- B** todas estão incorretas.
- C** apenas a I está correta.
- D** apenas a II está correta.
- E** apenas a III está correta.

81 ITA 1992 Qual das expressões a seguir melhor se relaciona com o título do poema?

- A "Templos de priscas..."
- B "... ogiva fúlgida..."
- C "... velhos Templários medievais"
- D "... as hastas"
- E "... iconoclastas"

82 ITA 1992 Assinale a opção em que ocorre oração subordinada adjetiva.

- A Deixe que eu datilografo a carta para o ministro.
- B Desapareça, que os policiais vêm chegando.
- C Meu sonho sempre foi que meu filho fosse engenheiro.
- D Não ligue às pessoas que zombam de você.
- E Supõe-se que ele tenha fugido de madrugada.

83 ITA 1992 A conjunção ou locução conjuntiva que expressa uma circunstância diferente das demais é:

- A Posto que a luta fosse longa e encarniçada, venceram.
- B Como estivesse frio, preferiu não sair.
- C Sem que fosse escravo, obedecia a todas as ordens.
- D Ainda que esteja chovendo, não falta nunca aos compromissos.
- E Por mais que gritasse, não pôde ser ouvido.

84 ITA 1992 Qual das opções substitui corretamente as palavras sublinhadas?

1. Foi-lhes fácil fazer os exercícios.
 2. Não obstante seja parco de recursos, mantém as aparências.
 3. Expõe as ideias com lucidez.
 4. Faz os deveres rapidamente.
 5. Se não pretendes gastar, põe o dinheiro na poupança.
- A fazerem-nos – mantenha-os – Expõe-las – Fá-los-á – ponha-o
 - B fazerem-nos – mantém-as – Expõe-nas – Faze-os – põe-lo
 - C fazê-los – mantém-las – Expõe-as – Faça-os – põe-no
 - D fazê-los – mantém-nas – Expõe-las – Fá-los – põe-no
 - E fazer-los – mantém-nas – Expõe-nas – Faze-os – põe-lo

Texto para as questões de **85 a 90**

NOITE PONTUAL

Noite pontual

Lua cheia apontou, pororoca roncou

*Vem que vem vindo como uma onda inchada
rolando e embolando
com a água aos tombos*

Vagalhões avançam pelas margens espantadas

Um pedaço de mar mudou de lugar

*Somem-se ilhas menores
debaixo da onda bojuda
arrasando a vegetação
Fica para trás o mangue
aparando o céu com braços levantados*

*Florestinhas se somem
A água comovida abraça-se com o mato
Estalam árvores quebradas de tripa de fora
Pororoca traz de volta a terra emigrante que fugiu de casa
levada pela correnteza.*

Cobra Norato.

85 ITA 1993 Identifique as classes das palavras retiradas do texto, relacionando a primeira coluna à segunda:

- | | |
|--------------------------------|-------------------------|
| () "pelas margens espantadas" | (1) Locução Subjetiva |
| () "de mar" | (2) Locução Adjetiva |
| () "debaixo da" | (3) Locução Adverbial |
| () "comovida" | (4) Locução Prepositiva |
| () "emigrante" | (5) Locução Conjuntiva |
| | (6) Adjetivo |
| | (7) Verbo |
| | (8) Substantivo |

A sequência correta é:

- A 4-1-4-7-6
- B 2-2-2-6-7
- C 1-3-5-7-6
- D 3-2-4-6-6
- E 3-3-5-7-7

86 ITA 1993 Quanto à predicação, os verbos "avançam, fica, estalam" classificam-se no texto, respectivamente, como:

- A t. indireto, ligação, t. direto.
- B intransitivo, ligação, intransitivo.
- C transitivo, transitivo, transitivo.
- D intransitivo, ligação, t. direto.
- E intransitivo, intransitivo, intransitivo.

87 ITA 1993 Assinale a opção em que todos os termos desempenham a mesma função sintática.

- A pororoca, ilhas menores, o mangue, que fugiu...
- B noite pontual, onda, pedaço, a terra
- C como uma onda, pelas margens, debaixo da onda, pela correnteza
- D lua cheia, vagalhões, a vegetação, árvores
- E de mar, com braços levantados, de tripa de fora

88 ITA 1993 Sintaticamente, os termos “com o mato” e “pela correnteza” funcionam respectivamente como:

- A** adjunto adnominal e agente da passiva.
- B** adjunto adverbial e adjunto adverbial.
- C** objeto indireto e agente da passiva.
- D** objeto indireto e adjunto adnominal.
- E** adjunto adverbial e adjunto adnominal.

89 ITA 1993 Dadas as afirmações:

- I. Não obstante a utilização abundante de adjetivos ou de expressões equivalentes a adjetivos, fundamentalmente o poeta se preocupa em descrever objetivamente a pororoca e em apontar-lhe as consequências.
- II. Apresentando-nos uma visão lírica de nossa paisagem e de nosso meio, o poema em síntese, revela-nos o sentir e o pensar ufanista do brasileiro.
- III. A riqueza de comparações e de imagens, expressas em frases com muita musicalidade e ritmo, conota uma perfeita integração do ser humano à natureza: paisagem e ser humano são praticamente um só ser.

Podemos, de acordo com o texto, dizer que:

- A** todas estão corretas.
- B** todas estão incorretas.
- C** apenas I e II estão corretas.
- D** apenas I e III estão corretas.
- E** apenas II e III estão corretas.

90 ITA 1993 Dadas as afirmações:

- I. Dentre os vários recursos utilizados pelo poeta, destaca-se a personificação, a qual, além de aproximar do leitor a natureza, reforça o tom dramático do fenômeno pororoca.
- II. O uso repetido e ritmado de certos sons em alguns versos sugere-nos os aspectos sonoros e de movimento que caracterizam o fenômeno da pororoca.
- III. Em linguagem despojada, mas rica de metáforas, a natureza apresenta-se viva e dinâmica.

Podemos, de acordo com texto, dizer que:

- A** todas estão corretas.
- B** todas estão incorretas.
- C** apenas I e II estão corretas.
- D** apenas I e III estão corretas.
- E** apenas II e III estão corretas.

91 ITA 1993 Assinale a opção cujos radicais substituem respectivamente as expressões a seguir.

poder que vem dos ricos – inflamação da boca – medo de doença – aversão à sociedade

- A** aristocracia – ortodontia – tanatofobia – xenofobia
- B** democracia – buconite – cinofobia – filantropia
- C** oligarquia – dispneia – hipnofobia – antropófago
- D** plutocracia – estomatite – nosofobia – misantropo
- E** pentarquia – cefalalgia – hipocondria – antropóforo

Texto para as questões de **92 a 96**

PSICOLOGIA DE UM VENCIDO

*Eu, filho do carbono e do amoníaco,
Monstro de escuridão e rutilância,
Sofro, desde a epigênese da infância,
A influência má dos signos do zodíaco.*

*Profundissimamente hipocondríaco,
Este ambiente me causa repugnância...
Sobe-me à boca uma ânsia análoga à ânsia
Que se escapa da boca de um cardíaco.
Já o verme – este operário das ruínas –
Que o sangue podre das carnificinas
Come, e à vida em geral declara guerra,*

*Anda a espreitar meus olhos para roê-los,
E há de deixar-me apenas os cabelos
Na frialdade inorgânica da terra!*

92 ITA 1994 Morfologicamente, “de escuridão” e “desde a epigênese” funcionam respectivamente como:

- A** locução substantiva e locução adjetiva.
- B** locução adverbial e locução adverbial.
- C** locução adjetiva e locução adverbial.
- D** locução adverbial e locução adjetiva.
- E** locução adjetiva e locução adjetiva.

93 ITA 1994 Em “Que o sangue podre das carnificinas”, o termo grifado funciona morfológica e sintaticamente como:

- A** pronome relativo e sujeito.
- B** conjunção integrante e conectivo subordinativo.
- C** conjunção consecutiva e sujeito.
- D** pronome substantivo e relativo.
- E** pronome relativo objeto direto.

94 ITA 1994 Em “Sobe-me à boca uma ânsia análoga à ânsia”, os termos grifados funcionam respectivamente como:

- A** adjunto adverbial e adjunto adnominal.
- B** adjunto adverbial e adjunto adverbial.
- C** objeto indireto e complemento nominal.
- D** objeto indireto e complemento nominal.
- E** adjunto adnominal e complemento nominal.

95 **ITA 1994** Os verbos “sofro” e “anda” no texto funcionam, respectivamente, como:

- A** intransitivo e ligação.
- B** transitivo direto e auxiliar.
- C** transitivo direto/indireto e ligação.
- D** transitivo indireto e intransitivo.
- E** intransitivo e intransitivo.

96 **ITA 1994** Dadas as afirmações:

- I. Coerente com a visão determinista das Ciências Naturais, o poeta, ao longo do poema, revela-se conformado e indiferente com o fatalismo da morte.
- II. Evidencia-se no poema um dos elementos de renovação poética do autor: dessacralização da palavra, desvinculando-a do seu compromisso com o belo.
- III. Não obstante o poeta seja um cultor da arte pela arte, percebem-se no poema alguns procedimentos caracterizadores da transformação poética desencadeada pelo Modernismo.

De acordo com o texto, podemos dizer que:

- A** todas estão corretas.
- B** todas estão incorretas.
- C** apenas I e II estão corretas.
- D** apenas II e III estão corretas.
- E** apenas I e III estão corretas.

97 **ITA 1994** Considere o código para a análise do se.

- 1. indeterminação do sujeito
- 2. parte integrante do verbo
- 3. conjunção subordinativa
- 4. pronome apassivador
- 5. partícula expletiva
- 6. pronome reflexivo

Com relação a estas frases:

- ☐ Desconfia-se que haja vida em Marte.
- ☐ Comeu-se muito mal na festa de ontem.
- ☐ Veja se já trouxeram nossas encomendas.
- ☐ Será que todas as esperanças já se foram embora?
- ☐ Quando se veste para passeios, ela tem bom gosto.

A sequência correta é:

- A** 5-4-4-6-1
- B** 4-1-3-5-6
- C** 5-2-3-6-2
- D** 3-4-4-1-6
- E** 4-6-3-5-1

Texto para as questões de **98** a **103**

HINO NACIONAL

- Precisamos descobrir o Brasil!
Escondido atrás das florestas,
com a água dos rios no meio,
o Brasil está dormindo, coitado.*
- 5 *Precisamos colonizar o Brasil.*
- Precisamos educar o Brasil.
Compraremos professores e livros,
assimilaremos finas culturas,
abriremos dancings e subvencionaremos as elites.*
- 10 *O que faremos importando francesas
muito louras, de pele macia
alemãs gordas, russas nostálgicas para
garçonettes dos restaurantes noturnos.
E virão sírias fidelíssimas.*
- 15 *Não convém desprezar as japonesas...*
- Cada brasileiro terá sua casa
com fogão e aquecedor elétricos, piscina,
salão para conferências científicas.
E cuidaremos do Estado Técnico.*
- 20 *Precisamos louvar o Brasil.
Não é só um país sem igual.
Nossas revoluções são bem maiores
do que quaisquer outras; nossos erros também.
E nossas virtudes? A terra das sublimes paixões...*
- 25 *os Amazonas inenarráveis... os incríveis João-Pessoas...*
- Precisamos adorar o Brasil!
Se bem que seja difícil caber tanto oceano e tanta solidão
no pobre coração já cheio de compromissos...
se bem que seja difícil compreender o que querem êsses homens,
por que motivo eles se ajuntaram e qual a razão de seus sofrimentos.*
- 30 *Precisamos, precisamos esquecer o Brasil!
Tão majestoso, tão sem limites, tão despropositado,
êle quer repousar de nossos terríveis carinhos.
O Brasil não nos quer! Está farto de nós!*
- 35 *Nosso Brasil é o outro mundo. Êste não é o Brasil.
Nenhum Brasil existe. E acaso existirão os Brasileiros?*

Carlos Drummond Andrade.

Nas questões de **98** a **103**, assinale a alternativa cuja proposição estiver **incorreta**.

98 ITA 1995

- A *Escondido* (verso 2) pode ser substituído por *olvidado*, embora modifique o sentido.
- B *Fidelíssimo* (verso 14) tem o mesmo radical de *fidelidade* e de *fidedigno*.
- C *Piscina* (verso 17) tem o mesmo radical que *piscicultura*.
- D *Bem* (verso 27) tem valor de superlativo.
- E O texto não foi transcrito em obediência à ortografia vigente.

99 ITA 1995

- A *dos rios* (v. 3) é sinônimo de *pluvial*.
- B *difícil* (v. 27) em relação a *oceano* (v. 27) pode ser substituído por *impossível*, ainda que o sentido seja alterado.
- C O antônimo de *incríveis* (v. 25) é *críveis*.
- D *Incredibilíssimos* dá ideia superlativa de *incríveis* (v. 25).
- E *tanto e tanta* (v. 27) estão com o valor de *tamanho e tamanha*.

100 ITA 1995

- A *fidelíssima* (v. 14) é superlativo sintético, seu equivalente analítico é *muito fiéis*.
- B *elétricos* (v. 17) está se referindo aos dois substantivos antecedentes, teria o mesmo efeito se usado no singular.
- C *inenarráveis* (v. 25) significa, originalmente, *o que não pode ser narrado*; pode ser substituído aqui por *fantástico*.
- D *difícil*, (v. 27) a ideia de superlativo pode ser dada pelo sufixo *-imo*, na linguagem erudita, ou pela repetição (*difícil, difícil*), na linguagem coloquial.
- E *sem igual* (v. 21) não tem o mesmo valor semântico de *ímpar*.

101 ITA 1995

- A Geograficamente se denomina uma região com a água dos rios no meio (v. 3) de *mesopotâmica*.
- B *E nossas virtudes?* (v. 24) não tem sentido de indagação apenas.
- C Quando o Autor afirma *Precisamos adorar* (v. 26), ele não quer dizer que não o fazemos, só que o fazemos erradamente; isto se comprova com a afirmação *terríveis carinhos*.
- D A preposta de educação para o Brasil (segunda estrofe) traz desnacionalização.
- E A Nação rejeita seus componentes (última estrofe).

102 ITA 1995

- A Não são propriamente as japonesas (v. 15) que são reticentes e sim o julgamento que sobre elas se faz.
- B O poema não parece confirmar a lenda das Amazonas (v. 25).
- C A carência brasileira não é só de bem-estar físico.
- D Neste Hino, os versos são brancos.
- E Através de *Precisamos* (no início de quase todas as estrofes) são introduzidos verbos que, no decorrer do poema, vão num crescendo cujo clímax está na estrofe final.

103 ITA 1995

- A Este hino não tem o tom épico do Hino Nacional brasileiro.
- B Neste hino predomina a função conativa (ou imperativa), ele é normativo.
- C O hino de Drummond é tão ufanista quanto o Hino Nacional brasileiro.
- D Diferentemente do Hino Nacional brasileiro, este não tem estribilho.
- E O ritmo também marca distância entre o Hino Nacional do Brasil e o de Drummond.

Texto para as questões de **104** a **106**

LITANIA DOS POBRES

- 1 *Os miseráveis, os rotos*
São as flores dos esgotos.

São espectros implacáveis
Os rotos, os miseráveis.
- 5 *São prantos negros de furnas*
Caladas, mudas, soturnas.

São os grandes visionários
Dos abismos tumultuários.

As sombras das sombras mortas,
10 *Cegos, a tatear nas portas.*

Procurando o céu, aflitos
E varando varando o céu de gritos.

Inúteis, cansados braços
Mãos inquietas, estendidas.

Cruz e Souza.

Nas questões de **104** a **106** assinale a alternativa cuja proposição estiver **incorreta**.

104 ITA 1995

- A *espectros* (v. 3) tem o sentido de *fantasma*, de irrealidade: caberia aqui como sinônimo de *esquálidos*, *esqueléticos*.
- B *flores* (v. 2) – o Autor encontra certo encantamento na vida dos pobres.
- C Na estrofe 1 a ordem é direta: primeiro o sujeito, depois o predicado.
- D Na estrofe 2 os adjetivos substantivos, *rotos* e *miseráveis*, são o sujeito.
- E *Procurando o céu* (v. 11) é uma oração subordinada adverbial, em referência a *aflitos* (v. 11).

105 ITA 1995

- A *de gritos* (v. 12) se liga sintaticamente a *varando* (v. 12) e não a *céu* (v. 12).
- B *de gritos* (v. 12) é adjunto adnominal.
- C Os adjetivos do verso 6 acordam com *furnas* (v. 5) mas não qualificativos indiretos de os *miseráveis* (v. 1)
- D *varando* (v. 12) tem a mesma classificação sintática que *procurando* (v. 11).
- E *As sombras das sombras* (v. 9) é um exagero poético, uma hipérbole.

106 ITA 1995

- A Na terceira estrofe, há elipse do sujeito.
- B A quinta estrofe, só se entende como havendo elipse do sujeito e do verbo.
- C *A tatear* (v. 10) tem valor de *que tateiam*, é oração adjetiva.
- D A vírgula após *cegos* (v. 10) é dispensável.
- E *de* (v. 12) indica posse.

107 ITA 1995 O item 2 deve ligar as orações do item 1, empregando corretamente um pronome relativo. Assinale a alternativa em que isso não ocorre.

- A 1 – O caminho era longo. O atalho do caminho era perigoso.
2 – O caminho, cujo atalho era perigoso, era longo.
- B 1 – O caminho era longo. O atalho do caminho era perigoso.
2 – Longo era o caminho cujo atalho era perigoso.
- C 1 – São pessoas necessárias, com o auxílio delas sobreviverei.
2 – São pessoas necessárias, cujo auxílio sobreviverei.
- D 1 – Era honorável figura, o presidente. De suas mãos recebi o prêmio.
2 – O presidente de cujas mãos recebi o prêmio, era honorável figura.
- E 1 – A árvore era antiga, pelos galhos dela passavam fios telefônicos.
2 – A árvore, por cujos galhos fios telefônicos passavam, era antiga.

Texto para as questões de **108** a **116**

Os CÃES

– *Lutar. Podes escachá-los ou não; o essencial é que lutes. Vida é luta. Vida sem luta é um mar morto no centro do organismo universal.*

Daí a pouco demos com uma briga de cães; fato que aos olhos de um homem vulgar não teria valor. Quincas Borba fez-me parar e observar os cães. Eram dois. Notou que ao pé deles estava um osso, motivo da guerra, e não deixou de chamar a minha atenção para a circunstância de que o osso não tinha carne. Um simples osso nu. Os cães mordiam-se, rosnavam, com o furor nos olhos... Quincas Borba meteu a bengala debaixo do braço, e parecia em êxtase.

– *Que belo que isto é! Dizia ele de quando em quando.*

Quis arrancá-lo dali, mas não pude; ele estava arraigado ao chão, e só continuou a andar, quando a briga cessou inteiramente, e um dos cães, mordido e vencido, foi levar a sua fome a outra parte. Notei que ficaria sinceramente alegre, posto contivesse a alegria, segundo convinha a um grande filósofo. Fez-me observar a beleza do espetáculo, lembrou o objeto da luta, concluiu que os cães tinha fome; mas a privação do alimento era nada para os efeitos gerais da filosofia. Nem deixou de recordar que em algumas partes do globo o espetáculo é mais grandioso: as criaturas humanas é que disputam aos cães os ossos e outros manjares menos apetecíveis; luta que se complica muito, porque entra em ação a inteligência do homem, com todo o acúmulo de sagacidade que lhe deram os séculos etc.

108 ITA 1996 Identificadas as classes das palavras do texto e relacionando a primeira coluna à segunda, assinale a sequência correta a seguir.

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| (1) adjetivo | () o essencial (Linha 1) |
| (2) substantivo | () sem luta (Linha 2) |
| (3) verbo | () de cães (Linha 4) |
| (4) pronome | () ao pé deles (Linha 6) |
| (5) advérbio | () debaixo do (Linha 10) |
| (6) conjunção | () posto (Linha 15) |
| (7) preposição | |
| (8) locução adjetiva | |
| (9) locução adverbial | |
| (10) locução substantiva | |
| (11) locução prepositiva | |

- | | | | |
|---|------------------------|---|--------------------------|
| A | 1 – 8 – 8 – 9 – 11 – 3 | D | 2 – 9 – 10 – 10 – 9 – 11 |
| B | 1 – 9 – 8 – 9 – 7 – 3 | E | 2 – 8 – 8 – 10 – 9 – 6 |
| C | 2 – 8 – 8 – 9 – 11 – 6 | | |

109 ITA 1996 Quanto à predicação, os verbos “mordiam, cessou, disputam” (em itálico) classificam-se, no texto, respectivamente como:

- A t. direto e indireto, transitivo, t. direto.
- B t. direto e indireto, intransitivo, t. direto.

- C** transitivo, ligação, t. direto e indireto.
- D** t. direto, intransitivo, t. direto e indireto.
- E** intransitivo, intransitivo, transitivo.

110 ITA 1996 Assinale a opção em que todos os termos grifados no texto desempenham a mesma função sintática.

- A** Daí a pouco – com o furor nos olhos – debaixo do braço.
- B** Sem luta – aos olhos de um homem vulgar – motivo da guerra.
- C** Em êxtase – a andar – mordido – apetecíveis.
- D** Com uma briga – ao chão – a outra parte.
- E** Inteiramente – alegre – alegria – apetecíveis.

111 ITA 1996 Com relação aos segmentos grifados:

- A) “... o essencial é que lutes” (Linha 1)
- B) “as criaturas humanas é que disputam aos cães” (Linha 20)
- C) “com todo o acúmulo de sagacidade que lhe deram” (Linha 23)

é correto afirmar que:

- A** são orações substantivas, introduzidas por conjunção integrante.
- B** apenas em “A” e “B” o “que” funciona como conjunção integrante.
- C** apenas em “B” e “C” o “que” funciona como pronome relativo.
- D** apenas em “A” temos oração substantiva.
- E** a palavra “que” funciona respectivamente como conjunção integrante, pronome relativo e pronome relativo.

112 ITA 1996 A oração “posto contivesse a alegria” indica:

- A** conformidade.
- B** causa.
- C** proporção.
- D** condição.
- E** concessão.

113 ITA 1996 Dadas as afirmações:

- I. Evidencia-se no texto que qualquer fato, por mais insignificante que seja, possibilita prazer estético ao homem dotado de alguma sensibilidade e percepção.
- II. Dado o tipo de reação que a cena desperta na personagem principal, predomina no texto o sentimentalismo e o otimismo.
- III. Segundo Quincas Borba, o mais importante de uma cena, mesmo que banal, são as reações de prazer, alegria e arrebatamento que ela pode provocar nas pessoas.

Assinale a alternativa correta.

- A** Se todas forem corretas.
- B** Se apenas a I for correta.
- C** Se apenas a II for correta.
- D** Se apenas a III for correta.
- E** Se todas forem incorretas.

114 ITA 1996 Dadas as afirmações:

- I. Embora irônico e crítico, o narrador, sensibilizado pelas reações positivas de Quincas Borba, torna-se um otimista.
- II. Segundo o narrador-personagem, na observação de um fenômeno, convém a um filósofo comedimento, empenho e emoção.
- III. A cena não apenas provoca em Quincas Borba reações de prazer e alegria, mas também desperta-lhe a observação e a reflexão crítica.

Assinale a alternativa correta.

- A** Se todas forem corretas.
- B** Se apenas a I for correta.
- C** Se apenas a II for correta.
- D** Se apenas a III for correta.
- E** Se todas forem incorretas.

115 ITA 1996 Dadas as afirmações:

- I. O texto é uma reflexão sobre o homem, a vida e o mundo, vistos com sentimento de comiseração e prazer.
- II. Não obstante banal, o episódio no texto encerra alto valor simbólico: simboliza o jogo de interesses, a luta pela vida e a naturalidade com que é encarada a vitória do mais forte.
- III. Segundo as personagens, a luta do homem pela sobrevivência, comparada com a briga dos cães, complica-se principalmente por razões de ordem natural.

Assinale a alternativa correta.

- A** Se todas forem corretas.
- B** Se apenas a I for correta.
- C** Se apenas a II for correta.
- D** Se apenas a III for correta.
- E** Se todas forem incorretas.

116 ITA 1996 Algumas características presentes no texto “Os cães” permitem reconhecer nele um excerto de “_____”, romance que se constitui em sátira, velada por uma ironia olímpica e um humor à inglesa, às instituições burguesas, em torno de sua chaga maior, o adultério.

- A** “Memórias Póstumas de Brás Cubas”
- B** “D. Casmurro”
- C** “Esaú e Jacó”
- D** “Angústia”
- E** “NDA.”

117 ITA 1996 Leia com atenção as frases a seguir.

- 1. Vá depressa, que o Chefe quer falar _____.
- 2. Leva _____ o guarda-chuva, que o tempo está nublado.
- 3. Informaram – _____ que amanhã não haverá expediente.
- 4. Felizmente, poucos são os que se aborrecem perante _____.

As lacunas das frases devem ser completadas, respectivamente, pelos pronomes:

- A** contigo – consigo – no – ti e mim.
- B** com você – contigo – lhe – ela e mim.
- C** contigo – contigo – lhe – você e eu.
- D** consigo – contigo – lhe – mim e tu.
- E** consigo – com você – no – ti e você.

118 ITA 1996 Observe as frases a seguir.

- I. Os alunos-mestres das escolas-modelo hão de enviar às vice-diretoras os abaixo-assinados contra os decreto-leis.
- II. Não sejais mesquinhos com vossos irmãos; não lhes negueis o pouco que vos pedem.
- III. Neste ano, a Petrobras obteve um lucro equivalente a empresas como a Exxon e a Shell.

Está(ão) correta(s):

- A** apenas I.
- B** apenas a II.
- C** apenas a II e III.
- D** apenas a III.
- E** todas estão corretas.

Texto para as questões **119** e **120**

SOBRE ARTES E ARTISTAS

Uma coisa que realmente não existe é aquilo a que se dá o nome de Arte. Existem somente artistas. Outrora, eram homens que apanhavam terra colorida e modelavam toscamente as formas de um bisão na parede de uma caverna; hoje, alguns compram suas tintas e desenham cartazes para os tapumes; eles faziam e fazem muitas outras coisas. Não prejudica ninguém chamar a todas essas atividades arte, desde que conservemos em mente que tal palavra pode significar coisas muito diferentes, em tempos e lugares diferentes, e que Arte com A maiúsculo não existe. Na verdade, Arte com A maiúsculo passou a ser algo de um bicho-papão e de um fetiche. Podemos esmagar um artista dizendo-lhe que o que ele acaba de fazer pode ser muito bom no seu gênero, só que não é "Arte". E podemos desconcertar qualquer pessoa que esteja contemplando com prazer um quadro, declarando que aquilo de que ela gosta não é Arte, mas algo muito diferente.

Na realidade, não penso que existam quaisquer razões erradas para se gostar de um quadro ou de uma escultura. Alguém pode gostar de uma paisagem porque ela lhe recorda seu berço natal, ou de um retrato porque lhe lembra um amigo. Nada há de errado nisso [...] Somente quando alguma recordação irrelevante nos torna parciais e preconceituosos, quando instintivamente voltamos as costas a um quadro magnífico de uma cena alpina porque não gostamos de praticar alpinismo, é que devemos perscrutar o nosso íntimo para desvendar as razões da aversão que estraga um prazer que de modo poderíamos ter. Há razões erradas para não se gostar de uma obra de arte.

E. H. Gombrich.

119 ITA 1997 Nas orações "e que Arte com A maiúsculo não existe" e "o que ele acaba de fazer...", as palavras grifadas funcionam respectivamente como:

- A** conjunção integrante e pronome relativo.
- B** pronome relativo e pronome relativo.
- C** conjunção integrante e conjunção integrante.
- D** pronome relativo e conjunção integrante.
- E** conjunção aditiva e pronome demonstrativo.

120 ITA 1997 As orações "desde que conservemos em mente" e "é que devemos perscrutar o nosso íntimo..." funcionam, respectivamente, como:

- A** subordinada temporal e subordinada temporal.
- B** subordinada concessiva e subordinada substantiva.
- C** subordinada condicional e oração principal.
- D** subordinada adverbial e subordinada adjetiva.
- E** subordinada adjetiva e subordinada adjetiva.

Instruções para os testes de **121** a **123**

Em cada um dos testes a seguir, apresentam-se três afirmações, as quais podem ser **corretas** ou **incorretas**. Após ler o texto e as afirmações propostas, assinale a alternativa.

121 ITA 1997 Dadas as afirmações:

- I. Respeitados os fatores tempo e espaço, e dependendo do material com que são confeccionadas, as diferentes e diversas obras elaboradas pelo homem são "arte".
- II. Caso se releve a amplitude de significado da palavra "arte", o resultado de atividades muito diferentes, independentemente da época em que foram desenvolvidas, pode ser arte.
- III. As obras de hoje, comparadas com as de antigamente, têm significados bem diferentes, por serem confeccionadas com material mais sofisticado e por atenderem a outras finalidades.

Inferimos, de acordo com o texto, que:

- A** todas são corretas.
- B** apenas a I é correta.
- C** apenas a II é correta.
- D** apenas a III é correta.
- E** todas são incorretas.

122 ITA 1997 Dadas as afirmações:

- I. "Arte", com "A" maiúsculo, passou a ser vista como algo além do natural e que se venera.
- II. Embora desconcertante para alguns, contemplar um quadro, se com isenção e imparcialidade, pode ser prazeroso.
- III. As obras de arte devem ser valorizadas ou depreciadas conforme o estado emocional e o apuro de senso crítico do observador.

Inferimos, de acordo com o texto, que:

- A todas são corretas.
- B apenas a I é correta.
- C apenas a II é correta.
- D apenas a III é correta.
- E todas são incorretas.

123 ITA 1997 Dadas as afirmações:

- I. O alpinismo, dependendo do grau de prazer ou gosto com que é praticado, pode desencadear nas pessoas um sentimento de rejeição ou de admiração para com determinada obra de arte.
- II. Quanto mais variadas as nossas experiências de vida, mais estamos dispostos a fruir com prazer um determinado quadro.
- III. Recordações de coisas por nós vivenciadas podem acarretar admiração ou desprazer para com um determinado quadro.

Inferimos, de acordo com o texto, que:

- A todas são corretas.
- B apenas a I é correta.
- C apenas a II é correta.
- D apenas a III é correta.
- E todas são incorretas.

124 ITA 1997 Empregando os pronomes relativos e fazendo as adaptações e correções necessárias, transforme as orações coordenadas a seguir em subordinadas.

O poema *Profissão de fé* sintetiza alguns dos princípios do Parnasianismo. Ele foi escrito por Bilac. Muitos ainda preferem (ou dão preferência a) seus poemas.

- A O poema *Profissão de fé*, que sintetiza alguns dos princípios do Parnasianismo, foi escrito por Bilac, cujo autor de poemas é ainda o preferido de muitos.
- B Bilac, cujos poemas muitos ainda dão preferência, escreveu aquele que sintetiza alguns dos princípios do Parnasianismo: *Profissão de fé*.
- C Bilac, a cujo autor muitos ainda dão preferência, escreveu o poema *Profissão de fé*, que sintetiza alguns dos princípios do Parnasianismo.
- D Bilac, a cujos poemas muitos ainda dão preferência, é o autor de *Profissão de fé*, poema que sintetiza alguns dos princípios do Parnasianismo.
- E Bilac, que escreveu muitos poemas aos quais muitos preferem, é o autor do poema onde ele sintetiza os princípios do Parnasianismo: *Profissão de fé*.

Leia atentamente o texto a seguir e responda aos pedidos que se seguem.

[...] a educação democrática é exigente, é difícil; requer de cada cidadão um compromisso consigo mesmo, compromisso de trabalho, inteligência e coragem moral e, sobretudo, um compromisso verdadeiro com valores éticos e transcendentes, valores que ultrapassam a mera existência satisfeita consigo mesma, tranquila, acomodada no tempo e no espaço.

A educação, em uma genuína sociedade democrática, não pode fazer vista grossa para esses valores metaeconômicos, valores sem os quais não se pode falar em autêntico aperfeiçoamento do homem.

Em nossa opinião, talvez o maior drama do Ocidente (e digamos do Ocidente porque, afinal, a ideia, o conceito de democracia é ocidental!) consista exatamente neste fato: perdidos no labirinto dos mais variados tipos de nacionalismo ou nas areias movediças do economismo pragmático, nós, ocidentais, ainda não reencontramos antigos e veneráveis valores, valores que tornaram possível não apenas o conceito de democracia, porém tornaram também possível a própria ideia de civilização, valores que permanecem ocultos pelos objetivos telúricos ou imediatistas da vida moderna. [...]

Roberto Misco Filho. *Educação e Democracia*. In: a Defesa Nacional, nº 719, maio/jun. 85. pp. 55.

125 IME 1986 Ao lado de cada uma das palavras seguintes, retiradas do texto anterior, escreva uma única palavra que possa substituir a empregada pelo autor, mantendo o sentido original.

- | | |
|------------|---------------|
| a) éticos | d) autêntico |
| b) mera | e) veneráveis |
| c) genuína | |

126 IME 1986 Explique o significado dos seguintes termos, conforme seu emprego no texto *Educação e Democracia*.

- | | |
|-------------------|---------------|
| a) transcendentes | d) pragmático |
| b) metaeconômicos | e) telúricos |
| c) labirinto | |

Leia atentamente o texto a seguir e responda aos pedidos que se seguem.

[...] Não há dúvida de que a cultura é um imperativo categórico da nossa grandeza, tanto no exame da superfície como no da profundidade, nos aspectos objetivos e subjetivos, nos tipos de imanência e transcendência.

O Brasil, mais do que qualquer outro povo, necessita de uma **escola de grandeza**, para não ser o país onde tudo é grande, menos o homem... A grandeza, com efeito, tem alto sentido cultural, que se estende a todos os valores. Na ciência, acaba a barbaria da especialização e restabelece a unidade e a magnitude da sua esfera específica; na arte, vitaliza os valores estéticos e aniquila as correntes caprichosas; na moral, mata os preconceitos e a mesquinhez de atitudes; na filosofia, termina com a predominância das pesquisas epistemológicas e **realça** a visão do conjunto com a sabedoria. O seu conceito eleva a alma.

Tal revisão se faz mister. A mediocridade rebaixou a cultura e até a negou. Esfacelou a ciência, fechando-a em pequenos compartimentos estanques de especialização exagerada. Tirou à arte o seu sentido de beleza e perfeição. Anarquizou a moral. Degenerou a política. Deprimiu a filosofia e procurou arrasar a religião.

O culto da grandeza, nestas condições, seria para nós a mais sublime modalidade do verdadeiro civismo, capaz de salvar a Pátria e combater o comodismo, o indiferentismo e o materialismo.

Um povo que não encontra sentido neste culto é um povo inferior, um povo escravo, incapaz de exercer missão histórica ou papel de relevo na civilização.

A cultura brasileira encerra o significado e a finalidade da vida do povo brasileiro, e, portanto, a sua missão na História. [...]

Humberto Grande. *A importância do estudo de problemas brasileiros.*
In: Educação, Brasília. p. 33, jul./set. 1979.

127 IME 1987 Ao lado de cada uma das palavras seguintes, retiradas do texto, escreva uma única palavra que possa substituir a empregada pelo autor, mantendo o sentido original.

- a) realça (linha 13)
- b) mister (linha 15)
- c) estanques (linha 17)
- d) degenerou (linha 18)
- e) encerra (linha 26)

128 IME 1987 Explique o significado dos seguintes termos, conforme seu emprego no texto.

- a) imperativo categórico (linha 1)
- b) imanência (linha 4)
- c) barbaria (linha 8)
- d) moral (linha 11)
- e) civismo (linha 21)

Texto para as questões de **129 a 133**

ETERNO

*E como ficou chato ser moderno.
Agora serei eterno.
Eterno! Eterno!
O Padre eterno,*

*a vida eterna,
o fogo eterno.
(Le silence éternel de ces espaces infinis m'effraie).
– O que é eterno, Yayá Lindinha?
– Ingrato! É o amor que tenho.
Eternalidade eternite eternaltivamente
eternuávamos
eterníssissimo*

A cada instante se criam novas categorias do eterno.

*Eterna é a flor que se fana
se soube florir
é o menino recém-nascido
antes que lhe deem nome
e lhe comuniquem o sentimento do efêmero
é o gesto de alcançar e beijar
na visita do amor às almas
eterno é tudo aquilo que vive uma fração de segundo
mas como tamanha intensidade que se petrifica e nenhuma
[força o resgata
é minha mãe em mim que a estou pensando
de tanto que a perdia de não pensá-la
é o que se pensa em nós se estamos loucos
é tudo que passou, porque passou
é tudo que não passa, pois não houve
eternas as palavras, eternos os pensamentos; e passageiras as
[obras.
Eterno, mas até quando? É esse marulho em nós de um mar
[profundo.
Naufragamos sem praia: e na solidão dos botos afundamos.
É tentação e vertigem; e também a pirueta dos ébrios.
Eternos! Eternos, miseravelmente.
O relógio no pulso é nosso confidente
mas eu não quero ser se não eterno.
Que os séculos apodreçam e não reste mais do que uma
[essência ou nem isso.
E que eu desapareça mas fique este chão varrido onde pousou
[uma sombra
e que não fique o chão e nem fique a sombra
mas que a precisão urgente de ser eterno boie como uma
[esponja no caos.
E entre oceanos de nada
gere um ritmo.*

C. Drummond de Andrade.

129 IME 1988 Trabalhando com vários planos o autor faz diversas colagens. Exemplificamos tal fato com a citação "Le silence... m' effraie", em que se realça o plano filosófico. Em "O que é eterno, Yayá Lindinha?", que plano é destacado?

130 IME 1988 Dividindo o texto em três segmentos, o segundo deles se preocupa com conceitos modernos do eterno. Com que se preocupa o primeiro segmento?

131 IME 1988 A enumeração de palavras de mesmo radical dá uma ideia do constante processo de criação de novas categorias do eterno. No caso de eternite, qual o valor que o texto quantifica para a palavra?

132 IME 1988 Dentro da conceituação moderna de eterno, qual o traço que o poeta marca como mais característico?

133 IME 1988 Conforme o texto, o que realmente precisa ser eterno?

Interpretação

Texto para as questões de **134 a 138**

DENTRO DE MIM MORA UM ANJO

*Quem me vê assim cantando
não sabe nada de mim
dentro de mim mora um anjo
que tem a boca pintada
que tem as asas pintadas
que tem as unhas pintadas
que passa horas a fio
no espelho do toucador
dentro de mim mora um anjo
que me sufoca de amor*

*Dentro de mim mora um anjo
montado sobre um cavalo
que ele sangra e espora
ele é meu lado de dentro
eu sou seu lado de fora
Quem me vê assim cantando
não sabe nada de mim*

*Dentro de mim mora um anjo
que arrasta as suas medalhas
e que batuca pandeiro
que me prendeu nos seus laços
mas que é meu prisioneiro
acho que é colombina
acho que é bailarina
acho que é brasileiro*

Antonio Carlos de Brito (Cacaso). Em *Mar de mineiro*.

134 IME 1989 O poema trabalha com a imagem do EU e seu DUPLO.

Desenvolver essa afirmativa comprovando suas reflexões com exemplos do texto.

135 IME 1989 O eu lírico, na primeira estrofe, apresenta imagens que se agrupam em um mesmo sentido. Identificar a significação básica.

136 IME 1989 Um processo de contrastes fundamenta a última estrofe. Retirar do texto duas imagens que apresentam relação opositiva.

137 IME 1989 O anjo é um signo frequente na tradição literária brasileira. Comentar o seu significado no decorrer do poema.

138 IME 1989 A que gênero literário pertence o texto "Dentro de mim mora um anjo"? Justificar a resposta, utilizando dois argumentos que comprovem a ligação do poema a um determinado gênero.

Texto para as questões de **139 a 143**

Aceitei o convite. No dia seguinte, mandei que a sege me esperasse no Largo de S. Francisco de Paula, e fui dar várias voltas. Lembra-vos ainda a minha teoria das edições humanas? Pois sabeis que, naquele tempo, estava eu na quarta edição, revista e emendada, mas ainda inçada de descuidos e barbarismos; defeito que, aliás, achava alguma compensação no tipo, que era elegante, e na encadernação, que era luxuosa. Dadas as voltas, ao passar pela Rua de Ouvires, consulto o relógio e cai-me o vidro na calçada. Entro na primeira loja que tinha à mão; era um cubículo, – pouco mais, – empoeirado e escuro.

Ao fundo, por trás do balcão, estava sentada uma mulher, cujo o rosto amarelo e bexiguento não se destacava logo, à primeira vista; mas logo que se destacava era um espetáculo curioso. Não podia ter sido feia; ao contrário via-se que fôra bonita, e não pouco bonita, mas a doença é uma velhice precoce destruíam-lhe a flor das graças. As bexigas tinham sido terríveis; os sinais, grandes e muitos, faziam saliências e encarnas, declives e aclives, e davam uma sensação de lixa grossa, enormemente grossa. Eram os olhos a melhor parte do vulto, e aliás tinham uma expressão singular e repugnante que mudou, entretanto, logo que eu comecei a falar. Quanto ao cabelo, estava ruço e tão poento como os portais da loja. Um dos dedos da mão esquerda fugia-lhe um diante.

Crê-lo-eis, pósteros? Essa mulher era Marcela.

Não a conheci logo; era difícil; ela porém conheceu-me apenas *lhe* dirigi a palavra. Os olhos chispavam e trocaram a expressão usual por outra, meia doce e meia triste. Vi-lhe um movimento como para esconder-se ou fugir; era o instinto da vaidade, que não durou mais de um instante. Marcela acomodou-se e sorriu.

– Quer comprar alguma coisa? Disse ela estendendo me a mão. Não respondi nada. Marcela compreendeu a causa do meu silêncio (não era difícil) e só hesitou, creio eu, em decidir o que dominava mais, se o assombro do presente, se a memória do passado. Deu-me uma cadeira, e, com o balcão permeio, falou-me longamente de si, da vida que levava das lágrimas que eu *lhe* fizera verter, das saudades, dos desastres, enfim das bexigas, que *lhe* escalavraram o rosto, e do tempo, que ajudou a moléstia, adiantando-lhe a decadência. Verdade é que tinha a alma decrépita. Vendera tudo, quase tudo; um homem, que a amara outrora, e *lhe* morreu nos braços, deixara-lhe aquela loja de ourivesaria, mas, para que a desgraça fôsse completa, era agora pouco buscada a loja – talvez pela singularidade de a dirigir uma mulher. Em seguida pediu-me que *lhe* contasse a minha vida. Gastei pouco tempo em dizer-lha; não era longa, nem interessante.

Machado de Assis. *Memórias póstumas de Brás Cubas*.

139 IME 1993 Reescreva a frase "Gastei pouco tempo em dizer-lha" (linha 43), substituindo os pronomes pessoais pelos correspondentes substantivos.

140 IME 1993 Explique o uso do pronome **lhe** na passagem: "Vi-lhe um movimento como para esconder-se ou fugir." (linha 27), tendo em vista a predicação usual do verbo **ver**.

141 IME 1993 Destaque o sujeito da primeira oração do seguinte período: "Verdade é que tinha a alma decrépita." (linha 38).

142 IME 1993 Destaque o núcleo referente ao oposto "se o assombro do presente, se a memória do passado." (linha 33).

143 IME 1993 Reescreva a passagem "– talvez pela singularidade de a dirigir uma mulher" (linha 41), empregando a voz passiva.

Textos para as questões de **144 a 163**

TEXTO I

INANIA VERBA

Ah! quem há de exprimir, alma impotente e escrava,
O que a boca não diz, o que a mão não escreve?
– Ardes, sangras, pregada à tua cruz, e em breve,
Olhas, desfeito em lodo, o que te deslumbra...

O Pensamento ferve, e é um turbilhão de lava:
A Forma, fria e espessa, é um sepulcro de neve...
E a Palavra pesada abafa a Ideia leve,
Que, perfume e clarão, refulgia e voava.

Quem o molde achará para a expressão de tudo?
Ai! quem há de dizer as ânsias infinitas
Do sonho? e o céu que foge à mão que se levanta?

E a ira muda? e o asco mudo? e o desespero mudo?
E as palavras de fé nunca foram ditas?
E as confissões de amor que morrem na garganta?!

Olavo Bilac. *Poesias*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1977. p. 141.

TEXTO II

UMA PALAVRA

uma
palavra
escrita é uma
palavra não dita é uma
palavra maldita é uma palavra
gravada como gravata que é uma palavra
gaiata como goiaba que é uma palavra gostosa

Chacal. *Drops de abril*. São Paulo: Brasiliense, 1984. p. 41.

TEXTO III

Ao escrever não posso fabricar como na pintura, quando fabrico artesanalmente uma cor. Mas estou tentando escrever-te com o corpo todo, enviando uma seta que se finca no ponto tenro e nevralgico da palavra. Meu corpo incógnito te diz dinossauros, ictiossauros e plessiossauros, com sentido apenas auditivo, sem que por isso se tornem palha seca, e sim úmida. Não pinto ideias, pinto o mais inatingível "para sempre". Ou "para nunca", é o mesmo. Antes de mais nada, pinto pintura. E antes de mais nada te escrevo dura escritura. Quero como poder pegar com a mão a palavra. A palavra é objeto? E aos instantes eu *lhes* tiro o sumo da fruta. Tenho que me destituir para alcançar cerne e semente de vida. O instante é semente viva.

A harmonia secreta da desarmonia: quero não o que está feito mas o que tortuosamente ainda se faz. Minhas desequilibradas palavras são o luxo de meu silêncio. Escrevo por acrobacias e aéreas piruetas – escrevo por profundamente querer falar. Embora escrever só esteja me dando a grande medida do silêncio.

E se eu digo "eu" é porque não ousa dizer "tu", ou "nós" ou "uma pessoa". Sou obrigada à humildade de me personalizar me apenando mas sou o és-tu.

Sim, quero a palavra última que também é tão primeira que já se confunde com a parte intangível do real. Ainda tenho medo

de me afastar da lógica porque caio no instintivo e no direto, e no futuro: a invenção de hoje é o meu único meio de instaurar o futuro. Desde já é futuro, e qualquer hora é hora marcada. Que mal porém tem eu me afastar da lógica? Estou lidando com a matéria-prima. Estou atrás do que fica atrás do pensamento. Inútil querer me classificar: eu simplesmente escapulo não deixando, gênero não me pega mais. Estou num estado muito novo e verdadeiro, curioso de si mesmo, tão atraente e pessoal a ponto de não poder pintá-lo ou escrevê-lo. Parece com momentos que tive contigo, quando te amava, além dos quais não pude ir pois fui ao fundo dos momentos. É um estado de contato com a energia circundante e estremeço. Uma espécie de doida, doida harmonia. Sei que meu olhar deve ser o de uma pessoa primitiva que se entrega toda ao mundo, primitiva como os deuses que só admitem vastamente o bem e mal e não querem conhecer o bem enovelado como em cabelos no mal, mal que é o bom.

Clarice Lispector. *Água viva*. São Paulo: Círculo do Livro /sd/. pp.11-13.

144 IME 1995 Identifique a relação temática existente entre os três textos.

145 IME 1995 No Texto I, a temática da palavra incapaz de expressar, com fidelidade, o pensamento é explorada por meio de oposições. Estabeleça, tomando por base a 2ª estrofe, os dois campos semânticos que se opõem, citando os elementos que se encontram em tensão.

146 IME 1995 O texto do poeta Chacal faz apelo ao aspecto gráfico da composição, assim como explora a camada sonora dos vocábulos, sobretudo nos dois últimos versos. Identifique o movimento vanguardista pós-45 a que podemos associar o poema “Uma palavra”.

147 IME 1995 No Texto II, identifique a principal tensão.

148 IME 1995 O texto do poeta Chacal, por ser bastante sintético, trabalha os vários significados que o vocábulo possa ter, sugerindo várias leituras possíveis. A partir dessa polissemia, apresente dois sentidos para “maldita”, no 5º verso.

149 IME 1995 O tema de que a “Palavra pesada abafa a Ideia leve” é retomado por Chacal numa única imagem. Retire do Texto II a expressão que encerra a ideia de que a palavra, ao ser escrita, enforca o pensamento, mata-o.

150 IME 1995 A ficção do século XX abre espaço para um questionamento sobre o próprio ato de escrever. Identifique, no Texto III, a função da linguagem privilegiada, através dessa linha temática.

151 IME 1995 No primeiro parágrafo do Texto III, o narrador questiona a palavra em seus múltiplos aspectos. Qual desses aspectos se revela em “antes de mais nada, pinto pintura. E antes de mais nada te escrevo dura escritura. Quero como poder pegar com a mão a palavra”?

152 IME 1995 Para o narrador de *Água viva*, escrever é um ato paradoxal. Transcreva um período que revele essa atitude frente ao literário.

153 IME 1995 Transcreva, da 1ª estrofe do poema de Olavo Bilac, o verso que, pelo seu sentido, se relaciona com a frase “Embora escrever só esteja me dando a grande medida do silêncio”, do texto de Clarice Lispector.

154 IME 1995 No verso 1 do Texto I, os adjetivos impotente e escrava estão coordenados. Transcreva as palavras do 2º verso ocorrentes nessa mesma situação, identificando-lhes a classe.

155 IME 1995 Reescreva o 9º verso do Texto I na voz passiva.

156 IME 1995 Reescreva o 5º verso do Texto I dando à relação aditiva forma enfática.

157 IME 1995 Reescreva a passagem “Ainda tenho medo de me afastar da lógica porque caio no instintivo e no direto, e no futuro... (linha 21), trocando o conectivo porque pelo equivalente como.

158 IME 1995 Identifique a circunstância expressa pela oração “... a ponto de não poder pintá-lo...” (linha 29, Texto III).

159 IME 1995 Qual a classificação da oração sublinhada em “Parece com momentos que tive contigo...”? (linha 30, Texto III).

160 IME 1995 Qual a relação semântica sustentada pela palavra sublinhada em “... palha seca, e sim úmida.” (linha 6, Texto III).

161 IME 1995 Reescreva a passagem “... sem que por isso se tornem palha seca...” registrando o sujeito claro do verbo sublinhado. (linha 5, Texto III)

162 IME 1995 Sem alterar-lhe o significado, reescreva a passagem seguinte (linha 34, Texto III) substituindo a palavra sublinhada por uma locução adverbial. “... uma pessoa primitiva que se entrega toda ao mundo,...”

163 IME 1995 Identifique o valor semântico dos advérbios assinalados.

- a) “Não pinto ideias, pinto o mais inatingível ...” (linhas 6, Texto III)
b) “... gênero não me pega mais.” (linha 27, Texto III) mais (inatingível):
(... pega) mais:

Responder cada item de acordo com o solicitado.

164 IME 1997 Nas seguintes orações:

Pede-se silêncio; A caverna anoitecia aos poucos; Fazia um calor tremendo naquela tarde.

o sujeito se classifica, respectivamente, como:

- A** indeterminado, inexistente, simples.
B oculto, simples, inexistente.
C inexistente, inexistente, inexistente.
D oculto, inexistente, simples.
E simples, simples, inexistente.

165 IME 1997 Observe o período a seguir.

Há carinho preso no cerne deste bom-dia – pensa o poeta – mas a moça não desconfia.

As palavras grifadas são, respectivamente:

- A** sujeito, objeto direto, sujeito, objeto indireto.
B sujeito, adjunto adverbial, objeto direto, sujeito.
C objeto direto, adjunto adverbial, sujeito, sujeito.
D predicativo do objeto, predicativo do sujeito, objeto indireto, objeto direto.
E objeto direto, objeto indireto, objeto direto, sujeito.

166 IME 1997 Identifique o termo grifado.

O avô, pela sua simpatia, era querido de todos.

- A** Complemento nominal.
B Adjunto adnominal.
C Objeto indireto.
D Agente da passiva.
E Aposto.

167 IME 1997 Numa oração do tipo “As meninas assistiram alegres ao espetáculo”, temos:

- A** predicado verbal.
B predicado verbo-nominal.
C predicado nominal.

168 IME 1997 Responda às perguntas baseando-se no seguinte código:

- A) partícula apassivadora
B) índice de indeterminação do sujeito
C) partícula de realce
D) conectivo integrante
E) conjunção subordinativa
1. O menino sorria-se feliz. ()
2. Bajula-se hoje para atacar amanhã. ()
3. Vai-se a primeira pomba despertada. ()
4. Queimou-se a casa. ()
5. Varreu-se e espanou-se a sala. ()
6. Ferram-se cavalos. ()
7. Os campos secam-se; as flores murcham-se e as aves emudecem-se. ()
8. Trata-se de papéis. ()
9. Indaga-se de tudo. ()
10. Se me amas, sou feliz. ()
11. Veremos se haverá trégua. ()

169 IME 1997 Assinale com P as frases passivas, as ativas com A e as reflexivas com R.

- a) Dizem muitas asneiras. ()
b) Por quem o prédio foi construído? ()
c) Abrir-se-ão novas escolas. ()
d) O cachorro ficou esmagado pela roda do caminhão. ()
e) As cidades serão enfeitadas. ()
f) Os pais contemplam-se nos filhos. ()
g) O caçador feriu-se. ()
h) As despesas foram pagas por mim. ()
i) Desejo comprar um livro. ()
j) Ó povos, por que vos guerreis tão barbaramente? ()

170 IME 1997 Em “... mirando sempre com os olhos cheios de espanto a lida dos heróis desconhecidos, cuja história é escrita, com a linguagem do amor, na toalha viva das águas...”, as palavras sublinhadas classificam-se, respectivamente, como:

- A** substantivo; substantivo; adjetivo; locução adjetiva.
B substantivo; adjetivo; adjetivo; locução adjetiva.
C verbo; adjetivo; verbo; locução adjetiva.
D verbo; substantivo; verbo; locução adverbial.
E substantivo; adjetivo; verbo; locução adverbial.

171 IME 1997 Em qual das alternativas a palavra que classifica-se, morfologicamente, como pronome relativo em todos os casos?

- A** Queria que vocês participassem das aulas e que conseguissem boas notas.
B O automóvel que vendi é velho, mas o que comprei é novo.

- C** Gostaria de que vocês alcançassem a posição privilegiada que eles alcançaram.
- D** Venha rápido, que eu tenho a pressa dos que habitam os grandes centros.

172 IME 1997 Assinale a frase que não esteja correta.

- A** Entre mim e ti tudo acabou.
- B** Já lhe disse que entre nós nada é bom.
- C** Entre ela e nós existe de tudo.
- D** Entre eu e você deve haver respeito.
- E** Não é possível haver dúvidas entre eles.

173 IME 1997 Indique a opção que apresenta erro na forma do plural.

- A** Sol-sóis; fusível-fusíveis; anão-anões.
- B** Peão-peões; guardião-guardiãos; caráter-caracteres.
- C** Órgão-órgãos; corrimão-corrimãos; mel-méis.
- D** Sótão-sótãos; álcool-álcoois; cônsul-cônsules.
- E** Faisão-faisães; anil-anis; capitão-capitães.

174 IME 1997 Assinale a frase em que há erro no emprego do pronome de tratamento.

- A** Sua Alteza disse que jantará com seus auxiliares.
- B** Vossa Majestade se esquece de seus bons amigos.
- C** Vossa Senhoria já deveria saber que vossos empregados não são eficazes.
- D** Você não deve separar-se das lembranças de seus entes queridos.
- E** Vossa Reverendíssima sempre atendeu bem a seus fiéis.

GABARITO

Módulos ITA/IME

- | | |
|-------|-------|
| 1. B | 18. E |
| 2. C | 19. D |
| 3. A | 20. A |
| 4. A | 21. D |
| 5. E | 22. B |
| 6. C | 23. E |
| 7. B | 24. C |
| 8. C | 25. A |
| 9. E | 26. C |
| 10. E | 27. B |
| 11. B | 28. A |
| 12. C | 29. E |
| 13. A | 30. E |
| 14. B | 31. B |
| 15. B | 32. D |
| 16. C | 33. B |
| 17. A | 34. A |
| | 35. D |
| | 36. A |
| | 37. B |
| | 38. C |
| | 39. E |
| | 40. B |
| | 41. A |
| | 42. D |
| | 43. D |
| | 44. C |
| | 45. A |
| | 46. A |
| | 47. B |
| | 48. E |
| | 49. D |
| | 50. E |
| | 51. E |
| | 52. E |
| | 53. A |
| | 54. B |
| | 55. A |
| | 56. C |
| | 57. E |
| | 58. D |
| | 59. C |
| | 60. D |
| | 61. E |
| | 62. C |
| | 63. C |
| | 64. D |
| | 65. C |
| | 66. C |

67. A
68. B
69. A
70. A
71. A
72. C
73. C
74. C
75. B
76. A
77. C
78. A
79. C
80. D
81. E
82. D
83. B
84. D
85. D
86. E
87. A
88. C
89. B
90. A
91. D
92. C
93. A
94. E
95. B
96. D
97. B
98. D
99. A
100. E
101. A
102. A
103. C
104. E
105. B
106. E
107. C
108. C
109. D
110. A
111. D
112. E
113. B
114. D
115. C
116. A
117. B
118. B
119. A
120. C
121. C
122. B
123. D
124. D
125. a) Morais.
b) Simples.
c) Verdadeira.
d) Real.
e) Louváveis.
126. a) Que elevam, ultrapassam barreiras.
b) Acima, além da economia.
c) Profusão de caminhos.
d) Prático, comum.
e) Relativos à terra, a elementos materiais.
127. a) Ressalta.
b) Necessária.
c) Isolados.
d) Corrompeu.
e) Concentra.
128. a) Aquilo que é essencial, fundamental para que algo aconteça.
b) O que é próprio de algo, nato, que pertence a ou faz parte de.
c) Ignorância, limitação.
d) Padrões de comportamento vistos como adequados, determinados e seguidos pela sociedade.
e) Patriotismo, respeito e admiração por seu país.
129. Trata-se do plano afetivo, particular.
130. Apresenta a disposição do eu lírico de tornar-se eterno.
131. -ite: sufixo, dá ideia de algo que contagia, como o próprio desejo de ser eterno.
132. A submissão do “ser eterno” ao tempo, visto que a contemporaneidade é como um mar que “engole” os seres.
133. As palavras e os pensamentos.
134. O ser humano não é um bloco sólido, uno, mas sim formado de várias faces (como já disse Drummond), por vezes paradoxais. É possível perceber isso nos versos 4 e 5 da 2ª estrofe e/ou nos versos 4 e 5 da 3ª estrofe.
135. São imagens que constroem a “mulher/anjo” que há no interior do eu lírico.
136. Não há, na última estrofe, antíteses diretas. Porém, é possível destacar a imagem do ANJO com um PANDEIRO, com a ideia apresentada nos versos 4 e 5, de que aquele que “aprisiona” também é “aprisionado”.
137. Há uma desconstrução da imagem mais corriqueira de um anjo (o “mensageiro de Deus”), sendo apresentada uma leitura de anjo-mulher, que se enfeita, judia, aprisiona, é alegre, “brasileiro”.
138. Trata-se do gênero lírico, por privilegiar a expressão de um EU que expressa seus conflitos e emoções (há subjetividade).

- 139.** Gastei pouco tempo em dizer minha vida a Marcela.
- 140.** O pronome lhe está empregado no lugar do possessivo dela, ligado semanticamente ao objeto direto “movimento”, este sim complemento do verbo transitivo direto ver.
- 141.** O sujeito é “verdade”.
- 142.** “assombro e memória”.
- 143.** Talvez pela singularidade de ser dirigida por uma mulher.
- 144.** Trata-se de três textos metalinguísticos, que discutem a relação escritor-palavra.
- 145.** Campo Semântico 1: leveza, liberdade.
Campo Semântico 2: prisão.
ferve, lava, leve, voava X fria, espessa, pesada, sepulcro
- 146.** Concretismo.
- 147.** Palavra escrita, gravada X Palavra não dita, maldita.
- 148.** Os sentidos possíveis são “palavra malpronunciada” ou “palavra carregada de mazelas (maldições)”.
- 149.** “gravada como gravata”.
- 150.** Metalinguísticas.
- 151.** É como se o narrador observasse a escrita como um “objeto”, algo que tenta aprender.
- 152.** “não querem conhecer o bem enovelado como em cabelos no mal, mal que é o bom”.
- 153.** 2º verso: “O que a boca não diz, o que a mão não escreve”.
- 154.** “boca” e “mão” são substantivos, núcleos dos sujeitos das orações coordenadas assindéticas que compõem o verso.
- 155.** O molde será achado por quem, para a expressão de tudo?
- 156.** O pensamento ferve, o pensamento é um turbilhão de lava. A repetição do substantivo “Pensamento” e a elipse da conjunção constroem a ênfase.
- 157.** Como caio no instintivo e no direto, e no futuro, tenho medo de me afastar da lógica.
- 158.** Trata-se de uma consequência.
- 159.** Oração subordinada adjetiva restritiva.
- 160.** Trata-se de uma relação de adversidade, oposição.
- 161.** Sem que por isso as palavras se tornem palha seca.

- 162.** de corpo e alma.
- 163.** a) Realce da ideia negativa
b) Sinônimo de “novamente”.
- 164.** E
- 165.** C
- 166.** D
- 167.** B
- 168.** 1 – C
2 – B
3 – C
4 – A
5 – A
6 – A
7 – C
8 – B
9 – B
10 – E
11 – D
- 169.** a) A
b) P
c) P
d) P
e) P
f) R
g) R
h) P
i) A
j) R
- 170.** A
- 171.** B
- 172.** D
- 173.** E
- 174.** C

INGLÊS

BrianAJackson/iStockphoto.com



Texto para as questões 1 e 2

Two in every three people on the planet – some 4 billion in total – are “excluded from the rule of law.” In many cases, this begins with the lack of official recognition of their birth: around 40% of the developing world’s five-year-old children are not registered as even existing.

Later, people will find that the home they live in, the land they farm, or the business that they start, is not protected by legally enforceable property rights. Even in the rare cases when they can afford to go to court, the service is poor. India, for example, has only 11 judges for every 1 million people.

These alarming statistics are contained in a report from a commission on the legal empowerment of the poor, released on June 3rd at the United Nations. It argues that not only are such statistics evidence of grave injustice, they also reflect one of the main reasons why so much of humanity remains mired in poverty. Because they are outside the rule of law, the vast majority of poor people are obliged to work (if they work at all) in the informal economy, which is less productive than the formal, legal part of the economy.

The Economist, 7 jun. 2008.

1 De acordo com o texto:

- A dois terços da população mundial vivem à margem da lei.
- B quarenta por cento dos recém-nascidos no mundo não são registrados.
- C o comércio em países em desenvolvimento é rigidamente regulado.
- D casos de posse ilegal de terra são combatidos pelos governos de países pobres.
- E os cidadãos de países em desenvolvimento esperam muito tempo para obter documentos pessoais.

2 O relatório citado no texto observa que:

- A a ilegalidade é uma condição combatida em países subdesenvolvidos.
- B os dados estatísticos sobre a pobreza no mundo são incompletos.
- C o fortalecimento do poder legal dos pobres melhoraria sua condição econômica e social.
- D a pobreza só poderia ser combatida com a intervenção das Nações Unidas.
- E a economia informal está em vias de ser abolida.

Texto para as questões de 3 a 5

In 1993, the dawn of the Internet age, the liberating anonymity of the online world was captured in a well-known New Yorker cartoon. One dog, sitting at a computer, tells another: “On the Internet, nobody knows you’re a dog.” Fifteen years later, that anonymity is gone.

Technology companies have long used “cookies,” little bits of tracking software slipped onto your computer, and other means,

to record the websites you visit, the ads you click on, even the words you enter in search engines – information that some hold onto forever. They’re not telling you they’re doing it, and they’re not asking permission. Internet service providers (I.S.P.s) are now getting into the act. Because they control your connection, they can keep track of everything you do online, and there have been reports that I.S.P.s may have started to sell the information they collect.

The driving force behind this prying is commerce. The big growth area in online advertising right now is “behavioral targeting.” Web sites can charge a premium if they are able to tell the maker of an expensive sports car that its ads will appear on webpages clicked on by upper-income, middle-aged men.

The New York Times, 5 abr. 2008.

ISP = Provedores de serviço de internet.

3 As personagens dos quadrinhos, mencionadas no texto, se vangloriam de:

- A sua alegria de viver.
- B seu anonimato.
- C sua capacidade de navegar na internet.
- D seu mundo longe das telas.
- E sua vida simples, como a de um cão.

4 Segundo o texto, os provedores de internet:

- A mantêm sigilo sobre os hábitos de navegação e comportamentos dos usuários.
- B têm dificuldade de bloquear a invasão de programas espiões em nossos computadores.
- C pedem autorização para indicar o endereço do usuário a terceiros, como *sites* de comércio eletrônico.
- D obtêm dados a respeito de nossas ações na internet, havendo suspeita de que eles os vendem.
- E cobram pela utilização de alguns *sites* de vendas, a eles conveniados.

5 De acordo com o texto, a evolução da internet nos últimos quinze anos permite concluir que:

- A o foco principal do comércio eletrônico são homens de meia idade.
- B a liberdade de expressão é o bem mais cultuado no mundo digital.
- C a supressão de *cookies* é um grande problema das empresas de tecnologia.
- D as buscas dos usuários na internet são previsíveis.
- E a vigilância a que somos submetidos é resultado de interesses comerciais.

GABARITO

1. A 2. C 3. B 4. D 5. E

1 Leia:

THE LAND OF HAPPY

*Have you been to The Land of Happy,
Where everyone is happy all day,
Where they joke and they sing
Of the happiest things,
And everything's jolly and gay?
There's no one unhappy in Happy,
There's laughter and smiles galore.
I have been to The Land of Happy –
What a bore!*



Shel Silverstein. *Where the Sidewalk Ends*. New York: Harper Collins, 1974. p. 143

Assinale a alternativa que não corresponde a afirmações do texto.

- A** Não há risos, mas há sorrisos na Terra da Felicidade.
- B** Não há ninguém infeliz na Terra da Felicidade.
- C** Todos contam piadas e cantam na Terra da Felicidade.
- D** A Terra da Felicidade é muito chata.
- E** Na Terra da Felicidade todo mundo é feliz o dia todo.

Texto para as questões de **2 a 4**

SINGAPORE

In the 1950s a bilingual educational system was introduced in Singapore, with English used as a unifying and utilitarian medium alongside Chinese, Malay, or Tamil. However, English remained the language of government and the legal system, and retained its importance in education and the media. Its use has also been steadily increasing among the general population. In a 1975 survey, only 27 per cent of people over age 40 claimed to understand English, whereas among 15 – 20-year-olds, the proportion was over 87 per cent. There is also evidence of quite widespread use in family settings. In such an environment, therefore, it is not surprising that a local variety ('Singaporean English') should have begun to emerge.

MALAYSIA

The situation is very different in Malaysia where, following independence (1957), Bahasa Malaysia was adopted as the national language, and the role of English accordingly became more restricted. Malay medium education was introduced, with English as an obligatory subject but increasingly being seen as a value for international rather than intranational purposes – more a foreign language than a second language. The traditional prestige attached to English still exists, for many speakers, but the general sociolinguistic situation is not one which motivates the continuing emergence of a permanent variety of "Malaysian English".

The Cambridge Encyclopedia of the English Language. David Crystal – CUP, 1995

2 Sinônimos para *therefore* (texto sobre Singapura) e para *rather than* (texto sobre Malásia) são, respectivamente:

- A** however – more than
- B** altogether – before
- C** thus – despite
- D** as a consequence – and
- E** consequently – instead of

3 Considere as seguintes afirmações sobre Singapura e Malásia.

- I. SINGAPURA: A língua inglesa passou a ter um papel unificador e utilitário nos anos 50.
MALÁSIA: O papel da língua inglesa tornou-se mais restrito após 1957.
- II. SINGAPURA: Mais de 87% da população jovem era capaz de compreender a língua inglesa em 1975.
MALÁSIA: Apesar de ser matéria obrigatória nas escolas, o inglês passou a ser visto cada vez mais como língua estrangeira após 1957.
- III. SINGAPURA: Parece haver amplo uso do inglês em contextos familiares.
MALÁSIA: Não parece haver motivo para a emergência de um "inglês malaio".

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A** apenas a I.
- B** apenas a III.
- C** apenas a II e a III.
- D** todas.
- E** nenhuma.

4 Da leitura dos dois textos, depreende-se que:

- A** em situações educacionais bilíngues, a tendência é a língua materna prevalecer sempre.
- B** o inglês como segunda língua não evolui, necessariamente, para uma variedade de inglês misturada com a língua local.
- C** em contextos bilíngues, o prestígio do inglês sempre se sobressai em detrimento do prestígio da língua materna.
- D** o inglês passa a ser falado cada vez menos por adolescentes em situações bilíngues.
- E** em contextos bilíngues, as duas línguas geralmente mantêm o mesmo valor durante a maior parte do tempo.

Texto para as questões de **5 a 7**

In April we asked our readers: is there humor in the workplace? Perhaps engineering is too serious to be funny – or is it? Here is one response:

To the editor:

An engineer dies and reports to the pearly gates. St. Peter checks his dossier and says, "Ah, you're an engineer – you're in the wrong place."

So the engineer reports to the gates of hell and is let in. Pretty soon, the engineer gets dissatisfied with the level of comfort in hell, and starts designing and building improvements. After a while, they've got air conditioning and flush toilets and escalators, and the engineer is a pretty popular guy.

One day St. Peter calls Satan up on the telephone and says with a sneer, "So, how's it going down there in hell?"

Satan replies, "Hey, things are going great! We've got air conditioning and flush toilets and escalators, and there's no telling what this engineer is going to come up with next."

St. Peter replies, "What? You've got an engineer? That's a mistake – he should never have gotten down there; send him up here." Satan says, "No way. I like having an engineer on the staff, and I'm keeping him."

St. Peter says, "Send him back up here or I'll sue."

Satan laughs uproariously and answers, "Yeah, right. And just where are YOU going to get a lawyer?"

H. D. - Mt Vernon, Iowa, USA - *The Institute*, jun. 1997. (Adapt.).

5 Considere as afirmações a seguir.

- I. São Pedro telefonou ao Diabo para obter informações sobre o comportamento do engenheiro no inferno.
- II. O dia a dia no inferno tornou-se muito melhor após a chegada do engenheiro.
- III. São Pedro ameaçou mover uma ação judicial contra o Diabo caso ele desprezasse os serviços do engenheiro.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A** apenas a I.
- B** apenas a II.
- C** apenas a III.
- D** apenas a I e a III.
- E** apenas a II e a III.

6 Ao afirmar [...] "and there's no telling what this engineer is going to come up with next.", o Diabo quer dizer que:

- A** já sabe do novo projeto do engenheiro mas não pretende contá-lo a São Pedro.
- B** o engenheiro não quer divulgar o seu próximo projeto.
- C** o engenheiro aguarda instruções para implementar outras benfeitorias no inferno.
- D** ninguém no inferno fala sobre os próximos projetos do engenheiro.
- E** mal pode esperar para ver a próxima benfeitoria que o engenheiro irá introduzir no inferno.

7 Quais frases, numeradas de I a IV, teriam o significado mais próximo a "Send him back up here or I'll sue", que se encontra no penúltimo parágrafo do texto?

- I. If you don't send him back up here, I'll sue.
- II. If you send him back up here, I'll sue.
- III. Unless you send him back up here, I won't sue.
- IV. I will sue, unless you send him back up here.

A Apenas I e III.

D Apenas II e IV.

B Apenas I, II e IV.

E Apenas III e IV.

C Apenas I e IV.

As questões de **8** a **10** referem-se ao texto abaixo, extraído do artigo "Dinosaur Docudrama Blends Fact, Fantasy"

TV CRITIQUE

Amid the majestic sequoias of what could be a state park in Northern California, the silence is broken by a guttural bellow. An enormous beast plods across the television screen. She kicks out a shallow nest and begins to lay her eggs. Each white egg, the size of a soccer ball, slides gently down an ovipositor and comes to rest in the ground. [...]

It looks and sounds just like a wildlife documentary – so much so that, if you watch long enough, you almost forget that the animals it shows have been extinct for more than 65 million years. But this is Walking With Dinosaurs, a sometimes stunning dinoextravaganza that uses computer animation and detailed puppets to resurrect the creatures and place them in real landscapes. When the \$10 million program aired in the United Kingdom last fall, 17 million people – almost a third of the population – tuned in to the six weekly installments making it the BBC's most watched science program ever and one of its top 20 programs of all time. It also stirred up a controversy.

Some researchers were unstinting in their praise: This is going to stand out as one of the best dinosaur shows ever done and certainly the most novel one, says Tom Holtz, a vertebrate paleontologist at the University of Maryland, College Park, who consulted with the BBC on the project. But others cringed at the way it blurred fact and fiction. Most of the egg-laying sequence, for example, is screenwriter's fantasy: There is no scientific evidence that the giant dinosaur Diplodocus had an ovipositor or abandoned its young. "Some of the arguments were just so far-fetched, so ridiculous," says Norman MacLeod, an invertebrate paleontologist at the Natural History Museum in London. "I was embarrassed for the profession." The British media debated whether docudrama was a suitable way to convey science to the public. Would TV viewers be stimulated, misled, or just confused? On 16 April millions more will get the chance to make up their own minds as the Discovery Channel airs a revised 3 hour version of the show in North and South America. [...]

Science. v. 288, 7 abr. 2000.

8 Considere as afirmações a seguir:

- I. O primeiro parágrafo do texto descreve uma cena do documentário *Caminhando com Dinossauros*, em que um dinossauro prepara seu ninho e põe ovos.
- II. O documentário, dividido em seis episódios semanais, estreou na Inglaterra no outono de 1999.
- III. Em Abril deste ano, o canal de televisão Discovery transmitiria para os Estados Unidos e para a América do Sul o documentário britânico na íntegra.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A apenas I.
- B apenas I e II.
- C apenas II e III.
- D apenas I e III.
- E todas.

9 É(São) apontado(s) como item(itens) polêmico(s) com relação ao documentário:

- I. Não há comprovação científica sobre a procriação de certo tipo de dinossauro.
- II. Realidade e ficção misturam-se indiscriminadamente no documentário.
- III. Documentários como este podem levar telespectadores a ter uma visão distorcida de alguns aspectos da ciência.

- A apenas o I.
- B apenas o II.
- C apenas o III.
- D todos.
- E nenhum.

10 O termo *its*, na penúltima linha do segundo parágrafo, refere-se:

- A à BBC.
- B à programação científica da BBC.
- C aos vinte melhores programas já produzidos pela BBC.
- D ao Reino Unido.
- E ao documentário *Caminhando com Dinossauros*.

11 O quadro a seguir também foi extraído do artigo "Dinosaur Docudrama Blends Fact, Fantasy".

WALKING'S

WINNERS AND LOSERS

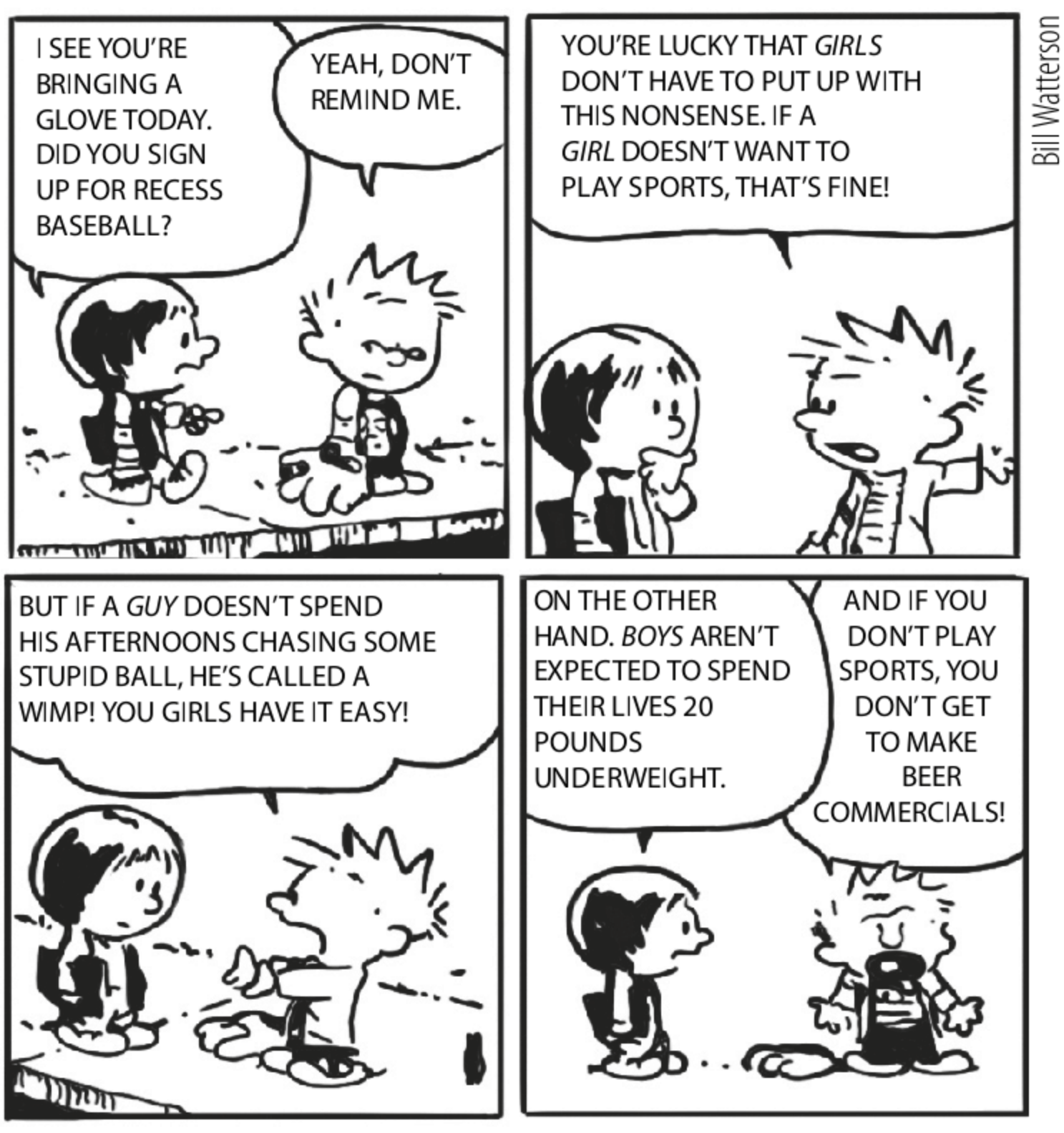
- I. *Postosuchus*. Producers kept scene of the predator urinating – even though its closest relatives all excrete urea, not urine.
- II. *Diplodocus*. Herds look so heavy you can almost feel the ground shake. First time animated with frill on spine.
- III. *Cynodonts*. Squat mammal ancestors sport convincing fur and behaviors. Bonus points for calling them "mammal-like reptiles."
- IV. *Coatimundi*. Cameo by this modern American mammal is totally out of place; its ancestors were never in Antarctica or Australia.

- V. *Pterosaurs*. They fly like aces, but it's the ground-walking that really wows. Insulating fuzz on wings is accurate.
- VI. *Marine reptiles*. Cousteau would have loved graceful ichthyosaurs and plesiosaurs. Realistic birth scene.

O quadro faz menção a pontos fortes e a pontos fracos observados pela crítica no documentário "Caminhando com Dinossauros", classificando-os de *winners* (os pontos fortes) e *losers* (os pontos fracos). Analise o quadro e aponte, pelo contexto da crítica, se cada um dos itens, numerados de I a VI, é um *winner* ou um *loser*.

	I	II	III	IV	V	VI
A	loser	winner	winner	loser	winner	loser
B	loser	winner	winner	loser	winner	winner
C	loser	winner	loser	loser	winner	winner
D	winner	loser	winner	winner	loser	winner
E	winner	loser	winner	loser	winner	loser

As questões 12 e 13 referem-se ao *cartoon* abaixo.



12 Considere as afirmações a seguir.

- I. Os personagens estão discutindo pressões sociais sobre crianças.
- II. Para manter a forma física, meninos devem praticar esportes e fazer dieta.
- III. Meninos praticam esportes para que, na vida adulta, possam beber cerveja à vontade.

Está(ão) condizente(s) com o *cartoon*:

- A apenas I.
- B apenas II.
- C apenas II e III.
- D todas.
- E nenhuma.

- 13

Considere as afirmações a seguir.
- I.

O menino acaba de assinar um documento pedindo a exclusão do beisebol como esporte obrigatório na escola.
- II.

Segundo o garoto, as pessoas referem-se pejorativamente a meninos que não praticam esportes.
- III.

Na opinião do garoto, a vida das meninas é mais tranquila que a vida dos meninos na sociedade atual.
- Está(ão) condizente(s) com o texto:
- A

apenas II.
- B

apenas II e III.
- C

apenas I e III.
- D

todas.
- E

nenhuma.

Texto para as questões 14 e 15

OFFICE LIFE

Working overtime is good for you!
Are you hard-working, anxious, introverted and conscientious?
If so, you're likely to be a victim of workplace bullying. Researchers at Hull University have come up with a personality test to recognize people at risk of being bullied. The study recommends that companies give potential victims assertiveness training and social support at work so that they can be spared feeling humiliated. A separate study at the University of Manchester has found that working overtime can be good for one's health. Managers who voluntarily stay an extra hour to catch up on work or organize themselves feel greater job satisfaction and have better mental health than those leaving on time. But if managers put in more than one hour a day extra or are forced to stay late, they are more likely to suffer anxiety.

Speak Up. Ano XIII – 158 – jul. 2000

- 14

A expressão *catch up on work* significa:
- A

colocar o trabalho em dia.
- B

finalizar um projeto.
- C

reorganizar um projeto.
- D

alcançar uma meta no trabalho.
- E

captar novos recursos para um projeto.

- 15

Qual das opções abaixo melhor descreve aspectos das pesquisas realizadas em cada uma das duas universidades mencionadas no texto?

	Hull University	University of Manchester
A	O capricho excessivo é uma das características de vítimas potenciais de humilhação no trabalho.	O cumprimento do horário de trabalho proporciona melhor equilíbrio mental às pessoas.
B	Pessoas calmas, porém que se posicionam firmemente, são menos ignoradas no local de trabalho.	A hora extra feita voluntariamente para ajudar colegas contribui para a saúde mental dos administradores.
C	Vítimas de trabalho excessivo são também vítimas potenciais de problemas mentais.	Uma hora a mais de trabalho diário é muito saudável.
D	Vítimas potenciais de provocações no trabalho devem receber treinamento de assertividade.	Administradores forçados a ficar no trabalho mais que uma hora além do expediente podem sofrer de ansiedade.
E	Foi elaborado um teste de saúde mental e física para detectar os efeitos da hora extra no trabalho.	Gerentes que são obrigados a trabalhar muito todos os dias têm problemas de saúde.

- 16

Assinale a opção correta em relação às frases abaixo, extraídas de um calendário americano.

- I.

A really great talent finds its happiness in execution.

Goethe.
- II.

There are many things in life that will catch your eye, but only a few will catch your heart... pursue these.

unknown.
- III.

By cultivating the beautiful we scatter the seeds of heavenly flowers, as by doing good we cultivate those that belong to humanity.

V. Howard.

- A

Na sentença (I), *its* refere-se a *happiness*.
- B

Na sentença (II), *these* refere-se a *things in life that will catch your heart*.
- C

Na sentença (III), *those* refere-se a *flowers*.
- D

Os termos *but* na sentença (II) e *as* na sentença (III), são conjunções que podem ser consideradas sinônimas no contexto em que se encontram.
- E

Os termos *beautiful* e *good*, na sentença (III), exercem a função de adjetivos.

Texto para as questões de **17 a 21**

[...]

Ever since Dad had returned from his life at sea he had been interested in robots. Maybe that in itself wasn't so strange, but with Dad it didn't end there.

He was convinced that one day science would be able to create artificial people. By this, he didn't just mean those dumb metal robots with red and green flashing lights and hollow voices. Oh no, Dad believed that science would one day be able to create real thinking human beings, like us. And there was more – he also believed that, fundamentally, human beings are artificial objects. [...]

"Just imagine if all this suddenly came alive, Hans Thomas," he said. "Imagine if these Lego figures suddenly began to toddle around among the plastic houses. What would we do then?" [...]
"Basically, we ourselves are such Lego figures."

J. Gaardner. *The Solitaire Mystery*. p. 8

17 O trecho acima foi extraído de uma história:

- A** narrada pelo pai de Hans Thomas.
- B** narrada por Hans Thomas e seu pai.
- C** relatada a partir de outra história de Hans Thomas.
- D** narrada para Hans Thomas e seu pai.
- E** em que Hans Thomas é o narrador.

18 Assinale a alternativa que melhor corresponde ao texto anterior.

- A** Para o pai de Hans Thomas, a ciência ainda criaria pessoas artificiais.
- B** Hans Thomas inventou robôs de metal com luzes brilhantes vermelhas e verdes.
- C** De acordo com Hans Thomas, os seres humanos são basicamente como bonecos de Lego.
- D** Hans Thomas e o pai acreditam na possível criação, pela ciência, de robôs pensantes, semelhantes a seres humanos.
- E** Os robôs de Hans Thomas tinham luzes brilhantes vermelhas e verdes e vozes profundas.

19 Assinale a alternativa que melhor expressa o significado da frase "Ever since Dad had returned from his life at sea he had been interested in robots".

- A** O pai de Hans Thomas começou a se interessar por robôs quando abandonou a vida de marinheiro.
- B** O pai de Hans Thomas começou a se interessar por robôs quando retornou à vida de marinheiro.
- C** O pai de Hans Thomas passou a se interessar por robôs depois que se salvou de um naufrágio.
- D** O pai de Hans Thomas sempre preferiu a vida no mar, embora fosse aficionado por robôs.
- E** O pai de Hans Thomas sempre se interessou pela vida no mar e por robôs.

20 Assinale a forma pela qual as frases "Imagine if these figures suddenly began to toddle around among the plastic houses. What would we do then?" poderiam ser reescritas em uma única sentença.

- A** What happened when all of a sudden these figures began to toddle around among the plastic houses?
- B** What could we have done had all these figures suddenly begun to toddle around among those plastic houses?
- C** What would we do if all these figures suddenly began to toddle around among the plastic houses?
- D** What would we have done if all these figures had suddenly begun to toddle around among the plastic houses?
- E** What might have happened if all these figures had suddenly begun to toddle around among the plastic houses?

21 Para o pai de Thomas:

- A** a clonagem humana já era possível.
- B** seu interesse por robôs se apoiava em descobertas da ciência.
- C** objetos artificiais criados pela ciência assemelhavam-se a seres humanos.
- D** os avanços tecnológicos possibilitavam que bonecos de Lego se locomovessem e brincassem pela casa.
- E** os seres humanos eram, em sua essência, figuras vivas de Lego.

As questões de **22 a 25** referem-se ao texto abaixo, extraído da introdução de um livro

"Curiosity killed a cat." That cautionary cliché has passed through my mind several times in the last few years, once or twice even giving me pause. For it was curiosity that first tempted me to investigate computer graphics. Nothing in my training or professional background prepared me for something as foreign as a computer paint system. But it sounded intriguing, so I decided to see one firsthand. [...]

While touring the Computer Graphics Lab at the New York Institute of Technology in Old Westbury, New York – a research and development facility – I was invited to draw on a paint system. I picked up the stylus and drew a simple sketch of a horse. It was surprisingly easy and felt very natural – but it wasn't unforgettable. What happened next was that the demonstrator reached out to the keyboard and hit a couple of buttons; instantly my simple drawing became a brilliant kaleidoscopic chain of moving colors. It was as if my horse had suddenly come alive.

I was thrilled – and hooked. Since that time, in professional workshops at colleges, or with clients, I have seen my own initial reaction repeated in others, an experience akin to magic.

Now, six years later, wiser and more experienced, my enthusiasm is still intact, and I am more deeply involved than ever in this art

form. Mastering this medium is, as with most complex techniques, an ongoing process, in which each new plateau reveals another height to be challenged. [...]

What is needed is an adventurous, risk-taking approach – a curiosity about the new, much of which lies, unknown and unseen, around a dozen corners. Yes, curiosity – that word again. Of course, today we don't take those old sayings seriously. Anyhow, there's another old adage about cats, reassuring us that after all "a cat has nine lives." Well, so do artists.

22 Com base nas informações contidas no texto, depreende-se que um possível título para o livro do qual a introdução acima foi extraída é:

- A An Introduction to the World of Computers
- B The Oxford Encyclopedia of Designs for Computer Books
- C Mastering the Computer for Design & Illustration
- D The NYIT Handbook of Computer Software
- E Learning how to Design & Illustrate Computer Books

23 Considere as afirmações a seguir.

- I. O provérbio sobre a curiosidade do gato remete à própria curiosidade do autor.
- II. O autor demonstra seu afeto por gatos ao utilizar os clichês no início e no final do texto.
- III. Em sua primeira experiência com computação gráfica, o autor fez o esboço de um cavalo.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A apenas I e II.
- B apenas II e III.
- C apenas I e III.
- D todas.
- E nenhuma.

24 Considere as afirmações a seguir.

- I. O New York Institute of Technology oferece muitas facilidades para o desenvolvimento de pesquisas em computação gráfica.
- II. O autor sempre se interessou por computação gráfica.
- III. O autor sempre inicia *workshops* relatando seu primeiro contato com computação gráfica no New York Institute of Technology.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A apenas I e II.
- B apenas II e III.
- C apenas I e III.
- D todas.
- E nenhuma.

25 As expressões populares sobre gatos foram utilizadas no início e no final do texto para:

- A chamar a atenção do leitor para as qualidades dos gatos e compará-las ao desenvolvimento de qualquer profissional.
- B revelar o interesse do autor pelas características desses animais, usando-os como exemplos em sua carreira.
- C levar o leitor a compreender a importância da criatividade no uso de programas de computação gráfica.
- D exemplificar maneiras de desenvolver no computador possíveis formas de desenhar animais.
- E ilustrar a curiosidade que impulsionou a carreira do autor e ressaltar a importância de novos desafios profissionais.

GABARITO			
1. A	8. D	15. D	22. C
2. E	9. D	16. B	23. C
3. D	10. A	17. E	24. E
4. B	11. B	18. A	25. E
5. B	12. E	19. A	
6. E	13. B	20. C	
7. C	14. A	21. E	

PROVA 3 FUVEST - 2005

Texto para as questões de 1 a 4

Christoph Oswald has no problem approaching women. As he makes his way through the crowd at his favorite Frankfurt club, his cell phone scans a 10-meter radius for "his type": tall, slim, sporty, in her 30s-and, most important, looking for him, a handsome 36-year-old software consultant who loves ski holidays. Before he reaches the bar, his phone starts vibrating and an attractive blonde appears on its screen. "Hi, I'm Susan," she says. "Come find me!" Christoph picks her out of the crowd, and soon they're laughing over a drink.

Both Christoph and Susan have phones equipped with Symbian Dater, a program that promises to turn the cell phone into a matchmaker. By downloading Symbian, they installed a 20-character encrypted code that includes details of who they are and what they're looking for in a mate. Whenever they go out, their matchmaking phones sniff out other Symbian Daters over the unlicensed, and therefore free, Bluetooth radio frequency. If profiles match up, the phones beep wildly and send out short video messages.

Newsweek, 7/14 jun. 2004.



MAKING A CONNECTION: Phones are a way of getting together

1 The passage tells us that at his favorite Frankfurt club, Christoph Oswald:

- A** phones his girlfriend and asks her to join him for a drink.
- B** meets a woman who had left him a phone message the day before.
- C** has some difficulty spotting attractive women in the crowd.
- D** receives a video message from a woman he has never met before.
- E** gets several calls from women on his cell phone.

2 According to the passage, *Symbian Dater* is a program that:

- A** connects cell phones to radio stations.
- B** makes it possible to restrict the acceptance of calls on a cell phone.
- C** is installed in a cell phone to make it look for its owner's perfect mate.
- D** installs a code in cell phones in order to prevent them from being used by strangers.
- E** is still unlicensed because it has to be perfected.

3 In the passage, the correct translation for *picks her out* (line 8) is:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| A sorri para ela. | D segue-a. |
| B espera por ela. | E acena para ela. |
| C reconhece-a. | |

4 We can conclude from the passage that Christoph Oswald:

- A** wants to meet new people.
- B** is not pleased with his cell phone.
- C** does not like outdoor activities.
- D** is a rather shy person.
- E** needs company for a ski holiday.

Texto para as questões de **5 a 8**

LOS ANGELES – Come summer 2006, Warner Brothers Pictures hopes to usher *Superman* into thousands of theaters after a 19-year

absence. But given the tortured history surrounding that studio's attempts to revive *Superman*, the forerunner of Hollywood's now-ubiquitous comic book blockbusters, the *Man of Steel*'s arrival would be nothing short of a miracle.

Since Warner began developing a remake of the successful comic book franchise in 1993, it has spent nearly \$10 million in development, employed no fewer than 10 writers, hired four directors and met with scores of Clark Kent hopefuls without settling on one. The latest director – Bryan Singer, who directed *X-Men* and its sequel – was named on July 18 to replace Joseph McGinty Nichol, known as McG, who left the project after refusing to board a plane to Australia, where the studio was determined to make the film.

The New York Times, jul. 22, 2004.

5 The passage says that Warner Brothers Pictures:

- A** has declared that a sequel to *Superman* will appear in 2006.
- B** is having difficulty distributing *Superman* to theaters.
- C** is attempting to show a tortured hero in its *Superman* revival.
- D** has made *Superman* into the most successful comic book film ever.
- E** has been producing a remake of the *Superman* movie.

6 According to the passage, *Superman*'s arrival:

- A** has been facing many obstacles.
- B** will have to wait another 19 years.
- C** will be evidence that there are no miracles.
- D** has been surrounded by mystery since 1993.
- E** has cost Warner over \$10 million so far.

7 The passage suggests that, for its new movie, Warner Brothers Pictures still needs to:

- A** hire a more talented screenwriter.
- B** find an actor for the role of Clark Kent.
- C** dismiss their recently hired director.
- D** choose a more suitable shooting location.
- E** raise more funds for the film development.

8 According to the passage, Joseph McGinty Nichol:

- A** replaced Bryan Singer as the director of *Superman*.
- B** wanted to shoot *Superman* in Australia.
- C** is an executive director at Warner Brothers Pictures.
- D** is no longer working on the *Superman* project.
- E** has co-directed *X-Men* and its sequel.

GABARITO

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| 1. D | 4. A | 7. B |
| 2. C | 5. E | 8. D |
| 3. C | 6. A | |

Texto para as questões de 1 a 5

TELL ME IF YOU'VE HEARD THIS ONE AND HATE IT

For presidents and celebrities as well as ordinary people, cracking jokes can be risky business today, provoking anger and resentment instead of laughter.

The problem is that humor, like beauty, often is in the eye of the beholder.

Consider a jest by President Clinton. At a trade fair on the White House lawn, Clinton and his cabinet came upon a three-foot-high replica of the White House.

With the 4-foot-10 inch secretary of labor, Robert Reich, at his side, Clinton quipped, "Secretary Reich could almost live in there."

Lighthearted ribbing between longtime pals? Or a remark offensive to those sensitive about their height?

Experts who train people to use humor in business and social relationships say it can be an invaluable tool – but it must be used with sensitivity.

Of course, the line between laughing with someone and laughing at someone isn't always so clear.

So in today's litigious and sensitive society should we all take the safest course and avoid any attempts at humor? That would make for a dull world, experts said.

The wrong kind of humor, though, can be destructive. Jokes that attack often cause people to withdraw, or worse, seek revenge.

Supervisors need to be especially careful. Because of the power they hold, their attempts at humor demean an employee.

Of course, some people just can't take a joke. So what can you do?

"On the politically correct front, there are certain people whose mission is to be offended," Langley said. "There's not really much you can do about them."

By Mike Kennedy, H. Fragiadakis & M. Maurer. *Sound Ideas*, 1995. p. 81.



U.S. Labor Secretary Robert Reich and President Bill Clinton

1 Considere as afirmações a seguir.

- I. Supervisores correm o risco de humilhar seus funcionários ao fazerem uma piada, em função do poder que detêm.
- II. Entre celebridades, as piadas, muitas vezes, provocam ressentimento e raiva ao invés de riso.
- III. O humor está na mente daqueles que o recebem.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A apenas I e II.
- B apenas II e III.
- C apenas I e III.
- D todas.
- E nenhuma.

2 Considere as afirmações abaixo.

- I. Devemos evitar o humor na sociedade atual.
- II. Pessoas expostas ao tipo inadequado de humor podem procurar se vingar.
- III. O autor afirma que Clinton não poderia ter brincado levemente com o velho amigo.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A apenas I.
- B apenas II.
- C apenas III.
- D apenas I e III.
- E apenas II e III.

3 Considere a frase abaixo, extraída do texto.

"Of course, the line between ¹laughing with someone and ²laughing at someone isn't always so clear." (7º parágrafo).

As expressões em destaque são, respectivamente, sinônimas, de:

	1	2
A	having fun	kidding.
B	making fun of	pulling someone's leg.
C	having fun with	making fun of.
D	pulling someone's leg	joking at someone.
E	making fun of	having fun with.

4 Especialistas que preparam pessoas para fazer uso do humor consideram-no um tipo de recurso:

- A desnecessário nas relações humanas.
- B inútil e que, quando utilizado, pode ferir a sensibilidade alheia.
- C muito útil, mas ao qual se deve recorrer com sensatez.
- D sem qualquer valor nas relações humanas, mas que pode ser utilizado, desde que com muita sensatez.
- E que apesar de ser por vezes útil, pode ferir a sensibilidade alheia.

5 A expressão que melhor substitui a última frase do texto é:

- A Who cares about them!
- B You shouldn't worry about trying to change their minds!
- C Don't think about them!
- D Just forget about them!
- E They should mind their own businesses!

It is not every day you can walk down a Transylvanian village street under a barrage of stones, especially when the stones are being hurled by the woman who will be your wife. Anyone likely to run this risk should know that it helps to walk fast and wear a protective backpack, and console oneself with the thought it is possibly these little moments of shared tenderness and understanding (recalled, perhaps, by glowing firelight in later years), which make affection grow.

A walk from Poland to Istanbul is a pretty odd ritual of courtship. We didn't wash our hair for six months, we talked all day, we shared some heroically disgusting meals, and ten years down the road, Kate and I have swapped our backpacks for livelier baggage – two boys, and a bump – and hung up our boots for the present. Metaphorically speaking, of course: in reality Kate's boots got lost in the post and mine broke, so I threw them away. [...]

J. Goodwin. *On Foot to the Golden Horn*. p.1.

6 De acordo com o texto, Kate e o narrador têm em comum:

- A** o gosto por refeições exóticas.
- B** a afeição pela natureza.
- C** a profissão.
- D** os filhos.
- E** a nacionalidade.

7 Considere as expressões abaixo, extraídas do 2º parágrafo:

- I. “pretty odd ritual of courtship” remete ao tempo de namoro entre Kate e o narrador.
- II. “ten years down the road” refere-se à caminhada entre a Polônia e Istambul.
- III. “hang up our boots” significa “pendurar as chuteiras”.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A** apenas I e II.
- B** apenas II e III.
- C** apenas I e III.
- D** todas.
- E** nenhuma.

8 As funções gramaticais dos termos *likely* (linha 3), *understanding* (linha 7) e *pretty* (linha 9) são, respectivamente:

- A** advérbio; adjetivo; adjetivo.
- B** adjetivo; adjetivo; advérbio.
- C** adjetivo; substantivo; advérbio.
- D** advérbio; substantivo; advérbio.
- E** adjetivo; substantivo; adjetivo.

GIVE US THE OLYMPICS, OR WE'LL SHOOT

With the International Olympic Committee set to announce the 2008 Olympic Games venue on Friday, several newspapers editorialized about Beijing's suitability. Canada's Globe and Mail admitted bias in favor of its hometown (Toronto and Paris are Beijing's strongest rivals), but declared: “Regardless of who the other contenders are, it would be wrong to award the Games to Beijing... It would reward an authoritarian regime that tramples on the most basic rights of the Chinese people.” The Financial Times counseled the IOC members to ignore political factors when making their selection: “Despite the ugliness of the Chinese regime, the world is willing to deal with it in political, institutional, cultural and economic terms. Why should the Olympic Games be something different?” An op-ed in the Sydney Morning Herald argued that China doesn't “deserve” to host: “There is no point in isolating China. It makes sense to trade with China and to facilitate its entry into the World Trade Organisation. But there is no reason to indulge the Beijing regime.” The Herald's China correspondent offered a pragmatic argument:

“Giving the Games to Beijing will probably do nothing to advance human rights in China. The authorities will be keen to keep a lid on dissent before the Games. But not granting Beijing the Games is unlikely to help promote greater human rights in the short or long term... Passing over Beijing may lead to a hardening of China's attitudes in its relations with the West. It would certainly lead to a binge of nationalistic outrage with unforeseeable results. In a worst-case scenario it may encourage China's leadership to speed up its plans to forcibly “reunify” Taiwan with the motherland.”

An op-ed in Hong Kong's South China Morning Post struck a similar note of alarm:

“By stirring up the public's feelings to a frenzy over the Olympic bid, the Government plans to distract people's attention from the problems of rampant corruption, a rising unemployment rate and a lack of confidence in the Communist Party. In the scenario that China loses the bid, the government-controlled media will direct the blame onto the United States and Western countries and once again incite anti-Western sentiments. With an almost paranoid mentality that the whole world is against them over their Olympic bid, the Chinese Government will be more militarily aggressive and refuse to co-operate with the west on such important issues as nuclear non-proliferation and regional peace.”

By June Thomas. Posted Tuesday, July 10, 2001, at 10:00 a.m. PT. Disponível em: <www.slate.com>. N.B. Op-ed: (Am E) the page opposite the Editorial page in many American newspapers, which usually contains interesting feature articles on current subjects (Longman dictionary of eng. language and culture).

- 9** Considere as afirmações a seguir.
- I. “us”, no título do texto, refere-se ao povo chinês.
 - II. O título do texto pode ser entendido como um pedido da população chinesa para o mundo ocidental.
 - III. O título do texto ilustra uma opinião jornalística com relação ao governo chinês no que diz respeito às Olimpíadas de 2008.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A** apenas a I.
- B** apenas a II.
- C** apenas a III.
- D** apenas as I e II.
- E** apenas as I e III.

10 Qual das afirmações abaixo não está de acordo com as sínteses dos jornais?

- A** *Globe and Mail* – A disputa deve se concentrar entre as cidades de Toronto, Paris e Beijing.
- B** *Financial Times* – Fatores políticos devem ser desconsiderados ao se decidir quem hospedará os jogos Olímpicos.
- C** *Sydney Morning Herald* – Deve-se incentivar a participação da China nas transações comerciais mundiais.
- D** *Herald China* – O fato de sediar os jogos Olímpicos não trará benefícios à questão dos direitos humanos na China.
- E** *South China Morning Post* – Existem problemas de corrupção, desemprego e falta de confiança no governo comunista.

11 A expressão *Despite the ugliness of the Chinese regime...* (linhas 10 e 11) não pode ser substituída por:

- A** Although the Chinese regime is ugly...
- B** Due to the ugliness of the Chinese regime...
- C** Even acknowledging the ugliness of the Chinese regime...
- D** Even though the Chinese regime is ugly...
- E** In spite of the ugliness of the Chinese regime...

12 Assinale a opção que melhor representa o posicionamento (favorável ou desfavorável) dos jornais mencionados na reportagem com relação à realização dos jogos olímpicos de 2008 na China.

	Globe and Mail	Financial Times	Sydney Morning Herald	Herald's China	South China Morning Post
A	Favorável	Favorável	Desfavorável	Desfavorável	Favorável
B	Desfavorável	Favorável	Desfavorável	Favorável	Favorável
C	Desfavorável	Favorável	Favorável	Favorável	Favorável
D	Desfavorável	Favorável	Desfavorável	Favorável	Desfavorável
E	Favorável	Desfavorável	Favorável	Desfavorável	Desfavorável

Texto para as questões **13** e **14**

AMERICAN NEWS

POLITICS

[...] *Less than a month after being thrust into the role of Senate Majority Leader, Daschle has brushed past the objections of President Bush...*

Flash points in the senate

- 1. *Democrats hope to capitalize on public disenchantment with the Bush energy plan by introducing one with greater emphasis on conservation, energy efficiency, and tax credits to promote green technology.*
- 2. *Senate Dems will try to force Bush to accept a broader, more expensive package of prescription benefits for seniors. Showdown issue: who shall run the program – the Medicare system or states and private insurers?*
- 3. *Daschle and Bush are both free-traders, however, a fast-track bill without provisions to protect the environment or international labor standards – like one backed by House Republicans – will face trouble.*
- 4. *The Bushies and Senate Democrats have reached an uneasy truce in the war over federal judgeships. But expect a fight if Daschle concludes that the White House is trying to pack the judiciary with conservative activists.*

Business Week, 16 jul. 2001, (Adapt.).

13 De acordo com o texto, dentre os temas em pauta no senado americano pode-se destacar:

- A** energia, medicamentos e comércio.
- B** justiça, medicamentos e relações internacionais.
- C** comércio, tecnologia e energia.
- D** relações internacionais, medicamentos e comércio.
- E** justiça, tecnologia e energia.

14 Qual das expressões abaixo, extraídas do texto, não indica expectativa/ação futura?

- A** hope to capitalize. (1)
- B** shall run. (2)
- C** will face. (3)
- D** expect a fight. (4)
- E** is trying to pack. (4)

Texto para as questões de **15** a **18**

THE GREAT ENGLISH DIVIDE

Antonio Sanz might as well have won the lottery. In 1965, when the small, curly-haired Spaniard was 10, an American professor asked his parents if she might take the boy to the U.S. and enroll him in public school. They agreed. America seemed to offer a brighter future than the dairy farms where his father worked

in the foothills north of Madrid. Sanz left, but came back to Spain every summer with stories from Philadelphia and boxes of New World artifacts: Super Balls, baseball cards, and Bob Dylan records.

His real prize, though, was English. Sanz learned fast, and by senior year he outscored most of his honors English classmates in the verbal section of the Scholastic Aptitude Test. In those days, back in his hometown of Colmenar Viejo, English seemed so exotic that kids would stop him on the street and ask him to say a few sentences. By the time he graduated from Hamilton College in Clinton, N. Y., and moved back to Spain, American companies there were nearly as excited. He landed in Procter & Gamble Co.

Sanz, now 46 and a father of three, employs his Philadelphia English as an executive at Vodafone PLC in Madrid. But something funny has happened to his second language. These days, English is no longer special, or odd, or even foreign. In Paris, Düsseldorf, Madrid, and even in the streets of Colmenar Viejo, English has put down roots. "What else can we speak?" Sanz asks. [...]

Business Week, 13 ago. 2001.

15 A primeira frase do texto refere-se:

- A** à sorte que Antonio Sanz teve por ter sido adotado por uma professora americana.
- B** ao fato de Antonio Sanz ter estudado nos EUA e, conseqüentemente, ter se tornado bilingue.
- C** ao fato de Antonio Sanz ter conseguido um bom emprego na Procter & Gamble Co.
- D** à oportunidade que Antonio Sanz teve de emigrar, aos 10 anos de idade, para os EUA.
- E** ao sucesso de Antonio Sanz no "Scholastic Aptitude Test".

16 Antonio Sanz foi estudar nos EUA, pois:

- A** a família tinha parentes na Filadélfia.
- B** seus pais acreditavam que assim estariam assegurando a formação universitária do filho.
- C** seus pais acreditavam que o aprendizado de uma segunda língua era essencial para a formação do filho.
- D** dessa forma seus pais acreditavam que ele teria melhores oportunidades profissionais no futuro.
- E** naquela época as perspectivas de um bom futuro profissional na Espanha eram inexistentes.

17 A frase que melhor expressa a ideia principal do texto é:

- A** A Europa e o ensino de línguas.
- B** A disseminação da cultura norte-americana no mundo.
- C** A importância do domínio de ao menos duas línguas estrangeiras nos dias de hoje.
- D** A relevância do conhecimento da língua inglesa por falantes não nativos do inglês.
- E** Um exemplo de formação educacional a ser seguido.

18 Considere as afirmações abaixo.

- I. A família de Antonio Sanz vivia numa cidadezinha chamada Colmenar Viejo, próxima a Madrid, na Espanha.
- II. O pai de Antonio Sanz era proprietário de fazendas de gado leiteiro na Espanha.
- III. Todos os anos, durante as férias de verão, Antonio Sanz dava aulas de inglês para as outras crianças de Colmenar Viejo.

Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A** apenas I.
- B** apenas II.
- C** apenas III.
- D** apenas I e II.
- E** apenas I e III.

Texto para as questões de **19 a 22**

APPROPRIATE FOR ALL AGES

JAPANESE TOYMAKERS ARE FOCUSING ON SENIOR CITIZENS

Much has been made in Japan of the clout of teenage girls, the arbiters of taste and uncrowned queens of the fashion industry. But when it comes to toys, a radically different demographic is beginning to call the shots.

Japanese toymakers now see senior citizens as their most dynamic market. Nearly 22 million Japanese – 17.4 percent of the population – are over 65, and that number is expected to top 25 percent by 2020. Three million senior citizens live alone, and 1.55 million Japanese are senile (their numbers are also expected to grow rapidly). This aging population presents a huge "silver market" – estimated at 50 trillion yen (\$416 billion) – for everything from beds to cosmetics to homecare nurses and helpers.

Major industries such as electronics, construction and foodstuffs have already begun developing products tailored to old folks: robots to help out around the house, homes that have no steps or stairs and healthy, oil-free foods. The toy industry wants a piece of the action. "There is a great potential" says Yoshinori Haga, an official at Bandai, the biggest toymaker in Japan. "Toys can be used for entertainment, to give the old people nostalgic feelings or to be a companion for those who live alone."

Indeed, playthings are not just for fun anymore. Toshimitsu Musha, president of the Brain Functions Lab near Tokyo, argues that playing with toys can help human brains stay active and sharp. While researching Alzheimer's disease, Musha found that art therapy such as painting and claywork helped to prevent the brains of Alzheimer's patients from deteriorating. "What works best for the elderly is something that they enjoy, where they have to use their brain and which requires concentration from 30 minutes to one hour," he says. [...]

By Hideko Takayama. Newsweek . 6 ago. 2001.

- 19** Considere as afirmações abaixo.
- I. No Japão, a indústria de vestuário é fortemente influenciada pela preferência das adolescentes japonesas.
 - II. Será feito um investimento de cerca de 416 bilhões de dólares em produtos para idosos.
 - III. A indústria de brinquedos tem como principal meta a venda de jogos e brinquedos para idosos que vivem sozinhos.
- Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A** apenas I.
- B** apenas III.
- C** apenas I e II.
- D** apenas I e III.
- E** nenhuma.

- 20** O "aging population" a que o texto se refere no segundo parágrafo é constituído:
- A** por 3 milhões de idosos que vivem sozinhos atualmente no Japão.
 - B** por 1 milhão e 550 mil japoneses senis.
 - C** por 22 milhões de japoneses com mais de 65 anos.
 - D** por 25% da atual população japonesa composta de idosos.
 - E** pelos idosos japoneses de um modo geral.

- 21** De acordo com o texto, os seguintes segmentos da indústria já desenvolvem produtos para melhorar a qualidade de vida dos idosos:
- A** eletro-eletrônica e brinquedos.
 - B** construção civil e farmacêutica.
 - C** alimentos e eletro-eletrônica.
 - D** farmacêutica e vestuário.
 - E** vestuário e construção civil.

- 22** Considere as afirmações a seguir.
- I. Trabalhos manuais como pintura e argila são benéficos na prevenção do Mal de Alzheimer.
 - II. Pessoas idosas não conseguem se concentrar em uma única atividade por um período superior a 60 minutos.
 - III. Atividades lúdicas são importantes para a saúde mental dos idosos.
- Está(ão) condizente(s) com o texto:

- A** apenas I.
- B** apenas III.
- C** apenas I e II.
- D** apenas II e III.
- E** todas.

Texto para as questões de **23** a **25**



Detroit Free Press, 13 ago. 1998.

- 23** Dentre os seguintes conselhos de mães para filhos:
- I. não se compare a outras pessoas.
 - II. aceite-se como você é.
 - III. espelhe-se nos bons exemplos.
 - IV. não cobice o que é dos outros.
- Estão condizentes com o *cartoon*:

- A** apenas I e II.
- B** apenas II e III.
- C** apenas I e IV.
- D** apenas I e III.
- E** apenas III e IV.

- 24** Considere as afirmações abaixo.
- I. A mãe entrega ao filho um sanduíche e uma revista para viagem.
 - II. O rapaz da história em quadrinhos estuda e trabalha em Londres.
 - III. A mãe pede ao filho que lhe envie os relatórios da universidade.
- Está(ão) condizente(s) com o *cartoon*:

- A** apenas I.
- B** apenas I e II.
- C** apenas II e III.
- D** todas.
- E** nenhuma.

- 25** Quais dos termos a seguir melhor descrevem os sentimentos da mãe do rapaz?
- A** tolerância e conformismo.
 - B** apatia e alívio.
 - C** descaso e preocupação.
 - D** ansiedade e frustração.
 - E** nervosismo e irritação.

GABARITO		
1. D	10. A	19. A
2. B	11. B	20. C
3. C	12. B	21. C
4. C	13. A	22. B
5. B	14. E	23. A
6. D	15. D	24. E
7. C	16. D	25. D
8. C	17. D	
9. A	18. A	

As questões de 1 a 4 referem-se às tiras abaixo:



Star Tribune – Comics – SCOTT ADAMS. Sunday, June 4, 2000.

1 A palavra grounds (2º quadrinho) quer dizer:

- | | | | |
|---|----------------|---|--------------|
| A | chão. | D | terra. |
| B | possibilidade. | E | necessidade. |
| C | motivo. | | |

2 A palavra fired (6º quadrinho), no contexto em questão:

- | | |
|---|--|
| A | significa "alvejado" (por arma de fogo). |
| B | tem significado de "interrogados". |
| C | pode ser traduzida pelo particípio "presos". |
| D | é sinônimo de "dismissed". |
| E | é particípio passado do verbo queimar. |

3 Das considerações a seguir:

- I. Wally fazia uso indevido do computador.
 - II. Wally era inocente da acusação dos auditores.
 - III. Os argumentos de defesa de Wally foram, provavelmente, acatados pela justiça.
 - IV. A atitude de Wally pode ser expressa pelo provérbio "a justiça tarda mas não falha".
- estão corretas:

- | | |
|---|-------------------------|
| A | apenas as I e II. |
| B | apenas as I, III e IV. |
| C | apenas as I e III. |
| D | apenas as II, III e IV. |
| E | todas. |

4 Assinale a opção cujo adjetivo melhor descreve a atitude de Wally no referido contexto:

- | | | | |
|---|---------------|---|--------------|
| A | intempestiva. | D | recatada. |
| B | dissimulada. | E | precipitada. |
| C | corajosa. | | |

Texto para as questões de 5 a 13

ABOUT MEN

CARD SHARKS

If all my relatives suddenly died and all my friendships dried up and all of my subscriptions were cancelled and all of my bills were paid, I ____ I ____ guaranteed mail – two pieces a week, by my estimation – for the credit card companies ____ II ____ me. They are the one constant in my ever-changing life. They are hot for what they think lies in my wallet. They are not just hot for me, either. I realize this. They want everyone, send mail to everyone. Everyone, that is, except those who need them most.

- The absurdity in my case is the puny sum being sought. I work in a bookstore warehouse, lugging boxes and books around, at \$8 per hour for 25 hours per week. That's roughly \$10,000 per year. One would think that such a number could not possibly interest massive, internetted corporations and conglomerations. Yet they all vie for my attention. Visa, Mastercard, Discover Card – it doesn't matter – American Express, People's Bank, Citibank, Household Bank F.S.B.,

Choise, the GM Card, Norwest, Chevy Chase F.S.B. Not only am I preapproved, they tell me I'll have no annual fee. Their A.P.R. keeps dipping, like an auction in reverse, as each strives to undercut the other: from 14.98 to 9.98 to, now, 6.98 percent. I am titillated with each newer, lower number, as if it were an inverse indication of my self-worth.

(...)

At some point, in passing from computer to computer, my name even got smudged, so now many of the offers are coming not to Erik A. Lundegaard but to Erik A. Lundefreen. He may not exist, but he has already been preapproved for a \$4,200 credit line on one of America's best credit card values. After several of these letters, I began to wonder: What if Erik A. Lundefreen did sign up for their cards? What if he went on a major spending spree, maxing them out and never paying them off? What would happen when the authorities finally arrived at his door?

(...)

In the old days, it was necessary to hide behind trees or inside farmhouses to outwit the authorities. Now it seems there's no better hiding place than an improperly spelled, computer-generated name. It is the ultimate camouflage for our bureaucratic age.

Meanwhile, the offers keep coming. A \$2,000 credit line, a \$3,000 credit line, a \$5,000 credit line. If a paltry income can't keep them away, what will? Death? Probably not even death. I'll be six feet under and still receiving mail. "Dear Mr. Lundefreen. Membership criteria are becoming increasingly stringent. You, however, have demonstrated exceptional financial responsibility. Sign up now for this once in a lifetime offer."

A.P.R. = Annual Percentage Rate

By Erick Lundegaard

5 Assinale a opção que poderia preencher respectiva e corretamente as lacunas I e II nas linhas 3 e 4 do texto:

- A** would still be / would still want
- B** will still be / will still want
- C** would still have been / would still have wanted
- D** still am / still want
- E** may still be / may still want

6 O significado da palavra "hot", nas linhas 5 e 6, é semelhante, em português, a:

- A** insistentes.
- B** quentes.
- C** ávidos.
- D** ousados.
- E** competitivos.

7 A palavra "for", na linha 4, poderia ser substituída por:

- A** yet.
- B** why.
- C** still.
- D** but.
- E** because.

8 Cada uma das opções abaixo é iniciada com uma palavra extraída do texto, devendo ser seguida de outras duas palavras que lhe sejam sinônimas. Assinale a opção em que isso não ocorre:

- A** puny (linha 09) → small, limited.
- B** spree (linha 29) → bank, institution.
- C** outwit (linha 34) → trick, cheat.
- D** paltry (linha 38) → insignificant, unimportant.
- E** stringent (linha 41) → severe, restrictive.

9 O pronome "it", na linha 36 do texto, refere-se a:

- A** hiding place.
- B** improperly spelled, computer-generated name.
- C** bureaucratic age.
- D** ultimate camouflage.
- E** the authorities.

10 Das afirmações abaixo:

- I. "The puny sum being sought", na linha 9, equivale, na voz ativa, a "the puny sum they seek".
- II. "Yet", na linha 13, tem função de conjunção.
- III. Os comparativos "newer" e "lower", na linha 20, referem-se às administradoras de cartão de crédito que entram no mercado a cada ano.
- IV. Em "he has already been preapproved", na linha 26, o autor faz uso do Present Perfect Tense porque se refere a uma ação que começou no passado e continua no presente.

estão corretas:

- A** todas.
- B** apenas as I, II e IV.
- C** apenas as II e III.
- D** apenas as III e IV.
- E** apenas as I e II.

11 Das afirmações abaixo:

- I. Determinadas práticas das administradoras de cartão de crédito mencionadas pelo autor parecem fazê-lo sentir-se reduzido a uma cifra.
- II. Erick Lundegaard vislumbrou a possibilidade de "calote" em administradoras de cartão de crédito.
- III. O autor do texto é usuário contumaz de cartão de crédito.

está(ão) correta(s):

- A** apenas as I e II.
- B** apenas as II e III.
- C** apenas as I e III.
- D** nenhuma.
- E** todas.

12 De acordo com o texto:

- I. Só a morte do destinatário pode interromper o envio frenético de correspondência feito pelas administradoras de cartões de crédito.
- II. A correspondência gerada pelas administradoras de cartão de crédito atenua a sensação de abandono de um número considerável de pessoas.
- III. Erick acredita que a avalanche de correspondência enviada pelas administradoras de cartão de crédito tem o mérito de manter os usuários de seus serviços informados sobre as taxas por elas praticadas.

está(ão) correta(s):

- | | |
|------------------------------|-------------------|
| A apenas as I e II. | D nenhuma. |
| B apenas as II e III. | E todas. |
| C apenas a III. | |

13 Assinale, entre as considerações abaixo, a que não pode ser depreendida da leitura do texto:

- A** As administradoras de cartão de crédito não se interessam por aqueles indivíduos que mais necessitam delas.
- B** A vida de Lundegaard é marcada por constantes mudanças.
- C** O autor considera seu trabalho bastante interessante.
- D** Operadoras de cartão de crédito oferecem isenção de taxa a seus clientes.
- E** Inovações tecnológicas podem influir para a mudança de comportamentos criminosos.

Texto para as questões **14** e **15**

I WANT TO BE SIX AGAIN

A man asked his wife what she'd like for her birthday. "I'd love to be six again," she replied.

On the morning of her birthday, he got her up bright and early and off they went to a local theme park. What a day! He put her on every ride in the park: the Death Slide, the Screaming Loop, the Wall of Fear – everything there was!

Wow! Five hours later she staggered out of the theme park, her head reeling and her stomach upside down. Right to a McDonald's they went, where her husband ordered a Big Mac for her along with extra fries and a refreshing chocolate shake. Then it was off to a movie – the latest Star Wars epic, and hot dogs, popcorn, Pepsi Cola and M&Ms. What a fabulous adventure!

Finally she wobbled home with her husband and collapsed into bed.

He leaned over and lovingly asked, "Well, dear, what was it like being six again?"

One eye opened. "You idiot, I meant my dress size."

The moral of this story is: if a woman speaks and a man is there to hear her, he will get it wrong anyway.

(texto extraído da internet)

14 Segundo o texto:

- A** O marido em questão tem por costume proporcionar à esposa experiências que a fazem sentir jovem e feliz.
- B** Voltar a ser criança era o desejo da referida esposa no dia de seu aniversário.
- C** A esposa em questão é do tipo de pessoa que come compulsivamente.
- D** Não é aconselhável tentar repetir, na idade adulta, o padrão de atividade física exercido na infância.
- E** Os homens nunca entendem o que as mulheres pretendem comunicar-lhes.

15 O texto revela uma mulher:

- A** imatura.
- B** jovial.
- C** rancorosa.
- D** "de mal com a vida".
- E** preocupada com a forma física.

16 A frase: "My father once told me that there were two kinds of people: those who do the work and those who take the credit. He told me to try to be in the first group; there was much less competition there", é atribuída a Indira Gandhi. A intenção do pai de Indira, em relação à filha, era provavelmente:

- A** fazê-la saber da existência de conflitos em ambiente de trabalho.
- B** transmitir-lhe valores relativos à atitude diante do trabalho.
- C** preveni-la contra a competição no mercado de trabalho.
- D** apontar-lhe um caminho curto para a obtenção do sucesso profissional.
- E** prepará-la para a crescente competição no mercado de trabalho.

Texto para as questões de **17** a **20**

What is life? To the physicist the two distinguishing features of living systems are complexity and organization. Even a simple single-celled organism, primitive as it is, displays an intricacy and fidelity unmatched by any product of human ingenuity.

- 5 *Consider, for example, a lowly bacterium. Close inspection reveals a complex network of function and form. The bacterium may interact with its environment in a variety of ways, propelling itself, attacking enemies, moving towards or away from external stimuli, exchanging material in a controlled fashion. Its internal workings*
- 10 *resemble a vast city in organization. Much of the control rests with the cell nucleus, wherein is also contained the genetic 'code,' the chemical blue print that enables the bacterium to replicate. The chemical structures that control and direct all this activity may involve molecules with as many as a million atoms strung together*
- 15 *in a complicated yet highly specific way. (...)*

It is important to appreciate that a biological organism is made from perfectly ordinary atoms. (...) An atom of carbon, hydrogen, oxygen, or phosphorus inside a living cell is no different from a similar atom outside, and there is a steady stream of such atoms passing into and out of all biological organisms. Clearly, then, life cannot be reduced to a property of an organism's constituent parts. Life is not a cumulative phenomenon like, for example, weight. For though we may not doubt that a cat or a geranium is living, we would search in vain for any sign that an individual cat-atom or geranium-atom is living.

Sometimes this appears paradoxical. How can a collection of inanimate atoms be animate? Some people have argued that it is impossible to build life out of non-life, so there must be an additional, non-material, ingredient within all living things – a life-force – or spiritual essence which owes its origin, ultimately, to God. This is the ancient doctrine of vitalism.

An argument frequently used in support of vitalism concerns behaviour. A characteristic feature of living things is that they appear to behave in a purposive way, as though towards a specific end.

PAUL DAVIES. *God and the New Physics*. N.Y. – Simon & Schuster, Inc., 1984.

17 Assinale a opção cuja afirmação contenha a informação correta:

- A** living, na linha 2, tem a função de verbo.
- B** single-celled, na linha 3, é adjetivo.
- C** lowly, na linha 5, é advérbio.
- D** close, na linha 5, significa “fechada”.
- E** stimuli, na linha 8, está no singular.

18 Qual das palavras abaixo constitui um falso cognato?

- A** physicist (linha 1).
- B** fidelity (linha 4).
- C** ingenuity (linha 4).
- D** reveals (linha 5).
- E** external (linha 8).

19 A expressão “rests with”, na linha 10 do texto, quer dizer:

- A** resta ao.
- B** é responsabilidade do.
- C** responde pelo.
- D** interage com.
- E** descansa no.

20 De acordo com o texto:

- A** as formas superiores de vida caracterizam-se pela complexidade e organização.
- B** o comportamento dos organismos biológicos é definido pela forma com que os átomos se organizam no interior das células.
- C** a vida resulta pura e simplesmente de uma combinação química.
- D** é possível obter vida a partir de átomos inanimados.
- E** o comportamento das coisas vivas parece corroborar a doutrina do vitalismo.

GABARITO

- | | | | |
|-------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. C | 6. C | 11. A | 16. B |
| 2. D | 7. E | 12. D | 17. B |
| 3. C | 8. B | 13. C | 18. C |
| 4. B | 9. B | 14. E | 19. B |
| 5. A | 10. E | 15. E | 20. E |

PROVA 6 UFPR - 2017

O texto a seguir é referência para as questões **1 a 8**.

SIX THINGS I LEARNED FROM RIDING IN A GOOGLE SELF-DRIVING CAR

1 - Human beings are terrible drivers.

We drink. We doze. We text. In the US, 30,000 people die from automobile accidents every year. Traffic crashes are the primary cause of death worldwide for people aged 15-24, and during a crash, 40% of drivers never even hit the brakes. We're flawed organisms, barreling around at high speeds in vessels covered in glass, metal, distraction, and death. This is one of Google's “moonshots” – to remove human error from a job which, for the past hundred years, has been entirely human.

2 - Google self-driving cars are timid.

The car we rode in did not strike me as dangerous. It drove slowly and deliberately, and I got the impression that it's more likely to annoy other drivers than to harm them.

In the early versions they tested on closed courses, the vehicles were programmed to be highly aggressive. Apparently during these tests, which involved obstacle courses full of traffic cones and inflatable crash-test objects, there were a lot of screeching brakes, roaring engines and terrified interns.

3 - They're cute.

Google's new fleet was intentionally designed to look adorable. Our brains are hardwired to treat inanimate (or animate) objects with greater care, caution, and reverence when they resemble a living thing. By turning self-driving cars into an adorable Skynet Marshmallow Bumper Bots, Google hopes to spiritually disarm other drivers. I also suspect the cuteness is used to quell some of the road rage that might emerge from being stuck behind one of these things. They're intended as moderate-distance couriers, not open-road warriors, so their max speed is 25 miles per hour.

4 - It's not done and it's not perfect.

Some of the scenarios autonomous vehicles have the most trouble with are the same human beings have the most trouble with, such as traversing four-way stops or handling a yellow light.

The cars use a mixture of 3D laser-mapping, GPS, and radar to analyze and interpret their surroundings, and the latest versions are fully electric with a range of about 100 miles.

Despite the advantages over a human being in certain scenarios, however, these cars still aren't ready for the real world. They can't drive in the snow or heavy rain, and there's a variety of complex situations they do not process well, such as passing through a construction zone. Google is hoping that, eventually, the cars will be able to handle all of this as well (or better) than a human could.

5 - I want this technology to succeed, like... yesterday.

I'm biased. Earlier this year my mom had a stroke. It damaged the visual cortex of her brain, and her vision was impaired to the point that she'll probably never drive again. This reduced her from a fully-functional, independent human being with a career and a buzzing social life into someone who is homebound, disabled, and powerless.

When discussing self-driving cars, people tend to ask many superficial questions. They ignore that 45% of disabled people in the US still work. They ignore that 95% of a car's lifetime is spent parked. They ignore how this technology could transform the lives of the elderly, or eradicate the need for parking lots or garages or gas stations. They dismiss the entire concept because they don't think a computer could ever be as good at merging on the freeway as they are. They ignore the great, big, beautiful picture: that this technology could make our lives so much better.

6 - It wasn't an exhilarating ride, and that's a good thing.

Riding in a self-driving car is not the cybernetic thrill ride one might expect. The car drives like a person, and after a few minutes you forget that you're being driven autonomously. You forget that a robot is differentiating cars from pedestrians from mopeds from raccoons. You forget that millions of photons are being fired from a laser and interpreting, processing, and reacting to the hand signals of a cyclist. You forget that instead of an organic brain, which has had millions of years to evolve the cognitive ability to fumble its way through a four-way stop, you're being piloted by an artificial one, which was birthed in less than a decade.

The unfortunate part of something this transformative is the inevitable, ardent stupidity which is going to erupt from the general public. Even if in a few years self-driving cars are proven to be ten times safer than human-operated cars, all it's going to take is one tragic accident and the public is going to lose their minds. There will be outrage. There will be politicizing. There will be hashtags.

I say look at the bigger picture. All the self-driving cars currently on the road learn from one another, and possess 40 years of driving experience. And this technology is still in its infancy.

(Adapted from: <http://theoatmeal.com/blog/google_self_driving_car>. 21/08/2016.)

1 Consider the following:

1. Drinking before driving.
2. Sending a written message while driving.
3. Sleeping for a short period of time.
4. Hitting the brakes.
5. Speeding up.

According to the text, some human mistakes that happen before or during a car accident are:

- A 1 and 3 only.
- B 1, 2 and 4 only.
- C 2, 4 and 5 only.
- D 3, 4 and 5 only.
- E 1, 2, 3 and 5 only.

2 According to the author:

- A elderly human beings tend to drive better than autonomous vehicles.
- B during early tests, many animals and cyclists were hit and hurt by autonomous cars.
- C radar, GPS and 3D laser-mapping are used in Google's self-driving vehicles.
- D self-driving cars were responsible for 30,000 deaths in the US last year.
- E the new technology proposed by Google for cars has been tested for more than 40 years.

3 Based on the reading, mark the correct alternative.

- A the author's mother suffered an accident while on a self-driving car.
- B self-driving vehicles have caused more tragic traffic accidents than cars driven by men.
- C traffic accidents are the main cause of young people's death around the world.
- D the new Google autonomous car is still too aggressive to be used on open roads.
- E more than 50% of the people who are still at work were impaired in car accidents and are unable to drive.

4 Consider the following characteristics of the new Google self-driving car:

1. It runs on batteries and petrol.
2. It can be used in extreme weather conditions.
3. It has a design which requires further modifications.
4. It can reach the speed of 25 miles per hour.

Mark the correct alternative.

- A Only 1 is correct.
- B Only 1 and 4 are correct.
- C Only 3 and 4 are correct.
- D Only 1, 2 and 3 are correct.
- E Only 2, 3 and 4 are correct.

- 5** The word “they”, in boldface and underlined, in section 3, refers to:
- A** Google’s new self-driving cars.
 - B** inanimate or animate objects.
 - C** objects resembling living things.
 - D** other car drivers.
 - E** open-road warriors.

- 6** The text points out that the design of the self-driving car is deliberately attractive because:
- A** Google expects to neutralize their possible competitors.
 - B** people tend to behave positively towards things that look like alive things.
 - C** young people enjoy driving attractive brand new models.
 - D** other drivers might not surpass these autonomous cars on the road.
 - E** their appearance may help people who suffered accidents overcome their fears.

- 7** In the sentence “They dismiss the entire concept because they don’t think a computer...”, the underlined word can be substituted, without losing its meaning, by:
- A** refuse to accept.
 - B** affirm once again.
 - C** compliment.
 - D** improve the quality of.
 - E** incorporate.

- 8** Based on the text, it is correct to affirm that the author:
- A** denies the advantages of self-driving vehicles.
 - B** admits the new type of car will receive severe criticism.
 - C** wants to buy his mother an autonomous vehicle in the future.
 - D** was an intern working in Google’s new self-driving vehicle project.
 - E** believes the new self-driving cars need human support on highways.

GABARITO

- | | | | |
|------|------|------|------|
| 1. E | 3. C | 5. A | 7. A |
| 2. C | 4. C | 6. B | 8. B |

PROVA 7 UFU - 2017

1

COULD EATING A SECOND BREAKFAST HELP YOU LOSE WEIGHT?

by Alexa Erickson

Breakfast is the most important meal of the day, right? So why not have two? There’s a growing trend promoting a “second breakfast” as a weight-loss mechanism. The idea: If you eat more in the morning, you’ll be less likely to snack at night, when, according to research, it’s harder to burn off calories. Now there’s research adding weight to this claim.

*A study conducted by researchers at Yale and the University of Connecticut suggests that eating something small to jump-start your metabolism followed by a slightly larger meal an hour or two later can keep you satiated until lunchtime and help prevent overeating throughout the rest of the day. The study, published in the journal *Pediatric Obesity*, tracked the weight and breakfast-eating patterns of students from 12 randomly selected urban area schools over the course of two years. The team looked at six different eating patterns: frequent breakfast skippers, inconsistent school eaters, inconsistent home eaters, frequent school eaters, frequent home eaters, and double-breakfast eaters. They found that it was the frequent breakfast skippers who showed increased odds of becoming overweight or obese compared to the double-breakfast eaters.*

Disponível em: <<http://www.rd.com/health/diet-weight-loss/could-eating-second-breakfast-help-you-lose-weight/>>. Acesso em: 23 abr. 2017.

De acordo com o texto,

- I. tomar café da manhã em duas etapas parece ajudar a perder peso.
- II. pessoas que não tomam café com frequência tendem a ser magras.
- III. este estudo avalia hábitos alimentares de 12 grupos de estudantes.
- IV. os pesquisadores acham que é mais difícil perder peso à noite.
- V. aqueles que comem mais de manhã tendem a comer menos à noite.

Assinale a alternativa que apresenta apenas afirmativas corretas.

- A** I e V
- B** I e II
- C** III e IV
- D** II e V

2

SPACEX SUCCESSFULLY LAUNCHES SECRET GOVERNMENT SPY SATELLITE
FIRST STAGE OF FALCON 9 ROCKET LANDS BACK AT CAPE CANAVERAL

SpaceX launched a top-secret spy satellite for the U.S. government Monday morning and then successfully landed the booster for recycling. The unmanned Falcon 9 rocket lifted off

from its NASA-leased pad at Kennedy Space Center in Florida. It was SpaceX's first mission for the National Reconnaissance Office. No details were divulged about the newly launched NRO satellite. Instead, SpaceX focused its webcast on the successful touchdown of the first-stage booster. The leftover booster — its job done — landed at Cape Canaveral Air Force Station several minutes after liftoff. Sonic booms rattled the area, serving as a Monday morning wake-up call. Across the country, cheers erupted at SpaceX Mission Control at company headquarters in Hawthorne, California. SpaceX strives to return most of its boosters for reuse.

The company's first recycled rocket flew last month. This was the fourth SpaceX booster landing at Cape Canaveral; even more have landed on ocean platforms.

Disponível em: <<http://www.cbc.ca/news/technology/spacex-launches-spy-satellite-1.4093085>>. Acesso em: 23 abr. 2017.

According to the text,

- I. SpaceX is a technology company which launches satellites.
 - II. Falcon 9 is a new top-secret U.S. government spy satellite.
 - III. present technology allows for the use of recycled rockets.
 - IV. the satellite was launched in secrecy from Hawthorne, California.
 - V. NRO and SpaceX have worked on previous satellite projects.
- Assinale a alternativa que apresenta apenas afirmativas corretas.

- A I e III
- B II e IV
- C III e V
- D I e IV

3



Disponível em: <<http://www.callouscomics.com/index/14-november-2014>>. Acesso em: 22 abr. 2017.

Sobre a tirinha, pode-se concluir que o homem

- A imagina que sua apresentação será ruim.
- B participará de um casamento importante.
- C usa terno e gravata com muita frequência.
- D receberá um presente em uma cerimônia.

4

RARE 'COFFIN BIRTH' FOUND IN BLACK DEATH BURIAL SITE

by Rossella Lorenzi

Researchers investigating a 14th century burial ground have identified a rare case of "coffin birth" - a gruesome phenomenon in which a deceased pregnant woman's fetus is expelled within the grave. The event, which has seldom been reported in archaeology,

is known as postmortem fetal extrusion. It results from a build-up of gas pressure within the decomposing body. "In this case, we have a partial expulsion of a 38- to 40-week-old fetus, which was found to be complete and to lie within the birth canal," Deneb Cesana, at the University of Genova, told Seeker.

Disponível em: <<https://www.seeker.com/coffin-birth-found-in-black-death-burial-2333620306.html>>. Acesso em: 23 abr. 2017.

Com base no texto, é correto afirmar que

- A extrusão fetal após a morte é um fenômeno comum.
- B os arqueólogos desconhecem a possível causa das mortes.
- C houve expulsão do feto, mesmo após morte da mãe.
- D Seeker é um dos membros da equipe de arqueólogos.

5

SURGEONS CONDUCT HEAD TRANSPLANTS ON RATS, SAY HUMANS ARE NEXT AFTER 14 HEAD TRANSPLANTS ON RATS, A PAIR OF SURGEONS SAY THEY WILL ATTEMPT A HUMAN HEAD TRANSPLANT IN THE NEXT 10 MONTHS IN CHINA.

by Eva Hershaw

Chinese scientists have transplanted the head of a donor rat onto the back of a host body, creating an equally garish and impressive two-headed rat that may offer insights into the viability of an eventual human head transplant. The process, which was done by way of a rat triad, which included a donor, recipient, and blood supply rat, provided a continuous blood supply to the donor brain throughout the transplant, avoiding brain tissue hypothermia — a condition where the brain suffers in absence of a blood supply. The problem has long been one of the major barriers to carrying out a successful head transplant in animal specimens.

Disponível em: <<https://www.seeker.com/health/medicine/surgeons-conduct-head-transplants-on-rats-say-humans-are-next>>. Acesso em: 23 abr. 2017.

Com base no texto, é possível afirmar que

- I. um transplante de cabeça foi realizado em ratos.
- II. cientistas planejam transplantar cabeça em humanos.
- III. o rato que recebeu o transplante não sobreviveu.
- IV. o rato teve sua cabeça substituída por uma outra.
- V. dois ratos foram usados no procedimento descrito.

Assinale a alternativa que apresenta apenas afirmativas corretas.

- A II e IV
- B III e V
- C I e V
- D I e II

6

MOST TEENS TAKE A VOLUNTARY WEEK-LONG BREAK FROM SOCIAL MEDIA

by Barbara Ortutay

The common stereotype has teens glued to their phones 24-7. But nearly 60 percent of teens in the U.S. have actually taken a break from social media — the bulk of them voluntarily, a new survey found. The poll, from The Associated Press-NORC Center for Public

Affairs Research, surveyed teens aged 13 to 17 and found that most value the feeling of connection with friends and family that social media provides. A much smaller number associate it with negative emotions, such as being overwhelmed or needing to always show their best selves. The survey, released Thursday, found that teens' social media breaks are typically a week or longer, and that boys are more likely to take longer breaks.

Disponível em: <<http://time.com/4758172/teenagers-social-media-break-survey/>>. Acesso em: 23 abr. 2017.

De acordo com o texto, pode-se inferir que

- A jovens entre 24 e 27 anos tendem a usar as redes sociais com mais intensidade.
- B adolescentes entre 13 e 17 anos preferem manter contatos mediados pela tecnologia.
- C poucos foram os adolescentes entrevistados que “tiraram férias” das redes sociais.
- D os meninos sentem mais necessidade de se manter conectados que as meninas.

7

INNOVATIONS
FACEBOOK'S WILD VISION FOR THE FUTURE
by Lisa Eadicicco

Regina Dugan, Facebook's vice president of engineering and head of its secretive Building 8, the future is full of revolutionary technologies that will enable us to communicate without typing keys, tapping screens, or even talking.

Dressed in a dark Steve Jobs-like turtleneck, Dugan announced Wednesday that Facebook has a team of 60 people working on a computer interface powered by the human brain. The system would be capable of “typing” 100 words per minute by decoding users' neural activity, which is five times faster than we're able to type on smartphones. Facebook says the technology could be useful as an input tool for augmented reality devices, or as an aide for people with communication disorders.

Disponível em: <<http://time.com/4747050/facebook-f8-day-2-keynote/>>. Acesso em: 23 abr. 2017.

Com base no texto, pode-se afirmar que o Facebook

- A apresentará tecnologia para competir com as inovações da Apple de Steve Jobs.
- B planeja utilizar tecnologia de realidade aumentada em seus novos equipamentos.
- C pretende resolver o problema de acessibilidade enfrentado por deficientes visuais.
- D está desenvolvendo tecnologia que substituirá a necessidade de digitar mensagens.

GABARITO

- | | |
|------|------|
| 1. A | 5. D |
| 2. A | 6. B |
| 3. A | 7. D |
| 4. C | |

PROVA 8 PUC-SP - 2017

1



A citação de Bernard Shaw permite concluir que, para ele,

- A a comunicação efetiva é uma ilusão.
- B a desvantagem da comunicação é que ela não acontece em qualquer lugar.
- C a comunicação é o maior dos problemas nas relações humanas.
- D a ilusão de que a comunicação acontece é o problema.

A figura, o texto e o gráfico serão usados nas questões 12 e 13.

WHY FINNISH BABIES SLEEP IN CARDBOARD BOXES

By Helena Lee, BBC News 4 June 2013
<http://www.bbc.com/news/magazine-22751415>



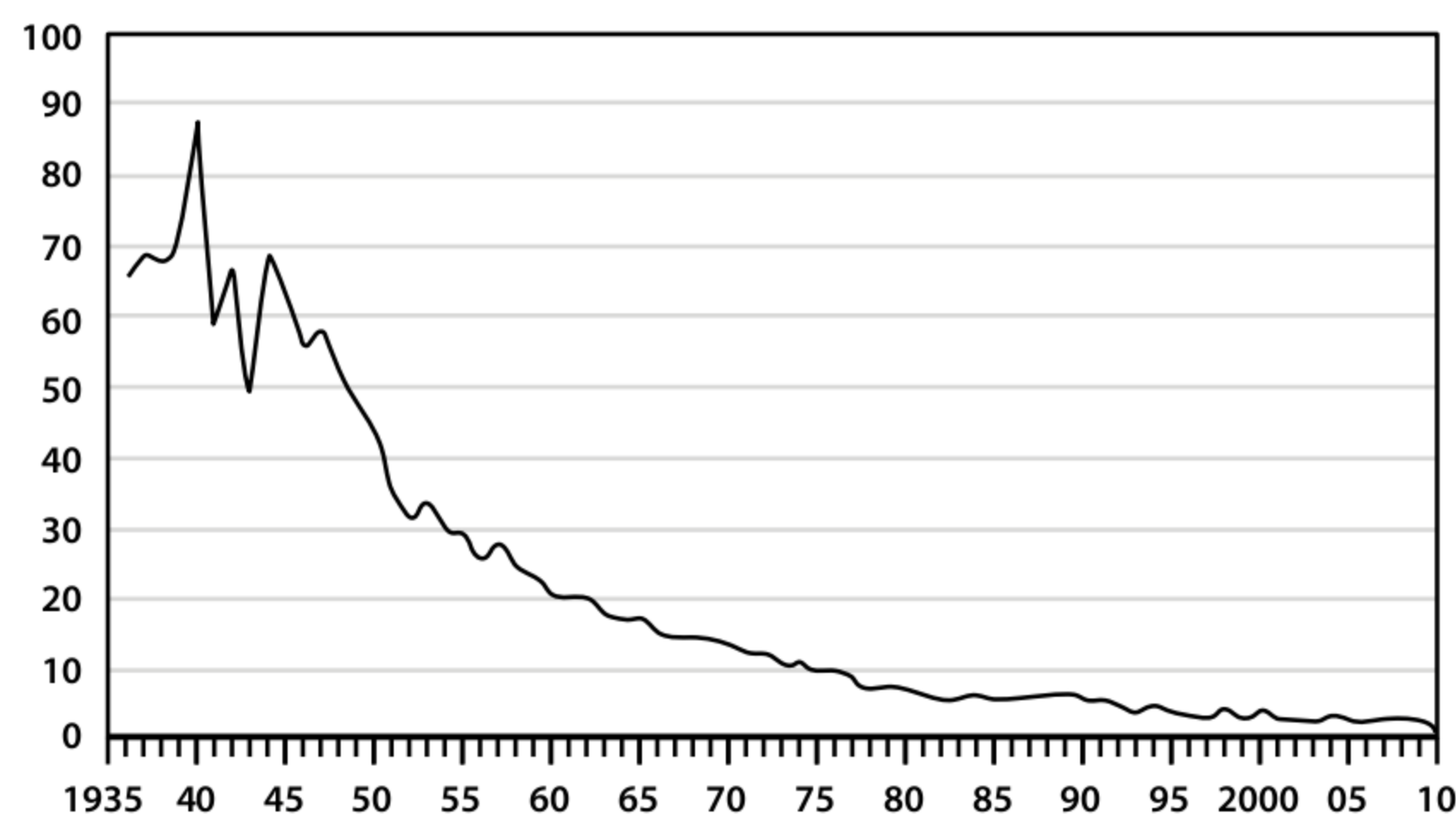
For 75 years, Finland's expectant mothers have been given a box by the state. It's like a starter kit of clothes, sheets and toys that can even be used as a bed. And some say it helped Finland achieve one of the world's lowest infant mortality rates.

2 Verifique a figura e o texto acima e escolha a alternativa correta.

- A** Há anos mulheres grávidas recebem do governo da Finlândia um conjunto de itens úteis para o início de vida do recém-nascido.
- B** A partir de determinado momento, o governo Finlandês decidiu fornecer berços para os recém-nascidos desassistidos.
- C** As doações do governo Finlandês para mulheres grávidas renderam ao país o menor índice de mortalidade infantil.
- D** A Finlândia implantou um sistema de proteção aos recém-nascidos na década de 70.

3 Relacionando o gráfico abaixo com o tema da questão 2, verifica-se que

Infant mortality in Finland, 1936 to 2010 per 1,000 births



Source: Statistics Finland

- A** durante os anos compreendidos entre o início da medição e 1945, o índice de mortalidade infantil na Finlândia quase não sofreu alterações.
- B** a partir de 1945, só houve quedas nos índices de mortalidade infantil na Finlândia.
- C** os dados do gráfico sustentam as informações sobre a queda ininterrupta na taxa de mortalidade infantil mencionada no texto.
- D** o gráfico apresenta os níveis de mortalidade infantil na Finlândia ao longo de quase 8 décadas.

4

THE HEYDAY OF THE SILENTS
GEOFFREY NOWELL-SMITH

By the middle of the 1920s the cinema had reached a peak of splendour which in certain respects it would never again surpass. It is true that there was not synchronized sound, nor Technicolor, except at a very experimental stage. Synchronized sound was to be introduced at the end of the decade, while Technicolor came into use only in the mid 1930s and beyond. Nor, except in isolated cases like Abel Gance's Napoléon (1927), was there anything approaching

the wide screen that audiences were to be accustomed to from the 1950s onwards. It is also the case that viewing conditions in many parts of the world, particularly in rural areas, remained makeshift and primitive.

Source: The Oxford History of World Cinema EDITED BY GEOFFREY NOWELL-SMITH OXFORD UNIVERSITY PRESS 1996

De acordo com o texto,

- A** no início da década de 20, a indústria cinematográfica não contava com som nem com technicolor.
- B** de acordo com Nowell-Smith, recursos cinematográficos como som sincronizado e technicolor foram introduzidos no final da década de 20.
- C** a leitura do texto permite inferir que a palavra "heyday", encontrada no título, representa algo positivo.
- D** o esplendor da indústria cinematográfica, atingido na década de 20, só se repetiu com a introdução de efeitos especiais, principalmente em algumas partes do mundo.

5



http://comics.azcentral.com/slideshow?comic=bn&feature_id=bn Acessado em 19/09/2016.

Observando-se a tirinha acima, depreende-se que

- A** a pergunta no segundo quadro da tirinha mostra que o garoto é um bom aluno.
- B** a fala do pai no último quadro mostra que a proposta do garoto não poderá ser atendida.
- C** embora o pai não esperasse, as notas do garoto o surpreenderam positivamente.
- D** se as notas do garoto tivessem sido boas, o pai teria certamente atendido seu pedido.

6

THE COMPANY SAYS IT WAS A MONSTER SUCCESS

People Bought Thousands of Hammocks and Crockpots on Amazon Prime Day

<http://time.com/money/4404714/amazon-prime-day-2016-sales-problemscomplaints/?xid=homepage> By Brad Tuttle July 13, 2016



Maybe Amazon heard all of the complaints about Prime Day from last year and really took them to heart. Some combination of more competitive pricing, a better selection of deals, more awareness among shoppers, and the fact that there are simply way more Amazon Prime members compared with a year ago appears to have made the second edition of Prime Day, held on July 12, a huge success in terms of generating sales.

De acordo com o texto,

- A o primeiro "prime day" da Amazon foi um grande sucesso.
- B Amazon não chegou a se preocupar realmente com as reclamações dos clientes a respeito do "prime day".
- C o "prime day" gerou uma explosão de acessos e poucas vendas.
- D o grande número de filiados ao programa Amazon Prime contribuiu para o sucesso do segundo "prime day".

7 O comentário a seguir foi postado após um artigo sobre

COMMENTS (4) (Please sign in to comment)



orinoco womble said, 22 days ago
Good things: Living in the dorms, far from parental supervision, you can get up to all sorts and they won't know if you don't tell em.
Pizza parlours and takeaways occupy a whole street near campus. You could eat pizza every night and your parents couldn't say a word (I realise I'm showing my age, I'm before the junkfood generation).
You get to make your own mistakes. No helicopter parents around. Some of those mistakes are a lot of fun at the time!
Everyone around you likes your music or something even crazier. You can experiment with life.

<http://www.gocomics.com/JustinBoyed> Acessado em 22/08/2016

- A o uso de helicópteros por pais para supervisionar jovens adultos que moram em universidades.
- B algumas das novas experiências que a vida no campus universitário propicia.
- C o saudável controle dos pais sobre a vida universitária dos filhos.
- D o crescimento do comércio ao redor dos campi universitários.

8

THE FUTURE OF JOBS

http://www3.weforum.org/docs/WEF_Future_of_Jobs.pdf Acessado em 19/09/2016

Today, we are at the beginning of a Fourth Industrial Revolution. Developments in genetics, artificial intelligence, robotics, nanotechnology, 3D printing and biotechnology, to name just a few, are all building on and amplifying one another. This will lay the foundation for a revolution more comprehensive and all-encompassing than anything we have ever seen. Smart systems — homes, factories, farms, grids or cities — will help tackle problems ranging from supply chain management to climate change. The rise of the sharing economy will allow people to monetize everything from their empty house to their car.

No que se refere à Quarta Revolução Industrial, o texto acima nos informa que

- A ela, assim como as anteriores, rompe paradigmas.
- B ela tem como base a genética, a inteligência artificial, a robótica, a nanotecnologia, a impressão em 3D e a biotecnologia.
- C esta será a revolução mais abrangente e inclusiva vista até agora.
- D ela vai possibilitar partilhar economias.

9

Calvin and Hobbes by Bill Watterson November 28, 1985



A tirinha acima mostra que

- A Calvin sabe contornar a situação criada pelo castigo.
- B a mãe de Calvin está certa ao reclamar com o pai dele que o castigo foi exagerado.
- C Calvin decide não comer assim que prova a comida.
- D o pai de Calvin não tem certeza de que o castigo aplicado seja a maneira mais eficiente de educá-lo.

GABARITO

- | | |
|------|------|
| 1. D | 6. D |
| 2. A | 7. B |
| 3. D | 8. C |
| 4. C | 9. A |
| 5. B | |

História Livro 1/Frente 1

Aula 1

Assunto: Introdução: A Baixa Idade Média Europeia

- I. Leia as páginas 7 e 8 do capítulo 1.
- II. Faça o exercício 1 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos de 1 a 3, 6, 7 e 10.

Aula 2

Assunto: A formação do Reino de Portugal

- I. Leia as páginas 8 e 9 do capítulo 1.
- II. Faça o exercício 3 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 22 e 23.

Aula 3

Assunto: A expansão comercial e marítima europeia e o Período Pré-colonial

- I. Leia as páginas de 9 a 13 do capítulo 1.
- II. Faça o exercício 4 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 24, de 27 a 32 e de 51 a 53.

Aula 4

Assunto: As Monarquias europeias na Idade Moderna

- I. Leia a página 30 do capítulo 2.
- II. Faça o exercício 1 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 1, 2, 7, 10, 11 e 19.

Aula 5

Assunto: Economia açucareira no Brasil e demais atividades econômicas nos séculos XVI e XVII

- I. Leia as páginas de 31 a 34 do capítulo 2.
- II. Faça os exercícios 2 e 3 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 18, 20, 21, 28, 30, 43 e 53.

Aula 6

Assunto: A administração colonial portuguesa e a expansão territorial

- I. Leia as páginas 53 a 58 do capítulo 3.
- II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 1, 2, de 7 a 9 e 12.

Aula 7

Assunto: Ataques e invasões

- I. Leia as páginas de 58 a 61 do capítulo 3.
- II. Faça o exercício 3 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 34 a 36, 39, 40 e de 42 a 44.

Aula 8

Assunto: A mineração e a administração portuguesa após a restauração

- I. Leia as páginas de 76 a 82 do capítulo 4.
- II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos de 14 a 17.

Aula 9

Assunto: Crise do sistema colonial e movimentos emancipacionistas

- I. Leia as páginas de 79 a 85 do capítulo 4.
- II. Faça o exercício 3 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 20, 24, 25, 30, 35 e de 40 a 42.

História Livro 1/Frente 2

Aula 1

Assunto: Mundo Grego: evolução de Atenas e Esparta no período Arcaico

- I. Leia as páginas de 140 a 143 do capítulo 3.
- II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 9, 12 e de 15 a 17.

Aula 2

Assunto: Mundo Grego: períodos Clássico e Helenístico

- I. Leia as páginas de 143 a 147 do capítulo 3.
- II. Faça o exercício 3 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 18, de 22 a 24, 26 e 27.

Aula 3

Assunto: Roma: das origens à expansão

- I. Leia as páginas de 147 a 152 do capítulo 3.
- II. Faça o exercício 4 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 31, 32 e de 34 a 38.

Aula 4

Assunto: Roma: a crise da República e advento do Império

- I. Leia as páginas de 152 a 155 do capítulo 3.
- II. Faça o exercício 5 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 43, 45 e de 47 a 49.

Aula 5

Assunto: Roma: o Cristianismo e crise do Império

- I. Leia as páginas de 155 a 157 do capítulo 3.
- II. Faça o exercício 6 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 53, 54, de 56 a 58, 60 e 61.

Aula 6

Assunto: Idade Média: o Reino Franco, Império Carolíngio e Expansão Islâmica

- I. Leia as páginas de 182 a 187 do capítulo 4.
- II. Faça o exercício 2 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 4 a 6, 12, 16 e 17.

Aula 7

Assunto: Idade Média: o feudalismo

- I. Leia as páginas 188 e 189 do capítulo 4.
- II. Faça o exercício 3 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 18, 19, 22, 23, 25, 27 e 35.

Aula 8

Assunto: Baixa Idade Média: crise feudal, Cruzadas e Renascimento comercial e urbano

- I. Leia as páginas de 191 a 195 do capítulo 4.
- II. Faça os exercícios 5 e 6 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 41, 42, de 44 a 46, 49 e 50.

Aula 9

Assunto: Renascimento cultural

- I. Leia as páginas de 197 a 203 do capítulo 4.
- II. Faça o exercício 8 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 60, 70, 73, 74, 76 e de 85 a 87.

Geografia Livro 1/Frente 1

Aula 1

Assunto: Movimentos da Terra

- I. Leia as páginas de 7 a 9 do capítulo 1.
- II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 1 a 10.

Aula 2

Assunto: Coordenadas Geográficas

- I. Leia as páginas de 9 a 13 do capítulo 1.
- II. Faça o exercício 3 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos 11 a 16.

Aula 3

Assunto: Representações cartográficas

- I. Leia as páginas de 13 a 25 do capítulo 1.
- II. Faça os exercícios 4 e 5 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 17 a 31.

Aula 4

Assunto: Dinâmica da crosta terrestre

- I. Leia as páginas de 45 a 51 do capítulo 2.
- II. Faça os exercícios de 2 a 4 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 1 a 9.

Aula 5

Assunto: Agentes endógenos e exógenos

- I. Leia as páginas de 52 a 57 do capítulo 2.
- II. Faça os exercícios 1 e de 5 a 8 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 10 a 23.

Aula 6

Assunto: Relevo mundial

- I. Leia as páginas de 57 a 62 do capítulo 2.
- II. Faça o exercício 9 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 24 a 32.

Aula 7

Assunto: Relevo do Brasil

- I. Leia as páginas de 62 a 69 do capítulo 2.
- II. Faça o exercício 10 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 33 a 40.

Aula 8

Assunto: Formação, classificação e degradação dos solos

- I. Leia as páginas de 93 a 102 do capítulo 3.
- II. Faça os exercícios 1 a 7 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 1 a 12.

Aula 9

Assunto: Mineração mundial e no Brasil

- I. Leia as páginas de 113 a 121 do capítulo 4.
- II. Faça os exercícios 1 a 8 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 1 a 10.

Geografia Livro 1/Frente 2

Aula 1

Assunto: Do meio natural ao meio técnico-científico-informacional

- I. Leia as páginas de 135 a 145 do capítulo 1.
- II. Faça os exercícios do 1 a 10 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 1 a 10.

Aula 2

Assunto: Internacionalização do capitalismo

- I. Leia as páginas de 156 a 165 do capítulo 2.
- II. Faça os exercícios do 1 a 12 e 16 da seção “Revisando”.
- III. Faça os exercícios propostos do 1 a 10.

Aula 3

Assunto: Neoliberalismo e globalização

- I. Leia as páginas 165 e 166 do capítulo 2.
- II. Faça os exercícios 13 e 15 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos do 11 a 20.

Aula 4

Assunto: Global e local

- I. Leia as páginas de 166 a 169 do capítulo 2.
- II. Faça o exercício 14 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos de 21 a 28.

Aula 5

Assunto: Blocos econômicos

- I. Leia as páginas de 169 a 174 do capítulo 2.
- II. Faça os exercícios 17 e 18 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos de 29 a 40.

Aula 6

Assunto: Modelos produtivos

- I. Leia as páginas de 201 a 206 e de 208 a 213 do capítulo 3.
- II. Faça os exercícios de 1 a 12 e 16 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos do 1 a 10.

Aula 7

Assunto: Distribuição da indústria mundial

- I. Leia as páginas de 207 e 208 e de 214 a 223 do capítulo 3.
- II. Faça o exercício 6 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos do 11 a 20.

Aula 8

Assunto: Industrialização brasileira I

- I. Leia as páginas de 223 a 230 do capítulo 3.
- II. Faça os exercícios 4, 7 e 8 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos do 21 a 30.

Aula 9

Assunto: Industrialização brasileira II

- I. Leia as páginas de 230 a 236 do capítulo 3.
- II. Faça os exercícios 9 e 10 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos do 31 a 40.

Biologia Livro 1/Frente 1

Aula 1

Assunto: Níveis de organização dos seres vivos. Modelos celulares

- I. Leia as páginas de 7 a 12 do capítulo 1.
- II. Faça o exercício 6 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 3 e 8.

Aula 2

Assunto: Organização do Núcleo. Cromossomos. Ploidia

- I. Leia as páginas de 22 a 24 do capítulo 2.
- II. Faça o exercício 7 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 8 e 9.

Aula 3

Assunto: Noções de material genético. Controle metabólico. Mutações

- I. Leia as páginas 24 e 25 do capítulo 2.
- II. Faça o exercício 11 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 14 e 17.

Aula 4

Assunto: Mitose

- I. Leia as páginas de 34 a 37 do capítulo 3.
- II. Faça o exercício 1 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos de 8 e 9.

Aulas 5 e 6

Assunto: Meiose

- I. Leia as páginas de 37 a 42 do capítulo 3.
- II. Faça os exercícios 8 e 11 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos de 16 a 19.

Aula 7

Assunto: Biogênese e abiogênese. Método científico

- I. Leia as páginas de 58 a 60 do capítulo 4.
- II. Faça os exercícios 1 e 2 da seção "Revisando".
- III. Faça o exercício proposto 5.

Aulas 8 e 9

Assunto: Composição química dos seres vivos: água, sais minerais, carboidratos e lipídeos

- I. Leia as páginas de 67 a 71 do capítulo 5.
- II. Faça os exercícios 2, 7, 12 e 13 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 1 e 6.

Biologia Livro 1/Frente 2

Aula 1

Assunto: Evolução: conceitos e evidências

- I. Leia as páginas de 81 a 84 do capítulo 1.
- II. Faça o exercício 4 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 1 e 2.

Aula 2

Assunto: Mecanismos de evolução: Lamarck e Darwin

- I. Leia as páginas de 84 a 88 do capítulo 1.
- II. Faça o exercício 11 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 6 e 7.

Aula 3

Assunto: Mecanismos de evolução: Neodarwinismo.

- I. Leia as páginas de 88 a 90 do capítulo 1.
- II. Faça o exercício 12 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 14 e 15.

Aula 4

Assunto: Evolução: especiação e seus desdobramentos

- I. Leia as páginas de 104 a 107 do capítulo 2.
- II. Faça o exercício 3 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 17 e 18.

Aula 5

Assunto: Fundamentos de ecologia

- I. Leia as páginas de 117 a 120 do capítulo 3.
- II. Faça o exercício 1 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 5 e 9.

Aula 6

Assunto: Energia no ecossistema

- I. Leia as páginas de 126 a 128 do capítulo 4.
- II. Faça os exercícios 4 e 5 da seção "Revisando".
- III. Faça o exercício proposto 16.

Aula 7

Assunto: Matéria no ecossistema

- I. Leia as páginas de 128 a 132 do capítulo 4.
- II. Faça os exercícios 10 e 14 da seção "Revisando".
- III. Faça o exercício proposto 17.

Aula 8

Assunto: Relações entre os seres vivos

- I. Leia as páginas de 148 a 155 do capítulo 5.
- II. Faça o exercício 2 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 4 e 9.

Aula 9

Assunto: Sucessão ecológica

- I. Leia as páginas de 155 a 158 do capítulo 5.
- II. Faça o exercício 17 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 29 e 32.

Biologia Livro 1/Frente 3

Aula 1

Assunto: Classificação dos seres vivos

- I. Leia as páginas de 177 a 184 do capítulo 1.
- II. Faça os exercícios 2 e 6 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 1 e 4.

Aula 2

Assunto: Protozoários

- I. Leia as páginas de 198 a 200 do capítulo 2.
- II. Faça o exercício 3 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 3 e 4.

Aula 3

Assunto: Aspectos gerais das parasitoses. Protozooses

- I. Leia as páginas de 200 a 204 do capítulo 2.
- II. Faça o exercício 13 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos de 14 e 15.

Aula 4

Assunto: Poríferos

- I. Leia as páginas 216 e 217 do capítulo 3.
- II. Faça os exercícios 1 e 3 da seção "Revisando".
- III. Faça o exercício proposto 3.

Aula 5

Assunto: Noções de embriologia

- I. Leia as páginas de 223 a 226 do capítulo 4.
- II. Faça o exercício 2 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 4 e 5.

Aula 6

Assunto: Organogênese e classificação embriológica

- I. Leia as páginas 227 e 228 do capítulo 4.
- II. Faça o exercício 15 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 12 e 14.

Aulas 7 a 9

Assunto: Classificação dos grupos zoológicos

- I. Leia as páginas de 240 a 258 do capítulo 5.
- II. Faça os exercícios 11, 15, 19, 20 e 22 da seção "Revisando".
- III. Faça os exercícios propostos 11, 15, 18 e 52.

Anotações

Data de provas

This image shows a full page of blank, lined paper. It features approximately 30 evenly spaced horizontal grey lines running across the width of the page, providing a guide for writing. The background is a solid off-white color. There are no margins, text, or other markings present.[illegible]

Anotações

Data de provas

[illegible]